

—修士学位論文—

閉ループ入出力データを用いた部分空間同定法に  
基づく制御器の直接調整に関する研究

Study on Direct Tuning of Controller Based on  
Subspace State Space System Identification Using  
Closed-Loop Input/Output Data

平成27年度

三重大学大学院工学研究科  
博士前期課程 電気電子工学専攻

松本治樹

# 目 次

第 1 章	諸言	1
1.1	研究背景と目的	1
1.2	論文の構成	3
1.3	表記法	4
第 2 章	閉ループ同定の問題点	5
2.1	開ループ実験 <sup>[5]</sup>	5
2.2	閉ループ実験 <sup>[5]</sup>	6
2.3	二段階同定法 <sup>[5]</sup>	6
2.4	二段階制御器設計法	8
2.4.1	Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)	8
2.4.2	制御器設計問題 <sup>[3]</sup>	8
2.4.3	VRFT	9
2.4.4	二段階制御器設計法	9
第 3 章	Two Stage Subspace State Space System Identification (TS4SID)	
	法に基づくデータ駆動型制御器設計法	12
3.1	TS4SID 法	12
3.1.1	Past Input Multivariable Output-Error State Space (PI-MOESP)	
	法 <sup>[20]</sup>	12
3.1.2	TS4SID 法	18
3.1.3	TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法	21
3.2	シミュレーション	23
3.2.1	シミュレーション条件	23
3.2.2	シミュレーション結果	24
第 4 章	既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型設計法	28
4.1	既知情報を用いた部分空間同定法	28

4.1.1	問題設定 . . . . .	28
4.1.2	既知情報を用いた部分空間同定法 . . . . .	29
4.2	既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型設計法 . . . . .	33
4.3	シミュレーション . . . . .	35
4.3.1	シミュレーション条件 . . . . .	35
4.3.2	シミュレーション結果 . . . . .	36
4.4	実機実験 . . . . .	39
4.4.1	実験条件 . . . . .	40
4.4.2	実験結果 . . . . .	40
<b>第 5 章 Closed-Loop Multivariable Output-Error State Space (CL-MOESP)</b>		
	法に基づくデータ駆動型制御器設計法 . . . . .	44
5.1	CL-MOESP 法 . . . . .	44
5.1.1	TS4SID 法の $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$ と $\mathbf{L}_{32}\mathbf{Q}_2^T$ . . . . .	44
5.1.2	CL-MOESP 法のアルゴリズム . . . . .	45
5.1.3	$\gamma^{\frac{1}{2}}$ について . . . . .	47
5.2	CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法 . . . . .	49
5.2.1	CL-MOESP 法に基づく制御器設計法 . . . . .	50
5.3	シミュレーション . . . . .	50
5.3.1	シミュレーション条件 . . . . .	50
5.3.2	シミュレーション結果 . . . . .	51
5.4	実機実験 . . . . .	54
5.4.1	実験条件 . . . . .	54
5.4.2	実験結果 . . . . .	54
<b>第 6 章 結言</b>		<b>57</b>
6.1	まとめ . . . . .	57
6.2	今後の課題 . . . . .	58
参考文献		59
謝辞		62
論文目録		64

# 第1章 諸言

## 1.1 研究背景と目的

従来広く用いられているモデルベース制御器設計法では、制御対象の数学モデルを同定し、そのモデルを用いて制御器を設計する。この数学モデルを得るために、様々なシステム同定手法が提案されている。システム同定は一般的に、i) 制御対象の入出力データの取得、ii) システム同定手法の適用、iii) 同定した数学モデルの妥当性の評価、という手順で行われる。しかし、実際には制御対象の動特性は複雑なものがほとんどであり、正確な数学モデルを同定するには高次数のモデルが必要であり、制御器の次数も高次数化してしまう。さらに、同定した数学モデルが妥当でなければ、i) から iii) までの手順を繰り返すことになるので、非常に煩雑な作業を伴う可能性があるという問題点がある<sup>[1][2]</sup>。

これに対し、データ駆動型制御器設計法は制御対象を数式モデル化せず、制御対象の入出力データを用いて直接制御器を設計する。よって、数式モデル化の手順が省け、さらに制御器の低次数化も期待できる。また、数式モデル化することは入出力データに含まれる制御対象の情報を数式モデルにおける少数個のパラメータへ情報圧縮する手段と解釈できる。したがって、データ駆動型制御器設計法は入出力データに含まれる制御対象の情報を圧縮することなく、直接制御器設計に反映することができるため、数式モデルを介した場合に比べ、より良好な制御器を設計できる可能性がある。

Virtual Reference Feedback Tuning<sup>[3]</sup>(以下 VRFT と略する) などのデータ駆動型制御器設計法は制御対象の入出力データから制御器を直接同定する問題として定式化される。データ駆動型制御器設計法は制御対象の入出力データを用いて直接制御器を設計するため、入出力データ取得方法が重要である。制御器設計に用いるデータ取得方法は、開ループ実験と閉ループ実験に分類することができる。開ループ実験データを用いて制御器を設計する場合、制御対象に直接入力を入力することができるので、良好な制御器を設計することができる。しかし、開ループ実験でのデータ取得は、動作範囲に制限がある制御対象に対して、実用的ではなく、不安定な制御対象に対しては、データ取得すら困難な場合がある。それに対して、閉ループ実験でのデータ取得は上記

の制御対象に対して安全にデータ取得することができる利点がある。しかし、閉ループ実験では、制御対象の出力に観測雑音が重畳した際、観測雑音が制御入力にも重畳し、同定結果にバイアス誤差が乗ってしまうため、良好な制御器を設計できない。本論文では、上記の閉ループ実験データを用いて制御器を設計する際の問題点を解決した、データ駆動型制御器設計法を提案する。

データ駆動型制御器設計法では、モデル参照制御問題が典型的な設計問題としてよく扱われる。モデル参照制御問題は制御対象  $P$  と制御器  $C(\theta)$  で構成される閉ループシステムの特性と参照モデル  $M$  の特性との差が最小となる制御器パラメータ  $\theta$  を導出する問題である。参照モデル  $M$  は設計者が任意に指定できる望みの閉ループシステムの特性を持つモデルであり、(1.1) 式のように表現できる。

$$M = \frac{PC^*}{1 + PC^*} \quad (1.1)$$

ここで  $C^*$  は参照モデルを達成する理想制御器である。モデル参照制御問題は参照モデルを達成する理想制御器  $C^*$  を同定するシステム同定問題とみなすことができる。本論文では、理想制御器  $C^*$  を同定することを考え、システム同定の考えを制御器設計に組み込むことを考える。

文献 [4] では、閉ループ同定法の一手法である二段階同定法<sup>[5]</sup> の考えを制御器設計に組み合わせることにより、二段階制御器設計法を提案した。この手法は、一段階目で観測雑音の影響を除去した信号を生成することで、閉ループ実験データを用いて観測雑音の影響を低減した制御器設計が可能となった。しかし、この手法は一段階目で相補感度関数を同定しており、間接的に制御対象を同定しているという問題があった。データ駆動型制御器設計法では制御対象を同定しないことを前提としているため、上記の問題は解決する必要がある。この問題に対して、著者は文献 [6] で提案されている Two Stage Subspace State Space System Identification(以下 TS4SID と略する) のアイデアを制御器設計に組み込むことにより、TS4SID 法に基づく制御器設計法を提案した<sup>[7]</sup>。TS4SID 法に基づく制御器設計法は二段階制御器設計法における相補感度関数を同定する過程を近似式を用いることにより省略している。この手法については 3 章で述べる。しかし、この手法は (a) 低周波数領域まで制御器を同定できない、(b) 近似式を用いているため、制御器の同定結果に近似誤差が生じてしまい、性能が劣化してしまう可能性がある、という問題があった。

問題 (a) は、低周波数領域まで制御器を同定するには、無限長のデータ列が必要であるのに対して、実際には有限長のデータ列しか使えないため、低周波数領域まで同定できないという問題である。この問題を解決するために、モデル参照制御問題に注目す

る。モデル参照制御問題では一般的に参照モデルを定常ゲインが1になるように設定するので、理想制御器が必ず積分器を持つべきであることが既にわかっている。よって同定する制御器に必ず積分器を持つように制御器設計を行うことで、より良好な制御器を設計できると考えられる。そこで、文献[8]で提案されている既知情報を用いた部分空間同定法のアイデアを TS4SID 法に基づく制御器設計法に組み込むことで、TS4SID 法に基づく積分器を持つデータ駆動型制御器設計法<sup>[9]</sup>を提案する。この手法については4章で述べる。

問題 (b) は、TS4SID 法に基づく制御器設計法において、観測雑音の影響を除去した行列を生成する際に、近似式を用いている。近似により生成した行列は、完全にブロックハンケル行列になっておらず、制御器のシステム行列  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  の関係が崩れてしまい、性能が劣化してしまう可能性がある。この問題に対して、文献[10]で提案されている Closed-Loop Multivariable Output-Error State Space<sup>[10][11][12][13][14]</sup>(以下 CL-MOESP と略する) のアイデアを制御器設計に組み込むことで、近似式を用いずに制御器を設計する、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を提案する。この手法については、5章で述べる。

これらの提案手法について、有効性を確認するためにシミュレーション、および二慣性共振系速度制御装置で実験を行った。

## 1.2 論文の構成

本論文は全6章で構成されており、その内容は以下の通りである。

第2章では、閉ループ実験データを用いてシステム同定を行う際の問題点を述べ、その代表的な解決法である、二段階同定法を述べる。その後、二段階同定法と制御器設計を組み合わせた、二段階制御器設計法について述べる。3章では、二段階制御器設計法で、間接的に制御対象を同定しているという問題を解決する手法として TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法について述べ、シミュレーションにて、この手法の問題点を明確にする。問題 (a) として、低周波数領域まで制御器を同定できない、問題 (b) として、近似式を用いているため、性能を劣化してしまう可能性がある、という2点に注目し、4章で、問題 (a) を解決する手法を提案し、5章で、問題 (b) を解決する手法を提案する。最後に6章では、まとめと今後の課題を述べることにする。

### 1.3 表記法

$A \in \mathbb{R}^{o \times p}$ ,  $B, C \in \mathbb{R}^{q \times p}$  と定義する。 $A$  の行空間の  $B$  の行空間への直交射影とその直交補空間への直交射影をそれぞれ次のように表す<sup>[11]</sup>。

$$A/B = A\Pi_B = B^T (BB^T)^{-1} B \quad (1.2)$$

$$A/B^\perp = A\Pi_B^\perp = A(I - \Pi_B) \quad (1.3)$$

また、文献 [15] より次式が成り立つ。

$$A/\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = A\left(\Pi_B + \Pi_B^\perp C^T (C\Pi_B^\perp C^T)^{-1} C\Pi_B^\perp\right) \quad (1.4)$$

また、本論文では、以下のような構造を持つブロックハンケル行列を用いる [17]。

$$\mathbf{W}_{i,N} = \begin{bmatrix} w(i) & w(i+1) & \cdots & w(i+N-1) \\ w(i+1) & w(i+2) & \cdots & w(i+N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w(i+r-1) & w(i+r) & \cdots & w(i+N+r-2) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

ここで、 $i$  と  $N$  はそれぞれ、第 1 列の第 1 要素と列数に対応する。また  $r$  は設計者が定義する定数であり、理想制御器  $C^*$  の次数よりも大きくなるように選ぶ。

## 第2章 閉ループ同定の問題点

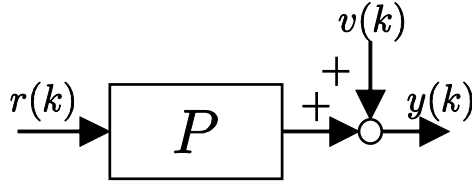


図 2.1: 開ループ実験

本章では，閉ループ実験データを用いてシステム同定を行う際の問題点を述べ，その問題に対しての解決法として二段階同定法について説明する。次に，二段階同定法のアイディアを制御器設計に組み込んだ手法である二段階制御器設計法について説明する。

### 2.1 開ループ実験<sup>[5]</sup>

閉ループ同定の問題点を示すために，まずは，開ループ実験データを用いてシステム同定を行う際について説明する。図 2.1 より，開ループ実験における入出力関係式は以下のように記述できる。

$$y(k) = Pu(k) + v(k) \quad (2.1)$$

(2.1) 式より，評価関数  $J_P(\theta)$  が得られ，評価関数  $J_P(\theta)$  を最小にするパラメータ  $\hat{\theta}$  を導出することで制御対象  $P$  を同定できる。

$$\begin{aligned} J_P(\theta) &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \{y(k) - P(\theta)u(k)\}^2 \\ &= E[(P - P(\theta))^2 u(k)^2] - E[2(P - P(\theta))u(k)v(k)] + E[v(k)^2] \end{aligned} \quad (2.2)$$

ただし， $N$  はデータ数であり，今は考えやすくするため  $N$  が無限大のときとする。観測雑音  $v(k)$  は入力  $u(k)$  と無相関であり，平均 0，分散  $\sigma^2$  の白色雑音であると仮定すると，(2.2) 式の右辺第 2 項目は 0 となり，右辺第 3 項目は分散  $\sigma^2$  となるため，定数となる。よって評価関数  $J_P(\theta)$  を最小化する問題は，(2.2) 式の右辺第 3 項目を最小化する問題となり，出力に観測雑音が重畳しても制御対象  $P$  が同定できる。



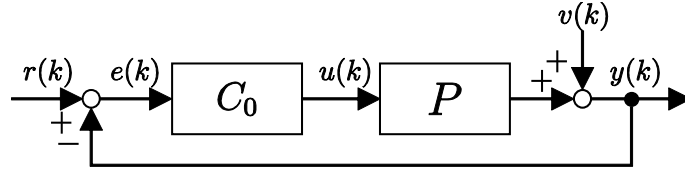


図 2.2: 閉ループ実験

## 2.2 閉ループ実験<sup>[5]</sup>

図 2.2 より，閉ループ実験データは (2.3) 式，(2.4) 式のように表現できる。

$$u(k) = \frac{C_0}{1 + PC_0}r(k) - \frac{C_0}{1 + PC_0}v(k) \quad (2.3)$$

$$y(k) = \frac{PC_0}{1 + PC_0}r(k) + \frac{1}{1 + PC_0}v(k) \quad (2.4)$$

ただし， $C_0$  は安定化制御器とする。(2.3) 式より観測雑音  $v(k)$  が制御入力  $u(k)$  にも重畳してしまうことに注意する。開ループ実験と同様にして，(2.3) 式，(2.4) 式を用いて，評価関数  $J_P(\theta)$  は (2.5) 式のように表現できる。評価関数  $J_P(\theta)$  を最小化するパラメータ  $\hat{\theta}$  を導出することで制御対象  $P$  を同定することを考える。

$$\begin{aligned} J_P(\rho) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{y(k) - P(\rho)u(k)\}^2 \\ &= E \left[ \frac{1}{(1 + PC_0)^2} (P - P(\rho))^2 C_0 r(k)^2 \right] \\ &\quad - E \left[ 2 \frac{C_0}{1 + PC_0} (P - P(\rho))(P(\rho)C_0 + 1)r(k)v(k) \right] + E \left[ \frac{1 + (C_0 P(\rho))^2}{(1 + PC_0)^2} v(k)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

観測雑音  $v(k)$  は参照入力  $r(k)$  と無相関であり，平均 0，分散  $\sigma^2$  の白色雑音であると仮定すると，(2.5) 式の右辺第 2 項目は 0 となる。しかし，(2.5) 式の右辺第 3 項目はパラメータ  $\theta$  に依存してしまい，評価関数  $J_P(\theta)$  を最小化するには，右辺第 1 項目と右辺第 3 項目の両方を考慮しながら最小化を行う。そのため，推定したパラメータ  $\hat{\theta}$  にバイアスが乗ってしまう。この右辺第 3 項目がパラメータ  $\theta$  に依存しない形で表現することで閉ループ同定の問題を解決できる。

## 2.3 二段階同定法<sup>[5]</sup>

二段階同定法は 1 段階目で観測雑音の影響を除去した制御入力  $\hat{u}(k)$  を生成することで，(2.5) 式の右辺第 3 項目がパラメータ  $\theta$  に依存しない形で表現できる。

1. step1 観測雑音の影響を除去した制御入力  $\hat{u}(k)$  の生成

まず，感度関数のモデル  $S(\boldsymbol{\rho})$  をパラメータ  $\boldsymbol{\rho}$  に対して線形に定義する。図 2.2 より，誤差信号  $e(k)$  は (2.6) 式のように表現できる。

$$e(k) = S_0 r(k) - S_0 v(k) \quad (2.6)$$

ただし， $S_0$  は感度関数  $S_0 = \frac{1}{1+PC_0}$  である。観測雑音  $v(k)$  と参照入力  $r(k)$  が無相関であるので，(2.6) 式から開ループ実験のように感度関数  $S_0$  を同定することができる。評価関数  $J_S(\boldsymbol{\rho})$  は (2.7) 式のように表現でき， $J_S(\boldsymbol{\rho})$  を最小化するパラメータ  $\hat{\rho}$  を導出することにより，感度関数  $S_0$  を同定できる。

$$\begin{aligned} J_S(\boldsymbol{\rho}) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{e(k) - S(\boldsymbol{\rho})r(k)\}^2 \\ &= E[(S_0 - S(\boldsymbol{\rho}))^2 r(k)^2] - E[2S_0(S_0 - S(\boldsymbol{\rho}))r(k)v(k)] + E[S_0^2 v(k)^2] \end{aligned} \quad (2.7)$$

観測雑音  $v(k)$  は参照入力  $r(k)$  と無相関であり，平均 0，分散  $\sigma^2$  の白色雑音であると仮定すると，(2.7) 式の右辺第 2 項目が 0 となり，右辺第 3 項目が定数になる。よって，評価関数  $J_S$  を最小化する問題は，(2.7) 式の右辺第 1 項目を最小化する問題となり， $S_0$  を同定することができる。

同定した感度関数  $S(\hat{\rho})$  を用いて，(2.8) 式のように観測雑音の影響を除去した制御入力  $\hat{u}(k)$  を生成する。

$$\hat{u}(k) = S(\hat{\rho})C_0 r(k) \quad (2.8)$$

2. step2 制御対象  $P$  の同定

まず，制御対象のモデル  $P(\boldsymbol{\theta})$  をパラメータ  $\boldsymbol{\theta}$  に対して線形に定義する。制御対象の出力  $y(k)$  は，step1 で生成した観測雑音の影響を除去した制御入力  $\hat{u}(k)$  を用いて，(2.9) 式のように表現できる。

$$y(k) = P\hat{u}(k) + S_0 v(k) \quad (2.9)$$

観測雑音  $v(k)$  と  $\hat{u}(k)$ ，すなわち参照入力  $r(k)$  が無相関であるので，(2.9) 式から開ループ実験のように制御対象  $P$  を同定することができる。評価関数  $J_P(\boldsymbol{\theta})$  は (2.10) 式のように書け，評価関数  $J_P(\boldsymbol{\theta})$  を最小化するパラメータ  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  を導出することで，制御対象  $P$  を同定できる。

$$\begin{aligned} J_P(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{y(k) - P(\boldsymbol{\theta})\hat{u}(k)\}^2 \\ &= E[S_0^2 (P - P(\boldsymbol{\theta}))^2 r(k)^2] + E[S_0 (P - P(\boldsymbol{\theta}))r(k)v(k)] + E[v(k)^2] \end{aligned} \quad (2.10)$$

観測雑音  $v(k)$  は参照入力  $r(k)$  と無相関であり、平均 0、分散  $\sigma^2$  の白色雑音であるとする、(2.10) 式の右辺第 2 項目が 0 となり、右辺第 3 項目が定数となる。よって評価関数  $J_P(\theta)$  を最小化する問題は、(2.10) 式の右辺第 1 項目を最小化する問題となり、制御対象  $P$  を同定することができる。このように、step1 で観測雑音の影響を除去した制御入力  $\hat{u}(k)$  を生成することにより、バイアス誤差なく制御対象を同定できることがわかる。

## 2.4 二段階制御器設計法

これまでに著者は二段階同定法のアイディアを制御器設計と組み合わせることにより、閉ループデータを用いて観測雑音の影響を低減した二段階制御器設計法を提案した。本節では、二段階制御器設計法の概要を述べる。

### 2.4.1 Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT)

二段階制御器設計法において、二段階同定法のアイディアとデータ駆動型制御器設計法の 1 つである VRFT を用いる。まずは、VRFT について説明する。

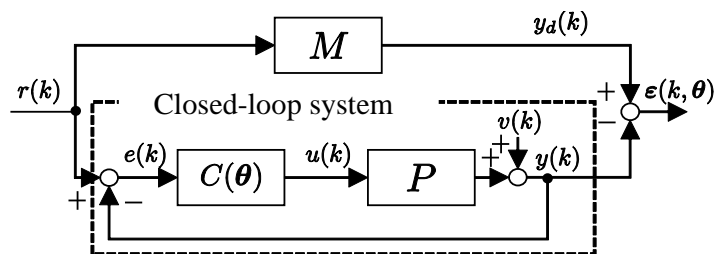
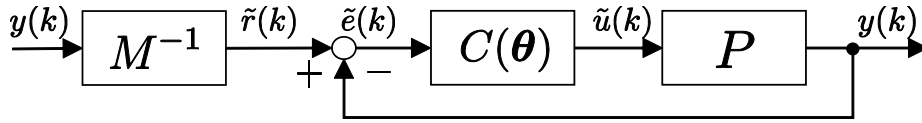


図 2.3: モデル参照制御問題

### 2.4.2 制御器設計問題<sup>[3]</sup>

設計目的は、図 2.3 のように設計者が任意に決定する参照モデル  $M$  の特性と、未知な制御対象  $P$ 、制御器  $C(\theta)$  から構成される閉ループシステムの特性的差が最小となる固定次数制御器  $C(\hat{\theta})$  を設計することである。この問題は、(2.11) 式のように参照モデル  $M$  と閉ループシステムの差の 2 ノルムの 2 乗の最小化問題として定式化できる。

$$J_{MR}(\theta) = \left\| M - \frac{PC(\theta)}{1 + PC(\theta)} \right\|_2^2. \quad (2.11)$$


 図 2.4: 仮想参照信号  $\tilde{r}(k)$  と仮想制御入力  $\tilde{u}(k)$  の生成

### 2.4.3 VRFT

VRFT はまず、図 2.1 より、開ループ入出力データ  $u(k)$ ,  $y(k)$  を取得する。取得したデータを用いて、参照モデルの逆システムを利用した仮想参照信号

$$\tilde{r}(k) = M^{-1}y(k) \quad (2.12)$$

を生成し、図 2.4 のようにして、仮想制御入力

$$\tilde{u}(\boldsymbol{\theta}, k) = C(\boldsymbol{\theta})\{\tilde{r}(k) - y(k)\} = C(\boldsymbol{\theta})\tilde{e}(k) \quad (2.13)$$

を生成する。仮想制御入力  $\tilde{u}(\boldsymbol{\theta}, k)$  と取得した制御対象の入力  $u(k)$  が一致するとき、閉ループシステムの出力は制御対象の出力  $y(k)$  に一致する。これは参照入力  $\tilde{r}(k)$  から出力  $y(k)$  までの伝達関数が参照モデル  $M$  に一致することを意味し、(2.14) 式を最小化するパラメータ  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  を計算することでモデル参照制御問題を達成できる。

$$J_{VR}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \{u_L(k) - \tilde{u}_L(\boldsymbol{\theta}, k)\}^2 \quad (2.14)$$

ただし、 $\tilde{u}_L(\boldsymbol{\theta}, k)$ ,  $u_L(k)$  はフィルタ  $L$  でフィルタリングした信号である。フィルタを導入する理由は、仮想参照入力  $\tilde{r}(k)$  を計算する際のプロパー性を保つことと、本来最小化すべき周波数領域における評価関数  $J_{MR}(\boldsymbol{\theta})$  と VRFT での時間領域における評価関数  $J_{VR}(\boldsymbol{\theta})$  の意味を一致させることである<sup>[19]</sup>。

### 2.4.4 二段階制御器設計法

二段階制御器設計法は、step1 で相補感度関数  $T_0 = \frac{PC_0}{1+PC_0}$  を同定し、観測雑音の影響を除去した出力  $\hat{y}(k)$  を生成する。そして、step2 で制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  を設計するという 2 つの過程を踏むことで、閉ループデータを用いて観測雑音の影響を低減した制御器設計が可能となる。

1. step1 観測雑音の影響を除去した出力  $\hat{y}(k)$  の生成

まず、相補感度関数のモデル  $T(\boldsymbol{\theta})$  をパラメータ  $\boldsymbol{\rho}$  に対して線形に定義する。図 2.2 より、閉ループ実験データ  $r(k)$ ,  $u(k)$ ,  $y(k)$  を取得する。ここで出力  $y(k)$  は、相補感度関数  $T_0$  を用いて (2.15) 式のように表現できる。

$$y(k) = T_0 r(k) + (1 - T_0) v(k) \quad (2.15)$$

観測雑音  $v(k)$  と参照入力  $r(k)$  は無相関であるので、(2.15) 式から閉ループ実験のように相補感度関数  $T_0$  を同定することができる。評価関数  $J_T(\boldsymbol{\theta})$  は (2.16) 式のように表現でき、評価関数  $J_T(\boldsymbol{\theta})$  を最小化するパラメータ  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  を導出することで、相補感度関数  $T_0$  を同定できる。

$$\begin{aligned} J_T(\boldsymbol{\rho}, k) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{y(k) - T(\boldsymbol{\rho})r(k)\}^2 \\ &= E[(T_0 - T(\boldsymbol{\rho}))^2 r(k)^2] - E[2T_0(T_0 - T(\boldsymbol{\rho}))(1 - T_0)r(k)v(k)] \\ &\quad + E[(1 - T_0)^2 v(k)^2] \end{aligned} \quad (2.16)$$

観測雑音  $v(k)$  は参照入力  $r(k)$  と無相関であり、平均 0、分散  $\sigma^2$  の白色雑音であると仮定すると、(2.16) 式の右辺第 2 項目は 0 となり、右辺第 3 項目は定数となる。よって評価関数  $J_T(\boldsymbol{\theta})$  を最小化する問題は、右辺第 1 項目を最小化する問題となり、相補感度関数  $T_0$  を同定することができる。

同定した相補感度関数  $T(\hat{\boldsymbol{\rho}})$  を用いて、観測雑音の影響を除去した出力  $\hat{y}(k)$  を (2.17) 式のように生成する。

$$\hat{y}(k) = T(\hat{\boldsymbol{\rho}})r(k) \quad (2.17)$$

2. step2 制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  の設計 step2 では  $\hat{y}(k)$  と VRFT のアイデアを用いて制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  を設計する。まずは制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  をパラメータ  $\boldsymbol{\theta}$  に対して線形に定義する。観測雑音の影響を除去した出力  $\hat{y}(k)$  を用いて、仮想参照入力

$$\tilde{r}(k) = M^{-1}\hat{y}(k) = M^{-1}T(\hat{\boldsymbol{\theta}})r(k) \quad (2.18)$$

を生成し、仮想制御入力

$$\tilde{u}(\boldsymbol{\theta}, k) = C(\boldsymbol{\theta})\{\tilde{r}(k) - \hat{y}(k)\} = C(\boldsymbol{\theta})\tilde{e}(k) \quad (2.19)$$

を生成する。VRFT と同様に、評価関数  $J_C(\boldsymbol{\theta})$  は (2.20) 式のように書け、評価関数  $J_C(\boldsymbol{\theta})$  を最小化するパラメータ  $\boldsymbol{\theta}$  を導出することで、制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  を設計できる。

$$\begin{aligned} J_{VR}(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{1}{N} \{u_L(k) - \tilde{u}_L(\boldsymbol{\theta}, k)\}^2 \\ &= E \left[ \left( \frac{LC_0}{1+PC_0} \right)^2 \frac{1}{C^{*2}} (C^* - C(\boldsymbol{\theta}))^2 r(k)^2 \right] \\ &\quad - E \left[ 2 \left( \frac{LC_0}{1+PC_0} \right)^2 \frac{1}{C^*} (C^* - C(\boldsymbol{\theta})) r(k) v(k) \right] + E \left[ \left( \frac{LC_0}{1+PC_0} \right)^2 v(k)^2 \right] \quad (2.20) \end{aligned}$$

ただし、 $\tilde{u}_L(\boldsymbol{\theta}, k)$ ,  $u_L(k)$  はフィルタ  $L$  でフィルタリングした信号である。観測雑音  $v(k)$  は参照入力  $r(k)$  と無相関であり、平均 0、分散  $\sigma^2$  の白色雑音であると仮定すると、(2.20) 式の右辺第 2 項目が 0 となり、右辺第 3 項目が定数となる。よって、右辺第 1 項目を最小化する問題となり、 $C(\boldsymbol{\theta})$  が  $C^*$  に近づくようにパラメータ  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  が求まる。

このように step1 で観測雑音の影響を除去した出力  $\hat{y}(k)$  を生成することで、閉ループデータに観測雑音が重畳してもバイアス誤差なく、制御器を設計できる。しかし、二段階制御器設計法は step1 で相補感度関数  $T_0$  を同定しており、これは間接的に制御対象  $P = \frac{M}{C_0(1-M)}$  を同定していることに注意する。データ駆動型制御器設計法は制御対象  $P$  を同定しないことを前提としているため、相補感度関数  $T_0$  の同定することは問題である。

# 第3章 Two Stage Subspace State Space System Identification (TS4SID) 法に基づくデータ駆動型制御器設計法

本章では，前章で述べた二段階制御器設計法において，相補感度関数を同定しているという問題点について，解決することを目的とする。

## 3.1 TS4SID 法

文献 [6] では，二段階同定法において，感度関数を同定する過程を省略する同定法が提案されている。TS4SID 法のアイデアを二段階制御器設計法と組み合わせることにより，相補感度関数を同定する過程を省略したデータ駆動型制御器設計法を提案できる。本節では，TS4SID 法について説明する。

### 3.1.1 Past Input Multivariable Output-Error State Space (PI-MOESP) 法<sup>[20]</sup>

TS4SID 法は部分空間同定法の 1 手法である<sup>[15][16][17]</sup>。部分空間同定法は，i) システムの状態空間モデルを同定するので，システムの分母，分子の両方を同定可能，ii) 非線形最適化計算を行うことなく同定できるので，局所的最小点に捉われるというような問題をもたない，iii) MIMO に拡張しやすい，といった長所がある。TS4SID 法では，PI-MOESP 法を用いてシステムの状態空間モデルを同定するので，まずは部分空間モデルの基本的な考え方，及び PI-MOESP 法について述べる。

## 部分空間同定法

部分空間同定法の基本的な考えを述べる<sup>[16][17]</sup>。ここでは簡単のため (3.1) 式のような, 1 入力 1 出力,  $n$  次の可制御可観測な制御対象  $P$  の同定問題を考える。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) \\ y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}u(k) + v(k) \end{cases} \quad (3.1)$$

ここで  $u(k)$ ,  $y(k)$  はそれぞれ入力, 出力であり,  $\mathbf{x}(k)$  は状態変数,  $v(k)$  は平均 0, 分散  $\sigma^2$  の白色雑音であると仮定する。(3.1) 式から (3.2) 式が得られる。

$$\begin{aligned} y(k+l) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+l) + \mathbf{D}u(k+l) + v(k+l) \\ &= \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k+l-1) + \mathbf{C}\mathbf{B}u(k+l-1) + \mathbf{D}u(k+l) + v(k+l) \\ &= \dots \dots \dots \\ &= \mathbf{C}\mathbf{A}^l\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{l-1}\mathbf{B}u(k) + \dots + \mathbf{C}\mathbf{B}u(k+l-1) + \mathbf{D}u(k+l) + v(k+l) \end{aligned} \quad (3.2)$$

今,  $l = 0$  から  $l = r - 1$  までの  $r$  個の要素をまとめて次のように表す。

$$\mathbf{Y}_r(k) = \begin{bmatrix} y^T(k) & y^T(k+1) & \dots & y^T(k+r-1) \end{bmatrix}^T \quad (3.3)$$

$$\mathbf{U}_r(k) = \begin{bmatrix} u^T(k) & u^T(k+1) & \dots & u^T(k+r-1) \end{bmatrix}^T \quad (3.4)$$

$$\mathbf{V}(k) = \begin{bmatrix} v^T(k) & v^T(k+1) & \dots & v^T(k+r-1) \end{bmatrix}^T \quad (3.5)$$

すると, (3.2) 式は (3.6) のように表現できる。

$$\mathbf{Y}_r(k) = \mathbf{\Gamma}x(k) + \mathbf{H}\mathbf{U}_r(k) + \mathbf{V}(k) \quad (3.6)$$

ただし, 拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma}$ , 行列  $\mathbf{H}$  は (3.7) 式, (3.8) 式のように書ける。

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T & (\mathbf{C}\mathbf{A})^T & \dots & (\mathbf{C}\mathbf{A}^{r-1})^T \end{bmatrix}^T \quad (3.7)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{D} & 0 & \ddots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{D} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{r-2}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{r-3}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$



ここで、以下のような行列を定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{1,N} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_r(1) & \mathbf{Y}_r(2) & \cdots & \mathbf{Y}_r(N) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \cdots & y(N) \\ y(2) & y(3) & \cdots & y(N+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(r) & y(r+1) & \cdots & y(N+r-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{1,N} &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_r(1) & \mathbf{U}_r(2) & \cdots & \mathbf{U}_r(N) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} u(1) & u(2) & \cdots & u(N) \\ u(2) & u(3) & \cdots & u(N+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u(r) & u(r+1) & \cdots & u(N+r-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(N) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}(1) & \mathbf{V}(2) & \cdots & \mathbf{V}(N) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

上記のような行列を定義することで、(3.1) 式は (3.13) 式のように表現できる。

$$\mathbf{Y}_{1,N} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{X} + \mathbf{H} \mathbf{U}_{1,N} + \mathbf{V} \quad (3.13)$$

(3.13) 式がベクトル・行列表現された入出力関係式である。部分空間同定法は (3.13) 式から、まずは拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma}$  を推定し、推定した拡大可観測行列から、制御対象  $P$  のシステム行列  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{A}$  を同定する。次に同定した  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{A}$  行列を用いて、制御対象  $P$  のシステム行列  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{D}$  を同定する。したがって、部分空間同定法において、拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma}$  が重要であり、拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma}$  が推定できると、 $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  行列を同定できる。

### PI-MOESP 法

PI-MOESP 法は拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma}$  を導出する際、観測雑音の影響を補助変数行列  $\mathbf{\Phi}$  を用いて除去する同定手法である。まず、(3.13) 式の右辺第 2 項の  $\mathbf{H} \mathbf{U}_{1,N}$  を無相関化によって除去する。行列  $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp$  を (3.14) 式のように構成する。

$$\mathbf{\Pi}_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{U}_{1,N}^\mathbf{T} (\mathbf{U}_{1,N} \mathbf{U}_{1,N}^\mathbf{T})^{-1} \mathbf{U}_{1,N} \quad (3.14)$$

ここで  $\Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp$  は  $\mathbf{U}$  の零化空間上への射影を表し, (3.15) 式から明らかなように  $\Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp$  は  $\mathbf{U}_{1,N}$  の直交射影である。

$$\mathbf{U}_{1,N} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp = \mathbf{U}_{1,N} - \mathbf{U}_{1,N} \mathbf{U}_{1,N}^T (\mathbf{U}_{1,N} \mathbf{U}_{1,N}^T)^{-1} \mathbf{U}_{1,N} = 0 \quad (3.15)$$

(3.13) 式の両辺に右から  $\Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp$  を乗じ, (3.16) 式を得る。

$$\mathbf{Y}_{1,N} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp = \mathbf{\Gamma} \mathbf{X} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp + \mathbf{V} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \quad (3.16)$$

次に (3.16) 式の右辺第 2 項を除去するために補助変数行列  $\Phi$  と雑音項の相関を取ることを考える。

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi(1) & \phi(2) & \cdots & \phi(N) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

(3.16) 式の両辺に右から  $\Phi^T$  を乗じ,  $N$  で割ると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{G} = \frac{1}{N} \mathbf{Y}_{1,N} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \Phi^T &= \mathbf{\Gamma} \frac{1}{N} \mathbf{X} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \Phi^T + \frac{1}{N} \mathbf{V} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \Phi^T \\ &= \mathbf{\Gamma} \tilde{\mathbf{T}}_N + \mathbf{V}_N \end{aligned} \quad (3.18)$$

いま, 以下の式が成り立つような  $\phi(k)$  を見つけることができると仮定する。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{V}_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \mathbf{V} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \Phi^T = 0 \quad (3.19)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{T}_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \mathbf{X} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \Phi^T = \tilde{\mathbf{T}} \quad (3.20)$$

よって, 十分に大きな  $N$  に対して, 行列  $\mathbf{G}$  は (3.21) 式のように計算できる。

$$\mathbf{G} = \frac{1}{N} \mathbf{Y}_{1,N} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \Phi^T = \mathbf{\Gamma} \tilde{\mathbf{T}} \quad (3.21)$$

このように  $\mathbf{G}$  が求まれば, それを特異値分解することによって拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma}$  が推定できる<sup>[17]</sup>。

ここで観測雑音の項である  $\mathbf{V}_N$  は (3.14) 式を用いて, (3.22) 式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \mathbf{V} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \Phi^T &= \frac{1}{N} \mathbf{V} \Pi_{\mathbf{U}_{1,N}}^\perp \\ &= \frac{1}{N} \mathbf{V} \{ \mathbf{I} - \mathbf{U}_{1,N}^T (\mathbf{U}_{1,N} \mathbf{U}_{1,N}^T)^{-1} \mathbf{U}_{1,N} \} \Phi^T \\ &= \frac{1}{N} \mathbf{V} \Phi^T - \frac{1}{N} \mathbf{V} \mathbf{U}_{1,N}^T (\mathbf{U}_{1,N} \mathbf{U}_{1,N}^T)^{-1} \mathbf{U}_{1,N} \Phi^T \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{V}(k) \phi(k) - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{V}(k) \mathbf{U}_r^T(k) \cdot \\ &\quad \cdot \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{U}_r(k) \mathbf{U}_r^T(k) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{U}_r(k) \phi^T(k) \end{aligned} \quad (3.22)$$

$N$  を十分大きくとると、和は期待値に収束するので、(3.22) 式は (3.23) 式のように書ける。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \mathbf{V} \mathbf{\Pi}^\perp \mathbf{U}_{1,N} \mathbf{\Phi}^T = \mathbf{E}[\mathbf{V} \mathbf{\phi}^T(k)] - \mathbf{E}[\mathbf{V} \mathbf{U}_r^T(k)] \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{E}[\mathbf{U}_r(k) \mathbf{\phi}^T(k)] \quad (3.23)$$

ここで、 $\mathbf{R}_u = \mathbf{E}[\mathbf{U}_r(k) \mathbf{U}_r^T(k)]$  は入力相関行列である。また、開ループ実験を仮定すると、 $\mathbf{U}_r(k)$  と  $\mathbf{V}(k)$  は独立なので、 $\mathbf{E}[\mathbf{V}(k) \mathbf{U}_r^T(k)] = 0$  が成り立つ。したがって、(3.23) 式の右辺第 2 項は 0 になる。さらに、(3.23) 式の右辺第 1 項である  $\mathbf{E}[\mathbf{V}(k) \mathbf{\phi}^T(k)]$  が 0 になれば (3.19) 式が導かれる。そのためには、 $\mathbf{V}(k)$  と  $\mathbf{\phi}^T(k)$  を無相関化する必要がある。(3.5) 式に従う  $V(k)$  は、時刻  $k$  より未来の白色雑音項から構成されているので、時刻  $k$  以前のデータから  $\mathbf{\phi}^T(k)$  を構成すれば、(3.23) 式は成り立つ。特に、PI-MOESP 法は補助変数  $\mathbf{\phi}^T(k)$  を (3.24) 式のように与えることで、無相関化を達成している。

$$\mathbf{\phi}(k) = \begin{bmatrix} u(k-r) \\ \vdots \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

PI-MOESP 法の手順は以下の通りである。

1. 図 2.1 より入出力データ  $u(k)$ ,  $y(k)$  を取得し、ブロックハンケル行列  $\mathbf{U}_{1,N}$ ,  $\mathbf{U}_{r+1,N}$ ,  $\mathbf{Y}_{r+1,N}$  を構成する。
2. 生成したブロックハンケル行列からなる行列を (3.25) 式のように LQ 分解する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{r+1,N} \\ \mathbf{U}_{1,N} \\ \mathbf{Y}_{r+1,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & 0 & 0 \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} & 0 \\ \mathbf{L}_{31} & \mathbf{L}_{32} & \mathbf{L}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \\ \mathbf{Q}_3^T \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

3.  $\mathbf{L}_{32}$  を (3.26) 式のように特異値分解し、特異値の大きさからシステムの次数を決定し、拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{U}_s$  を求める。

$$\mathbf{L}_{32} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{\Sigma}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s^T \\ \mathbf{V}_v^T \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

ただし、添え字の  $s$  はシステムの  $s$  であり、 $v$  はそれ以外を意味する。また、 $\mathbf{\Sigma}_s$ ,  $\mathbf{\Sigma}_v$  は特異値から構成される対角行列である。

4. 拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma}$  からシステムの行列  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{A}$  を同定する<sup>[11][21]</sup>。まずは、(3.27) 式から  $\mathbf{C}$  を同定する。

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}_s(1, :) \quad (3.27)$$

また、 $\mathbf{A}$  は (3.28) 式のようにして同定する。

$$\underline{\mathbf{\Gamma}}\mathbf{A} = \overline{\mathbf{\Gamma}} \quad (3.28)$$

ここで、 $\underline{\mathbf{\Gamma}}$  は  $\mathbf{\Gamma}$  の上から  $r-1$  行のブロックで構成される部分行列であり、 $\overline{\mathbf{\Gamma}}$  は  $\mathbf{\Gamma}$  の下から  $r-1$  行のブロックで構成される部分行列である。

5. システムの行列  $\mathbf{B}, \mathbf{D}$  を導出する。 (3.29) 式から  $\mathbf{B}, \mathbf{D}$  を導出する。

$$\mathbf{E} \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \mathbf{F} \quad (3.29)$$

ここで  $\mathbf{E}, \mathbf{F}$  はそれぞれ (3.30) 式, (3.31) 式に示す。

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_v(1,:)^\mathrm{T} & \cdots & \cdots & \mathbf{U}_v(r,:)^\mathrm{T} \\ \mathbf{U}_v(2,:)^\mathrm{T} & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ \mathbf{U}_v(r,:)^\mathrm{T} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \underline{\mathbf{\Gamma}} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}(:,1) \\ \boldsymbol{\Theta}(:,2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Theta}(:,r) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\boldsymbol{\Theta} = \mathbf{U}_v^\mathrm{T} \mathbf{L}_{31} \mathbf{L}_{11}^{-1} \quad (3.32)$$

ここで (3.29) 式, (3.30) 式, (3.31) 式, (3.32) 式の導出を行う。 (3.13) 式, (3.25) 式より, (3.33) 式を得る。ただし、 $\mathbf{V}$  の項は無視する。

$$\mathbf{Y}_{r+1,N} = \mathbf{L}_{31} \mathbf{Q}_1^\mathrm{T} + \mathbf{L}_{32} \mathbf{Q}_2^\mathrm{T} + \mathbf{L}_{33} \mathbf{Q}_3^\mathrm{T} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{X} + \mathbf{H} \mathbf{U}_{r+1,N} \quad (3.33)$$

PI-MOESP 法の手順 3 から,  $\mathbf{L}_{32} = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{V}_s^\mathrm{T}$  及び,  $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{U}_s$  が得られるので, これらと (3.25) 式, (3.33) 式より, (3.34) 式を得る。

$$\mathbf{L}_{31} \mathbf{Q}_1^\mathrm{T} + \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{V}_s^\mathrm{T} \mathbf{Q}_2^\mathrm{T} + \mathbf{L}_{33} \mathbf{Q}_3^\mathrm{T} = \mathbf{U}_s \mathbf{X} + \mathbf{H} \mathbf{L}_{11} \mathbf{Q}_1^\mathrm{T} \quad (3.34)$$

(3.34) 式の両辺の左側から  $\mathbf{U}_v^\mathrm{T}$  乗ずると, (3.35) 式を得る。

$$\mathbf{U}_v^\mathrm{T} \mathbf{L}_{31} \mathbf{Q}_1^\mathrm{T} + \mathbf{U}_v^\mathrm{T} \mathbf{L}_{33} \mathbf{Q}_3^\mathrm{T} = \mathbf{U}_v^\mathrm{T} \mathbf{H} \mathbf{L}_{11} \mathbf{Q}_1^\mathrm{T} \quad (3.35)$$

ここで、 $U_v^T U_s = 0$  を利用した。さらに (3.35) 式の両辺の右側から  $Q_1$  を乗じ、整理すると (3.36) 式を得る。

$$U_v^T H = U_v^T L_{31} L_{11}^{-1} \quad (3.36)$$

ここで、(3.37) 式の関係を利用した。

$$Q_i^T Q_j = \begin{cases} I, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (3.37)$$

ただし、 $i, j = 1, 2, 3$  である。(3.36) 式を  $B$  と  $D$  の連立 1 次方程式で表現するようにブロックを並び替えると、(3.29) 式、(3.30) 式、(3.31) 式、(3.32) 式が得られる。

### 3.1.2 TS4SID 法

TS4SID 法は部分空間同定法を二段階にして閉ループデータを扱えるようにしたもの総称である。また、TS4SID 法は二段階同定法に PI-MOESP 法を組み込むことによって導出され、PI-MOESP 法を用いることで 1 段階目の感度関数の同定する過程を省略している。

観測雑音の影響を除去した信号  $z(k)$

感度関数の同定を省略する過程を説明するために、まずは、状態空間ベースで感度関数  $S_0$  を同定し、観測雑音の影響を除去した信号  $z(k)$  を生成する過程について説明する。(2.6) 式より状態空間表現は (3.38) 式のように表現できる。

$$\begin{cases} x(k+1) = A_S x(k) + B_S r(k) \\ e(k) = C_S x(k) + D_S r(k) + e_1(k) \end{cases} \quad (3.38)$$

ただし、添え字の  $S$  は感度関数を意味し、 $e_1(k) = -\frac{1}{1+PC_0} v(k)$  である。(3.38) 式から、(3.39) 式のような回帰式が得られる。

$$E_{r+1,N} = \Gamma_S L_S R_{1,N} + H_S R_{r+1,N} + \varepsilon \quad (3.39)$$

ここで  $L_S$  は拡大可制御行列、行列  $H_S$  は (3.40) 式に示し、 $\varepsilon$  は予測誤差行列である。

$$H_S = \begin{bmatrix} D_S & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ C_S B_S & D_S & 0 & \ddots & 0 \\ C_S A_S B_S & C_S B_S & D_S & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C_S A_S^{r-2} B_S & C_S A_S^{r-3} B_S & \cdots & C_S B_S & D_S \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

(3.39) 式から, (3.41) 式のように最小二乗法より  $\Gamma_S \mathbf{L}_S$ ,  $\mathbf{H}_S$  が求められる。

$$J_S = \frac{1}{N} \left\| \mathbf{E}_{r+1,N} - \begin{bmatrix} \Gamma_S \mathbf{L}_S & \mathbf{H}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1,N} \\ \mathbf{R}_{r+1,N} \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad (3.41)$$

(3.41) 式を最小化する  $\Gamma_S \mathbf{L}_S$ ,  $\mathbf{H}_S$  は (3.42) 式, (3.43) 式となる<sup>[18]</sup>。

$$\Gamma_S \mathbf{L}_S = \mathbf{E}_{r+1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^\top \left( \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^\top \right)^{-1} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_S = \mathbf{E}_{r+1,N} & \left[ \mathbf{I} - \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^\top \left( \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \right. \right. \\ & \left. \left. \cdot \mathbf{R}_{1,N}^\top \right)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \right] \mathbf{R}_{r+1,N}^\top (\mathbf{R}_{r+1,N} \mathbf{R}_{r+1,N}^\top)^{-1} \end{aligned} \quad (3.43)$$

状態空間ベースの二段階同定法では, 感度関数  $S_0$  を同定するので, (3.42) 式を特異値分解し, 特異値の大きさからシステムの次数を決定し, 拡大可観測行列  $\Gamma_S$  を求め,  $\mathbf{A}_S$ ,  $\mathbf{B}_S$ ,  $\mathbf{C}_S$ ,  $\mathbf{D}_S$  を推定する。推定した  $\mathbf{A}_S$ ,  $\mathbf{B}_S$ ,  $\mathbf{C}_S$ ,  $\mathbf{D}_S$  を用いて感度関数  $\hat{S}$  は以下のように構築できる。

$$\hat{S} : \begin{cases} x_S(k+1) = \mathbf{A}_S x_S(k) + \mathbf{B}_S r(k) \\ \hat{e}(k) = \mathbf{C}_S x_S(k) + \mathbf{D}_S r(k) \end{cases} \quad (3.44)$$

同定した感度関数  $\hat{S}$  を用いて, 観測雑音の影響を除去した信号  $\hat{u}(k)$  を (3.45) 式のようにして生成する。

$$\hat{u}(k) = \hat{S} C_0 r(k) \quad (3.45)$$

#### 感度関数を同定する過程の省略

(3.45) 式で生成した  $\hat{u}(k)$  を用いて, 出力  $y(k)$  は (3.46) 式のように書ける。

$$y(k) = P \hat{u}(k) + S_0 v(k) \quad (3.46)$$

(3.46) 式より状態空間表現は (3.47) 式と書ける。

$$\begin{cases} x(k+1) = \mathbf{A}x(k) + \mathbf{B}\hat{u}(k) \\ y(k) = \mathbf{C}x(k) + \mathbf{D}\hat{u}(k) + e_2(k) \end{cases} \quad (3.47)$$

ただし,  $e_2 = \frac{1}{1+PC_0} v(k)$  である。状態空間ベースの二段階同定法では,  $\hat{u}(k)$  を用いてブロックハンケル行列  $\hat{\mathbf{U}}_{1,N}$ ,  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  を生成し, PI-MOESP 法を用いて, 制御対象を同定する。

ここで (3.44) 式から, (3.48) 式のような回帰式が得られる。

$$\hat{\mathbf{E}}_{r+1,N} = \mathbf{\Gamma}_S \mathbf{L}_S \mathbf{R}_{1,N} + \mathbf{H}_S \mathbf{R}_{r+1,N} + \mathbf{\Gamma}_S \mathbf{A}_S \mathbf{X}_S \quad (3.48)$$

ただし  $\mathbf{X}_S = [x_S(1) \cdots x_S(N)]$  であり,  $\hat{\mathbf{E}}_{r+1,N}$  は観測雑音の影響を除去した誤差信号  $\hat{e}(k)$  で構成されるブロックハンケル行列である。ここで文献 [6] より, 閉ループの特性により, (3.48) 式の第三項目は十分大きい  $r$  を取ることによって無視できることが知られている。よって  $\hat{\mathbf{E}}_{r+1}$  は (3.42) 式と (3.43) 式を用いて, (3.49) 式のように近似できる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}_{r+1,N} &\approx \mathbf{\Gamma}_S \mathbf{L}_S \mathbf{R}_{1,N} + \mathbf{H}_S \mathbf{R}_{r+1,N} \\ &= \mathbf{E}_{r+1,N} \left[ \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}} + \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{r+1,N}^\top \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \left( \mathbf{R}_{1,N} \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{r+1,N}^\top \right)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \right] \end{aligned} \quad (3.49)$$

(3.49) 式からわかるように, 閉ループ実験で得られた  $r(k)$ ,  $e(k)$  により構成されるブロックハンケル行列  $\mathbf{E}_{r+1,N}$ ,  $\mathbf{R}_{1,N}$ ,  $\mathbf{R}_{r+1}$  を用いて, 観測雑音の影響を除去した誤差信号  $\hat{e}(k)$  で構成されるブロックハンケル行列  $\hat{\mathbf{E}}_{r+1,N}$  を生成できる。 $\hat{\mathbf{E}}_{r+1,N}$  から観測雑音の影響を除去した誤差信号  $\hat{e}(k)$  を各行ごとに取り出し,  $\hat{u}(k) = C_0 \hat{e}(k)$  のように観測雑音の影響を除去した信号  $\hat{u}(k)$  を生成することで,  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  を生成できる。つまり, (3.49) 式の近似式を用いることで, 感度関数  $S_0$  を同定せずに観測雑音の影響を除去した行列  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  を生成することができる。

しかし (3.49) 式で生成した  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  は近似を用いているため, 完全なブロックハンケル行列になっていないことに注意する。最後に  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  から,  $\hat{\mathbf{U}}_{1,N-r}$ ,  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N-r}$  を構成し, PI-MOESP 法を用いて制御対象を同定することができる。

### TS4SID 法の手順

1. 閉ループ実験より  $r(k)$ ,  $e(k)$ ,  $y(k)$  を取得し, それぞれブロックハンケル行列  $\mathbf{R}_{1,N}$ ,  $\mathbf{R}_{r+1,N}$ ,  $\mathbf{E}_{r+1,N}$ ,  $\mathbf{Y}_{2r+1,N-r}$  を構成する。
2.  $\mathbf{E}_{r+1,N}$  を (3.49) 式のように計算する。
3.  $\mathbf{E}_{r+1,N}$  の各行ごとに取り出し,  $\hat{u}(k) = C_0 \hat{e}(k)$  を生成し,  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  を生成する。
4.  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  から,  $\hat{\mathbf{U}}_{1,N-r}$ ,  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N-r}$  を構成する。

5. PI-MOESP 法の手順により, (3.50) 式のように LQ 分解する。

$$\begin{bmatrix} \hat{U}_{r+1, N-r} \\ \hat{U}_{1, N-r} \\ Y_{2r+1, N-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$L_{32}$  を特異値分解をすることで, 拡大可観測行列  $\Gamma$  を求めることができるので, 制御対象のシステム行列  $A, B, C, D$  を推定できる。

### 3.1.3 TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法

前節で述べた TS4SID 法と二段階制御器設計法を組み合わせることにより, TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を提案することができる。

相補感度関数を同定する過程の省略

図 2.2 より, 相補感度関数  $T_0$  は (3.51) 式から開ループ実験のように推定できる。

$$y(k) = Tr(k) + e_3 \quad (3.51)$$

ただし,  $e_3(k) = \frac{1}{1+PC_0}v(k)$  である。(3.51) 式の状態空間表現は (3.52) 式のように書ける。

$$\begin{cases} x(k+1) = A_T x(k) + B_T r(k) \\ y(k) = C_T x(k) + D_T r(k) + e_3(k) \end{cases} \quad (3.52)$$

ここで添え字の  $T$  は相補感度関数を意味する。(3.52) 式から, (3.53) 式のような回帰式が得られる。

$$Y_{r+1, N} = \Gamma_T L_T R_{1, N} + H_T R_{r+1, N} + \epsilon \quad (3.53)$$

ただし,  $\Gamma_T$  は拡大可観測行列,  $L_T$  は拡大可制御行列, 行列  $H_T$  は (3.54) 式に示し,  $\epsilon$  は予測誤差行列である。

$$H_T = \begin{bmatrix} D_T & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ C_T B_T & D_T & 0 & \ddots & 0 \\ C_T A_T B_T & C_T B_T & D_T & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C_T A_T^{r-2} B_T & C_T A_T^{r-3} B_T & \cdots & C_T B_T & D_T \end{bmatrix} \quad (3.54)$$



(3.53) 式を用いて, (3.55) 式のように最小二乗法より  $\Gamma_S \mathbf{L}_T$ ,  $\mathbf{H}_T$  が求められる。

$$J_T = \frac{1}{N} \left\| \mathbf{Y}_{r+1,N} - \begin{bmatrix} \Gamma_T \mathbf{L}_T & \mathbf{H}_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1,N} \\ \mathbf{R}_{r+1,N} \end{bmatrix} \right\|_2^2 \quad (3.55)$$

(3.55) 式を最小化する  $\Gamma_T \mathbf{L}_T$ ,  $\mathbf{H}_T$  は (3.56) 式, (3.57) 式となる。

$$\Gamma_T \mathbf{L}_T = \mathbf{Y}_{r+1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T \left( \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T \right)^{-1} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_T = \mathbf{Y}_{r+1,N} & \left[ \mathbf{I} - \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T \left( \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \right. \right. \\ & \left. \left. \cdot \mathbf{R}_{1,N}^T \right)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \right] \mathbf{R}_{r+1,N}^T (\mathbf{R}_{r+1,N} \mathbf{R}_{r+1,N}^T)^{-1} \end{aligned} \quad (3.57)$$

(3.56), (3.57) 式を利用し, TS4SID 法と同様にして, 観測雑音の影響を除去した信号  $\hat{y}(k)$  で構成されるブロックハンケル行列  $\mathbf{Y}_{r+1,N}$  を (3.58) 式のように計算する。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}}_{r+1,N} & \approx \Gamma_T \mathbf{L}_T \mathbf{R}_{1,N} + \mathbf{H}_T \mathbf{R}_{r+1} \\ & = \mathbf{Y}_{r+1,N} \left[ \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}} + \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T \cdot \right. \\ & \quad \left. \cdot \left( \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T \right)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \right] \end{aligned} \quad (3.58)$$

よって二段階制御器設計法における相補感度関数  $T_0$  を同定する過程を, 近似式を用いることで, 省略できることがわかる。

次に, (3.58) 式で生成した  $\mathbf{Y}_{r+1,N}$  から観測雑音の影響を除去した信号  $\hat{y}(k)$  を各行ごとに取り出し, VRFT のアイデアを用いて制御器の入力にあたる, 観測雑音の影響を除去した仮想誤差信号  $\tilde{e}(k) = (M^{-1} - 1)\hat{y}(k)$  で構成されるブロックハンケル行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成する。このようにして生成した  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  から, ブロックハンケル行列  $\mathbf{Z}_{1,N-r}$ ,  $\mathbf{Z}_{r+1,N-r}$  を構成する。最後に TS4SID 法の手順 (3) と同様にして, 制御器を同定する。

#### TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法の手順

1. 閉ループ実験より  $r(k)$ ,  $y(k)$ ,  $u(k)$  を取得し, それぞれブロックハンケル行列  $\mathbf{R}_{1,N}$ ,  $\mathbf{R}_{r+1,N}$ ,  $\mathbf{Y}_{r+1,N}$ ,  $\mathbf{U}_{2r+1,N-r}$  を構成する。
2.  $\hat{\mathbf{Y}}_{r+1,N}$  を (3.58) 式のように計算する。

3.  $\mathbf{Y}_{r+1,N}$  から観測雑音の影響を除去した信号  $\hat{y}(k)$  を取り出し, VRFT のアイデアを用いて仮想誤差信号  $\tilde{e}(k)$  を生成し, ブロックハンケル行列  $\mathbf{Z}_{1,N-r}$ ,  $\mathbf{Z}_{r+1,N-r}$  を構成する。
4. ここからは TS4SID 法の手順と同様にして,  $\mathbf{Z}_{r+1,N-r}$ ,  $\mathbf{Z}_{1,N-r}$ ,  $\mathbf{U}_{2r+1,N-r}$  で構成される行列を (3.59) 式のように LQ 分解する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{r+1,N-r} \\ \mathbf{Z}_{1,N-r} \\ \mathbf{U}_{2r+1,N-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & 0 & 0 \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} & 0 \\ \mathbf{L}_{31} & \mathbf{L}_{32} & \mathbf{L}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \\ \mathbf{Q}_3^T \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

5.  $\mathbf{L}_{32}$  を特異値分解し, 特異値の大きさからシステムの次数を決定し, 拡大可観測行列  $\mathbf{\Gamma}$  を求める。
6. PI-MOESP 法と同様にして, 制御器のシステム行列  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  を同定する。

## 3.2 シミュレーション

本節では, 提案手法の有効性を確認するために, シミュレーションを行った。シミュレーションでは, Case i) 状態空間ベースの二段階制御器設計法, Case ii) 開ループデータを用いて, PI-MOESP 法で制御器設計を行った場合について, 提案手法と比較することで, 提案手法の有効性を検証することが目的である。

開ループデータを用いて制御器設計を行う場合, VRFT の考えを用いて, PI-MOESP 法で制御器を設計する。その際, 制御器の入力になる仮想誤差信号  $\tilde{e}(k) = (M^{-1} - 1)y(k)$  に観測雑音を重ねるため, 入力と観測雑音の無相関性が保てず, 良好な制御器を設計できない。そのため, Case ii) では, 1 段階目で開ループデータ  $u(k)$ ,  $y(k)$  を用いて制御対象  $P$  を同定し, 観測雑音が含まない出力  $\hat{y}(k) = \hat{P}u(k)$  を生成し, 観測雑音の影響を除去した仮想誤差信号  $z(k) = (M^{-1} - 1)\hat{y}(k)$  を用いて制御器を設計する。Case ii) はデータ駆動型制御器設計法的前提条件である, 制御対象  $P$  を同定しないことに反しているが, あくまでデータから設計可能な制御器の限界を示す指標として示す。

### 3.2.1 シミュレーション条件

制御対象  $P$  は (3.60) 式とし, 安定化制御器  $C_0$  は (3.61) 式とした。

$$P = \frac{z^2}{z^2 - 1.69z + 0.89} \quad (3.60)$$

表 3.1: 評価値  $J_{OE}$ 

手法	Case i)	Case ii)	提案手法
評価値	2.220	$1.427 \times 10^{-2}$	6.492

$$C_0 = \frac{0.051z - 0.05}{z - 1} \quad (3.61)$$

参照モデル  $M$  は (3.62) 式とし、サンプリングタイムは  $T_s = 10\text{ms}$  とした。

$$M = \frac{0.0952}{z - 0.9048}. \quad (3.62)$$

ブロックハンケル行列を構成する際の  $r$  の値は  $r = 50$  とする。参照入力  $r(k)$  に 12 段の M 系列信号を 2 周期印加し、制御対象  $P$  の出力に SN 比 16.48 の白色雑音を重畳した。また、理想制御器  $C^*$  の次数は 3 次であり、(3.63) 式に示す。

$$C^* = \frac{0.0952(z^2 - 1.69z + 0.89)}{z^2(z - 1)} \quad (3.63)$$

### 3.2.2 シミュレーション結果

図 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 にそれぞれ Case i) の 1 段階目の相補感度関数を同定する際の特異値プロット, Case i) の 2 段階目の制御器を同定する際の特異値プロット, Case ii) で制御器を設計する際の特異値プロット, 提案手法の特異値プロットを示す。図 3.1 より、相補感度関数の次数を 5 次、図 3.2 より、制御器の次数を 6 次、図 3.3 より、制御器の次数を 3 次、図 3.4 より、制御器の次数を 4 次と判断した。

Case i) の相補感度関数の同定結果を図 3.5 に示す。また、設計した制御器のゲイン線図を図 3.6、設計後の閉ループシステムのステップ応答を図 3.7 に示す。図 3.5 より、同定したい相補感度関数に対して、多少誤差が生じていることがわかる。Case i) は誤差のある同定結果を用いて、制御器を設計するので、応答が劣化してしまう可能性がある。また、(3.64) 式に示すような、望みの応答  $y_d(k)$  と設計後の出力  $y(k)$  との平均二乗誤差を評価値として、表 3.1 に示す。

$$J_{OE} = \|y_d(k) - y(k)\|_2^2 \quad (3.64)$$

Case i) と提案手法を比較すると、図 3.6, 3.7, 表 3.1 からわかるように、提案手法は近似式を用いて、観測雑音の影響を除去した行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成しているので、応答が劣化していることがわかる。

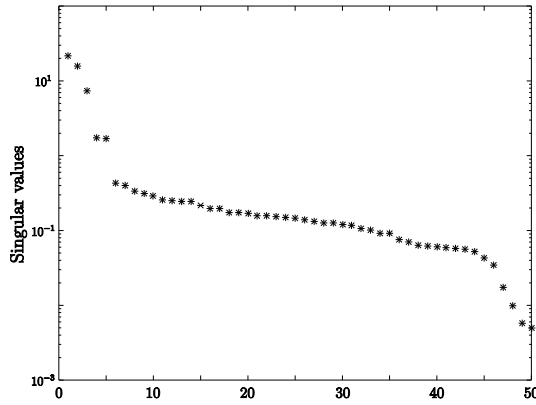


図 3.1: Case i) の 1 段階目の特異値プロット

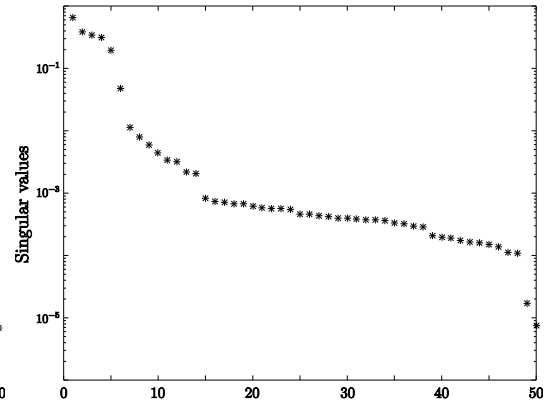


図 3.2: Case i) の 2 段階目の特異値プロット

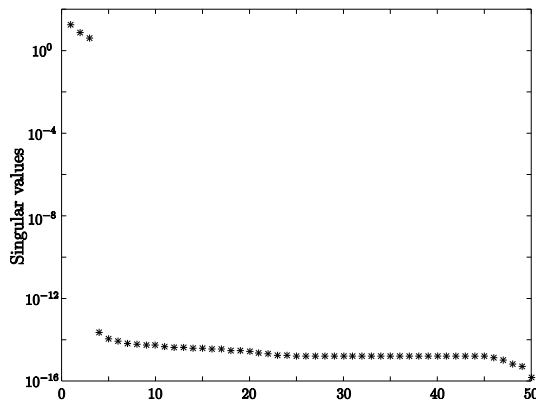


図 3.3: Case ii) の特異値プロット

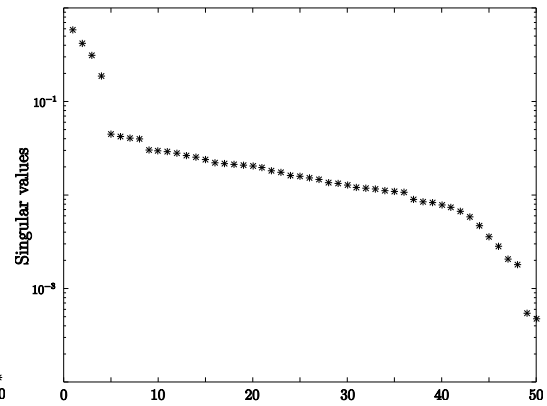


図 3.4: 提案手法の特異値プロット

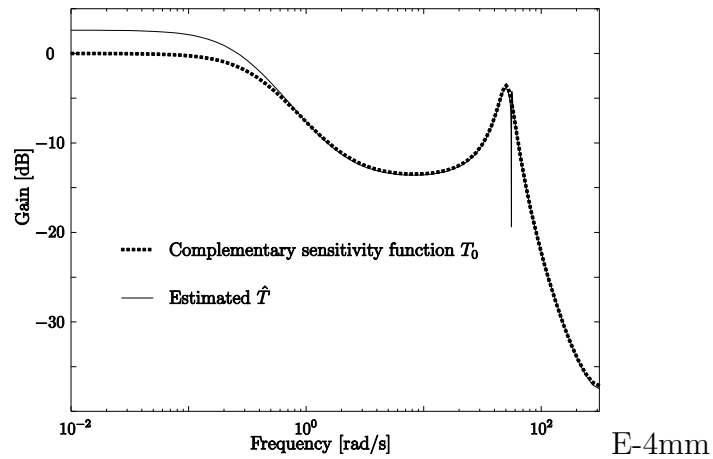


図 3.5: 推定した相補感度関数

一方, Case ii) はほとんど誤差なく理想制御器  $C^*$  を同定できており, 望みの応答とほとんど一致していることがわかる。Case ii) は開ループ実験でデータ取得を行って

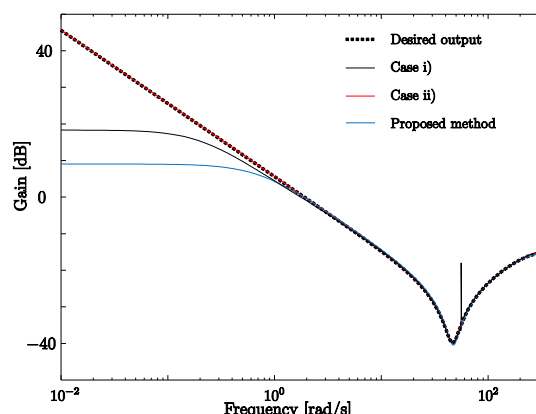


図 3.6: 制御器のゲイン線図

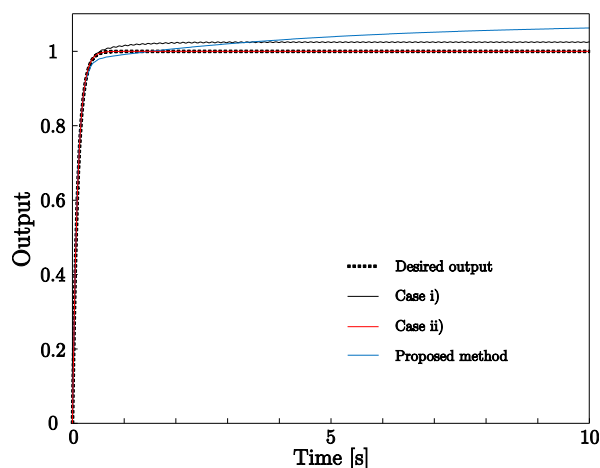


図 3.7: 設計後の閉ループシステムのステップ応答

るので、実際的ではないが、最も良い条件で制御器設計行った場合であり、Case ii) までの性能が得られることがわかる。

また、図 3.6 からわかるように Case i) と提案手法は低周波数領域で同定できていないことがわかる。この原因として、低周波数領域まで正確に同定するには、無限長のデータ列が必要であるが、実際には有限長のデータ列しか使用できないので、低周波数領域まで同定できない。または、閉ループ実験でデータ取得するので、安定化制御器が必要な情報をカットしてしまい、同定精度が劣化してしまうといった原因が考えられる。

以上の結果より、提案手法は相補感度関数を同定する過程を省略できたが、以下の 2 つの問題点がある。(a) 低周波数領域で同定ができていない、(b) 近似式を用いて、観

測雑音の影響を除去した行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成しているため，性能が劣化してしまう。

これらの問題点に対して，問題 (a) についての解決策は 4 章で述べ，問題 (b) についての解決策は 5 章で述べるとする。

## 第4章 既知情報を用いたTS4SID法に基づくデータ駆動型設計法

本論文では、モデル参照制御問題を扱っており、モデル参照制御問題において、参照モデル  $M$  は一般的に直流ゲインを 1 に設定する。理想制御器  $C^*$  は制御対象  $P$  と参照モデル  $M$  を用いて、(4.1) 式のように書ける。

$$C^* = \frac{M}{P(1 - M)} \quad (4.1)$$

例えば、参照モデル  $M = \frac{\alpha}{s + \alpha}$  と設定すると、(4.1) 式より、理想制御器  $C^*$  は (4.2) 式のようになる。

$$C^* = \frac{1}{P} \cdot \frac{\alpha}{s} \quad (4.2)$$

このように設計される制御器は必ず積分器を持つことがわかる。よって、本章では、必ず積分器が含むように制御器を設計できる TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法について述べる。

### 4.1 既知情報を用いた部分空間同定法

TS4SID 法に基づく積分器を持つ制御器のデータ駆動型設計は、文献 [8] で述べられている既知情報を用いた部分空間同定法のアイデアと、前章で述べた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法と組み合わせることにより提案できる。よって、まずは、既知情報を用いた部分空間同定法について述べる。既知情報を用いた部分空間同定法は、既知の極の情報を同定に反映させる部分空間同定法である。

#### 4.1.1 問題設定

本節では、1 入力 1 出力、 $n$  次の可制御可観測な制御対象  $P$  の同定問題を考える。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_P \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_P u(k) \\ y(k) = \mathbf{C}_P \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_P u(k) + v(k) \end{cases} \quad (4.3)$$

ここで  $v(k)$  は平均 0 分散  $\sigma^2$  の白色雑音であるとする。また、 $P$  の極のうち  $m(< n)$  個が既知とする。このとき (4.3) 式のシステムは (4.4) 式, (4.5) 式のように分割可能であり, 可制御性から  $\mathbf{A}_{11}$ ,  $\mathbf{B}_1$  は (4.6) 式となる正準形の構造を持つ既知の行列で表すことができる<sup>[8]</sup>。

$$\mathbf{A}_P = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{11} & 0 \\ \hline \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{array} \right], \mathbf{B}_P = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{array} \right] \quad (4.4)$$

$$\mathbf{C}_P = \left[ \mathbf{C}_1 \mid \mathbf{C}_2 \right], \mathbf{x}(k) = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{x}_1(k) \\ \mathbf{x}_2(k) \end{array} \right] \quad (4.5)$$

$$\mathbf{A}_{11} = \left[ \begin{array}{ccccc} a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ a_m & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right], \mathbf{B}_1 = \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{array} \right] \quad (4.6)$$

$\mathbf{A}_{11}$ ,  $\mathbf{B}_1$  が既知なので,  $\mathbf{x}_1(k)$  は (4.7) 式のように求められる。

$$\mathbf{x}_1(k) = (z\mathbf{I} - \mathbf{A}_{11})^{-1} \mathbf{B}_1 u(k) \quad (4.7)$$

また, 同定すべきパラメータは,  $\mathbf{A}_{21}$ ,  $\mathbf{A}_{22}$ ,  $\mathbf{C}_1$ ,  $\mathbf{C}_2$ ,  $\mathbf{B}_2$ ,  $\mathbf{D}_P$  となる。

#### 4.1.2 既知情報を用いた部分空間同定法

まず, (4.8), (4.9), (4.10) 式の行列を定義する。

$$\mathbf{\Gamma}_2 = \left[ \mathbf{C}_2^T \quad \cdots \quad (\mathbf{C}_2 \mathbf{A}_{22}^{T-1})^T \right]^T \quad (4.8)$$

$$\mathbf{X}_1 = \left[ \mathbf{x}_1(1) \quad \mathbf{x}_1(2) \quad \cdots \quad \mathbf{x}_1(N) \right] \quad (4.9)$$

$$\mathbf{X}_2 = \left[ \mathbf{x}_2(1) \quad \mathbf{x}_2(2) \quad \cdots \quad \mathbf{x}_2(N) \right] \quad (4.10)$$

これらの行列とブロックハンケル行列  $\mathbf{U}_{1,N}$ ,  $\mathbf{Y}_{1,N}$  を用いて, (4.3) 式より, 入出力関係式は (4.11) 式のように書ける。

$$\mathbf{Y}_{1,N} = \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{X}_2 + \left[ \mathbf{H}_1 \quad \mathbf{H}_2 \right] \left[ \begin{array}{c} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{U}_{1,N} \end{array} \right] + \mathbf{V} \quad (4.11)$$



ただし,  $\mathbf{H}_1$  は, (4.12) 式から (4.14) 式である。

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} \Sigma_1^T & \Sigma_2^T & \cdots & \Sigma_r^T \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\Sigma_1 = \mathbf{C}_1 \quad (4.13)$$

$$\Sigma_{i+1} = \Sigma_i \mathbf{A}_{11} + \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_{22}^{i-1} \mathbf{A}_{21} (i \geq 2) \quad (4.14)$$

また,  $\mathbf{H}_2$  は第一要素が (4.15) 式となる下三角ブロックテプリッツ行列で表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \Sigma_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{C}_2 \mathbf{B}_2 \\ \vdots \\ \Sigma_{r-1} \mathbf{B}_1 + \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_{22}^{r-1} \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

さらに  $\mathbf{H}_1$ ,  $\mathbf{H}_2$  には (4.16) 式, (4.17) 式のような関係がある。

$$\mathbf{H}_1(2:r, :) = \mathbf{H}_1(1:r-1, :) \mathbf{A}_{11} + \mathbf{\Gamma}_2(1:r-1, :) \mathbf{A}_{21} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{\Lambda} + \hat{\mathbf{H}}_2 \quad (4.17)$$

ここで  $\mathbf{\Lambda}$  は第一要素が (4.18) 式となる下三角ブロックテプリッツ行列であり,  $\hat{\mathbf{H}}_2$  は (4.19) 式である。

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{H}_1(1:(r-1), :) \mathbf{B}_1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}_2 \mathbf{B}_2 & \mathbf{D} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_{22}^{r-2} \mathbf{B}_2 & \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_{22}^{r-3} \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

既知情報を用いた部分空間同定法は, これらの関係式を用いることでシステム同定を行う。

### 1. LQ 分解

まずは,  $\mathbf{X}_1$ ,  $\mathbf{U}_{1,N}$ ,  $\mathbf{Y}_{1,N}$  で構成される行列を (4.20) 式のように LQ 分解する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{U}_{1,N} \\ \mathbf{Y}_{1,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & 0 & 0 \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} & 0 \\ \mathbf{L}_{31} & \mathbf{L}_{32} & \mathbf{L}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \\ \mathbf{Q}_3^T \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

この分解と, (4.11) 式より, (4.21) 式, (4.22) 式の関係が成り立つ。

$$\mathbf{Y}_{1,N} = \hat{\mathbf{R}}_3 \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{U}_{1,N} \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{33} \mathbf{Q}_3^T \quad (4.21)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{31} & \mathbf{L}_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & 0 \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.22)$$

ただし,  $\hat{\mathbf{R}}_3$  は (4.23) 式のような  $\mathbf{H}_1$ ,  $\mathbf{H}_2$  を構成する行列である。

$$\hat{\mathbf{R}}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

## 2. $\mathbf{C}_2$ , $\mathbf{A}_{22}$ の同定

(4.11) 式, (4.21) 式の関係から (4.24) 式が導ける。

$$\mathbf{L}_{33} \mathbf{Q}_3^T = \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{X}_2 + \mathbf{V} \quad (4.24)$$

よって, 従来法である MOESP 法と同様にして,  $\mathbf{L}_{33}$  を (4.25) 式のように特異値分解することによって,  $\mathbf{\Gamma}_2$  を導出できる。

$$\mathbf{L}_{33} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{\Sigma}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s^T \\ \mathbf{V}_v^T \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{\Gamma}_2 \quad (4.26)$$

3.1 節の手順 4 と同様にして, (4.27) 式から  $\mathbf{C}_{22}$  を同定する。

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}_s(1, :) \quad (4.27)$$

また,  $\mathbf{A}_{22}$  は (4.28) 式のようにして同定する。

$$\underline{\mathbf{\Gamma}}_2 \mathbf{A}_{22} = \bar{\mathbf{\Gamma}}_2 \quad (4.28)$$

3.  $\mathbf{C}_1$ ,  $\mathbf{A}_{21}$  の同定

(4.11) 式, (4.21) 式, (4.23) 式より, (4.29) 式となる。

$$\hat{\mathbf{R}}_3(:, 1:n-m) = \mathbf{H}_1 \quad (4.29)$$

よって  $\mathbf{H}_1$  が求まったので, (4.12) 式, (4.13) 式より, (4.30) 式のように  $\mathbf{C}_1$  同定できる。

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{H}_1(1,:) \quad (4.30)$$

また,  $\mathbf{H}_1$ ,  $\mathbf{\Gamma}_2$ ,  $\mathbf{A}_{11}$  が求まっているので, (4.31) 式のように  $\mathbf{A}_{21}$  を同定できる。

$$\mathbf{A}_{21} = \mathbf{U}_s(1:r-1,:)^\dagger \{ \mathbf{H}_1(2:r,:) - \mathbf{H}_1(1:r-1,:) \mathbf{A}_{11} \} \quad (4.31)$$

ただし,  $[\cdot]^\dagger$  は Moore Penrose の一般化逆行列を意味する。

 4.  $\mathbf{B}_2$ ,  $\mathbf{D}_P$  の同定

(4.17) 式から (4.32) 式が成り立つ。

$$\begin{aligned} (\mathbf{U}_s^\perp)^\top \hat{\mathbf{H}}_2 &= (\mathbf{U}_s^\perp)^\top (\mathbf{H}_2 - \mathbf{\Lambda}) \\ &= (\mathbf{U}_s^\perp)^\top \left( \hat{\mathbf{R}}_3(:, n-m+1:n-m+r) - \mathbf{\Lambda} \right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

ただし,  $\mathbf{\Lambda}$  は (4.18) 式, (4.29) 式から求めることができる。(4.32) 式の左辺を (4.33) 式のように  $\mathbf{\Theta}$  とおくと, 3.1 節と同様にして, (4.34) 式のように  $\mathbf{B}_2$ ,  $\mathbf{D}_P$  を求めることができる。

$$\mathbf{\Theta} = (\mathbf{U}_s^\perp)^\top \left( \hat{\mathbf{R}}_3(:, n-m+1:n-m+r) - \mathbf{\Lambda} \right) \quad (4.33)$$

$$\mathbf{E} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_P \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F} \quad (4.34)$$

ここで  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{F}$  はそれぞれ (4.35) 式, (4.36) 式に示す。

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_v(1,:)^\top & \cdots & \cdots & \mathbf{U}_v(r,:)^\top \\ \mathbf{U}_v(2,:)^\top & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ \mathbf{U}_v(r,:)^\top & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{\Gamma}_2 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Theta}(:, 1) \\ \mathbf{\Theta}(:, 2) \\ \vdots \\ \mathbf{\Theta}(:, r) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

このようにしてすべてのパラメータが同定可能であり、既知の極の情報を反映して制御対象を同定できる。しかし、この手法は、観測雑音を考慮しておらず、観測雑音が重畳すると、同定精度が劣化してしまう可能性がある点に注意する。

## 4.2 既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型設計法

前節で述べた、既知情報を用いた部分空間同定法と前章で述べた、TS4SID 法に基づく制御器設計法を組み合わせることにより、TS4SID 法に基づく積分器を持つ制御器のデータ駆動型設計を提案できる。TS4SID 法に基づく積分器を持つ制御器のデータ駆動型設計では、制御器の  $A_{21}$ ,  $A_{22}$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $B_2$ ,  $D$  を同定する。また、離散時間システムで積分器を持つ制御器を設計するので、 $A_{11} = 1$ ,  $B_1 = 1$  とする。

VRFT のアイデアより、制御器の入力は  $\tilde{e}(k)$ 、出力は  $u(k)$  となる。これらは状態空間表現で、(4.37) 式と書ける。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\tilde{e}(k) \\ u(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\tilde{e}(k) \end{cases} \quad (4.37)$$

ここで  $\tilde{e}(k) = (M^{-1} - 1)\hat{y}(k)$  は、観測雑音の影響は除去されていることに注意する。(4.37) 式より、制御器の入出力関係式は、ブロックハンケル行列  $\mathbf{E}_{r+1,N}$ ,  $\mathbf{U}_{r+1,N}$ , (4.8) 式, (4.9) 式, (4.10) 式, を用いて、(4.38) のように書ける。

$$\mathbf{U}_{r+1,N} = \Gamma_2 \mathbf{X}_2 + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{Z}_{r+1,N} \end{bmatrix} + \mathbf{V} \quad (4.38)$$

この入出力関係式、及び、(4.12) 式から (4.19) 式を用いて制御器を同定する。

### 1. 観測雑音の影響を除去した行列 $\mathbf{Z}_{1,N-r}$ , $\mathbf{Z}_{r+1,N-r}$ の生成

まず、 $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成するために、TS4SID 法に基づく制御器設計法と同様に、観測雑音の影響を除去した信号  $\hat{y}(k)$  で構成されるブロックハンケル行列  $\mathbf{Y}_{r+1,N}$  を (4.39) 式のように計算する。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}}_{r+1,N} &\approx \Gamma_T \mathbf{L}_T \mathbf{R}_{1,N} + \mathbf{H}_T \mathbf{R}_{r+1} \\ &= \mathbf{Y}_{r+1,N} [\Pi \mathbf{R}_{r+1,N} + \Pi^\perp \mathbf{R}_{r+1,N} \mathbf{R}_{1,N}^T \cdot \\ &\quad \cdot (\mathbf{R}_{1,N} \Pi^\perp \mathbf{R}_{r+1,N} \mathbf{R}_{1,N}^T)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \Pi^\perp \mathbf{R}_{r+1,N}] \end{aligned} \quad (4.39)$$

次に, (4.39) 式で生成した  $\mathbf{Y}_{r+1,N}$  から観測雑音の影響を除去した信号  $\hat{y}(k)$  を各行ごとに取り出し, VRFT のアイデアを用いて制御器の入力にあたる, 観測雑音の影響を除去した仮想誤差信号  $\tilde{e}(k) = (M^{-1} - 1)\hat{y}(k)$  で構成されるブロックハンケル行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成する。このようにして生成した  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  から, ブロックハンケル行列  $\mathbf{Z}_{1,N-r}$ ,  $\mathbf{Z}_{r+1,N-r}$  を構成する。

## 2. $\mathbf{X}_1$ の生成

$\mathbf{X}_1$  は  $\mathbf{A}_{11}$ ,  $\mathbf{B}_1$  が既知であるので, (4.40) 式のように生成できる。

$$\mathbf{X}_1 = (z\mathbf{I} - \mathbf{A}_{11})^{-1} \mathbf{B}_1 \mathbf{Z}_{r+1,N}(1, r+1 : N) \quad (4.40)$$

## 3. LQ 分解

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{Z}_{r+1,N-r} \\ \mathbf{Z}_{1,N-r} \\ \mathbf{U}_{2r+1,N-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} & 0 & 0 \\ \mathbf{L}_{31} & \mathbf{L}_{32} & \mathbf{L}_{33} & 0 \\ \mathbf{L}_{41} & \mathbf{L}_{42} & \mathbf{L}_{43} & \mathbf{L}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \\ \mathbf{Q}_3^T \\ \mathbf{Q}_4^T \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

LQ 分解することにより, (4.42) 式, (4.43) 式の関係が成り立つ。

$$\mathbf{U}_{2r+1,N-r} = \mathbf{L}_{41}\mathbf{Q}_1^T + \mathbf{L}_{42}\mathbf{Q}_2^T + \mathbf{L}_{43}\mathbf{Q}_3^T + \mathbf{L}_{44}\mathbf{Q}_4^T \quad (4.42)$$

$$\mathbf{U}_{2r+1,N-r} = \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{X}_2 + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & 0 \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T & \mathbf{Q}_2^T \end{bmatrix} + \mathbf{V} \quad (4.43)$$

よって (4.42) 式, (4.43) 式より,  $\mathbf{H}_1$ ,  $\mathbf{H}_2$  を構成する行列  $\hat{\mathbf{R}}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix}$  は (4.44) 式のように計算できる。

$$\hat{\mathbf{R}}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{41} & \mathbf{L}_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & 0 \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.44)$$

## 4. $\mathbf{C}_2$ , $\mathbf{A}_{22}$ の同定

(4.41) 式のように本手法は PI-MOESP 法ベースの手法であり, 補助変数行列  $\mathbf{Z}_{1,N-r}$  により, 観測雑音の影響を低減して  $\mathbf{\Gamma}_2$  を導出できる。PI-MOESP 法と同様にして,  $\mathbf{L}_{43}$  を特異値分解し,  $\mathbf{\Gamma}_2$  を求める。

$$\mathbf{L}_{43} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s & \mathbf{U}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{\Sigma}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s^T \\ \mathbf{V}_v^T \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$U_s = \Gamma_2 \quad (4.46)$$

次に既知情報を用いた部分空間同定法と同様にして, (4.28) 式のように  $A_{22}$  を同定する。

#### 5. $C_2, A_{21}$ の同定

既知情報を用いた部分空間同定法と同様にして, (4.30) 式から  $C_2$  を同定し, (4.31) 式から  $A_{21}$  を同定する。

#### 6. $B_2, D$ の同定

既知情報を用いた部分空間同定法と同様にして, (4.34) 式から  $B_2, D$  を同定する。

### 4.3 シミュレーション

本節では, 既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型設計法の有効性を確認するため, シミュレーションを行った。シミュレーションでは, Case i) 状態空間ベースの二段階制御器設計法, Case ii) TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法, Case iii) 既知情報を用いた状態空間ベースの二段階制御器設計法, Case iv) 開ループデータで, 既知情報を用いて PI-MOESP 法で制御器設計を行った場合について, 既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型設計法と比較を行うことで, 既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型設計法の有効性を検証することが目的である。

#### 4.3.1 シミュレーション条件

制御対象  $P$  は (4.47) 式とし, 安定化制御器  $C_0$  は (4.48) 式とした。

$$P = \frac{z^2}{z^2 - 1.69z + 0.89} \quad (4.47)$$

$$C_0 = \frac{0.051z - 0.05}{z - 1} \quad (4.48)$$

参照モデル  $M$  は (4.49) 式とし, サンプルングタイムは  $T_s = 10\text{ms}$  とした。

$$M = \frac{0.0952}{z - 0.9048}. \quad (4.49)$$

表 4.1: 評価値  $J_{OE}$ 

手法	Case i)	Case ii)	Case iii)	Case iv)	提案手法
評価値	7.679	12.48	$1.901 \times 10^{-2}$	$7.212 \times 10^{-3}$	0.1036

ブロックハンケル行列を構成する際の  $r$  の値は  $r = 50$  とする。参照入力  $r(k)$  に 12 段の M 系列信号を 2 周期印加し、制御対象  $P$  の出力に SN 比 14.78 の白色雑音を重畳した。また、理想制御器  $C^*$  の次数は 3 次であり、(4.50) 式に示す。

$$C^* = \frac{0.0952(z^2 - 1.69z + 0.89)}{z^2(z - 1)} \quad (4.50)$$

離散時間システムで、積分器を持つように制御器を設計するので、 $\mathbf{A}_{11} = 1$ 、 $\mathbf{B}_1 = 1$  とする。

Case iii) は 2 段階目の制御器を設計する際に、既知情報を用いた部分空間同定法のアイディアを適用することで、積分器を持つように制御器を設計した。

Case i), Case ii) では、既知情報を用いていないので、積分器を必ずしも持たない制御器を設計する。これらと Case iii), 既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を比較することで、積分器を持つように制御器を設計できているかの確認を行う。また、Case iii) と既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を比較することで、本手法の有効性を検証する。

### 4.3.2 シミュレーション結果

図 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 にそれぞれ Case i) の特異値プロット, Case ii) の 2 段階目の制御器を設計する際の特異値プロット, Case iii) の特異値プロット, Case iv) の 2 段階目制御器を設計する際の特異値プロット, 既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法の特異値プロットを示す。図 4.1 より、制御器の次数を 3 次, 図 4.2 より、制御器の次数を 4 次, 図 4.3 より、制御器の次数を 3 次, 図 4.4 より、制御器の次数を 2 次, 図 4.5 より、制御器の次数を 3 次と判断した。

また、設計した制御器のゲイン線図を図 4.6, 設計後の閉ループシステムのステップ応答を図 4.7 に示し、(4.51) 式に示すような、望みの応答  $y_d(k)$  と設計後の出力  $y(k)$  との平均二乗誤差を評価値として、表 4.1 に示す。

$$J_{OE} = \|y_d(k) - y(k)\|_2^2 \quad (4.51)$$

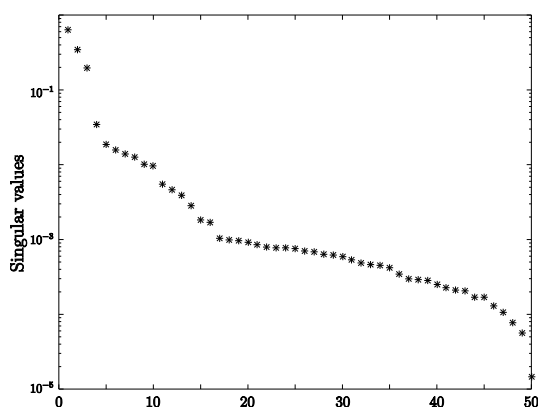


図 4.1: Case i) 2 段階目の特異値プロット

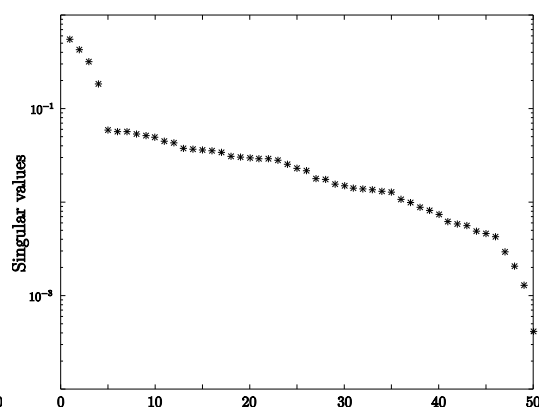


図 4.2: Case ii) の特異値プロット

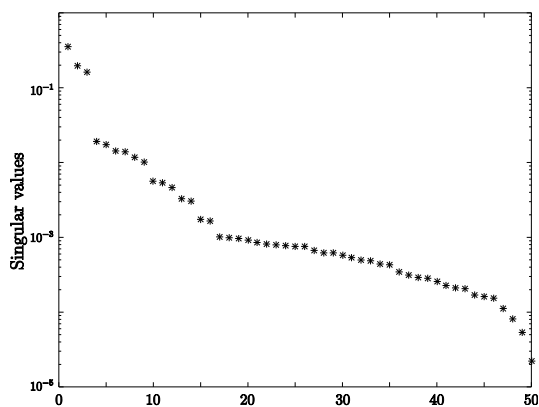


図 4.3: Case iii) 2 段階目の特異値プロット

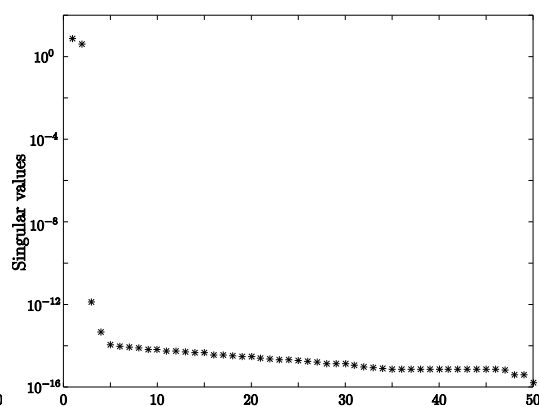


図 4.4: Case iv) の特異値プロット

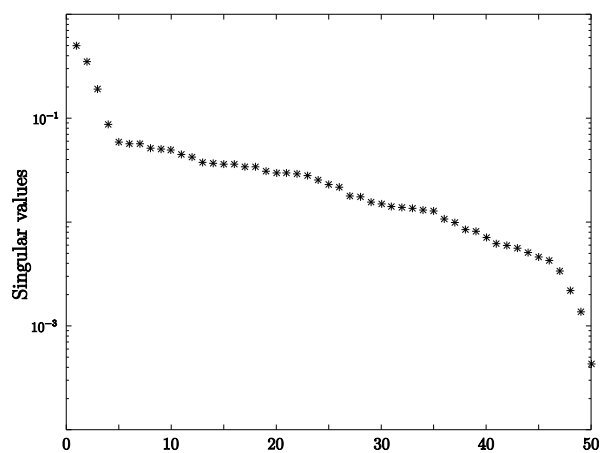


図 4.5: 提案手法の特異値プロット

Case i) , Case ii) と Case iii), 既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を比較すると, 図 5.7 から Case iv) と既知情報を用いた TS4SID 法に基づく



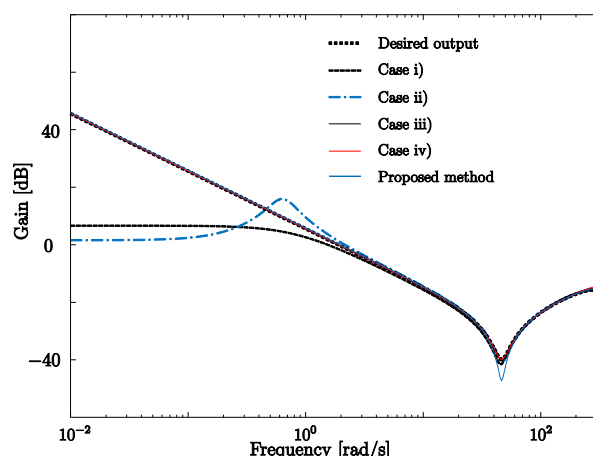


図 4.6: 制御器のゲイン線図

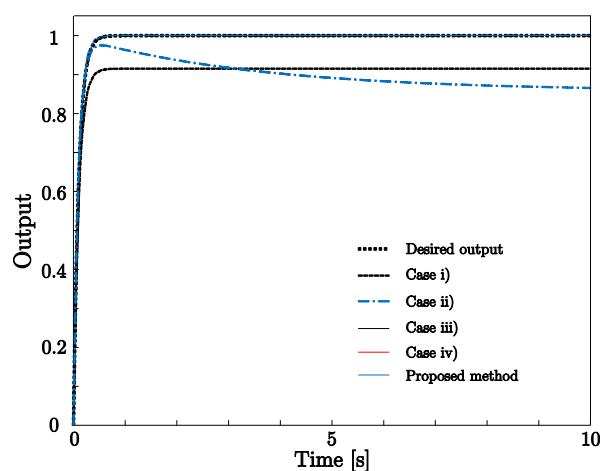


図 4.7: 設計後の閉ループシステムのステップ応答

データ駆動型制御器設計法は積分器を持つように制御器を設計できていることがわかる。また、図 4.7 から Case iii) と既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は定常誤差なく、よい性能を得られていることが確認できる。次に、図 4.7 の 0.1s から 0.5s を拡大した図を図 4.8 示す。Case iii) と既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を比較すると、図 4.8、表 4.1 からわかるように、既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は性能が劣化していることがわかる。これは、既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は、近似式を用いて、観測雑音の影響を除去した行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成していることが原因で性能が劣化していると考えられる。

既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は Case ii) に比べ

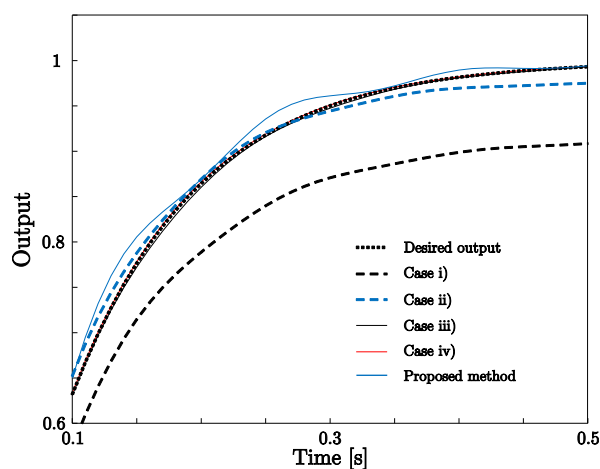


図 4.8: 図 4.7 の拡大図

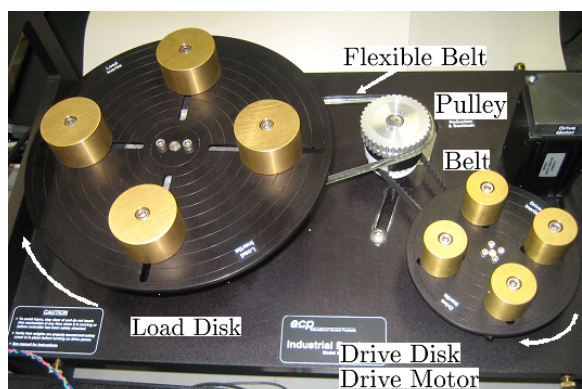


図 4.9: 二慣性共振系速度制御装置

て性能を大きく改善することができ、既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法の有効性が確認できる。

## 4.4 実機実験

本節では、図 4.9 に示す二慣性共振系速度制御装置に対する実験を通して、提案手法の有効性を検証する。本実験装置は、プーリと負荷ディスクの間がバネ特性を持つフレキシブルベルトにより連結されており、バネによる復元力が駆動ディスクに影響し、共振を持つシステムとなっている。さらに、駆動ディスクと負荷ディスクにつけられた錘の位置や錘の数により、共振周波数が変化するシステムである<sup>[19]</sup>。

#### 4.4.1 実験条件

初期安定化制御器  $C_0$  は (4.52) 式のように設定し，参照モデル  $M$  は (4.53) 式のように設定した。

$$C_0 = \frac{0.051z - 0.05}{z - 1} \quad (4.52)$$

$$M = \frac{0.0952}{z - 0.9048}. \quad (4.53)$$

サンプリングタイムは  $T_s = 10\text{ms}$  とし，ブロックハンケル行列を構成する際の  $r$  の値は  $r = 50$  とした。閉ループシステムの参照入力  $r(k)$  にデータ数  $N = 9100$  の白色雑音を印加し，閉ループ実験データ  $\{r(k), u(k), y(k)\}$  をそれぞれ 9100 個取得した。また，ブロックハンケル行列を構成する際の  $r$  の値は  $r = 50$  とし，離散時間システムで，積分器を持つように制御器を設計するので， $\mathbf{A}_{11} = 1$ ， $\mathbf{B}_1 = 1$  とする。

本実験では，Case i) 状態空間ベースの二段階制御器設計法，Case ii) TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法，Case iii) 既知情報を用いた状態空間ベースの二段階制御器設計法，Case iv) 開ループデータで，既知情報を用いて PI-MOESP 法で制御器設計を行った場合について，提案手法と比較を行うことで，提案手法の有効性を検証することを目的とする。

なお，Case iv) では開ループシステムの制御対象の入力  $u(k)$  に，データ数  $N = 9100$  の白色雑音を印加し，開ループ実験データ  $\{u(k), y(k)\}$  をそれぞれ 9100 個取得した。

#### 4.4.2 実験結果

図 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 にそれぞれ Case i) の特異値プロット，Case ii) の 2 段階目の制御器を設計する際の特異値プロット，Case iii) の特異値プロット，Case iv) の 2 段階目制御器を設計する際の特異値プロット，既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法の特異値プロットを示す。図 4.10 より，制御器の次数を 5 次，図 4.11 より，制御器の次数を 5 次，図 4.12 より，制御器の次数を 4 次，図 4.13 より，制御器の次数を 4 次，図 4.14 より，制御器の次数を 5 次と判断した。Case i)，Case ii) の設計後の制御器の伝達関数  $C_{\text{case i)}$ ， $C_{\text{case ii)}$  は，それぞれ (4.54) 式，(4.55) 式となった。

$$C_{\text{case i)}} = \frac{0.3150(z - 0.09089)(z^2 - 1.935z + 0.9368)(z^2 - 1.705z + 0.8854)}{(z + 0.9251)(z - 0.9487)(z - 1.011)(z^2 - 1.803z + 0.91)} \quad (4.54)$$

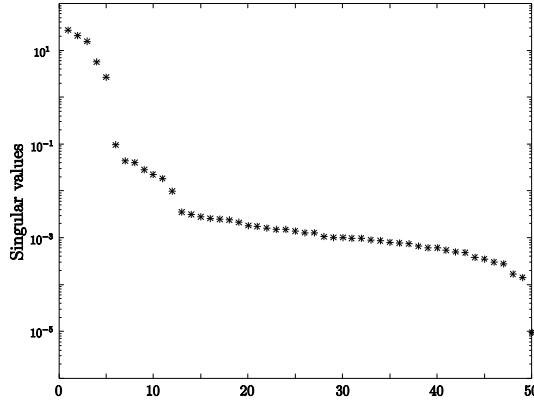


図 4.10: Case i) 2 段階目の特異値プロット

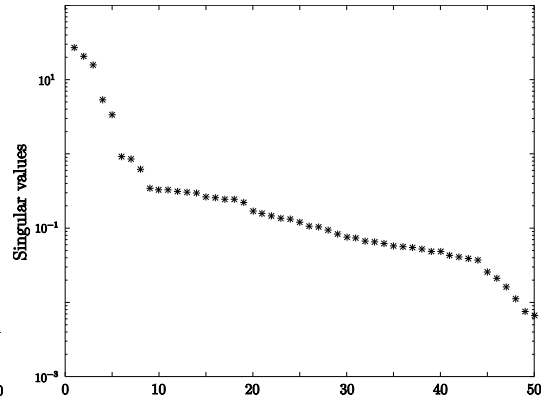


図 4.11: Case ii) の特異値プロット

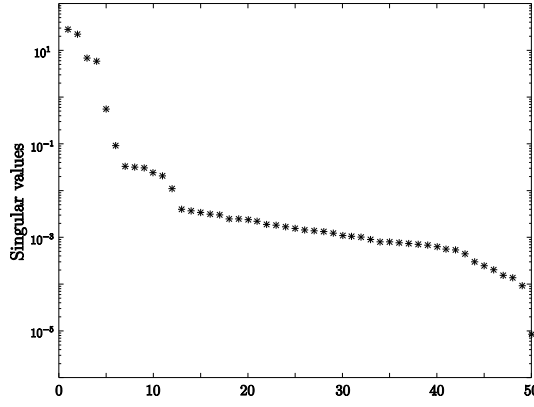


図 4.12: Case iii) 2 段階目の特異値プロット

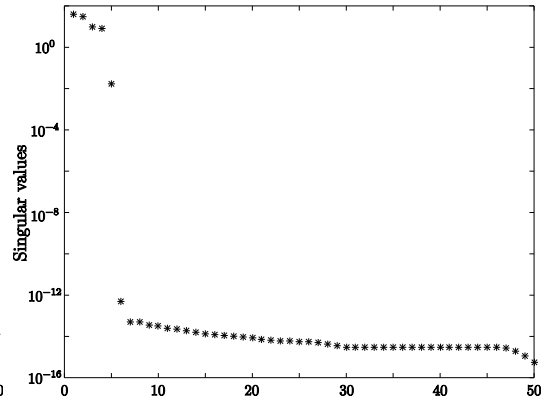


図 4.13: Case iv) の特異値プロット

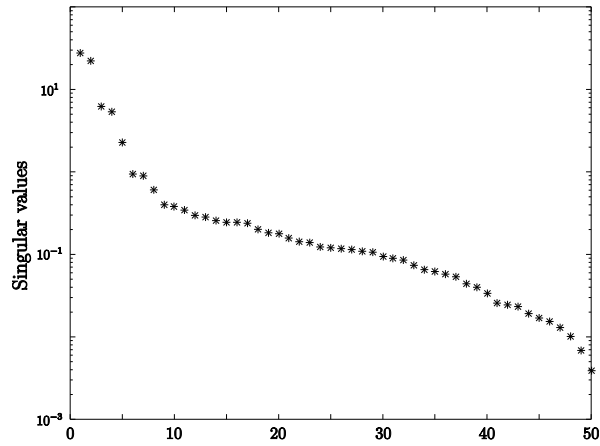


図 4.14: 提案手法の特異値プロット

$$C_{case\ ii)} = \frac{0.3045(z - 0.07572)(z^2 - 1.932z + 0.9344)(z^2 - 1.71z + 0.8909)}{(z + 0.9308)(z - 0.9402)(z - 1.012)(z^2 - 1.803z + 0.9107)} \quad (4.55)$$

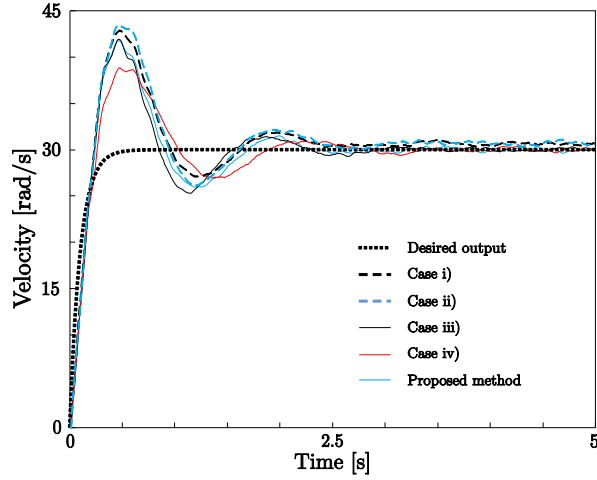


図 4.15: 応答波形

 表 4.2: 評価値  $J_{OE}$ 

手法	Case i)	Case ii)	Case iii)	Case iv)	提案手法
評価値	82.36	88.98	74.57	62.89	74.96

また, Case iii), Case iv), 提案手法の設計後の制御器の伝達関数  $C_{case\ iii)}$ ,  $C_{case\ iv)}$ ,  $C_p$  は, それぞれ (4.56) 式, (4.57) 式, (4.58) 式となった。

$$C_{case\ iii)} = \frac{0.3122(z - 0.09732)(z^2 - 1.946z + 0.9484)(z^2 - 1.705z + 0.883)}{(z + 0.9226)(z - 0.9758)(z - 1)(z^2 - 1.804z + 0.9108)} \quad (4.56)$$

$$C_{case\ iv)} = \frac{0.3149(z - 0.086)(z^2 - 1.958z + 0.9598)(z^2 - 1.725z + 0.8881)}{(z + 0.9035)(z - 0.9771)(z - 1)(z^2 - 1.814z + 0.9127)} \quad (4.57)$$

$$C_p = \frac{0.3019(z - 0.9824)(z - 0.08291)(z^2 - 1.935z + 0.9369)(z^2 - 1.709z + 0.8893)}{(z + 0.9282)(z - 0.9428)(z - 0.9998)(z - 1)(z^2 - 1.804z + 0.9108)} \quad (4.58)$$

設計後の閉ループシステムに対して, 0 秒から 5 秒まで 30rad/s で回転させた応答波形を図 4.15 に示し, (4.59) 式に示すような, 望みの応答  $y_d(k)$  と設計後の閉ループシステムの出力  $y(k)$  との平均二乗誤差を評価値として, 表 4.2 に示す。

$$J_{OE} = \|y_d(k) - y(k)\|_2^2 \quad (4.59)$$

(4.54) 式, (4.55) 式より, 既知情報を用いず, 3 章で述べた手法では, 積分器を持つ制御器が設計できていないことがわかる。また, 図 4.15, 表 4.2 から, Case i), Case ii)

の制御器は積分器を持っていないので、定常誤差が残ってしまい、評価値も大きい値をとっていることがわかる。

それに対して、既知情報を用いた Case iii), Case iv), 提案手法は (4.56) 式, (4.57) 式, (4.58) 式から積分器を持つ制御器を設計できていることがわかる。また, 図 4.15, 表 4.2 から, 定常偏差が少なく, 評価値も小さい値をとっていることが確認できる。

Case iii) と提案手法を比較すると, 図 4.15, 表 4.2 からわかるように, Case iii) より提案手法の方が, 性能が劣化していることがわかる。これは, 提案手法は近似式を用いて, 観測雑音の影響を除去した行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成していることが原因で性能が劣化していると考えられる。

しかし, Case iii) には劣るが, 提案手法は相補感度関数を同定することなく, 閉ループ実験データを用いて, 開ループ実験データを用いて設計した場合に近い性能を得れていることが確認できる。よって, 実機実験を通じて提案手法の有効性を確認できた。

# 第5章 Closed-Loop Multivariable Output-Error State Space (CL-MOESP) 法に基づくデータ駆動型制御器設計法

TS4SID 法に基づく制御器設計法は、観測雑音の影響を除去した仮想誤差信号  $\tilde{e}(k)$  で構成されるブロックハンケル行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成する際、近似を用いて生成しているため、その近似の影響により、性能が劣化してしまう可能性があった。そこで本章では、近似を用いずに、閉ループデータを用いて制御器を設計することを考える。

## 5.1 CL-MOESP 法

CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は、文献 [10] で述べられている Closed-Loop Multivariable Output-Error State Space 法 (以下 CL-MOESP 法と略する) のアイデアを二段階制御器設計法と組み合わせることにより提案できる。よって、本節では CL-MOESP 法について述べる。

### 5.1.1 TS4SID 法の $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$ と $\mathbf{L}_{32}\mathbf{Q}_2^T$

#### 1. 観測雑音の影響を除去した行列 $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$

3 章で述べた、TS4SID 法は観測雑音の影響を除去した行列  $\hat{\mathbf{E}}_{r+1,N}$  を (5.1) 式のように生成していた。

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{U}}_{r+1,N} &\approx \mathbf{C}_0(\mathbf{\Gamma}_S \mathbf{L}_S \mathbf{R}_{1,N} + \mathbf{H}_S \mathbf{R}_{r+1,N}) \\
 &= \mathbf{C}_0 \mathbf{E}_{r+1,N} [\mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}} + \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T (\mathbf{R}_{1,N} \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp] \\
 &= \mathbf{U}_{r+1,N} [\mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}} + \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T (\mathbf{R}_{1,N} \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp \mathbf{R}_{1,N}^T)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \mathbf{\Pi}_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^\perp] \\
 &= \mathbf{U}_{r+1,N} / \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{r+1,N} \\ \mathbf{R}_{1,N} \end{bmatrix} \tag{5.1}
 \end{aligned}$$

ここで文献 [10] より,  $\hat{U}_{r+1,N}$  は  $U_{r+1,N}$  の  $\begin{bmatrix} R_{r+1,N} \\ R_{1,N} \end{bmatrix}$  直交射影と捉えることができる。TS4SID 法では, このあと  $\hat{U}_{1,N-r}$  と  $\hat{U}_{r+1,N-r}$  を生成し, これらを用いて LQ 分解している。このとき,  $\hat{U}_{1,N-r}$ ,  $\hat{U}_{r+1,N-r}$  は近似式により生成された  $\hat{U}_{r+1,N}$  より生成しているため, 完全なブロックハンケル行列になっていないことに注意する。よって制御対象の  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  の関係性が崩れるため, 同定精度が劣化してしまう可能性がある。

## 2. 拡大可観測行列 $\Gamma$ を求めるための $L_{32}Q_2^T$

TS4SID 法では,  $L_{32}Q_2^T$  を特異値分解して, 拡大可観測行列  $\Gamma$  を求めている。 $L_{32}Q_2^T$  は (3.50) 式より (5.2) 式のように表現できる。

$$\begin{aligned} L_{32}Q_2^T &= Y_{r+1,N-r} \Pi_{\hat{U}_{r+1,N-r}}^\perp \hat{U}_{1,N-r}^T \cdot \\ &\quad \cdot \left( \hat{U}_{1,N-r} \Pi_{\hat{U}_{r+1,N-r}}^\perp \hat{U}_{1,N-r}^T \right)^{-1} \hat{U}_{1,N-r} \Pi_{\hat{U}_{r+1,N-r}}^\perp \\ &= Y_{r+1,N-r} / \left( \hat{U}_{1,N-r} \Pi_{\hat{U}_{r+1,N-r}}^\perp \right) \end{aligned} \quad (5.2)$$

1, 2 に注目し, CL-MOESP 法は  $\hat{U}_{1,N-r}$ ,  $\hat{U}_{r+1,N-r}$  を使う代わりに, (5.3) 式, (5.4) 式を利用して, (5.1) 式に示す  $Y_{r+1,N}$  の  $\hat{U}_{1,N-r} \Pi_{\hat{U}_{r+1,N-r}}^\perp$  の行空間への直交射影を考えることにより, CL-MOESP 法が導出できる。

$$\hat{U}_{1,N} = U_{1,N} / \begin{bmatrix} R_{r+1,N} \\ R_{1,N} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\hat{U}_{r+1,N} = U_{r+1,N} / \begin{bmatrix} R_{r+1,N} \\ R_{1,N} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

### 5.1.2 CL-MOESP 法のアルゴリズム

#### 1. LQ 分解する。

$$\begin{bmatrix} R_{1,N} \\ R_{r+1,N} \\ U_{1,N} \\ U_{r+1,N} \\ Y_{r+1,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & 0 \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \\ Q_5^T \end{bmatrix} \quad (5.5)$$



(5.5) 式は TS4SID 法と違って、完全なブロックハンケル行列を用いて LQ 分解しているの、 $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  の関係性が保たれることに注意する。

2. (5.6) 式を計算する。

$$\gamma^{\frac{1}{2}} = (L_{51}P_1^T + L_{52}P_2^T) (P_1P_1^T + P_2P_2^T)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.6)$$

ただし、 $P_j (j = 1, 2)$  は (5.7) 式である。

$$P_j = L_{3j} - (L_{31}L_{41}^T + L_{32}L_{42}^T) (L_{41}L_{41}^T + L_{42}L_{42}^T)^{-1} L_{4j} \quad (5.7)$$

$\gamma^{\frac{1}{2}}$  は TS4SID 法における  $L_{32}$  に相当し、LQ 分解後の  $L$  のみで表現される。この証明は、次節で述べる。

3.  $\gamma^{\frac{1}{2}}$  の特異値分解より (5.8) 式を得る。

$$\gamma^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} U_s & U_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_s & 0 \\ 0 & \Sigma_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s^T \\ V_v^T \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

4. PI-MOESP 法と似た手順により、 $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  を同定する。

$C$ ,  $A$  は PI-MOESP 法の手順 4 と同様にして、(3.27) 式, (3.28) 式から同定する。次に (5.9)  $B$ ,  $D$  を同定する。

$$E_{cl} \begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix} = F_{cl} \quad (5.9)$$

ここで  $E_{cl}$ ,  $F_{cl}$  はそれぞれ (5.10) 式, (5.11) 式に示す。

$$E_{cl} = \begin{bmatrix} U_v(1,:)^T & \cdots & \cdots & U_v(r,:)^T \\ U_v(2,:)^T & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ U_v(r,:)^T & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \underline{I} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$F_{cl} = \begin{bmatrix} \beta(:,1) \\ \beta(:,2) \\ \vdots \\ \beta(:,r) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \beta &= \begin{bmatrix} \beta(:,1) & \beta(:,2) & \cdots & \beta(:,r) \end{bmatrix} \\ &= U_v^T (L_{51}L_{41}^T + L_{52}L_{42}^T) (L_{41}L_{41}^T + L_{42}L_{42}^T)^{-1} \end{aligned} \quad (5.12)$$

### 5.1.3 $\gamma^{\frac{1}{2}}$ について

この節では、TS4SID 法における (5.2) 式が、 $\gamma^{\frac{1}{2}}$  に相当することを証明する<sup>[13][14]</sup>。まず、(5.13) 式を定義する。

$$\Xi = \mathbf{Y}_{r+1,N} / \left( \hat{\mathbf{U}}_{1,N} \Pi_{\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}}^{\perp} \right) = \mathbf{Y}_{r+1,N} / \left( \hat{\mathbf{U}}_{1,N} - \hat{\mathbf{U}}_{1,N} \Pi_{\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}} \right) \quad (5.13)$$

(5.13) 式は TS4SID 法における  $\mathbf{L}_{32} \mathbf{Q}_2^T$  に相当する。

(5.5) 式より、(5.14) 式、(5.15) 式、(5.16) 式、(5.17) 式が成り立つ。

$$\mathbf{Q}_i^T \mathbf{Q}_j = \begin{cases} \mathbf{I}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (5.14)$$

ただし、 $i, j = 1, \dots, 5$  である。

$$\mathbf{R}_{1,N} = \mathbf{L}_{11} \mathbf{Q}_1^T \quad (5.15)$$

$$\mathbf{R}_{r+1,N} = \mathbf{L}_{21} \mathbf{Q}_1^T + \mathbf{L}_{22} \mathbf{Q}_2^T \quad (5.16)$$

$$\mathbf{U}_{r+1,N} = \mathbf{L}_{41} \mathbf{Q}_1^T + \mathbf{L}_{42} \mathbf{Q}_2^T + \mathbf{L}_{43} \mathbf{Q}_3^T + \mathbf{L}_{44} \mathbf{Q}_4^T \quad (5.17)$$

まずは、(5.13) 式を計算するために、 $\mathbf{Z}_{r+1,N}$ 、 $\mathbf{Z}_{1,N}$  を導出することを考える。(5.16) 式より、(5.18) 式、(5.19) 式を計算する。

$$\begin{aligned} \left( \mathbf{R}_{r+1,N} \mathbf{R}_{r+1,N}^T \right)^{-1} &= \mathbf{L}_{22}^{-T} \mathbf{L}_{22}^{-1} - \mathbf{L}_{22}^{-T} \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21} \cdot \\ &\quad \cdot \left( \mathbf{I} + \mathbf{L}_{21}^T \mathbf{L}_{22}^{-T} \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21} \right)^{-1} \mathbf{L}_{21}^T \mathbf{L}_{22}^{-T} \mathbf{L}_{22}^{-1} \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}} &= \mathbf{R}_{r+1,N}^T \left( \mathbf{R}_{r+1,N} \mathbf{R}_{r+1,N}^T \right)^{-1} \mathbf{R}_{r+1,N} \\ &= \mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_1^T + \mathbf{Q}_2 \mathbf{Q}_2^T + \left( \mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2 \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21} \right) \cdot \\ &\quad \cdot \left( \mathbf{I} + \mathbf{L}_{21}^T \mathbf{L}_{22}^{-T} \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21} \right)^{-1} \left( \mathbf{Q}_1^T + \mathbf{L}_{21}^T \mathbf{L}_{22}^{-T} \mathbf{Q}_2^T \right) \end{aligned} \quad (5.19)$$

(5.19) 式を用いて、(5.20) 式を得る。

$$\Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} \mathbf{R}_{1,N}^T = \left( \mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2 \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21} \right) \left( \mathbf{I} + \mathbf{L}_{21}^T \mathbf{L}_{22}^{-T} \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21} \right)^{-1} \mathbf{L}_{11}^T \quad (5.20)$$

(5.20) 式を用いて、(5.21) 式を計算する。

$$\left( \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} \mathbf{R}_{1,N}^T \right)^{-1} = \mathbf{L}_{11}^{-T} \left( \mathbf{I} + \mathbf{L}_{21}^T \mathbf{L}_{22}^{-T} \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21} \right)^{-1} \mathbf{L}_{11}^{-1} \quad (5.21)$$

(5.20) 式, (5.21) 式を用いて (5.22) 式を計算する。

$$\begin{aligned} & \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} \mathbf{R}_{1,N}^{\mathrm{T}} \left( \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} \mathbf{R}_{1,N}^{\mathrm{T}} \right)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} \\ &= (\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2 \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21}) (\mathbf{I} + \mathbf{L}_{21}^{\mathrm{T}} \mathbf{L}_{22}^{-\mathrm{T}} \mathbf{L}_{22}^{-1} \mathbf{L}_{21})^{-1} (\mathbf{Q}_1^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{21}^{\mathrm{T}} \mathbf{L}_{22}^{-\mathrm{T}} \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}}) \end{aligned} \quad (5.22)$$

よって (5.19) 式, (5.22) 式より, (5.23) 式を得る。

$$\begin{aligned} & \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} + \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} \mathbf{R}_{1,N}^{\mathrm{T}} \left( \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} \mathbf{R}_{1,N}^{\mathrm{T}} \right)^{-1} \mathbf{R}_{1,N} \Pi_{\mathbf{R}_{r+1,N}}^{\perp} \\ &= \mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_1^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_2 \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}} \end{aligned} \quad (5.23)$$

(1.4) 式より,  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  の  $\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{r+1,N} \\ \mathbf{R}_{1,N} \end{bmatrix}$  の行ベクトル空間上への直交射影を計算すると,  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$  式を得る。

$$\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N} = \mathbf{U}_{r+1,N} / \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{r+1,N} \\ \mathbf{R}_{1,N} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{41} \mathbf{Q}_1^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{42} \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}} \quad (5.24)$$

同様にして, (5.25) 式を用いて,  $\hat{\mathbf{U}}_{1,N}$  式を得る。

$$\mathbf{U}_{1,N} = \mathbf{L}_{31} \mathbf{Q}_1^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{32} \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{33} \mathbf{Q}_3^{\mathrm{T}} \quad (5.25)$$

$$\hat{\mathbf{U}}_{1,N} = \mathbf{U}_{1,N} / \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{r+1,N} \\ \mathbf{R}_{1,N} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{31} \mathbf{Q}_1^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{32} \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}} \quad (5.26)$$

次に,  $\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}$ ,  $\hat{\mathbf{U}}_{1,N}$  を用いて, (5.13) 式を計算していく。まず, (5.24) 式より, (5.27) 式を得る。

$$\left( \hat{\mathbf{U}}_{r+1,N} \hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}^{\mathrm{T}} \right)^{-1} = (\mathbf{L}_{41} \mathbf{L}_{41}^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{42} \mathbf{L}_{42}^{\mathrm{T}})^{-1} \quad (5.27)$$

(5.27) 式を用いて, (5.28) 式を得る。

$$\begin{aligned} \Pi_{\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}}^{\mathrm{T}} &= \hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}^{\mathrm{T}} \left( \hat{\mathbf{U}}_{r+1,N} \hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}^{\mathrm{T}} \right)^{-1} \hat{\mathbf{U}}_{r+1,N} \\ &= (\mathbf{Q}_1 \mathbf{L}_{41}^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_2 \mathbf{L}_{42}^{\mathrm{T}}) (\mathbf{L}_{41} \mathbf{L}_{41}^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{42} \mathbf{L}_{42}^{\mathrm{T}})^{-1} (\mathbf{L}_{41} \mathbf{Q}_1^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{42} \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}}) \end{aligned} \quad (5.28)$$

(5.26) 式, (5.28) 式を用いて, (5.29) 式を得る。

$$\hat{\mathbf{U}}_{1,N} \Pi_{\hat{\mathbf{U}}_{r+1,N}}^{\mathrm{T}} = (\mathbf{L}_{31} \mathbf{L}_{41}^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{32} \mathbf{L}_{42}^{\mathrm{T}}) (\mathbf{L}_{41} \mathbf{L}_{41}^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{42} \mathbf{L}_{42}^{\mathrm{T}})^{-1} (\mathbf{L}_{41} \mathbf{Q}_1^{\mathrm{T}} + \mathbf{L}_{42} \mathbf{Q}_2^{\mathrm{T}}) \quad (5.29)$$

よって, (5.26) 式, (5.29) 式, (5.7) 式から, (5.30) 式を得る。

$$\hat{U}_{1,N} - \hat{U}_{1,N} \Pi_{\hat{U}_{r+1,N}} = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

(5.13) 式, (5.30) 式, (5.31) 式より,  $\Xi$  を得る。

$$Y_{r+1,N} = L_{51} Q_1^T + L_{52} Q_2^T + L_{53} Q_3^T + L_{54} Q_4^T + L_{55} Q_5^T \quad (5.31)$$

$$\Xi = (L_{51} P_1^T + L_{52} P_2^T) (P_1 P_1^T + P_2 P_2^T)^{-1} (P_1 Q_1^T + P_2 Q_2^T) \quad (5.32)$$

したがって, (5.32) 式より (5.33) 式を得る。

$$\gamma = (L_{51} P_1^T + L_{52} P_2^T) (P_1 P_1^T + P_2 P_2^T)^{-1} (L_{51} P_1^T + L_{52} P_2^T) \quad (5.33)$$

## 5.2 CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法

CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は, CL-MOESP 法と二段階制御器設計法を組み合わせることにより提案できる。本手法は, 近似式を用いることなく, 閉ループデータを用いて制御器を設計できるので, 近似式を用いている TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法よりも良好な制御器を設計することが期待できる。

VRFT のアイデアを用いて, 制御器の入力である  $\tilde{e}(k)$  を (5.34) 式のように生成する。

$$\tilde{e}(k) = (M^{-1} - 1) y(k) \quad (5.34)$$

TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法では,  $Z_{r+1,N}$  を生成し,  $Z_{1,N-r}$ ,  $Z_{r+1,N-r}$  を用いて制御器を同定していた。しかし, TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は,  $Z_{r+1,N}$  を近似式を用いて生成しているため, 完全なブロックハンケル行列になっていないことに注意する。これの代わりに CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法では, (5.35) 式, (5.36) 式を利用して  $U_{r+1,N}$  の  $Z_{1,N} \Pi_{Z_{r+1,N}}^\perp$  の行空間への直交射影を考えることにより, CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法が導出できる。

$$Z_{1,N} = \tilde{E}_{1,N} / \begin{bmatrix} R_{r+1,N} \\ R_{1,N} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

$$Z_{r+1,N} = \tilde{E}_{r+1,N} / \begin{bmatrix} R_{r+1,N} \\ R_{1,N} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

ただし,  $Z_{1,N}$ ,  $Z_{r+1,N}$  は観測雑音の影響を除去した仮想誤差信号で構成されるブロックハンケル行列である。

### 5.2.1 CL-MOESP 法に基づく制御器設計法

1. 閉ループ実験より、閉ループ入出力データ  $r(k)$ ,  $u(k)$ ,  $y(k)$  を取得し、(5.34) 式のように、仮想誤差信号  $\tilde{e}(k)$  を生成する。
2. ブロックハンケル行列  $\mathbf{R}_{1,N}$ ,  $\mathbf{R}_{r+1,N}$ ,  $\tilde{\mathbf{E}}_{1,N}$ ,  $\tilde{\mathbf{E}}_{r+1,N}$ ,  $\mathbf{U}_{r+1,N}$  を生成し、(5.37) 式のように LQ 分解する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1,N} \\ \mathbf{R}_{r+1,N} \\ \tilde{\mathbf{E}}_{1,N} \\ \tilde{\mathbf{E}}_{r+1,N} \\ \mathbf{Y}_{r+1,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{L}_{31} & \mathbf{L}_{32} & \mathbf{L}_{33} & 0 & 0 \\ \mathbf{L}_{41} & \mathbf{L}_{42} & \mathbf{L}_{43} & \mathbf{L}_{44} & 0 \\ \mathbf{L}_{51} & \mathbf{L}_{52} & \mathbf{L}_{53} & \mathbf{L}_{54} & \mathbf{L}_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \\ \mathbf{Q}_3^T \\ \mathbf{Q}_4^T \\ \mathbf{Q}_5^T \end{bmatrix}. \quad (5.37)$$

ここで  $\tilde{\mathbf{E}}_{1,N}$ ,  $\tilde{\mathbf{E}}_{r+1,N}$  は完全なブロックハンケル行列であることに注意する。

3. CL-MOESP 法と同様に、(5.6) 式のように  $\gamma^{\frac{1}{2}}$  を計算する。
4. CL-MOESP 法と同様にして、(3.27) 式、(3.28) 式より  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{A}$  を同定し、(5.9) 式から  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{D}$  を同定する。

このように CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は、近似式を用いることなく閉ループデータを用いて観測雑音の影響を低減して、良好な制御器を設計することができる。

## 5.3 シミュレーション

本節では、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法の有効性を確認するため、シミュレーションを行った。シミュレーションでは、Case i) 状態空間ベースの二段階制御器設計法、Case ii) TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法、Case iii) 開ループデータを用いて、PI-MOESP 法で制御器設計を行った場合について、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法と比較を行うことで、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法の有効性を検証することが目的である。

### 5.3.1 シミュレーション条件

制御対象  $P$  は (5.38) 式とし、安定化制御器  $C_0$  は (5.39) 式とした。

$$P = \frac{z^2}{z^2 - 1.69z + 0.89} \quad (5.38)$$

表 5.1: 評価値  $J_{OE}$ 

手法	Case i)	Case ii)	Case iii)	提案手法
評価値	4.154	11.58	$8.779 \times 10^{-3}$	0.4953

$$C_0 = \frac{0.051z - 0.05}{z - 1} \quad (5.39)$$

参照モデル  $M$  は (5.40) 式とし、サンプリングタイムは  $T_s = 10\text{ms}$  とした。

$$M = \frac{0.0952}{z - 0.9048}. \quad (5.40)$$

ブロックハンケル行列を構成する際の  $r$  の値は  $r = 50$  とする。参照入力  $r(k)$  に 12 段の M 系列信号を 2 周期印加し、制御対象  $P$  の出力に SN 比 16.48 の白色雑音を重畳した。また、理想制御器  $C^*$  の次数は 3 次であり、(5.41) 式に示す。

$$C^* = \frac{0.0952(z^2 - 1.69z + 0.89)}{z^2(z - 1)} \quad (5.41)$$

### 5.3.2 シミュレーション結果

図 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 にそれぞれ Case i) の 1 段階目の相補感度関数を同定する際の特異値プロット, Case i) の 2 段階目の制御器を同定する際の特異値プロット, Case ii) の特異値プロット, Case iii) で制御器を設計する際の特異値プロット, CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法の特異値プロットを示す。図 5.1 より、相補感度関数の次数を 3 次, 図 5.2 より、制御器の次数を 3 次, 図 5.3 より、制御器の次数を 4 次, 図 5.4 より、制御器の次数を 3 次, 図 5.5 より、制御器の次数を 3 次と判断した。理想制御器の次数が 3 次に対して、Case ii) は 4 次と判断することになっているのに対して、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は 3 次と判断できている。これは、Case ii) は近似式を用いているので、雑音の特異値が大きくなってしまったと考えられる。Case i) の相補感度関数の同定結果を図 5.6 に示す。また、設計した制御器のゲイン線図を図 5.7, 設計後の閉ループシステムのステップ応答を図 5.8 に示し、(5.42) 式に示すような、望みの応答  $y_d(k)$  と設計後の閉ループシステムの出力  $y(k)$  との平均二乗誤差を評価値として、表 5.1 に示す。

$$J_{OE} = \|y_d(k) - y(k)\|_2^2 \quad (5.42)$$

Case i) と CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を比較すると、図 5.8, 表 5.1 からわかるように、Case i) の方が性能が劣化していることがわかる。これは、Case

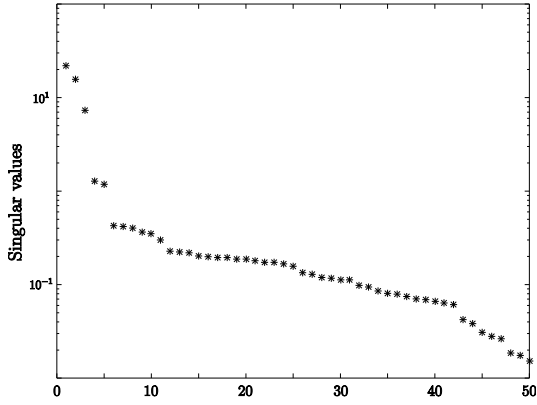


図 5.1: Case i) 1 段階目の特異値プロット

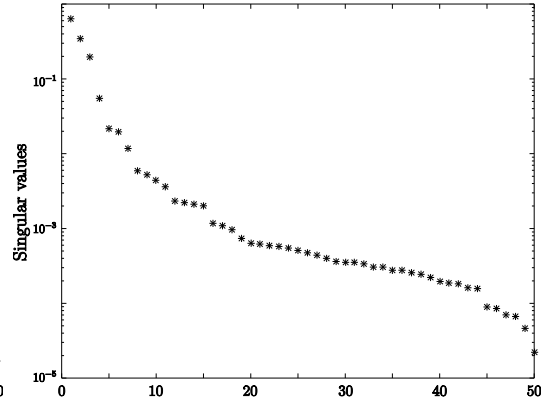


図 5.2: Case i) 2 段階目の特異値プロット

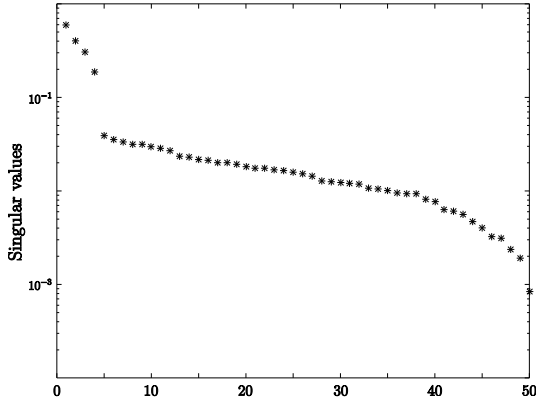


図 5.3: Case ii) の特異値プロット

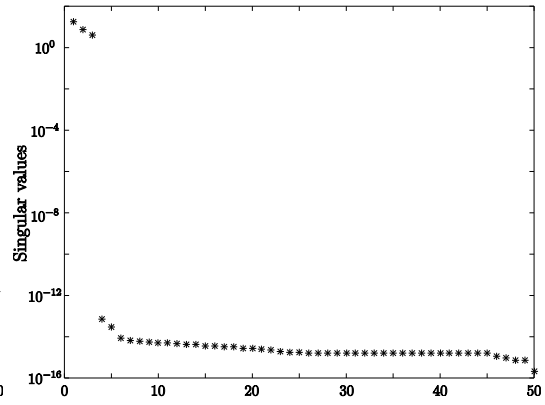


図 5.4: Case iii) の特異値プロット

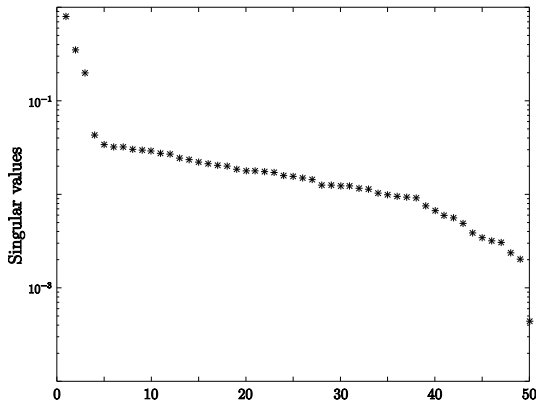


図 5.5: 提案手法の特異値プロット

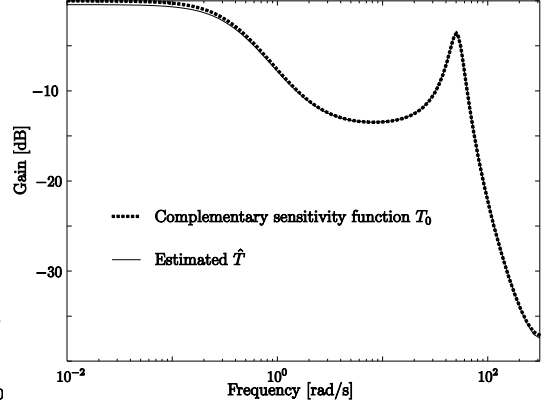


図 5.6: 推定した相補感度関数

i) では相補感度関数を同定しており，図 5.6 からわかるように， $10^{-1}\text{rad/s}$  以下の周波数領域で同定結果に少し誤差が生じていることがわかる。よって，観測雑音の影響を除去した仮想誤差信号  $\tilde{e}(k)$  を生成した際，同定結果の誤差分が雑音として残るので，性

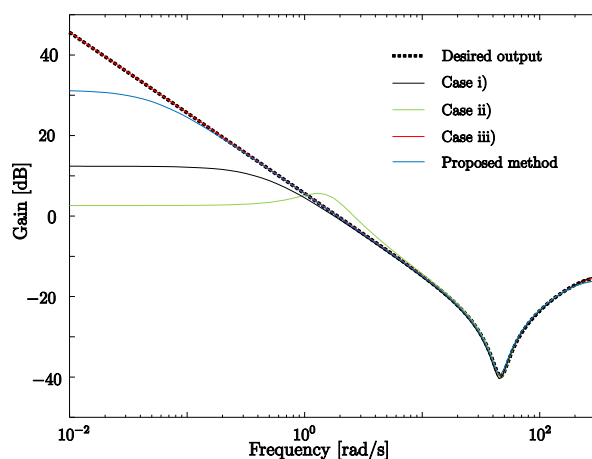


図 5.7: 制御器のゲイン線図

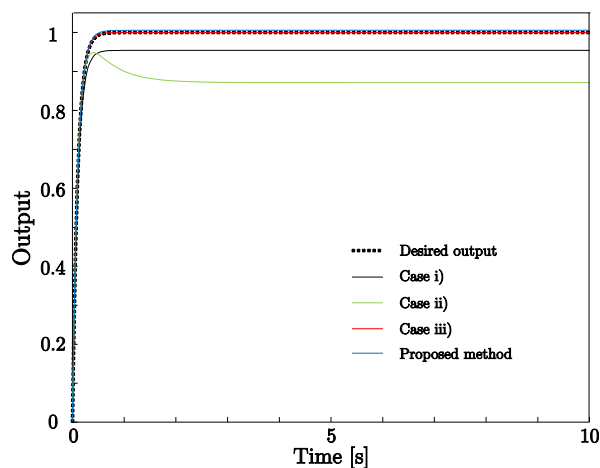


図 5.8: 設計後の閉ループシステムのステップ応答

能が劣化したと考えられる。

Case ii) と CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を比較すると、図 5.7 からは Case ii) の方は、同定精度が劣化していることがわかる。また、図 5.8, 表 5.1 からわかるように、Case ii) は近似式を用いて、観測雑音の影響を除去した行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成しているので、性能が大きく劣化していることがわかる。

CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は、図 5.8, 表 5.1 からわかるように、Case iii) に最も近い性能を得ていることがわかる。以上より、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法の有効性が確認できた。



表 5.2: 評価値  $J_{OE}$ 

手法	Case i)	Case ii)	Case iii)	提案手法
評価値	82.36	88.98	64.82	74.53

## 5.4 実機実験

本節では、前章と同様の二慣性共振系速度制御装置に対して実機実験を通して、提案手法の有効性を検証する。

### 5.4.1 実験条件

初期安定化制御器  $C_0$  は (5.43) 式のように設定し、参照モデル  $M$  は (5.44) 式のように設定した。

$$C_0 = \frac{0.051z - 0.05}{z - 1} \quad (5.43)$$

$$M = \frac{0.0952}{z - 0.9048}. \quad (5.44)$$

サンプリングタイムは  $T_s = 10\text{ms}$  とし、ブロックハンケル行列を構成する際の  $r$  の値は  $r = 50$  とした。閉ループシステムの参照入力  $r(k)$  にデータ数  $N = 9100$  の白色雑音を印加し、閉ループ実験データ  $\{r(k), u(k), y(k)\}$  をそれぞれ 9100 個取得した。また、ブロックハンケル行列を構成する際の  $r$  の値は  $r = 50$  とする。

本実験では、Case i) 状態空間ベースの二段階制御器設計法、Case ii) TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法、Case iii) 開ループデータを用いて、PI-MOESP 法で制御器設計を行った場合について、提案手法と比較を行うことで、提案手法の有効性を検証することを目的とする。

### 5.4.2 実験結果

図 5.9, 5.10, 5.11, 5.12 にそれぞれ Case i) の 2 段階目の制御器を同定する際の特異値プロット、Case ii) の特異値プロット、Case iii) で制御器を設計する際の特異値プロット、提案手法の特異値プロットを示す。図 5.9 より、制御器の次数を 5 次、図 5.10 より、制御器の次数を 5 次、図 5.11 より、制御器の次数を 6 次、図 5.12 より、制御器の次数を 5 次と判断した。設計後の閉ループシステムに対して、0 秒から 5 秒まで  $30\text{rad/s}$

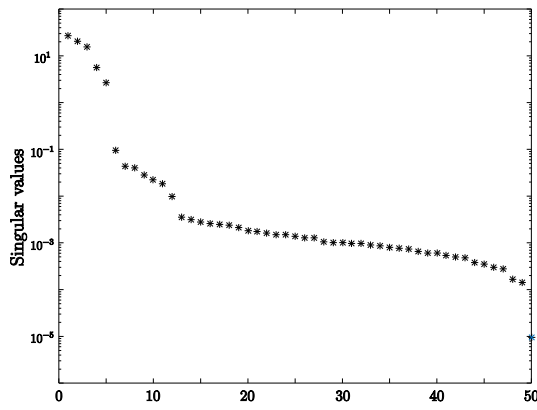


図 5.9: Case i) 2 段階目の特異値プロット

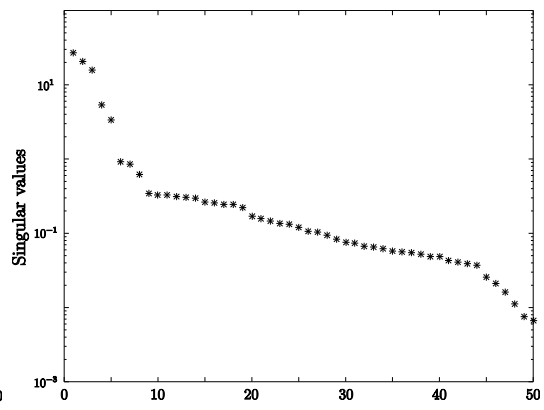


図 5.10: Case ii) の特異値プロット

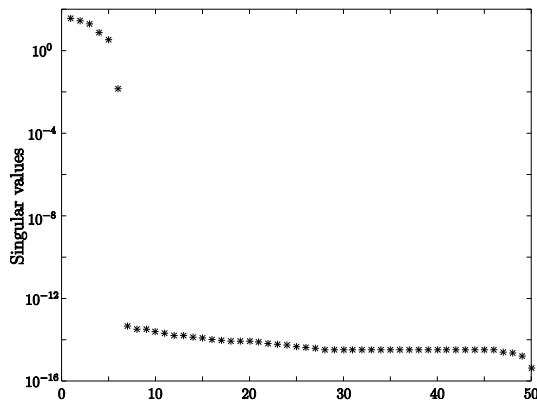


図 5.11: Case iii) の特異値プロット

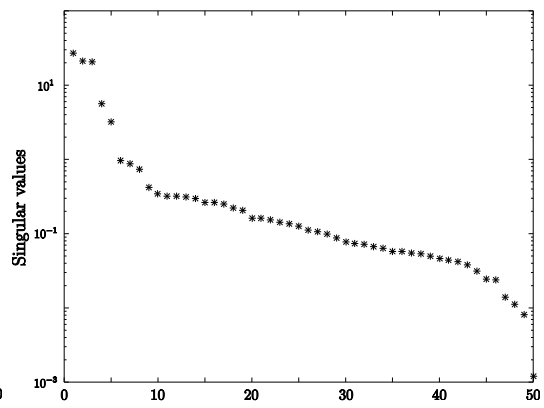


図 5.12: 提案手法の特異値プロット

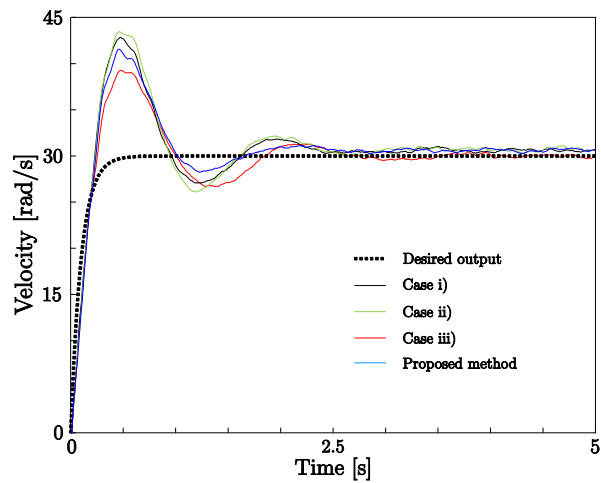


図 5.13: 設計後の閉ループシステムの応答波形

で回転させた応答波形を図 5.13 に示し, (5.45) 式に示すような, 望みの応答  $y_d(k)$  と設計後の閉ループシステムの出力  $y(k)$  との平均二乗誤差を評価値として, 表 5.2 に示す。

$$J_{OE} = \|y_d(k) - y(k)\|_2^2 \quad (5.45)$$

Case i) と提案手法を比較すると, 図 5.13 と表 5.2 から提案手法の方が良い性能を得られていることがわかる。Case i) は 1 段階目で相補感度関数を同定しており, 制御器設計はその同定精度に依存する。よって Case i) は真の相補感度関数と推定した相補感度関数の誤差が, 性能を劣化させる要因となったと考えられる。

Case ii) と提案手法を比較すると, 図 5.13 と表 5.2 から提案手法の方が良い性能を得られていることがわかる。Case ii) は近似式を用いて, 観測雑音の影響を除去した行列  $\mathbf{Z}_{r+1,N}$  を生成しており, この近似誤差が性能を劣化させる要因となったと考えられる。

図 5.13 と表 5.2 より, 提案手法は閉ループデータを用いて, 開ループデータで制御器設計した場合の性能に, 最も近い応答を得られていることがわかる。

以上より実機実験を通じて, 提案手法の有効性を示せた。

## 第6章 結言

### 6.1 まとめ

本研究では、閉ループ実験データを用いて制御器設計する際に生じる、観測雑音の影響により良好な制御器を設計できないという問題を、i) TS4SID 法と既知情報を用いた部分空間同定法を二段階制御器設計法と組み合わせること、ii) CL-MOESP 法と二段階制御器設計法を組み合わせることにより、観測雑音の影響を低減して制御器設計が可能となった。

まず、閉ループ実験データを用いて、固定次数制御器を設計する二段階制御器設計法を述べた。しかし、この手法は間接的に制御対象を同定しており、データ駆動型制御器設計法における、制御対象を同定しないという前提条件に反している問題があった。この問題に対して、TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を提案することにより解決した。TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は分母分子ともにパラメータを調整できるため、よりよい制御器を設計できる可能性があることや、MIMO への拡張が容易にできるというメリットがある。しかし、この手法は (a) 低周波数領域まで制御器を同定できない、(b) 近似式を用いているため、性能が劣化してしまう可能性がある、という問題があった。

問題 (a) に対しては、既知情報を用いた部分空間同定法を TS4SID 法に基づく制御器設計法と組み合わせることにより、解決できた。モデル参照制御問題では、一般的に参照モデルの定常ゲインを 1 に設定した場合、理想制御器が必ず積分器を持つことがわかっている。これを利用し、設計される制御器に必ず積分器を持つように制御器の部分的な構造を固定して制御器設計できるようにした手法が、既知情報を用いた TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法である。設計される制御器が必ず積分器を持つので、設計後の閉ループシステムの応答波形を見ても、定常誤差がなくなっており、性能を大きく改善できることが確認できた。

問題 (b) に対しては、CL-MOESP 法を二段階制御器設計法と組み合わせることにより、解決できた。TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は近似式を用いて、観測雑音の影響を除去した行列を生成し、それを用いて制御器を設計していた。それに

対して、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は、近似式を用いず、制御器を設計できる。シミュレーション、及び実機実験より、状態空間ベースの二段階制御器設計法、TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法よりも良好な制御器を設計可能であることを確認できた。しかし、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法は、積分器を持つ制御器を設計できるとは限らないという問題が残っている。

## 6.2 今後の課題

今後の課題として、以下の点が挙げられる。

第 1 に、CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法と既知情報を用いた部分空間同定法を組み合わせることである。CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法と既知情報を用いた部分空間同定法を組み合わせることにより、積分器を持つ CL-MOESP 法に基づくデータ駆動型制御器設計法を提案できると考えられる。上記のことが可能になると、近似式を用いず、積分器を持つ制御器を設計できるので、閉ループ実験データを用いて最も良好な制御器を設計できる手法を提案できると考えられる。

第 2 に、安定制約の付加が必要である。本論文では、制御器設計時に安定制約を付加していないため、設計後の閉ループシステムの応答が発散してしまうことがあった。実機で、応答が発散してしまうと、最悪の場合、実機を故障させてしまう可能性がある。よって、設計後の閉ループシステムの安定性を保障しつつ、制御器を設計できることが望まれる。

第 3 に、データ取得のための入力信号の設計も課題として挙げられる。本論文では、M 系列信号、白色雑音を用いていたが、例えば、白色雑音の系列を変えると、特異値プロットが大きく変化し、雑音部分と信号部分を分離しやすいときと、分離しにくいときがあった。実験的ではあるが、雑音部分と信号部分を分離しやすいときは、良好な制御器を設計できることがわかっている。しかし、現状はどのような入力信号を印加すればよいのかについては、未検討である。

また、本論文では、安定な制御対象のみでシミュレーション及び実験を行ったが、不安定な制御対象でもシミュレーション及び実験を行い、有効性を検証してみることも課題として挙げられる。

## 参考文献

- [1] 足立修一: MATLAB による制御のためのシステム同定, 東京電機大学出版局, 1996
- [2] 松尾亮太: 「一組の閉ループ入出力データを用いた FCbT による制御器と参照モデルの直接調整に関する研究」, 平成 25 年度 修士論文, 2014
- [3] M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savaresi, “Virtual Reference Feedback Turning: A Direct Method for the Design of Feedback Controllers”, *Automatica*, Vol. 38, pp. 1337–1346, 2002
- [4] 松本治樹, 弓場井一裕, 矢代大祐, 平井淳之: 「安定性を考慮した閉ループデータに基づくデータ駆動型制御器設計法の提案」, 平成 26 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会講演論文集, No. F2-7, 2014
- [5] Paul M. J. Van Den Hof and Ruud J. P. Schrama, “An Indirect Method for Transfer Function Estimation from Closed Loop Data”, *Automatica*, Vol. 29, No. 6, pp. 1523–1527, 1993
- [6] H. Oku and T. Fujii: “Direct Subspace Model Identification of LTI Systems Operating in Closed-Loop”, *Proc. of 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2219–2224, 2004
- [7] 松本治樹, 弓場井一裕, 矢代大祐, 平井淳之: 「TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法」, 電気学会研究会資料, No. CT-15-53, pp. 1–6, 2015
- [8] M. Okada and T. Sugie, “Subspace State Space System Identification Using Prior Knowledge”, *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*, Vol. 10, pp. 47–52, 1997
- [9] H. Matsumoto, K. Yubai, D. Yashiro, J. Hirai: “Data-Driven Controller Tuning Using Closed-Loop Data by TS4SID Method”, *Proc. of 2015 CACS International Automatic Control Conference*, pp. 376–381, 2015

- [10] 奥宏史：「MOESP 型閉ループ部分空間同定法」，第 34 回制御理論シンポジウム資料，pp. 87–90，2005
- [11] 奥宏史，田中秀幸：「閉ループ部分空間同定法」，システム制御情報学会誌，Vol. 50-3，pp. 106-111，2006
- [12] 奥宏史：「MOESP 型閉ループ部分空間同定法の漸近的性質について」，計測自動制御学会論文集，Vol. 46，No. 8，pp. 511-518，2010
- [13] H. Oku, Y. Ogura, and T. Fujii: “MOESP-Type Closed-Loop Model Identification Method”, *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol. 42, No. 6, pp. 636–642, 2006
- [14] H. Oku, Y. Ogura, and T. Fujii: “Closed-Loop Subspace Model Identification Based on QR-Factorization”, *Proc. of 17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, pp. 24–28, 2006
- [15] P. Van Overschee and B. De Moor: *Subspace Identification for Linear Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1996
- [16] 片山徹：システム同定：部分空間同定法かかのアプローチ，株式会社朝倉書店，2004
- [17] 足立修一：MATLAB による制御のための上級システム同定，東京電機大学出版局，2004
- [18] H. Oku, G. Nijssse, M. Verhaegen and V. Verdult: “Change Detection in the Dynamics with Recursive”, *Proc. of 43rd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2219–2224, 2004
- [19] 榊原健：「安定制約を満たす Youla パラメータと外乱推定フィルタのデータを用いた直接調整に関する研究」，平成 25 年度 修士論文，2014
- [20] M. Verhaegen, “Subspace Model Identification Part 3: Analysis of the Ordinary Output-Error State-Space Model Identification Algorithms”, *International Journal of Control*, Vol. 58, No. 3, pp. 555–586, 1993
- [21] M. Verhaegen, “Subspace Model Identification Part 1: The Output-Error State-Space Model Identification Class of Algorithms”, *International Journal of Control*, Vol. 56, No. 5, pp. 1187–1210, 1992

## 第 6 章 結言

- [22] M. Verhaegen, and P. Dewilde: “Subspace Model Identification Part 2: Analysis of the Elementary Output-Error State-Space Model Identification Algorithm”, *International Journal of Control*, Vol. 56, No. 5, pp. 1211–1241, 1992



# 謝辞

本論文は筆者の三重大学大学院 工学研究科 博士前期課程 電気電子工学専攻在学中における研究活動の成果を纏めたものです。

本研究の遂行および本論文の作成にあたり、熱心な御指導と適切な御意見を賜りました三重大学教授 平井 淳之 先生に深く感謝いたします。また先生には機会のある度に研究者、技術者、そして社会人の先輩としてたいへん貴重な御意見を頂き、さらに国際交流、海外の研究生や教授と意見を交換する貴重な体験をさせて頂きましたことを、併せてこの場を借りて感謝いたします。

本研究の遂行および本論文の作成にあたり、適切な御指導と御助言を頂きました同大学准教授 弓場井 一裕 先生に深く感謝いたします。また、自身初めてとなる海外での国際発表という貴重な機会を与えて頂きましたこと、日常の生活での精神的なサポートまでして頂きましたことを、併せてこの場を借りて感謝いたします。また日頃から本研究の遂行および学生生活において、貴重な御意見を頂きました同大学准教授 駒田 諭 先生、同大学准教授 山村 直紀 先生、同大学准教授 矢代 大祐 先生、同大学技術職員 中村 勝 氏に深く感謝いたします。本論文の作成にあたり、貴重な御指導と御意見を頂きました同大学教授 石田 宗秋 先生に深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、制御理論グループの先輩として親身な御指導を頂きました同大学院卒業生 松尾 亮太 氏、榊原 健 氏、久保 貴之 氏、毛利 太一 氏に感謝いたします。先輩方には私事においても御指導を頂き、深く感謝いたします。

研究室の同期として時には切磋琢磨し合い、時には互いを励まし合い、時には馴れ合いながら研究を遂行してきた伊藤 大悟 君、磯部 良太 君、篠田 翔吾 君、能勢 公貴 君、豊田 寛将 君、二村 洋輔 君には、共に研究室での生活が楽しく有意義に過ごせたことに感謝いたします。そして同じ研究グループとして共に研究を進め、時には励まし合い、時には助け合い、貴重な経験を頂いた、青木 翔吾 君、竹若 恵太 君、岩本 直也 君、中村 和樹 君、堀 智貴 君、川戸 裕貴 君、山本 直輝 君、宇佐美 朋大 君に感謝いたします。

また、何かと至らない自分を受け入れ、多くのご協力を頂き、学部から大学院までの三年間の研究生生活を非常に充実したものにしてくれた電機システム研究室の皆さん

## 第 6 章 謝辞

に深く感謝いたします。電機システム研究室の更なる発展を心より願っております。

最後に，大学院まで進学する機会を与えて下さり，さらには何一つ不自由なく学生生活を送らせて頂いた家族に心から深く感謝いたします。

# 論文目録

- (1) 松本, 弓場井, 矢代, 平井: 「安定性を考慮した閉ループデータに基づくデータ駆動型制御器設計法の提案」, 平成 26 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会講演論文集, No. F2-7 (2014. 9)
- (2) H. Matsumoto, K. Yubai, D. Yashiro, J. Hirai: “Data-Driven Controller Tuning Method Using Closed-Loop Data Guaranteeing Closed-Loop Stability”, Proceedings of International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU, No. EP-17 (2014. 12)
- (3) H. Matsumoto, K. Yubai, D. Yashiro, J. Hirai: “Two Stage Data-Driven Controller Tuning Method Using Closed-Loop Data Considering Closed-Loop Stability”, Proceeding of The 1st IEEJ International Workshop on Sensing, Action, and Motion Control, No. V-7, pp. 1–2, (2014. 3)
- (4) 松本, 弓場井, 矢代, 平井: 「TS4SID 法に基づくデータ駆動型制御器設計法」, 電気学会制御研究会資料, No. CT-15-53, pp. 1–6 (2015. 4)
- (5) 松本, 弓場井, 矢代, 平井: 「TS4SID 法に基づく積分器を持つ制御器のデータ駆動型設計」, 平成 27 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会講演論文集, No. O1-2 (2015. 3)
- (6) H. Matsumoto, K. Yubai, D. Yashiro, J. Hirai: “Data-Driven Controller Tuning Using Closed-Loop Data by TS4SID Method”, Proceedings of 2015 CACS International Automatic Control Conference, pp. 376–381 (2015. 4)
- (7) H. Matsumoto, K. Yubai, D. Yashiro, J. Hirai: “Data-Driven Controller Tuning Method Based on CL-MOESP”, Proceedings of International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU, No. EO-4 (2015. 9)
- (8) H. Matsumoto, K. Yubai, D. Yashiro, J. Hirai: “Data-Driven Controller Tuning Using Closed-Loop Data by CL-MOESP Method”, The 2nd IEEJ International

Workshop on Sensing, Action, Motion Control, and Optimization (2016.3 発表  
予定)