

# AICを使用した確率水文量推定に関する研究

葛葉 泰久<sup>1, 2)</sup>† 水木 千春<sup>1, 2)</sup>

1) 三重大学 地域圏防災・減災研究センター  
(〒514-8507 三重県津市栗真町屋町1577)

2) 三重県・三重大学 みえ防災・減災センター  
(〒514-8507 三重県津市栗真町屋町1577)

†連絡先著者 (Corresponding Author) E-mail : kuzuha@crc.mie-u.ac.jp

本報は、葛葉・水木 (2021a) (前報) を補足するものである。前報では、T年確率水文量の算定手順に関し、修正SLSC法を用いた手法を提示した。しかし、その手法では、そこで問題にした「2重の規準の問題」は解決できない。通常、我々は、A-規準 (L-moment, 対数尤度など) によって母数を推定し、B-規準 (SLSC, AIC など) によって確率分布間の優劣を評価して最適な確率分布を選定する。しかし、A-規準とB-規準が異なるのは問題である。これを解決するために、最尤法で母数を推定してAICなどの情報量による規準値で確率分布間の比較をすればよいことは、最尤法とAIC等の情報量規準の関係ゆえ、おそらく多くの研究者が気づいていると考える。

本報では、前報に引き続いて、中小河川計画の手引き (案) について考えた。上述のように最尤法とAICを用い、安定性評価と称したりサンプリング法による評価を行わないのが良いと考える。

キーワード：SLSC (標準最小二乗規準)、中小河川計画の手引き (案)、情報量規準、カルバック-ライブラー情報量、2重の規準の問題

## I. 序論

本報では、葛葉・水木 (2021a) と同様、水文統計分野 (主に工学的な水文学・水工学分野) の解析でよく用いられる「最適な確率分布の選定手順」中の「母数推定」と「適合度評価」に関する検討結果を報告する。なお、以降、葛葉・水木 (2021a) を、たびたび“前報”と称す。著者らは、前報で、「母数推定」においても結局はなんらかの規準を用いた「規準値」を比較するのであり、「適合度評価」において別の規準を用いるのはおかしいと主張した。ただし、例えば統計的検定により、仮定したモデル (推定した母数を含む) の「適切さ」を確認するだけならば、特に問題はない。だが、なんらかの規準値により、複数のモデルのうちどれが一番適切かというような選定を伴う「適合度評価」を行う場合には、「母数推定時と別の規準を用いるのは好ましくない」と主張している。ただし、2つの規準を用いることによる「2重の規準の問題」は、今の行政の手順を踏襲する限り (つまり、「中小河川計画の手引き

(案)」 (中小河川計画検討会, 1999) ; 以下“手引き”と称す) が推奨する手法を大きく変えない限り) 困難である。その理由の詳細については、前報を参照されたい。この「2重の規準の問題」は、本邦の行政に影響を与える (これは「科学」というより「行政の都合」にすぎない) だけではなく、科学としても解決法を示す必要があろう。前報では、「行政の都合」に鑑み、寶・高棹のSLSC (高棹ら, 1986; 寶・高棹, 1988, ただし、図式判定法による適合度評価については、上田・河村 (1985) の方が早く発表されている。SLSCの長所は他の確率分布と相互比較できることであったが、それが否定された今、上田・河村も同等に評価されるべきであろう) を適合度評価の中心に置く手法を若干修正する手法を提案したに過ぎなかったが、本報では「2重の規準の問題」を完全に解消する手法の一例を示す。なお、本邦の行政が採用してきた (つまり「手引き」が推奨している) 「確率水文量推定手法」には、「2重の規準の問題」どころか、「3重の規準の問題」が内在する。

ただし、これについては、行政が「3つ目の規準（リサンプリング法で算定する安定性）を使うのをやめる」という選択をすれば済むことである。本報では、この「3つ目の規準」を使わない方が良いことも後に示す。

前報では、「母数推定」と「最適な確率分布を選定するための適合度評価」をシームレスに行うべきであると記述した。本報の手法を採用するならば、「母数推定・適合度評価法」という用語が適当になるのだが、その手法構築の過程においては、「従来からの意味での母数推定法」と「従来からの意味での適合度評価法」を用いるので、しばらくはそれらを「母数推定法」「適合度評価法」などと称す。なお、「手引き」が示す3つ目の規準、「安定性」は、結局のところ数値化して確率分布選定に使うのであるから、そもそも「適合度評価」とは別に「安定性評価」を設けることが不自然と考えるのは、前報と同じである。読者におかれては、従来からの「手引きが推奨する手法」、前報の「修正SLSC法」、さらに本報で示す方法のいずれかを選択されれば良いと考える。特に行政は、「なぜそのような手法でT年確率降水量を算定し、それを元に当該工事を行ったか」を住民に説明する義務がある。「手引き」は国土交通省系の組織が作成したものであり、今も国土交通省は「手引き」を用いている。各工事事務所や地方自治体等が、このような「住民への説明義務」を果たしやすいように、国土交通省の当該部署は「選んだ手法が妥当とみなせる根拠」を明示されることを望む。例えば、本報で示す手法を選ぶなら、「K-L情報量を用いて予測の精確さを評価することを優先した。そして、2重の規準問題を避けるため、母数推定と適合度評価で同じように対数尤度を用いた」と説明すれば十分である。著者らの前報の手法を用いるならば、「問題は認識しているが、今までの手法を大きく変えるわけにいかないで選んだ手法である」とでも説明するのであろう。「手引きが推奨する手法」については、著者らにはそれを選ぶ理由は全くわからない。前報と本報で詳述しているように、誤った手法だからである。

さて、解析は、d4PDFの過去気候（日本域）（文部科学省ら、2015）の1時間降水量を用いて行った。通常、我々が統計解析を行う時には、限られた標本から、そのバックグラウンドにある母集団を推定する（東京大学教養学部統計学教室（1991）などの統計解析の教科書で述べられていることは、端的に言

えばそれに尽きる）。しかし、d4PDFは、もちろん「大量の標本」と考えることも可能ではあるが、それ自体を母集団と考えることも、あながち不適切ではなからう。本報では、後者の立場で解析を行う。つまり、例えば50個のメンバのうち、1つの標本（メンバ）からバックグラウンドにある母集団の構造を推定するだけでは終わらず、その推定結果の「答え合わせ」ができるということである。以下の章で、その利点を活かした解析を行う。

## II. 前報との関係・本報の構成

### 1. 前報との関係

前報（葛葉・水木、2021a）では、国土交通省やその関連組織、また地方自治体（以下“行政”と称す）が今まで使用してきた「手引き」が推奨している確率降水量の非科学的な記述部分については是正しつつも、行政が今までの手法をできるだけ変えない手順を採ることができるよう、「（旧来の意味での）適合度評価法」として「修正SLSC法」を用いる手法を提案した。しかし、そのような手法では、後述する「2重の規準問題」を解決することはできない。水文統計の研究者ならば容易に想像可能なように、この「2重の規準問題」を解決するためには、AIC（Akaike, 1974）等の「Kullback-Leibler規準（Kullback and Leibler, 1951；以降“K-L基準と称す”）を用いた情報量規準」で適合度評価を行い、母数推定においては、K-L基準やAICと密接な関係のある最尤法を用いねばすむのである（寶（1998）は、この問題について「AICは最尤推定法を用いたときに用いるものである」と喝破している）。そこで、本報ではそのような手法で母数推定・適合度評価を行い、前報の手法と比較した結果を報告する（ただし、水文学分野でAICを使った例としては、宝ら（1987）やMutura（1994）などがあり、それ自体は全く新しくはない）。本来、そのような手法の方が好ましいが、行政の都合も考えて、前報では、旧来の手法を大きく変えない手法を提示したのである。

さらに、本報では、扱うデータが前報と違う。d4PDFの過去気候のデータ（日本域）は、（60年×50メンバ＝）3,000年分の1時間降水量を持っている。つまり、本邦国土上の各計算地点（著者らの基準で選んだ数は851点）において、「年最大1時間降水量」が3,000個存在する。本報では、この要素3,000個の集合を、「年最大1時間降水量の母集団」とみなす。

前報では、m001（これはd4PDFプロジェクト内のローカルなメンバの名称であるが、学術コミュニティ内で流通しているので、本報ではそれをそのまま使用する）のみを用いて解析を行った。それは、m001という標本のバックグラウンドにある母集団の正体がわからずに解析を行ったことを意味するが、本報では、3,000個の要素を持つ母集団を既知とした解析をする。そこが前報と大きく異なる点である。

また、前報では（旧来の意味での）母数推定を、L-moment法で行った。L-moment法を用いるにあたり、Hosking（1990; 2005a;b; 2019）、Hosking and Wallis（1997）等の著作物を参照したり、著作物中のソフトウェアを用いたりしたため、例えば江藤らの分布（前報と同じく、星（1997; 1998）をはじめ、多くの文献が“平方根指数型最大値分布”と呼んでいる江藤らの分布（江藤ら、1986）をこう称す）のL-moment解を用いることができず、一般化極値分布、一般化正規分布（以上3母数の確率分布）、ゲンベル分布、正規分布（以上2母数の確率分布）の4つの分布を解析に用い、L-moment法で母数を推定した。ただし、参考情報として、本邦発信の江藤らの分布も、母数を最尤法で求めることで用いた。なお、「一般化正規分布」というのは、例えばHosking（2005a;b）などで“Generalized Normal Distribution”として紹介されている確率分布で、正規分布と対数正規分布を1つに表現した確率分布である。ただし、一般に認識されている日本語訳は見つからない。著者らはいくつかの論文で「一般化正規分布」という名称を用いているが、本報でもそれに従う。本報では、上述の5つの確率分布に加え、2母数対数正規分布、3母数対数分布を加えた。正規分布を含みこれらの分布は全部、一般化正規分布に含まれるはずなのであるが、AICを評価基準として用いるため、母数の数が重要になってくる。そのため、若干冗長な処理にはなるが、重複は承知で、このような確率分布を採用した。結果の章（IV）で前報の結果と新しい評価法での結果を比較するが、このように、前報とは使用した確率分布が異なるので、留意されたい。

前報の査読過程で、査読者のお一人の方から、解析に用いるデータの妥当性についてかなり詳細な説明を求められた。非常に適切で有益なコメントと考え、それに応えるために、（m001の1時間降水量から求めた年最大1時間降水量の）標本の妥当性を、 $\chi^2$ 検定を用いて示した。本邦領土上の851計算地点

のうち2計算地点で、妥当性を示すことができず、実質的には849計算地点を対象に解析を行った。本報を記述する際に改めて、851計算地点の母集団を対象に、類似の検定を行った。その結果、851計算地点すべてにおいて、「極値解析を行うデータとして不適切とは言えない」という結果を得たので、本報では、851計算地点すべてを解析対象とした。つまり、前報で除外せざるを得なかった2計算地点は、「m001を見ただけでは、標本サイズが60と少なく、そのバックグラウンドにある母集団が極値解析を行うデータとして不適当ではないという結論を導くことはできなかった。しかし、今回母集団全部を見たら、不適当とは言えなかった」ということである。

## 2. 本報の構成

次章以降、下記の順番で検討結果を記述する。カッコ内は、章・節等の数字である。

- A. 「2重の規準の問題」・「3重の規準の問題」の概略説明（III）：本報は、それらを解決する手法を示すものであるから、まず問題の概略を示す。詳細については、前報（葛葉・水木、2021a）を参照されたい。
- B. データの妥当性（IV.1）：使用するデータが極値解析を行うために不適切でないことを調べた結果を示す。
- C. 前報の結果との比較（IV.2）：m001だけを対象に、L-moment法と修正SLSC法を用いて得た前報の結果と、最尤法・K-L基準・AICを基本として得た、本報での結果の比較結果を示す。
- D. 確率水文学の安定性評価（IV.3）：新しく求めた結果について、確率水文学の安定性（この用語は、「手引き」の手順と対照比較できるようにあえて用いている）を調べる。「手引き」では、リサンプリング手法でこれを検討するが、今回は、母集団が既知なので、直接安定性を評価する。
- E. リサンプリング法による安定性評価（IV.4）：「手引き」が推奨する「リサンプリング法による安定性評価」が不要であることを述べる。
- F. AICに関する数値実験（IV.5）：AICで求めた確率分布が本当に適切なのかを、数値実験で評価する。

## III. 「2重の規準の問題」・「3重の規準の問題」の概略説明

詳しくは、前報（葛葉・水木、2021a）を参照され

たい。箇条書きで概略を述べると以下ようになる。

- ①「母数推定 (A 規準を用いると仮定する)」と「適合度評価 (B 規準を用いると仮定する)」を分け、特に後者の評価値を最適な確率分布の選定に用いると、母数推定時に、必ずしも「B 規準で確率分布の比較を行う際に」有利である母数が選ばれるとは限らない。
- ②著者ら (葛葉・水木, 2021b) は①を卑近でわかりやすいたとえを用いて、以下のように記述した (評価の定まっていない要旨集原稿からの引用ではあるが、結果を引用するのではないので問題ないと考え)。県大会において排球で優勝した高校が、代表として全国大会において野球で競って優勝校を決めるようなものである。「最初から県大会で野球を種目としていれば、野球の強い高校が県代表になって全国で優勝できたかもしれない」という不満が、優勝できなかった県から出そうである。
- ③「2 重の規準の問題」を回避しようとする、母数推定と (比較のための) 適合度評価で同じ規準を用いればよい。つまり、本邦の行政が好む SLSC (高棹ら, 1986; 宝・高棹, 1988) を (比較のための) 適合度評価規準とした場合、同じく SLSC を用いて母数推定をする必要がある。2 母数の確率分布の一部のものについては、SLSC を求める手順中に、理論的に母数を推定することが可能であるが、多くの確率分布に関しては、いわゆる“総当たり法” (母数の組み合わせを多数変化させて SLSC が最小になるパラメータを母数の推定値とする) を用いる必要があり、大量の計算機資源・時間資源が必要になるため現実的でない。なお、この手法を用いる場合も、今後は SLSC そのものの値ではなく、SLSC の非超過確率で評価するべきである (葛葉・水木, 2021a)。著者らはそれを「修正 SLSC 法」と称した。
- ④つまり、行政の継続性に配慮し、SLSC を使い続けるなら、「2 重の規準の問題」は、現状では回避するのが困難である。
- ⑤それに加え、「手引き」は、SLSC で良好な結果が得られたものの中で、(リサンプリング手法によって) 安定性が最も良いものを選ぶ手法を推奨している。全部で 3 つの規準を用いるので、「3 重の規準の問題」が生ずる。これについては、葛葉・水木 (2021b) で下述のような極めて卑近なたとえで説明している。つまり、「排球で選ばれた県代

表のうちから、全国大会でまず野球のレベルがある基準以上の高校を選び、最後に柔道の試合を行わせて優勝校を決めているようなものである」である。「手引き」の推奨する手法が、非常に不自然でその妥当性を説明しにくい手法であることがわかっていただけたと考える。

- ⑥「手引き」の「3 重の規準問題」は、比較的回避が簡単で、要はリサンプリング手法による安定性評価をやめれば良いのである。なぜやめた方が良いかを、IV.4 で再度説明する。

## IV. 検討手法と結果

### 1. データの妥当性

前述のように、本報では d4PDF 過去実験データから求めた年最大 1 時間降水量 (1 地点について 3,000 年分) を母集団と考える。つまり、この母集団を「要素 3,000 個の母集団」と考えるので、著者らは母集団の性質を 100 % 把握しているわけである。そこで、鈴木 (2019) が行っているように、寶 (2006)、宝・小林 (2009) が推奨した、ノンパラメトリックな手法で、確率水文量の真値を知ることが可能である。まず、この母集団が、著者らの解析目的に適しているか否かを検証してみよう。前報を投稿した際に、査読者のうち一人の方に指摘された疑義 (ただし建設的意見) は以下の 2 点である。

- A. 第一著者らが、葛葉ら (2018) で「降水量データのバックグラウンドにある母集団は定常ではない、d4PDF の降水量データも同じく定常でない」と主張している。著者自らが定常性を否定したデータセットを極値解析に用いることはいかがなものか。
- B. 葛葉ら (2018) に掲載されている「豪雨の増加傾向の図」を見る限り、d4PDF データは大きなバイアスを持っている。例えばアメダスと比較した場合に「年間の 1 時間降水量が 50 mm 以上の観測点数」等が、かなり少ない。データとして不適切ではないか。

いずれも、前報で詳述しているが、まず B については、点データ (アメダス) と面的な平均降水量と考えられる d4PDF データでは、極値の現れ方が違う。面的な平均作業がピークを減じるからである。次に A であるが、60 年分の 1 時間降水量データを用いて時系列解析をするなら、もちろんトレンドを考えないといけませんが、著者らは 60 個のデータを単に 60



個のデータと考えているだけ（つまり袋の中に数字が60個入っているだけという考え方である）なので、その60個が極値分布に従うような標本であるならば、特に問題はないと考えた。実際、メンバm001については、851地点の本邦領土上の計算地点におけるデータは、2地点を除き「極値解析を行うのに不適当なデータである」という結論は導かれなかった。

本報においては、前報とほぼ同様の手法で、母集団3,000個の要素が「極値データであるかどうか」を確認した。母集団が「極値データとみなされる」ならば、そこから採った50個の標本群（つまりメンバ）は、「極値母集団から採られた」と考えることができる。具体的手順は以下のとおりである。同じ検討を851の計算地点すべてに対して行った。

- ① 3,000個の要素を持つ851の母集団に対し、数学ソフトウェアMathematica version 12のPearsonChiSquareTestという関数（ $\chi^2$ 検定）を用いて、帰無仮説「標本がある関数から採られたものである」を有意水準0.05で検定した。“ある関数”として、Mathematicaが保有している「2母数の極値分布」、「グンベル分布」、「2母数のフレシェ分布」、「3母数の最大極値分布」を使用した。
- ② 上述の検定で、4つの分布のうち、帰無仮説が棄却できなかったものが1つでもある場合に、「母集団は極値分布に従わないとは考えられない」、つまり「その母集団を用いて極値解析をするのがまんざら不適切とは考えられない」と判断することとした。
- ③ ②の検定で、すべての分布形について帰無仮説が（有意水準0.05で）棄却された計算地点が186個あったが、それらの計算地点については、一般化正規分布を用いて同じように $\chi^2$ 検定を行った。これに関しては、Mathematicaに確率分布が含まれていないので、算定した推定母数を用い、乱数発生により生成した標本（Aとする）と、母集団（Bとする；3,000個のデータ）を比較した。つまり、 $\chi^2$ 検定により、AとBの2つが有意水準0.05で「同じ確率分布から採られたデータかどうか」を調べた（この方法については、葛葉・水木（2021a）で詳述しているので、そちらを参照されたい）。その結果、186計算地点すべてで、帰無仮説を棄却できなかった。
- ④ 以上の結果をもってして、851計算地点すべてで、これらの母集団を用いた極値解析がまんざら不適

切とは言えないという結果を得たと考える。

前報でも記述したが、帰無仮説は積極的に肯定できるものではなく、このような検定手法で極値解析をすることの妥当性を主張しているわけではない。この程度の条件のデータ・有意水準の値を用いたということを、明らかにしているのである。

なお、本報の査読者からは、「定常な境界条件が与えられているd4PDFの温暖化実験結果を用いる方が適当ではないか」というご意見をいただいた（前報の査読者の方からも同じコメントはいただいていた）。過去実験のデータが本研究の目的に照らして不適当なものではないという理由は上述の通りであるが、「なぜ温暖化実験の結果を用いなかったか」に対しては、以下のように説明したいと考える。

- 温暖化実験は「全球平均温度が4℃上昇した仮想の世界」を作り上げたものである。それ自体は極めて貴重な実験であるが、著者らは、「実データ」を大切にしたいと考えた。むしろ、過去実験も、実際は計算機が作った世界ではあるが、より「観測値に準拠している」と考えた。
- 温暖化実験は、90メンバのデータを持つが、「CMIP5に貢献した全球大気海洋結合モデルの実験結果を基に用意された6種類のSSTデータを用いる」という設計思想に鑑み、「6種類の結果を全部併せて」将来気候の母集団とすることの妥当性に関し、著者らが自信を持てなかった。つまり、「6つの世界は別々に扱うべき」という考え方もあり得るのだと考えた。その場合、過去実験より格段に母集団の要素数が少なくなってしまう。
- 結果的に、「より観測値に近いデータ」「より定常なデータ」のどちらが大事かという問いに関し、著者らは前者を選んだと考えていただければと考える。

## 2. 前報との比較

葛葉・水木（2021a）では、基本的にL-moment法で母数を推定し、修正SLSC法によって適合度評価をして最適な確率分布を選定した。ただし、江藤らの分布に関して最尤法で母数を推定し、その結果を包含した場合も報告した。図-1の(a)-(d)はその結果を若干修正して再掲したものである（上述のように、前報では851計算地点のうち2地点を除外したが、前述の検定結果に基づき、この図ではすべての計算地点を対象としている。そういう意味での修正である）。“C”（conventional method）は従来から

のSLSC法, “M” (modified method) は著者らの提案する修正SLSC法を意味する。また, “withETO”, “withoutETO” は, 最尤法で母数推定をした江藤の分布を含むか含まないかを意味する。d4PDF過去データ (日本域) のメンバm001について, 年最大1時間降水量の標本は, 従来からのSLSCを用いると, 一般化極値分布 (GEV, 38 %; 数字は計算地点全体のうちこの確率分布が最適な分布として選定された割合で, 以下同様である) と一般化正規分布 (GNO, 42 %) といった, 3母数の確率分布が選定される確率が高かった (a) の図)。母数が多い方が, フィッティングの成績が良くなるのは自然であろう。それに対し, 修正SLSC法を用いた場合は, 2母数のゲンベル分布が選定される確率が高くなった (b) の

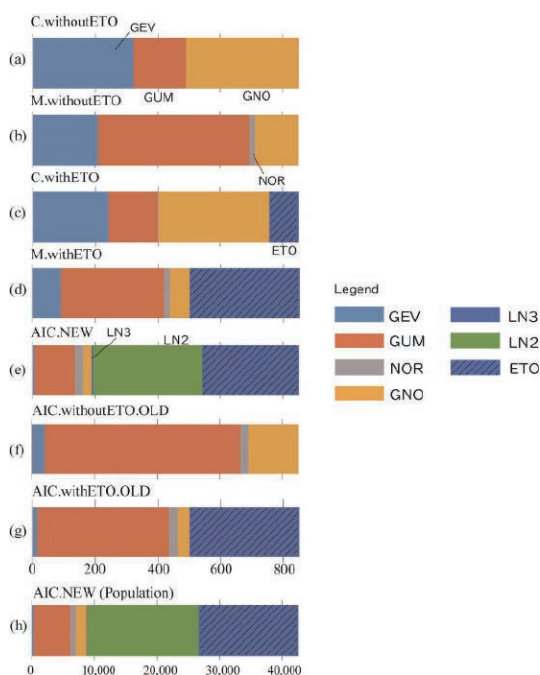


図-1 種々の条件で適合度評価を行った結果選定されたそれぞれの確率分布の割合を示した図。各図の説明については本文を参照されたい

Fig. 1 Probability distributions selected using different criteria under different conditions. The conventional method, modified method proposed by us in an earlier paper, and a method using AIC are denoted respectively by C, M, and AIC. Cases in which the ETO distribution was included, cases without the ETO distribution, cases in which the same distributions as those in an earlier paper are used, and cases in which we use seven distributions are represented respectively in the figure by withETO, withoutETO, old, and new. Three character distribution names are presented in the main text.

図, 57 %)。著者らの主張は, 「従来型のSLSC法は評価基準としてアンフェアである」なので, そういう意味では, 「今まで, 本邦での水工計画策定時に」3母数の確率分布が過大評価されてきたことになる。「手引き」では, 「SLSCによる適合度評価のあとに安定性評価を行って確率分布を選定することとしている」という反論があるかもしれないが, SLSCによる「スクリーニング」を確かに行うのであり, その際に3母数の確率分布が「修正SLSC法と比較して」「過大評価されてきた」ことに変わりはない。次に, (a), (b) の図と同様で, ただし, 江藤らの分布 (ETO) も含めたのが (c), (d) であるが, 江藤らの分布も, 2母数の確率分布であり, 「従来型のSLSC法を用いることによって2母数の分布が過小評価される (3母数の確率分布が過大評価される)」という上述の記述と矛盾するものではない。

さて, ここで, 前報の結果と, 本報での結果を比較してみよう。まず, 前報で江藤らの分布を用いずに出した結果と, 本報でAICを評価基準として用いた結果 (江藤らの分布を用いない場合) を比較しよう。つまり, 図の (a), (b) と (f) である。(f) の“OLD”は, (対象とする確率分布が) 前報と同じ条件であることを意味する。(b) でゲンベル分布が選定される確率が高くなったと記述したが, (f) では

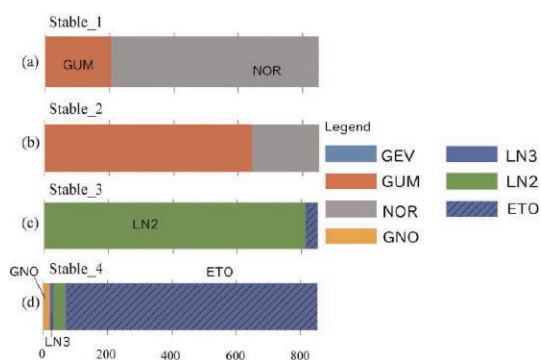


図-2 安定性評価の結果を示した図。一番上の図は「1番安定性が高いと評価された確率分布がどの分布だったか」を示した図。以下, 下に向かって, 「2番目に安定性が高いと評価された結果」などである

Fig. 2 This figure shows which probability is the most stable. Stability was estimated from the standard deviation of the T-year hydrological value: (a) shows that the standard deviation of Gumbel distribution or Normal distribution is smallest; “stable\_1” denotes the smallest distribution; “stable\_2” denotes the second smallest distribution, and so on.

さらにその傾向が顕著である。AICを使用することによって、一般化正規分布はさほど選定される確率が減じていない（(b)→(f)）のに、一般化極値分布の選定される確率が落ちたのは、「グンベル分布は一般化極値分布の特殊形であり、グンベル分布が選定される確率が上がると、一般化極値分布のそれが下がる」ということであろう。なお、江藤らの分布も対象とした（c）、（d）と同じ確率分布を用いて、AICを規準として用いた場合の（g）を比較すると、やはり、グンベル分布が選定される確率が増加し（19 %→38 %→49 %、（c）→（d）→（g）の順番）、ただ、AICを用いた場合も江藤らの分布が一定割合（同じく11 %→41 %→41 %）を確保しているのが分かる。

なお、AICを規準に用いた（g）で、一般化正規分布（GNO, 4 %）が減じたのは、この確率分布が3母数の確率分布で、AICの定義により、結果としてそうなったからだと思われる。そこで、一般化正規分布は、その中对数正規分布と正規分布を含んで

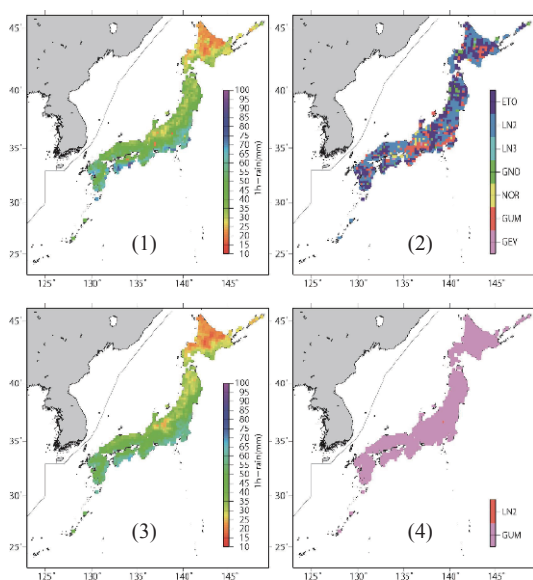


図-3 100年確率1時間降水量の分布

- (1) AICを用いて求めた100年確率1時間降水量
- (2) (1)で選定された確率分布
- (3) 安定度を加味して求めた100年確率1時間降水量
- (4) (3)で選定された確率分布

Fig. 3 Spatial distribution of 100-year precipitation (mm/h)

- (1) 100-year value estimated by AIC.
- (2) Spatial distribution of selected probability distribution.
- (3) 100-year value estimated by AIC and stability.
- (4) Spatial distribution of selected probability distribution.

いるため、2母数の対数正規分布がAICを用いた場合も選定されやすいように、2母数対数分布、3母数対数分布も対象とした場合の結果が（e）である。この場合は、グンベル分布、江藤らの分布、2母数対数分布の占める割合が、それぞれ、15 %、36 %、41 %となった。以上はメンバm001だけを対象とした結果であるが、50のメンバ全部に対して、同様の解析を行った結果（(h)のグラフ）、（h）と（e）は同じような結果を示した。正確な数字を示すと、グンベル分布、江藤らの分布、2母数対数分布の占める割合は、14 %、37 %、42 %であった。

以上の結論として、AICを用いると、2母数の確率分布が選ばれやすくなるが、正規分布～対数正規分布に関しては、一般化正規分布だけではなく、2母数対数分布も検討対象に入れておくべきである。さらに、本邦発の江藤らの分布は、極値データの解析を行う際には、必ず対象に入れるべき確率分布で

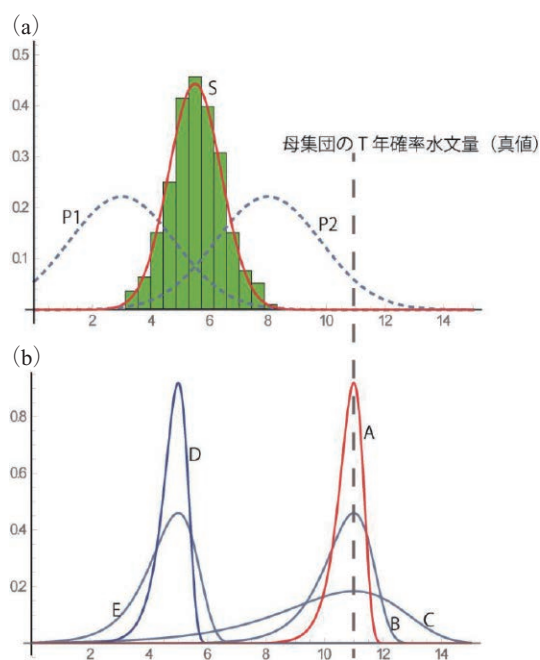


図-4 藤部（2011）を参考に作った図で、確率分布を選定する際にどのような基準でそれをするかを説明する図である。指定幅とバイアスについて注目されたい。

Fig. 4 The upper panel shows relations between two PDFs of population and a PDF of the sample. The lower panel shows some distributions of T-year hydrological value. Stability tests might select “distribution D.” Therefore, stability tests should not be used. We referred to Fujibe (2011) when producing this figure.

あると考える。

### 3. 確率水文量の安定性評価

「手引き」にはリサンプリング手法で安定性評価を行うことの、合理的な目的が書かれていない。ただ、「手引き」が参照している宝・高棹（1988）から推測するに、以下のような目的があってこの評価で確率分布を選定しているのだと推測できる。

- ①標本は、バックグラウンドにある母集団から採られたものであるが、要素数が限られた一つの標本を用いて母集団の性質・特性値を推定すると、偏りがある可能性が高い。例えば平均について、それ自体確率変数である標本平均が母平均と一致することは稀で（ただし、そもそも、母集団の全てを見ることができないことが多く、大抵は一致しているかどうかはわからない）、標本サイズが大きければ大きいほど、母平均の近くで分布する（中心極限定理）。
- ②水工学で用いられることが多い、降水量や流量データは、多くて数十年～100年分程度である。さすれば、母平均や、母集団の100年確率水文量のような確率水文量も、「母集団のそれ」の周りに分布しているはずである。今、限られた標本からそれらの諸量を求めた場合に、偏りがあるのは当然であるが、その偏りを小さくしたい。
- ③別の表現方法をとれば、水工計画において、例えば100年確率流量を基本に築堤等の工事を行ったとして、将来的に標本サイズが増えた時に、その100年確率流量が変わってしまったら都合が悪い。そこで、当初からできるだけ偏りの小さい確率分布を選定しておきたい。

この動機は是非はともかく、母集団が我々に見えている本報のような解析では、リサンプリング手法を用いることなく、50のメンバそれぞれについて求めた50の「標本の確率水文量」の分散なり標準偏差を使って、「手引き」が推奨する安定性を評価できる。

前述の7つの確率分布全部（図-1の凡例参照）について、母数の推定値を求めた後に、「T年確率1時間降水量」（T=100, 150, 200年とした）をメンバの数だけ求め、標準偏差を求めた（分散算定の際に、分母を標本サイズで除する不偏分散ではなく、標本サイズで除する分散を求めた）。図-2は、851計算地点×3（T=100, 150, 200年）=2,553のそれぞれのケースについて、標準偏差が最も小さい確率分布、2番目、3番目、4番目に小さい確率分布として、ど

の確率分布が現れるかを図にしたものである。一番小さいものは、83 %が正規分布で、17 %がグンベル分布であった。ここに挙げていない図も含め、ここでの解析より分かることは以下のとおりである。

- ①よく知られているように、3母数の確率分布の標準偏差は、2母数の確率分布のそれより大きい。
- ②2母数の確率分布の中では、正規分布の標準偏差が最も小さく、次がグンベル分布、その次が2母数対数正規分布になるケースが多かった。江藤らの分布の標準偏差が2母数の確率分布中、最も大きくなる傾向があった。
- ③3母数の確率分布の中では、一般化極値分布の標準偏差が一番大きくなる傾向が顕著であった。

次に、本報で計算した100年確率1時間降水量の分布を示しておきたい。図-3(1)は、AICを基準として最適な確率分布を選定した後に、それを用いて計算した100年確率1時間降水量の空間分布である（図-1(e)に相当する）。用いた確率分布は、前述の7つである。さらに、図-3(2)は、その際に選定された確率分布を視覚化したものである。ここまでは、安定度を評価していない。「手引き」に準拠した場合、安定度の高い（本節で言うところの標準偏差が小さい）確率分布が得られることになる。図-2より、グンベル分布、正規分布、2母数対数正規分布、江藤らの分布の安定度が高く、なおかつ正規分布が極値データにあまり適していないこと等を勘案し、ここでは、グンベル分布、2母数対数正規分布、江藤らの分布のうち、最もAICの小さな確率分布を選定することにした。もちろん、これは、「手引きの手法」と同じくらい恣意的な方法で、著者らが主張している「フェアなやり方で、かつ2重の規準とならない手法」にはなっていない。ここでは、「手引き」に類似の『安定度を加味した手法』を参考程度に示すだけ」ということでご了解いただきたい。図-3(3), (4)は、それぞれ(1), (2)と同様で、ただし、安定度を加味した方法で100年確率1時間降水量を求めたものである。結果として、以下のことが言えよう。

- A. 安定度を加味した場合、ほとんどの地点でグンベル分布が選定され、1ヶ所だけ2母数対数正規分布が選定された。
- B. AICのみで選定した場合、図-3(2)において、2母数対数正規分布、江藤らの分布は本邦領土上にまんべんなく分布しているように見えるが、グンベル分布は若干領土上の中央部に集



まっているように見える。ただし、現状で根拠もわからないし、その傾向を主張するつもりはない。

C. 100年確率1時間降水量の分布は、北方ほど小さくなるという、常識的な分布に見える。ただし、図-3(1)と(3)を比較すると、(3)の方が紫や青の点が減り、オレンジや黄色が増えている。若干1時間降水量が少なく算定されているということである。

ただし、読者は、この図で示す100年確率1時間降水量は過小評価ではないかと思われると考える。同様のことを、葛葉ら(2018)、前報(葛葉・水木(2021a))等で査読者に指摘されてきたが、そうではなく、著者らが用いたd4PDFのデータは、20 km×20 kmのエリアの、いわば空間平均降水量に相当するので、ピークが減じられているのである。

#### 4. リサンプリング法による安定性評価について

前節までで述べたように、すくなくとも、d4PDFの過去気候データを使用した解析結果としては、AICを用いた確率分布の選定結果と、安定性を用いた選定結果は違うようである。最終的な選定結果である、図-1の(e)と図-2の比較、さらに図-3を見るとそれがよくわかる。AICは、「真の分布」を求めるための規準ではなく、「予測精度の良いモデルを選ぶ」ための規準である。図-1(e)を見るなら、グンベル分布、2母数対数正規分布、江藤らの分布が選定されることが多いようであるが、その3つはどの分布が選定されてもおかしくない。ところが、安定性で確率分布を選定すると、大抵の場合、正規分布が選定される。今、本報では極値解析を考えているので、正規分布は除外した方が良いが、その場合、ほとんどグンベル分布が選ばれることになり、江藤らの分布はほぼ選定されない(前節参照)。

図-4は、藤部(2011)が示した図を参考に、著者らが種々補足した図である。(以下の説明の後半部の)考え方自体も藤部の考え方から大きく進歩しているものではない(つまりオリジナルは藤部(2011)である)。今、極値の標本があったとして、データが図-4(a)の緑のヒストグラムの様に分布しているとしよう。ここでヒストグラムは、総面積が1になるように標準化しているとする。赤の曲線のような確率密度関数を求め、それが母集団の確率密度関数であることを期待するのが普通である。ただし、AICは、「正しい母集団の確率密度関数」を求

めるのではなく、予測に役立つものを探す。いま、母集団が分かっているとし、「それがP1の確率密度関数で示されるような母集団で、たまたま標本が値の大きな方に偏って緑のヒストグラムのような分布(標本)が得られた場合」、「それがP2の確率密度関数で示されるような母集団で、たまたま標本が値の小さな方に偏って緑のヒストグラムのような分布(標本)が得られた場合」のどちらかだとする。(AICを使って)「予測に役立つモデル」が求められるが、標本が同じなので、同じ「母集団を表すモデル」が得られる。つまり、AICで求めた「予測に役立つモデル」にし、単にヒストグラムと確率密度関数の適合度が良いように手法で求めたモデルにし、標本の偏りを大きく補正することはできないのである。直感的には、「AICを使ってモデルを選定しても赤の確率密度関数が得られるが、P1ともP2とも一定の距離がある」「AICを使って緑のヒストグラムから予測に役立つモデルが得られたとして、それがP1に極めて近いなら、P2から遠いということになる」ということである。

さて、今(P1を無視して)P2が真の母集団の確率密度関数だとしよう。そのT年確率水文量は、一つしかない。それが図の破線(値11のあたり)の位置にあるとしよう。母集団が分からない中で、このT年確率水文量は、(図-4(b)でその分布を模式的に示したように)標本によって変化する。もちろん、観測期間が長くなると変化する。前述の「手引き」の考え方と思われる、「なるべくT年確率水文量の変動がないように」というのは、藤部の言う推定幅の狭い、AやDのような、「T年確率水文量の確率分布の分散が小さい」確率分布を探すという意味であろう。A、B、Cは、真の母集団のT年確率水文量のまわりに分布するが、DやEはそもそもバイアスが大きい。著者らの主張は、Dを選ばないとも限らない、「手引き」の推奨する安定性評価に重点を置く手法は危険だということである。

もちろん、「手引き」の著者は、「そのためにSLSCで先にスクリーニングをかけている」と言うだろう。しかし、スクリーニングの規準は恣意的にしか決められない(「SLSCで0.04以下」の弊害は十分に述べてきたが、例えば「AICで上位〇個」としても、「AIC〇以下」としても、その基準を客観的に決めることは不可能である)ので、「安定性」と「いわゆる適合度もしくは予測の精度」(藤部(2011)の「指定幅」と「バイアス」に相当する)という2つの規

準を用いるのは得策ではない。また上述のように、安定性だけを用いると図-4のDの様な分布を選定しかねないので、それはもっと悪い。

さらに言えば、基本的に年々標本が大きくなってきているのであるから、いずれは寶 (2006)、宝・小林 (2009) が提示したようなノンパラメトリックな手法で確率水文量を求めれば良いわけである。その時にT年確率水文量が変わってゆくことを心配するより、現時点の標本で「予測に最も役立つモデル」の推定を行うのが、我々にできる精いっぱいのことだろうと考える。今後さらに「母集団が定常でないこと」が問題になるのは目に見えている。著者は、「母集団の非定常性の問題」の解決手法に、「定常下の推定幅の問題」を包含させて考えるのが得策だと考える。そのため、現時点では、上述のような弊害のある安定性評価は不要である。第1著者が葛葉 (2018b) に記したように、「母集団の非定常性の問題」については、Coles (2001)、立川や椎葉のグループ (立川, 2020; 林ら, 2015) の提案した手法 (漸变的・規則的な母集団の変化を想定している) や山田 (正)・山田 (朋)・清水らのグループの研究 (清水ら, 2018等) の今後の進捗に期待したいと考える。

## 5. 真の平均対数尤度について

ここでは、平均対数尤度、AIC等について、小西・北川 (2004) の「情報量規準」という教科書の記述に従って検討する。具体的には、d4PDFよりさらに要素数の多い母集団と個数60個の標本を生成し、「AICが何を選ぶのか？」を観察する。それによって本報で提案する手法の性質 (主に限界) が分かると考える。

- ① d4PDF 過去気候データから求めた1時間降水量時系列について、適当な計算地点 (具体的には沖縄県名護市上に位置する計算格子点; ここを選んだ理由は、この地点が、著者らのd4PDFデータファイルの最初に位置していたというだけである) のメンバm001を使用し、一般化正規分布の母数推定値を求めた後に、乱数を600,000個発生させる。ここで、確率分布として一般化正規分布を用いる。母数推定値は、位置母数 $\xi=22.08$ 、スケール母数 $\alpha=7.67$ 、形状母数 $k=-0.38$ の一般化正規分布である。要素数も多いので、これを母集団と考える。
- ② 同じモデルを用いて、標本サイズ60個の標本を何グループか (具体的には9個、それに加えて標本サイズ1,000個の標本を用いたケースも検討した。

表-1の右下部分参照) 生成させる。それぞれ、一般化極値分布、一般化正規分布、グンベル分布、2母数対数正規分布、正規分布、江藤らの分布の6分布について、最尤法でパラメータを推定する。こちらは標本である。

- ③ 母集団の確率密度関数を $g(x)$ 、標本の確率密度関数を $f(x)$ とすると、K-L情報量を介し、平均対数尤度 $E_G[\log f(X)]$ は、次式 (1) で表現できる。

$$E_G[\log f(X)] = \int \log f(x) dG(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \log f(x) dx & (\text{連続モデル}) \\ \sum_{i=1}^n g(x_i) \log f(x_i) & (\text{離散モデル}) \end{cases} \quad (1)$$

式 (1) の上の式は確率変数が連続型の場合の式で、下の式は離散型の場合の式である。母集団の $g(x)$ は既知であり、またここで9個の標本に対し、確率密度関数 $f(x)$ を求めたのであるから、式 (1) の上の式、つまり連続型確率変数の式を用いて、この平均対数尤度を求めることができる。この平均対数尤度が大きいモデルの方が、K-L情報量が小さくなり、良いモデルと言える。この真の対数尤度を、後に $E_G$ と表記することにする。

- ④ 通常、標本は有限個であるため離散的な存在である。つまり、 $E_G$ を算定する際に、式 (1) の下の式を使う。また、通常は母集団の構造はわからないので、真の関数 $g(x_i)$ のかわりに、経験分布関数 $\hat{g}(x_i)=1/n$ を使う。 $n$ は標本サイズである。さすれば、 $E_G[\log f(X)]$ の推定値 $E\hat{G}[\log f(X)]$ は、

$$E\hat{G}[\log f(X)] = \sum_{i=1}^n \hat{g}(x_i) \log f(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log f(x_i) \quad (2)$$

となる。つまり、この平均対数尤度の推定値は、対数尤度を $n$ で除したものに相当する。最尤法で母数を推定する時は、この平均対数尤度の推定値の $n$ 倍の値が最大になる母数の推定値を探していることになる。ただし、複数の確率分布のうちで最適なものを選ぶときは、それらの個々の確率分布の「平均対数尤度の推定値」を直接には比較しない。つまり、母集団が分かっている時の $E_G[\log f(X)]$ から見て、 $E\hat{G}[\log f(X)]$ にはバイアスがあることが分かっている (詳しくは、小西・北川 (2004) の3.4などを参照されたい。要点を記述するなら「 $E\hat{G}[\log f(X)]$ は、そのままでは $E_G[\log f(X)]$ の推定値とはならない。あるバ

イアスを持つ。AICでは、そのバイアスを母数の数で表現できると考えている」ということになる）。そこで、赤池は、次式（3）のAIC（赤池の情報量規準）を提案した。

$$AIC = -2 \sum_{i=1}^n \log f(x_i) + 2p = -2nE_{\hat{G}}[\log f(X)] + 2p \quad (3)$$

ここでは、 $E_G[\log f(X)]$ と、母数推定時に求めた $E_{\hat{G}}[\log f(X)]$ を、それぞれ、 $E_G$ 、 $E_{\hat{G}}$ という表記で解析に使用する。

以上の $nE_G$ 、 $nE_{\hat{G}}$ 、 $nE_{\hat{G}}-p$ 、AICを9つの標本に対して計算し、比較したのが表－1である（ $n$ は標本サイズである）。表中、最適な分布と評価される確率分布のセルに対して「網がけ」を施した。ある与えられた標本を用いて最適な確率分布を求める際に

は、実際には母集団が未知なので、 $E_{\hat{G}}$ または、それからバイアス分を補正したAICに依らざるを得ないのだが、この9つの限られたケースを見る限り、以下のようなことが分かる。

A.  $nE_G$ 、 $nE_{\hat{G}}$ を比較する限り、母集団の確率分布として経験分布関数 $\hat{g}(x_i)=1/n$ を用いて得られた $nE_{\hat{G}}$ は、母集団の真の確率密度関数 $f(x)$ を用いて得られた $nE_G$ の推定値として、さほど不適当な値を示しているとは思えない（値としては大して変わらない）。ただし、AICの理論に基づけば、 $nE_{\hat{G}}$ はバイアスを持っており、 $nE_{\hat{G}}-p$ が「バイアス補正された平均対数尤度を $n$ 倍した値」である。この値も（ $nE_{\hat{G}}$ からたかだか2か3を減ずるだけなので）値としては、 $nE_G$ の推定値として、さほど不

表－1 10個の数値実験の結果を示した図。平均対数尤度やAICなどの最大値又は最小値で最適な確率分布を選ぶとどうなるかを示している。グレイの部分が最適な確率分布として選ばれたことを示している。この実験で標本サイズ $n$ は60だが、右下のケースだけは $n=1,000$ としたケースである

Table 1 AICs calculated using several methods. For details, refer to the main text. This table presents 10 results of numerical experiment in which the sample size  $n$  is 60, except for lower right case, for which  $n$  is 1,000.

	$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC		$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC
GEV	-207.59	-206.65	-209.65	419.30	GEV	-209.73	-195.77	-198.77	397.53
GNO	-207.90	-206.28	-209.28	418.56	GNO	-210.22	-195.89	-198.89	397.79
GUM	-207.54	-206.89	-208.89	417.77	GUM	-210.33	-195.76	-197.76	395.52
LN2	-207.49	-206.78	-208.78	417.55	LN2	-210.50	-195.99	-197.99	395.97
NOR	-214.11	-213.12	-215.12	430.24	NOR	-219.37	-202.78	-204.78	409.56
ETO	-207.93	-206.59	-208.59	417.17	ETO	-209.93	-196.45	-198.45	396.91
	$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC		$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC
GEV	-207.49	-207.85	-210.85	421.70	GEV	-209.03	-220.79	-223.79	447.58
GNO	-207.45	-207.79	-210.79	421.58	GNO	-209.83	-220.54	-223.54	447.07
GUM	-207.55	-207.88	-209.88	419.76	GUM	-209.68	-222.42	-224.42	448.84
LN2	-207.50	-207.81	-209.81	419.61	LN2	-209.88	-221.64	-223.64	447.28
NOR	-214.12	-215.31	-217.31	434.62	NOR	-220.42	-233.29	-235.29	470.58
ETO	-207.90	-208.56	-210.56	421.12	ETO	-209.17	-220.71	-222.71	445.41
	$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC		$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC
GEV	-208.39	-204.63	-207.63	415.26	GEV	-210.70	-201.47	-204.47	408.94
GNO	-208.84	-204.74	-207.74	415.47	GNO	-211.39	-200.69	-203.69	407.39
GUM	-208.13	-205.17	-207.17	414.35	GUM	-208.33	-204.14	-206.14	412.27
LN2	-207.92	-205.38	-207.38	414.77	LN2	-207.97	-204.37	-206.37	412.73
NOR	-214.37	-217.50	-219.50	438.99	NOR	-214.50	-216.34	-218.34	436.67
ETO	-208.88	-204.82	-206.82	413.63	ETO	-209.02	-201.93	-203.93	407.85
	$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC		$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC
GEV	-209.78	-210.93	-213.93	427.86	GEV	-208.96	-204.69	-207.69	415.37
GNO	-209.57	-211.27	-214.27	428.53	GNO	-210.01	-205.14	-208.14	416.27
GUM	-209.64	-211.19	-213.19	426.38	GUM	-207.74	-206.74	-208.74	417.48
LN2	-209.47	-211.46	-213.46	426.92	LN2	-207.49	-207.16	-209.16	418.32
NOR	-215.97	-218.72	-220.72	441.45	NOR	-215.37	-223.28	-225.28	450.57
ETO	-210.32	-211.25	-213.25	426.50	ETO	-208.47	-204.91	-206.91	413.82
	$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC		$nE_G$	$nE_{\hat{G}}$	$nE_{\hat{G}}-p$	AIC
GEV	-207.95	-209.44	-212.44	424.89	GEV	-3457.63	-3463.86	-3466.86	6933.71
GNO	-207.88	-209.57	-212.57	425.14	GNO	-3456.98	-3462.96	-3465.96	6931.93
GUM	-207.78	-210.09	-212.09	424.19	GUM	-3458.69	-3465.80	-3467.80	6935.59
LN2	-207.85	-209.95	-211.95	423.90	LN2	-3458.06	-3464.73	-3466.73	6933.46
NOR	-214.67	-220.01	-222.01	444.03	NOR	-3568.38	-3587.33	-3589.33	7178.65
ETO	-208.18	-209.52	-211.52	423.04	ETO	-3464.66	-3469.73	-3471.73	6943.46

適当な値を示しているとは思えない。

- B. ただし、最適な確率分布を選定するために、それぞれの確率分布の $nE_G$ 、 $nE_{\hat{G}}$ を比較する場合には、本報のケースのように、「元々どの分布も成績が良い」場合には、微妙な値の大小で結果が変わるので、表-1の「網がけが処されたセル」は、 $nE_G$ 、 $nE_{\hat{G}}$ 、 $nE_{\hat{G}}-p$ で一致しない場合もある。なお、 $nE_{\hat{G}}-p$ に“-2”を乗じたものがAICである。
- C.  $nE_{\hat{G}}-p$ （つまりAIC）は、バイアス項を含むが、その項は母数の数 $p$ である。その項が「母数の数が多い確率分布にハンディをつけること」を意図しているかいないかに関わらず、 $nE_{\hat{G}}-p$ による比較は、 $nE_{\hat{G}}$ による比較より、より2母数の確率分布に有利な結果をもたらす。
- D. それでは、 $nE_{\hat{G}}-p$ やAICを用いた選定結果が、真値である $nE_G$ による選定結果（現実にはこの真値による選定結果は得られない）と同じであるかと言えば、表-1を見れば明らかとなおり、「異なる場合が多い」と言わざるを得ない。その理由の一つは、上述の経験分布関数が正確に使える条件が $n \rightarrow \pm\infty$ であることと考える。表-1の右下に示した結果は、 $n=60$ ではなく、 $n=1,000$ としたケースのものであるが、この場合は、 $nE_G$ 、 $nE_{\hat{G}}$ 、 $nE_{\hat{G}}-$

$p$ （つまりAIC）による選定結果が同じである。

- E. それでは我々に何ができるか（現実的な対応）という観点で考えてみよう。実際は $nE_{\hat{G}}-p$ （つまりAIC）を使うことになる。その結果は、上述のように真値とは異なる可能性がある。その場合も、表-1を見る限り、極端におかしな確率分布を選定してしまっているとはいえない。例えば左上のケースだと、 $E_{\hat{G}}-p$ によって江藤らの分布が選定され、それは「真値と考えられる2母数対数正規分布」とは異なる。ただし、江藤らの分布の $nE_G$ は、2母数対数正規分布の $nE_G$ と比較して極端に小さな値になっているわけではないので、「大きく不適当」と考えなくても良いのではないかと考える。我々にそれ以上のことが出来ないのであれば、限界を認識した上で、その結果を受け入れるのが次善の策であると考えられるわけである。適合度ではなく、「予測の精度」という観点でモデルを選定するAICは、その考えは織り込み済みと解釈する。

## V. 結論

中小河川計画の手引き（案）が推奨する「確率水

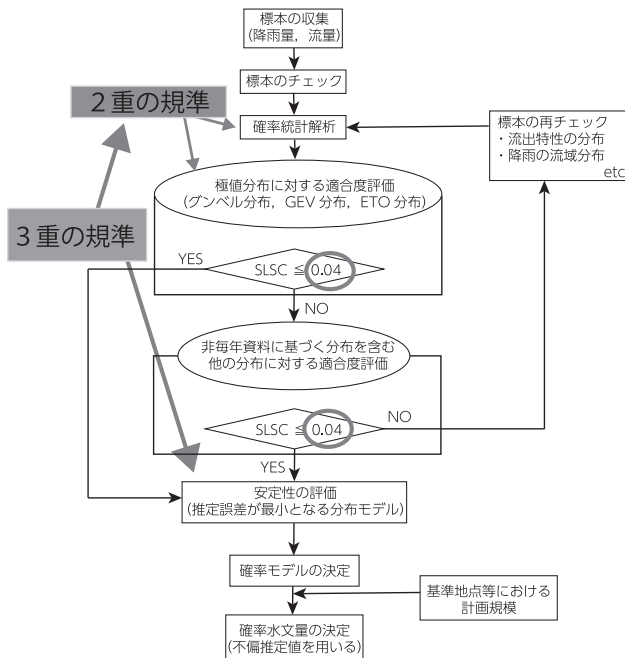


図-5 中小河川計画の手引き（案）が推奨する確率水文量算定の手法と、その問題点を示した図

Fig. 5 Flow chart showing T-year event estimation procedures, as recommended by the “Guide for River Plan Design,” and its difficulties.



文量」の算定方法（図－5）がおかしいというのは、前報（葛葉・水木（2021a））で述べた。前報では、行政が今まで用いてきた、「SLSCを使用する手法」を「修正SLSC法」として提案した。しかし、その手法では、母数推定、適合度評価において別の規準を用いるという「2重の規準の問題」の解決にはならない。

そこで、本報では、最尤法で母数を推定し、AICで適合度評価を行うという手法を用いて結果を前報の結果と比較した。さらに、「手引き」が最終的に確率分布選定に用いている「安定性の評価」について、それが不要であることを述べた。

この分野の手法は、いまだ確固としたものがない。しばらくの間は、行政が「手引き」を使うケースが多かったようであるが、今後は、前報と本報で記述した手法をはじめ、いくつかの手法を比較検討し、行政が「科学的かつ論理的に、使った根拠を説明できる手法」に従って確率水文量を算定されるべきである。

## 謝辞

本報で報告する研究成果の60%は、科学研究費補助金（代表：葛葉，d4PDFデータを用いた非定常IDFAカーブの算定（新しい治水計画策定法の提案）、19K04613）によって得られたものである。40%は、三重県・三重大学 みえ防災・減災研究センターの経常的研究資金（代表：水木）によって賄われた（それに関連し、本報の責任著者は貢献度から考えて葛葉、水木の両方である）。記して深謝申し上げる。また、国土交通省・その関連機関の担当の方々（本報執筆時の河川計画調整室長の森本氏、三重河川国道事務所の岡本氏、その他のの方々）、三重県県土整備部河川課の方々には貴重なご示唆をいただいた。それぞれ深謝申しあげる。

## 引用文献

- Akaike H. 1974. A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control 19: 716-723. DOI: 10.1109/TAC.1974.1100705.
- 中小河川計画検討会 1999. 中小河川計画の手引き（案）～洪水防御計画を中心として～. 財団法人国土開発技術研究センター；243.
- Coles S. 2001. *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer: Berlin; 208.
- 江藤剛治・室田 明・米谷恒春・木下武雄 1986. 大雨の頻度. 土木学会論文集 369/II-5: 165-174.
- 藤部文昭 2011. 極値分布関数の適合度評価に関する検討. 天気 58: 765-775.
- 林 敬大・立川康人・椎葉充晴 2015. 時変母数による非定常水文頻度解析手法のモデル選択に関する考察. 土木学会論文集 B1(水工学) 71: 28-42. DOI: 10.2208/jscejhe.71.28.
- 星 清 1997. 水文頻度解析. 水文・水資源ハンドブック（水文・水資源学会編），朝倉書店；238-248.
- 星 清 1998. 水文統計解析. 開発土木研究所月報 540: 31-63.
- Hosking JRM. 1990. L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of Royal Statistical Society B52*: 105-124.
- Hosking JRM. 2005a. "Research Report: Fortran routines for use with the method of L-moments", 2005/07/25, <http://btr0xq.rz.uni-bayreuth.de/math/statlib/general/lmoments.pdf>. (参照：2021/07/01).
- Hosking JRM. 2005b. "LMOMENTS: Fortran routines for use with the method of L-moments", <http://ftp.uni-bayreuth.de/math/statlib/general/lmoments>. (参照：2021/07/01).
- Hosking JRM. 2019. "The Comprehensive R Archive Network", <https://cran.r-project.org/web/packages/lmom/index.html>. (参照：2021/09/03).
- Hosking JRM, Wallis JR. 1997. *Regional Frequency Analysis*. Cambridge University Press: New York; 224.
- 小西貞則・北川源四郎 2004. 情報量規準. 朝倉書店；194.
- Kullback S, Leibler RA. 1951. On information and sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics* 22: 79-86.
- 葛葉泰久ら 2018. AMeDASとd4PDFデータを用いた降水量の非定常性と極値に関する考察. 土木学会論文集B1(水工学) 74: I\_325-I\_330. DOI: 10.2208/jscejhe.74.I\_325.
- 葛葉泰久 2018. これからの確率統計水文学の役割. 水文・水資源学会誌, 31: 541-544. DOI: 10.3178/jjshwr.31.541.
- 葛葉泰久・水木千春 2021a. 確率水文量算定手法の改良と従来からの手法の問題点指摘－修正 SLSC 法を含む手法－. 水文・水資源学会誌 34: 283-302.
- 葛葉泰久・水木千春 2021b. 「中小河川計画の手引き（案）」を使って算定された確率水文量は「間違い」です. 水文・水資源学会 2021年度研究発表会要旨集: OP-7-04.
- 文部科学省・気象庁気象研究所・東京大学大気海洋研究所・京都大学防災研究所・国立環境研究所・筑波大学・海洋研究開発機構 2015. "database for Policy Decision making for Future climate change (d4PDF)", [https://www.miroc-gcm.jp/d4PDF/index\\_en.html](https://www.miroc-gcm.jp/d4PDF/index_en.html). (参照：2021-07-01).
- Mutua FM. 1994. The use of the Akaike Information Criterion in the identification of an optimum flood frequency model, *Hydrological Sciences Journal* 39: 235-244. DOI: 10.1080/02626669409492740
- 清水啓太・山田朋人・山田 正 2018. 確率限界法検定に基づく確率分布モデルの信頼区間を導入した新しい水文頻度解析手法. 土木学会論文集B1, 74: I\_331-I\_336. DOI: 10.2208/jscejhe.74.I\_331.
- 鈴木正人 2019. d4PDF過去実験における夏季降水量の定常性の検証. 土木学会論文集 B1, 75: I\_295-I\_300. DOI: 10.2208/jscejhe.75.2\_I\_295.
- 立川康人 2020. 非定常データの水文頻度解析手法. 水文・水資源ハンドブック（7章2節）（印刷中）
- 宝 馨 1998. 水文頻度解析の進歩と将来展望. 水文・水資源学会誌 11, 740-756. DOI: 10.3178/jjshwr.11.740
- 寶 馨 2006. 大標本時代の水文頻度解析手法－リターンペリオドを超えるようなサイズの標本に対する極値データ解析－. 京都大学防災研究所年報49B: 7-12.
- 宝 馨・小林健一郎 2009. 標本サイズと水文頻度解析. 土木学会

水工学論文集, 53: 205-210.  
 宝 馨・高棹琢馬 1988. 水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準. 土木学会論文集 393/II-9: 151-160.  
 宝 馨・高棹琢馬・清水 章 1987. 水文統計解析における確率分布モデルの評価. 京都大学防災研究所年報 30(B-2): 283-297.  
 高棹琢馬・宝 馨・清水 章 1986. 琵琶湖流域水文データの基礎的分析. 京都大学防災研究所年報 29(B-2): 157-171.  
 東京大学教養学部統計学教室 1991. 統計学入門, 基礎統計学I, 財団法人東京大学出版会; 307.

上田年比古・河村 明 1985. 確率分布の適合度の図式判定法について. 土木学会論文集 357/II-3: 243-246. DOI: 10.2208/jscej.1985.357\_243.

(受付: 2021年6月29日, 受理: 2021年10月6日)  
 この論文への討議・コメントを, 2022年9月末日まで受け付けます.

## T-year Hydrological Event Estimation Using the Akaike Information Criterion and Some Considerations

Yasuhisa KUZUHA <sup>1, 2)</sup>† Chiharu MIZUKI <sup>1, 2)</sup>

<sup>1)</sup> Disaster Mitigation Research Center (DMRC), Mie University  
 (1577 Kurima-machiya, Tsu, Mie 514-8507, Japan)

<sup>2)</sup> Mie Disaster Mitigation Center  
 (1577 Kurima-machiya, Tsu, Mie 514-8507, Japan)

†Corresponding Author E-mail : kuzuha@crc.mie-u.ac.jp

This paper is the sequel to work described in an earlier report (Kuzuha and Mizuki, 2021a). In that work, we proposed a modified method for T-year hydrological event estimation using SLSC. However, the method did not resolve the “problem of a double criterion when selecting an optimal probability distribution.” Usually, we estimate probability distribution parameters using some criterion (“A-criterion”, e.g. L-moment method, method of maximum likelihood (MML)). Then we select one optimal distribution using some criterion (“B-criterion”, e.g., SLSC, AIC). If the A-criterion differs completely from the B-criterion, then conflict might occur between the two criteria. However, many researchers use two criteria in the present hydrological community. This problem is known as the “double criterion problem”. To resolve the problem, many researchers might use MML for the A-criterion and AIC for the B-criterion because AIC is linked closely to MML. Herein, we assess the merit of using MML and AIC.

Moreover, we considered the “Guide for River Plan Design for Small and Medium-sized Rivers” again, especially the “criterion for stability,” which the guide describes. Based on the results, we propose the use of MML for estimating parameters, and use AIC for goodness-of-fit test for selecting one appropriate distribution. Furthermore, we recommend that stability tests not be used in the procedure.

**Key words :** Standard Least Squares Criterion (SLSC), Guide for river plan design, information criterion, Kullback–Leibler divergence, double criterion problem