

分割分数から量分数への指導に関する一考察

なかにしまきはる
中西正治

にしむらとくひさ
西村徳寿

(三重大学教育学部) (兵庫教育大学大学院連合学校教育学研究科院生)

(2016年4月28日受付)

概要：2年生では分割分数を扱い、それを基礎として3年生では量分数を教えている。しかし教科書を使用して教えている小学校現場では、割合分数から量分数へどのように指導をすればよいのかという悩みが出ている。本稿はこの悩みを解決するため、いかにすれば分割分数から量分数への自然な移行ができるのか、その提案を試みている。操作分数と分割分数と量分数の考え方が内包されている分割量分数が重要な働きをすると考え、分割量分数を取り入れた実践を試みた。その結果、3年生の分数指導で、分割分数から分割量分数(個別単位)へ、分割量分数(個別単位)から量分数へと移行すれば、量分数への自然な移行ができることが明らかとなった。

検索語：分割分数、量分数、分割量分数、個別単位、普遍単位

1. 分数の意味の規定

分数は、いろいろな意味で使われる。そこで本論に入る前にまず分数の意味の規定を行っておきたい。一般的には、操作分数、分割分数、割合分数、量分数、商分数と大きく5つある⁽¹⁾⁽²⁾。

操作分数とは「～を a 等分してそのうちの b 個分を寄せる(とる)といった操作を表す数」のこと、分割分数とは「等分割したもののいくつ分を表す数」のこと、割合分数とは「もとになる量を1と見たときのくらべる量が何倍になっているかを表す数」のこと、量分数とは「普遍単位の量を a 等分したものの b 個分の大きさを表す数」のこと、商分数とは「商としての数」のことである⁽¹⁾⁽²⁾。

しかし、これ以外に、量分数を一般化した分割量分数がある。

分割量分数とは、「ある単位量^(注)を a 等分したものの b 個分の大きさを表す数」のことである。ゆえに量分数は分割量分数の特別な場合である⁽³⁾。

本稿ではこれらの分数の中でも分割量分数が重要と考える。そこで分割量分数についてももう少し述べておく。

分割量分数について、松下佳代は以下のように説明している⁽⁴⁾。

このように、分割量分数を「ある単位量を a 等分したものの b 個分の大きさを表す数」と定義すれば、それは日常の分数と学校の分数のどちらにも適用できる。このような定義によって両者をつなぐことが可能になるのである。(中略、太字は筆者)

上に述べた分割量分数の基本図式は、ひも問題を例にすれば、下のように表すことができる。

「量 A の 3 分の 2 は $\frac{2}{3}A$ である」

- (1) 量 A が未測定 (テープ A) の場合 ... $\frac{2}{3}A$ は、 $\frac{2}{3}$ (テープ A)
- (2) 量 A が普遍単位の単位量 (1m) の場合 ... $\frac{2}{3}A$ は、 $\frac{2}{3}$ (テープ A) = $\frac{2}{3}$ m
(数値は一致する)
- (3) 量 A が普遍単位の単位量ではない (5m) の場合 ... $\frac{2}{3}A$ は、 $\frac{2}{3}$ (テープ A) = $\frac{10}{3}$ m
(数値にズレが生じる)

さらに、松下は分割量分数について、「分割量分数では、このような分割操作 (等分割と整数倍の合成操作) を分数を生み出す基本操作とみる」こと、「分割量分数では、分割操作そのものと分割操作の結果を切り離さない。(中略) 量 A を 3 等分して 2 個分集めるという分割操作の結果は、 $\frac{2}{3}A$ という量であり、常に量分数として表わせる」ことが分割量分数の核心であると述べている。分割量分数にはすでに操作分数や分割分数や量分数の考え方が内包されている。そして松下は、分割量分数では、「何を単位として量を数値化するか」(「何を分割操作の対象としているか」) に常に注意を向ける必要があると指摘している。

2. 研究の目的

小学校 2 年生では分割分数を扱い、それを基礎として 3 年生では量分数を教える。これは学習指導要領で主張されているスパイラル方式にのっとって教えていると考えられる。しかし本当にこのスパイラルの考えで分割分数から量分数への自然な移行がなされるのであろうか。実際に教科書を使用して教えている小学校現場では、分割分数から量分数へどのようにつなげていけばよいのか、2 つの分数の考え方をうまく結び付けられないという悩みが出ている。そこで本稿は、如何にすれば分割分数から量分数へうまくつながられるのか、その指導の基本的枠組みを吟味し、具体的指導方法について考察する。またそのことを通して分割量分数の捉え方の重要性も明らかにする。

3. 研究の方法

まずこれまでの先行研究を振り返り本研究の独自性を明確化する。そして割合分数と量分数が教えられている 2 年生と 3 年生の教科書を概観し、その分析・考察を試み、教科書では分割分数から量分数への飛躍がありうまくつながられていないことを明らかにする。そして、分割量分数から量分数への指導の基本的枠組みに基づいた実践を試み、その授業分析を通じて、分割量分数が分割分数から量分数への自然な移行を促す分数であることを示す。

4. 先行研究

分数についての研究はこれまでも様々なされてきている。たとえば、長谷川順一の「量分数概念の確立に関する知識の検討」⁽⁵⁾、「量分数概念の確立を目標とした授業事例とその評価」⁽⁶⁾や岡森博和編『算数・数学教育の研究と実践』⁽⁷⁾などがある。

「量分数概念の確立に関する知識の検討」では、量分数概念の確立には帯分数や仮分数の指導が重要な役割を占めているとの指摘がある。また「量分数概念の確立を目標とした授業事例とその評価」では、量分数と分割分数（割合分数）の混同の問題が論じられ、分割操作に基づく判断が対象に固着していることが対象の量的判断を阻害しているとの分析があり、分割分数と量分数とが対立的に捉えられている。しかし2つの論文とも分割分数と量分数との関係については述べられていない。また、分割分数から量分数への橋渡しはどのようにすればうまくいくかについての考察もなされていない。一方、『算数・数学教育の研究と実践』では、例えば「K」という任意の長さを単位として「 $\frac{3}{5}K$ 」の長さを考えさせ、「K」を普遍単位「m」に変換することで、量分数「 $\frac{3}{5}m$ 」を指導するという授業を行っている。

この授業は本稿で提案している授業と似ている。ただこの授業の「K」は長さのみに限定され、「1K」以外の個別単位は出てこない。つまり「K」は一般化された概念に至っていない。分割量分数は種々の個別単位を対象としており、「K」より一般化された概念である。

これらの論文が発表されて20年近く経過しており、学習指導要領も改訂されている。本研究は、平成20年改訂の学習指導要領の下での研究として位置付けられる。

本稿では新しい視点として分割量分数を取り入れた量分数の導入の授業を試みるものである。

5. 教科書の概観とその分析・考察

平成20年改訂の学習指導要領の下での6社の教科書を概観する。

(1) 2年生

どの教科書も $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ の単位分数のみを扱っている。まず $\frac{1}{2}$ から入っている。導入の段階では、正方形がすべての教科書に共通している。正方形1例だけで行っているものと、4つの例を出して行っているものがある。共通しているのは、その等分の方法を何通りかで示していることである。たとえば正方形の2等分であれば、2つの長方形または直角三角形に分けている。4等分ならば4つの縦の長方形、横の長方形、直角三角形または正方形に分けている。 $\frac{1}{8}$ も同様である。

$\frac{1}{2}$ の定義はほぼ「同じ大きさに2つに分けた1つ分の大きさをもとの大きさの $\frac{1}{2}$ という」と集約できる。ここでの分数は等分割したいくつ分をあらわす数(分割分数)であることが読み取れる。

分割分数 $\frac{1}{2}$ の大きさは、もとの大きさが変われば $\frac{1}{2}$ の大きさも変わる。「もとの長さがちがうとその $\frac{1}{2}$ の長さもちがいます。」と正式に教えているのはK社だけで、G社は「力試し」で扱っている。他の教科書は扱っていない。

[分析・考察]

教科書には正方形や長方形の等分の方法が2~3通り示されているので、これを受けてか現場では、等分の方法を幾通りも考えさせる授業が行われている。幾通りあるかということと分割分数の概念とは結びつかない。K社とG社だけは、もとの長さがちがうとその $\frac{1}{2}$ の長さもちがうことを教えている。このことはもとの量を意識することの重要性と、そこに存在する量の大きさの意識化を意

味する。極めて重要な指導内容である。

[表 1] 2 年生の分数指導の概観

	啓林館(K社) ⁽⁸⁾	学校図書(G社) ⁽⁹⁾	大日本図書(D社) ⁽¹⁰⁾	教育出版(Ky社) ⁽¹¹⁾	日本文教出版(N社) ⁽¹²⁾	東京書籍(T社) ⁽¹³⁾
$\frac{1}{2}$	正方形[3] 長方形[3] 円[2] テープ[1] もとの大きさを同じように2つに分けた1つ分を、もとの大きさの二分の一といい $\frac{1}{2}$ とかきます。	正方形[2] 同じ大きさに2こに分けた1こ分の大きさを、もとの大きさの「二分の一」といい、 $\frac{1}{2}$ と書きます。	正方形[2] 長方形[2] 円[1] 正三角形(1) 同じ大きさに2つに分けた1つ分の大きさを、もとの大きさの二分の一といい $\frac{1}{2}$ と書きます。	正方形[2] テープ[1] 円[1] 長方形[2] 同じ大きさに分けることを、 等分 するといいます。 $\frac{1}{2}$ は、もとの大きさを2等分した1つ分の大きさです。	正方形[2] 同じ大きさに2つに分けた1つ分の大きさを、もとの大きさの二分の一といい $\frac{1}{2}$ とかきます。	正方形[2] 長方形[2] テープ[1] 同じ大きさに2つに分けた1つ分を、もとの大きさの二分の一といい、 $\frac{1}{2}$ と書きます。
	テープ[1] もとの大きさを同じように4つに分けた1つ分を、もとの大きさの四分の一といい $\frac{1}{4}$ とかきます。	正方形[3]、円[1] 同じ大きさに4こに分けた1こ分の大きさを、もとの大きさの「四分の一」といい、 $\frac{1}{4}$ と書きます。	正方形[4] 長方形[4]、円 同じ大きさに4つに分けた1つ分の大きさを、もとの大きさの四分の一といい $\frac{1}{4}$ と書きます。	正方形[4] 4等分した1つ分を、もとの大きさの四分の一といい、 $\frac{1}{4}$ と書きます。	正方形[3] 同じ大きさに4つに分けた1つ分の大きさを、もとの大きさの四分の一といい $\frac{1}{4}$ とかきます。	長方形[3] 正方形[3] 同じ大きさに4つに分けた1つ分を、もとの大きさの四分の一といい、 $\frac{1}{4}$ と書きます。
$\frac{1}{8}$	テープ(1)	正方形(1)	長方形[1] 円[1]	正方形[1]	テープ[1]	テープ[1] 定義もあり
定義	$\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{4}$ のような数を分数といいます。	$\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{4}$ のような数を分数といいます。	$\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{4}$ のようにあらわした数を分数といいます。	$\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{4}$ のようにあらわした数を分数といいます。	$\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{4}$ のような数を分数といいます。	$\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{4}$ のような数を分数といいます。
異なる $\frac{1}{2}$		力試しで問題として扱う				もとの長さがちがうとその $\frac{1}{2}$ の長さもちがいます。

※[カッコ]の中の数は等分の方法を何通り示しているかを表している。

(2) 3 年生

どの教科書も扉で分割分数の復習を行っている。

$\frac{1}{n}$ の量分数指導では、K社の「1mを3等分した1こ分の長さは、1mの $\frac{1}{3}$ になります。1mの $\frac{1}{3}$ の長さを $\frac{1}{3}$ mとかき、『3分の1メートル』とよみます。」のように、全社が本文で分割分数を確認して量分数へ結びつけて教えている。

$\frac{m}{n}$ の量分数指導では、N社とT社は $\frac{2}{3}$ の分割分数も扱い、 $\frac{2}{3}$ の量分数へ結びつけて教えている。

また「m」だけでなく、「L」や「dL」も扱っている。

K社とG社が真分数のみで、他の4社は仮分数も扱っている。

K社とD社を除く4社は分数の定義を改めて扱っている。6社すべて2年生で分数の定義を扱っているが、それは単位分数だけの例であった。

$\frac{n}{n}=1$ の指導では、K社が線分を使って分割分数で説明しているが、他の会社はテープや水を使

って量分数で教えている。

加法はすべて液量を使って合併で教えているが、減法はK社のみが求差で他社は求残である。

3年生で「1mでない長さを4等分しても、 $\frac{1}{4}$ mにはなりません。」と子どもが間違いやすいところを注意しているのは、Ky社だけである。K社とG社は2年生で扱っていた。

〔分析・考察〕

全社、分割分数を利用して量分数を教えている。

2mのテープを用意して、ここから $\frac{1}{2}$ mを作りなさいという、2mを半分に切って、それで $\frac{1}{2}$ mが作れたという子どもが少なくなく出現する。このことは、しばしば現場で起きている。これは分割分数 $\frac{1}{2}$ に意識がいつてしまい、もとの量の単位「m」には意識が向かないことを示している。これは、長谷川のいうところの「分割操作に基づく判断が対象に固着しており、それが対象の量的判断を阻害している」のである。もとにする量や結果としての量の大きさを重視する指導内容になっていないことが、このような現状を作っている。このことは重く受け止めなければならない。

2年生の分割分数の説明は、もとにする量が正方形であったりテープであったり長方形であったりと異なっている。しかし分割分数の後ろには何も付いていない。しかし3年生でもとにする量を1m、1Lの普遍単位としたとたん、分数の後ろには普遍単位が付く。対象が正方形やテープや長方形から普遍単位に変わるとどうして単位を付けるのかの説明がなされていない。分割分数から量分数へ飛躍している。

〔表2〕3年生の分数指導の概観

	啓林館(K社) ⁽¹⁴⁾	学校図書(G社) ⁽¹⁵⁾	大日本図書(D社) ⁽¹⁶⁾	教育出版(Ky社) ⁽¹⁷⁾	日本文教出版(N社) ⁽¹⁸⁾	東京書籍(T社) ⁽¹⁹⁾
$\frac{1}{n}$	1mを2等分した1こ分の長さは、1mの $\frac{1}{2}$ になります。 1mを3等分した1こ分の長さは、1mの $\frac{1}{3}$ になります。 1mの $\frac{1}{3}$ の長さを $\frac{1}{3}$ mとかき、「3分の1メートル」とよみます。Lも行っている。	ある大きさを4等分した1つ分の大きさを、もとの大きさの $\frac{1}{4}$ の大きさと表す。 1mを4等分した1こ分の長さを、「四分の一メートル」といい、 $\frac{1}{4}$ mと書きます。L、dLでも行っている。	1mを3等分した1こ分の長さは、1mの $\frac{1}{3}$ になります。 1mの $\frac{1}{3}$ を $\frac{1}{3}$ mと書いて、三分の一メートルと読みます。	1mを4等分した1個分の長さ($\frac{1}{4}$ の長さ) 1mの $\frac{1}{4}$ の長さを、四分の一メートルといい、 $\frac{1}{4}$ mと書きます。	1mを3等分した1つ分の長さを、1mの三分の一といいます。 1mの三分の一の長さを $\frac{1}{3}$ mとかき、「三分の一メートル」とよみます。	1mを2等分した1こ分の長さを、1mの $\frac{1}{2}$ (二分の一)といいます。 1mを3等分した1こ分の長さを、1mの $\frac{1}{3}$ (三分の一)といいます。 もとの長さは1mです。1mの $\frac{1}{3}$ の長さを、 $\frac{1}{3}$ mと書き、「三分の一メートル」と読みます。
$\frac{m}{n}$	$\frac{1}{3}$ mの2こ分を $\frac{2}{3}$ mとかき、「3分の2メートル」とよみます。Lも行っている。仮分数なし	$\frac{1}{4}$ dLの3こ分の大きさを、「四分の三デシリットル」といい、 $\frac{3}{4}$ dLと書きます。L、mでも行っている。仮分数なし	$\frac{1}{3}$ mの2つ分の長さを $\frac{2}{3}$ mと書いて三分の二メートルと読みます。Lも行っている。仮分数あり	$\frac{1}{3}$ mの2こ分の長さを三分の二メートルといい、 $\frac{2}{3}$ mと書きます。L、dLでも行っている。仮分数あり	1mを3等分した2つ分の長さを、1mの三分の二といいます。 1mの三分の二の長さは $\frac{1}{3}$ mの2つ分で $\frac{2}{3}$ mとかき、「三分の二メートル」とよみます。Lも行っている。	1mを3等分した2こ分の長さを、1mの $\frac{2}{3}$ (三分の二)といいます。1mの $\frac{2}{3}$ の長さを $\frac{2}{3}$ mと書き、「三分の二メートル」と読みます。 $\frac{2}{3}$ mは $\frac{1}{3}$ mの2

					仮分数あり	こ分の長さです。 Lも行っている。 仮分数あり
定義	$\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ のような数を分数といいます。 $\frac{2(\text{分子})}{3(\text{分母})}$	$\frac{1}{3}$ や $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{4}$ のような数を、分数といいます。線の下の数を分母といい、線の上の数を分子といいます。	改めて分数の定義なし。 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{5}$ のような分数で、線の下の数を分母、線の上の数を分子といいます。	改めて分数の定義なし。 $\frac{2}{3}$ を例にとって、分数の線の下の数を分母といい、線の上の数を分子といいます。	$\frac{2}{3}$ や $\frac{4}{5}$ のような数も分数といいます。 $\frac{4}{5}$ の5を分母、4を分子といいます。	$\frac{1}{3}$ や $\frac{2}{5}$ のような数を分数といいます。3や5を分母、1や2を分子といいます。
仕組み	分割分数、線分 $\frac{1}{4}$ を3個集めた数を $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{5}{5}=1$	量分数、テープ、牛乳 $1m$ は $\frac{1}{5}m$ の5個分 $\frac{6}{6}=1(L)$	量分数、テープ $\frac{5}{5}m=1m$	量分数、テープ、水 $\frac{5}{5}=1(m)$ $\frac{1}{6}L$ の6こ分のかさ(1L)	量分数、テープ $\frac{5}{5}=1(m)$	量分数、テープ $\frac{5}{5}=1(m)$
加減	ジュース (合併・求残)	牛乳 (合併) テープ (求残)	麦茶 (合併) ジュース (求残)	麦茶 (合併) お茶 (求差)	水 (合併・求残)	ジュース (合併・求残)
異なる $\frac{1}{4}$				1mでない長さを4等分しても、 $\frac{1}{4}m$ にはなりません。		

教科書の指導内容を分析・考察してきたが、そもそも分割分数と量分数の関係はどのようなものなのか、また分割量分数との関係はどのように捉えればよいのか、6節では、操作分数、割合分数、商分数も含め、6つの分数がどのような関係にあるのか考えてみたい。

6. 6つの分数の関係性

松下佳代は、分割量分数とその他の分数の関係を以下のように説明している⁽²⁰⁾。

では、ここから、今まであげてきたようなさまざまな分数の概念をどのようにして派生させることができるだろうか。

「量分数」とは、「ある単位量」が普遍単位量 ($1m$ 、 $1l$ など) の場合である。また、「分割分数」についていえば、従来の「分割分数」の用語法では分割操作とその結果としての量が未分化であったが、先の定義ではそれが区別された形で含まれている。「操作分数」(いわゆる「のつきの分数」) というのは、この分割分数の操作面だけをとりだしたものである。これは次のような形で説明される。

$$A \text{ の } \frac{2}{3} = A \text{ を } 3 \text{ 等分した } 2 \text{ 個分} = A \div 3 \times 2$$

また、「商分数」とは $\frac{b}{a}$ を「2数 a 、 b の商」とみるものだが、これは、

$$2m \div 3 = 2m \text{ の } 3 \text{ 等分} = 1m \text{ を } 3 \text{ 等分した } 2 \text{ 個分} = \frac{2}{3}m$$

というようにして説明されるだろう。

さらに「割合分数」についていえば、

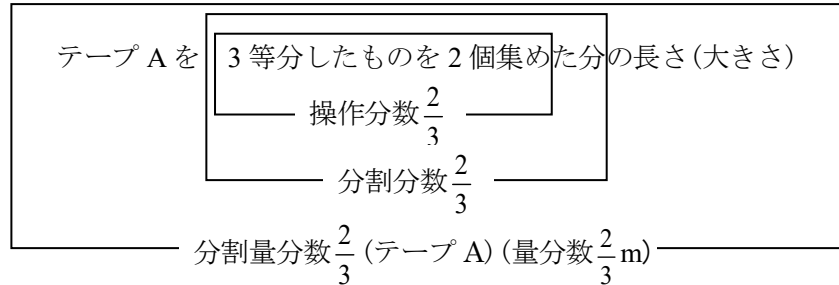
$$3m : 2m = 1 : \frac{2}{3}$$

となることは、下のように、左辺と右辺の間に個別単位による表現をはさむことによって理解しやすくなると思われる。

$$3m : 2m = 1(\text{テープ A}) : \frac{2}{3}(\text{テープ A}) = 1 : \frac{2}{3}$$

このように、従来いわれてきたさまざまな分数概念は、分割量分数から派生させることができるのである。

ここまでをまとめてみると、6つの分数の関係は、以下のようになる。



- ・分割量分数 $\frac{2}{3}$ (テープ A) で (テープ A) が $2m$ の場合

$$(\text{テープ A}) \div 3 = \frac{1}{3}(\text{テープ A}) = \frac{1}{3}(2m) = \frac{2}{3}m \cdots \text{商分数 } \frac{2}{3}$$

- ・分割量分数 $\frac{2}{3}$ (テープ A) で (テープ A) が $3m$ の場合

$$3m : 2m = 1(3m) : \frac{2}{3}(3m) = 1(\text{テープ A}) : \frac{2}{3}(\text{テープ A}) = 1 : \frac{2}{3} \cdots \text{割合分数 } \frac{2}{3}$$

この関係から見ると、分割量分数の特別な場合として量分数が発生している。したがって、この立場に立って、分割量分数を導入することで3年生の量分数へうまくつなげられることが期待できる。

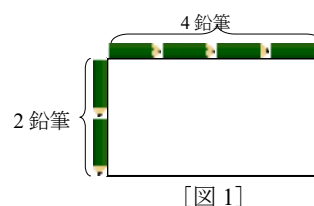
7. 分割量分数から量分数への指導の基本的枠組み

量分数とは、「普遍単位の量を a 等分したものの b 個分の大きさを表す数」のことであるから、分割量分数の個別単位が普遍単位になったときの分数である。例えば量分数 $\frac{2}{3}m$ を教えることを考えてみよう。 $\frac{2}{3}m$ を教える前には $\frac{1}{3}m$ を教えなければならない。その $\frac{1}{3}m$ は「 $1m$ を 3 等分したものの 1 こ分の長さを、 $\frac{1}{3}m$ と書き、『三分の一メートル』と読みます。」と定義され、 $\frac{2}{3}m$ は「 $1m$ を 3 等分したものを 2 こ分集めた長さを、 $\frac{2}{3}m$ と書き、『三分の二メートル』と読みます。」と定義される。

一方、量の 4 段階指導では、直接比較→間接比較→個別単位で比較→普遍単位で比較、といった流れで普遍単位を教える。

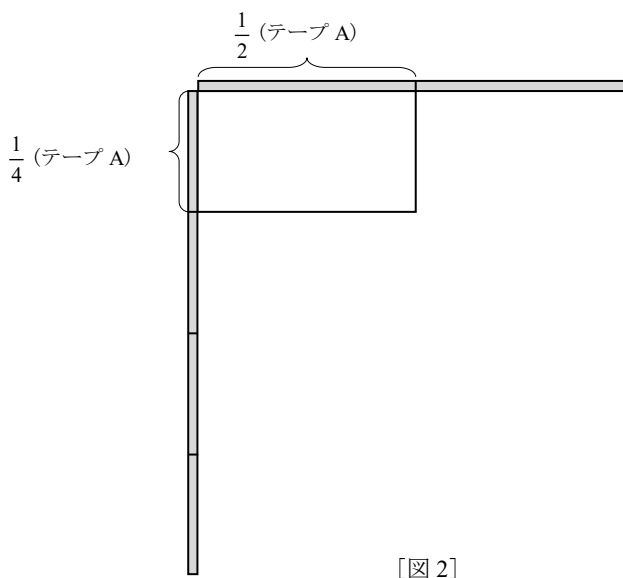
また、個別単位の分割量分数の定義は、例えば長さの個別単位を (テープ A) とすると、 $\frac{1}{3}$ (テープ A) は「テープ A を 3 等分したものの 1 こ分の長さを、 $\frac{1}{3}$ (テープ A) と書き、『三分の一テープ A』と読みます。」と定義され、 $\frac{2}{3}$ (テープ A) は「テープ A を 3 等分したものを 2 こ分集めた長さを、 $\frac{2}{3}$ (テープ A) と書き、『三分の二テープ A』と読みます。」と定義される。

個別単位を分数の後ろにかく分割量分数の表現は、分数の指導で初めて教えるのではなく、整数のときから扱っておく方がより自然な流れとなる。長さの4段階指導のときが適切である。長方形の横と縦の長さを鉛筆のいくつ分(個別単位)で測るとき、「横の長さは鉛筆4本分」「縦の長さは鉛筆2本分」ではなく、「横の長さは4鉛筆」「縦の長さは2鉛筆」という表現をさせておく[図1]。その後「鉛筆」(個別単位)から「m」または「cm」(普遍単位)への移行を行う。



3年生では整数の部分が分数になるだけである。

個別単位が測定の対象より短い鉛筆のときは、4鉛筆や2鉛筆と1より大きい数になるが、個別単位が測定の対象より長い(テープA)ときは、 $\frac{1}{2}$ (テープA)や $\frac{1}{4}$ (テープA)と1より小さい数になる[図2]。この(テープA)が m のとき、 $\frac{1}{2}m$ 、 $\frac{1}{4}m$ (量分数)となる。



このように分数の場合もテープA(個別単位)から m (普遍単位)へと自然につながられるのである。以上のことを鑑みると、量の4段階指導を踏まえ、個別単位の分割量分数から普遍単位の分割量分数(量分数)への流れが見えてくる。唐突に普遍単位「 m 」を出すのではなく、事前に個別単位を「単位」として入れることにより自然な流れで指導が期待できる。

したがって、本稿では、3年生の分割量分数から量分数への指導について、次の2段階の指導を基本的枠組みとする。つまり、①分割分数から個別単位の分割量分数へ移行する段階、②個別単位の分割量分数から普遍単位の分割量分数へ移行する段階である。今後はこの枠組みが実践において試され、実践段階での修正を加えていくことが次の課題となる。筆者はこの枠組みを現場の先生方に紹介し実践を試みた。もちろんその学校の子どもたちの学力や学級の実態を踏まえた指導案が検討され実践されなければならない。

8. 分割量分数を取り入れた実践の試み

分割分数から量分数につなげるためには、分割分数から個別単位の分割量分数へと移行させた後に、個別単位の分割量分数を普遍単位の分割量分数へと移行させる必要がある。以下に、その実践例を紹介する。

この実践は2015年12月12日に小学3年生27人を対象として行われた。分割分数から量分数へと移行する導入に関わる内容である。本時の授業では、分割分数から個別単位の分割量分数への移行後に、個別単位の分割量分数から普遍単位の分割量分数への移行に焦点をあてた実践を行った。

ただし、この授業の前時に、分割分数から個別単位の分割量分数への移行に焦点をあてた実践を行っている。本時の授業の指導案は以下の通りである。

[本時の目標]

- ・分割量分数の意味と表し方を理解する。
- ・量分数は、もともになる量が普遍単位であることを理解する。
- ・気付いたことやわかったことを、伝えたり聞いたりする。

[準備物]

- ・指導者…1mものさし(マグネット付き)、マグネットシール

紙テープ(黄色) 1m、 $\frac{1}{2}$ m、 $\frac{1}{3}$ m、 $\frac{1}{5}$ m、 $\frac{1}{6}$ m

紙テープ(ピンク) Aテープ(0.8m)、Bテープ(1m)、Cテープ(1.2m)の見本1本ずつ、 $\frac{1}{4}$ m

(必要に応じて書画カメラ、大型テレビ)

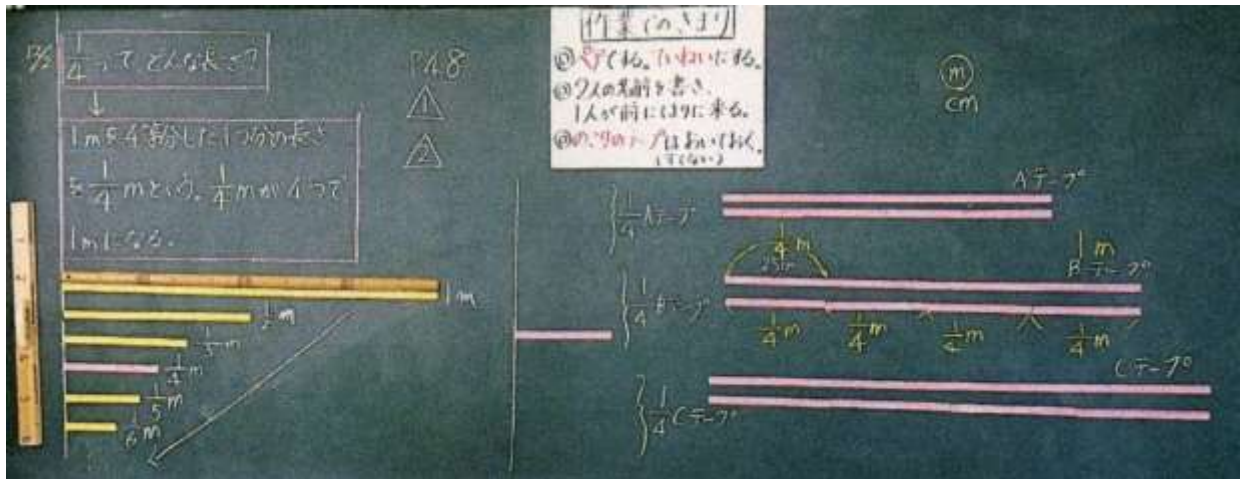
- ・児童…紙テープ各6本(ピンク色)「A」(0.8m)、「B」(1m)、「C」(1.2m)
はさみ、ワークシート(練習問題)

[本時の学習過程 (45分)]

配時	学習活動	指導上の留意点
5分	1. 本時の課題を知る。(めあて)	<ul style="list-style-type: none"> ・前時の活動を振り返る。 「等分」の意味 「$\frac{1}{2}$ピザ」「$\frac{1}{4}$おりがみ」などの意味と表し方
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $\frac{1}{4}$って、どんな長さ？ </div>	
8分	2. ペアで $\frac{1}{4}$ の長さのテープを作る。(3人のところは班で) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;"><u>作業でのきまり</u></p> <p>◎「協力する」「ていねいにする」</p> <p>◎できたペアは、名前を書いて1人が前へ持ってくること。</p> <p>◎残りのテープは捨てずに置いておく。(すてない)</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・事前に全体で$\frac{1}{4}$にする方法について確認する。見本を用いてT₁が方法を示す。 ・作業でのきまりを伝える。 ・テープに長さの違いがあることは伏せておく。 「Aテープ」→窓側ペア 「Bテープ」→中央ペア 「Cテープ」→廊下側ペア ・T₂: 児童の支援(下から順にテープを黒板に貼らせていく) ・T₁: 必要に応じて机間指導をする。
15分	3. 黒板に貼られた $\frac{1}{4}$ のテープを見て、気づいたことを発表する。 <u>児童の反応</u> <ul style="list-style-type: none"> ○長さがバラバラ。 ○端をそろえたら長さが比べやすい。 	<ul style="list-style-type: none"> ・同じ方法で$\frac{1}{4}$にしたテープの長さバラつきがあることに気付かせる。 ・どのように並べると長さのちがいが比べやすくなるかを考えさせる。 ・はじめに3種類の長さの違うテープを配ったこと

	<p>○さらに同じ長さのテープを集めて貼ると見やすい。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・テープの長さの読み方を知る。 ★「Aテープを4等分した1つ分の長さ」だから、「$\frac{1}{4}$Aテープ」とよぶ。 ★「Bテープを4等分した1つ分の長さ」だから、「$\frac{1}{4}$Bテープ」とよぶ。 ★「Cテープを4等分した1つ分の長さ」だから、「$\frac{1}{4}$Cテープ」とよぶ。 <p>・なぜそれぞれのテープの長さが違うのかを考える。</p> <p>児童の反応</p> <p>○初めのテープの長さがそれぞれちがったから。</p>	<p>を明かす。それぞれを「Aテープ」「Bテープ」「Cテープ」とよぶことにする。</p> <p><分割分数から分割量分数(個別単位)への移行></p> <ul style="list-style-type: none"> ・3種類の長さのテープを配ったことを明かす。 ・黒板に貼られたテープを指しながら、声に出させて確認していく。 <p>・ちがう長さのテープを切ったので長さがちがってくることに気づかせる。</p> <p><分割量分数(個別単位)から量分数への移行></p> <ul style="list-style-type: none"> ・みんなのテープの長さを同じにするには、はじめの長さをそろえればよいことをおさえる。 ・普段よく使う長さの単位「m」に気づかせたい。 ・意見が出にくいときは、ペアで相談させる。
12分	<p>4. 量分数の表し方を知る。(まとめ)</p> <p>1mを4等分した1つ分の長さを「$\frac{1}{4}$m」という。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ノートにまとめる。 ・$\frac{1}{4}$mがいくつ集まると、もとの1mになるかを考える。→4つ <p>$\frac{1}{4}$mが4つで1mになる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ノートにまとめる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・量分数を理解させる。 ・普遍単位のよさに気づかせる。 ・全員で声をそろえて読ませる。 ・「Bテープ」が1mであったことを伝える。「Bテープ」を扱ったペアの残りのテープをつなげ、1mものさしと比べて同じ長さであることを視覚的につかませる。 ・$\frac{1}{4}$mのテープを4つつけて確認する。 ・全員で声をそろえて読ませる。 ・「$\frac{1}{4}$Aテープ」や「$\frac{1}{4}$Cテープ」についても、4つでもとの「Aテープ」や「Cテープ」になることを実際に確認する。
5分	<ul style="list-style-type: none"> ・$\frac{1}{2}$m、$\frac{1}{3}$m、$\frac{1}{5}$mについても同じ定義が使えることを知る。 <p>5. 教科書の練習問題に取り組む。(振り返り)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・$\frac{1}{2}$m、$\frac{1}{3}$m、$\frac{1}{5}$mのテープは教師が提示する。

[板書]



分割分数から量分数への移行の部分が、以下のプロトコルである。

<分割分数から分割量分数(個別単位)への移行>

T₁: このテープを配りました。名前をつけます。Aテープ、Bテープ、Cテープです。

T₁: では、Aテープを4等分した1つ分の長さを何とといいますか。

S₁: $\frac{1}{4}$ テープ

S₂: ちがいます。

S₃: $\frac{1}{4}$ Aテープです。

T₁: Bテープを4等分した1つ分の長さを何とといいますか。

S₄: $\frac{1}{5}$ Bテープ ちがう?

S₅: $\frac{1}{4}$ Bテープ

T₁: Cテープを4等分した1つ分の長さを何とといいますか。

S₆: $\frac{1}{4}$ Cテープです。

<分割量分数(個別単位)から量分数への移行>

T₁: みんなが使えるいい単位ないですか。ペアで考えていいですよ。

S₇S₈: 1mです。

S₉S₁₀: cmです。

T₁: どちらがいいですか。

S₁₁: 1m

T₁: 実はBテープは1mだったのです。これからはもとにするものを同じにしましょう。

T₁: これがまとめです。1mを $\frac{1}{4}$ にすると、

S₁₂: 25cm

T₁: そうですね。今日は^{メートル}mで考えましょう。ではまとめます。

T₁: 1mを4等分した1つ分の長さを $\frac{1}{4}$ mといいます。

板書: 1mを4等分した1つ分の長さを $\frac{1}{4}$ mという

T₁: みんなで読みましょう。

子ども全員：1mを4等分した1つ分の長さを $\frac{1}{4}$ mという。

9. 実践の分析と考察

<分割分数から分割量分数(個別単位)への移行>の部分では、教師の「Aテープを4等分した1つ分の長さを何といいますか。」の発問に対して、S₁は「 $\frac{1}{4}$ テープ」と答えたが、すぐにS₂が「ちがいます。」といい、S₃が「 $\frac{1}{4}$ Aテープです。」と修正を行っている。S₁のいう「テープ」は「Aテープ」を想定していたであろうことは容易に想像できる。ゆえにこの間違いは誤認識ではない。すぐにS₁も気づいたようである。

次の教師の発問「Bテープを4等分した1つ分の長さを何といいますか。」に対してはS₄が「 $\frac{1}{5}$ Bテープ ちがう？」と自信なく答えている。恐らくこの間違いは、板書を見ればわかるが、 $\frac{1}{4}$ Bテープが5本あるように並べてしまっていることが原因と考えられる。すぐにS₅が「 $\frac{1}{4}$ Bテープ」と答え、S₄も他の子どもも納得した様子であった。Cテープに関しては全員が $\frac{1}{4}$ Cテープであると認識できていた。

<分割量分数(個別単位)から量分数への移行>の部分では、教師が「みんなが使えるいい単位ないですか。」の発問に対してmとcmが出てきている。すでにmとcmは既習の単位であり、1m=100cmであることも知っていたからであろう。このことが影響して、「1mを $\frac{1}{4}$ にすると、」の発問に対して「25cm」と答えている。この段階では $\frac{1}{4}$ mの定義を行う前だから25cmの方が子どもにとっては自然な答えである。その後、 $\frac{1}{4}$ mの定義を行っている。「Bテープ」の部分「m」に換えるだけであるから子どもは抵抗なくスムーズに受け入れていた。

これは、前時の分割分数から個別単位の分割量分数への学習、すなわち「等分」の意味や「 $\frac{1}{2}$ ピザ」「 $\frac{1}{4}$ おりがみ」などの意味と表し方の学習が、本時で有効に働いている。

指導するにあたって重要なことは、今何をもとにして考えているのか、そして考えている量はどれだけの大きさになるのかということ意識させることである。

授業後に、本授業の課題や反省点が教諭T₁から以下のようになされている。

- ・本時の最後の教科書の練習問題を時間内で解けない児童が何人もいた。(授業終了後、個別指導しながら全員解けた)
- ・「1mを○等分」という時に、もとにする長さは1mであることを強調すべきであった。



東京書籍『新しい算数3下』p.48

筆者はこの授業を見学していた。その観察から鑑みるに、

この練習問題にかかる時間は問題の難易度からして少な過ぎたのではないかとの印象を持った。

1 番の問題①はほとんどの児童が解けていたが、問題②では $\frac{3}{4}m$ と間違っていた児童が何人もいた。色のついた部分が 3 つ目にあるので $\frac{3}{4}$ としていた。2 番の問題は何人かが迷っていた。4 つに分けた 1 つ分が $\frac{1}{4}$ と理解していただけでは解けない。何を分けたかが重要になる。すなわち「 $\frac{1}{4}m$ 」の「m」に意識が向かないといけない。個別指導においてもとの量「m」を意識させれば全員の児童が理解できたことから、授業者は授業を進める中でもっと「もとにする長さは 1m であることを強調すべきであった」と反省をしている。もとになる量を深く意識させること、そのためには指導者の分割量分数に対する深い認識と子どもに分からせるためにはどこを強調して教えなければならぬかの経験知が必要となるのではないか。

10. まとめと今後の課題

分割量分数の考え方を取り入れることにより、学力的にも低いとされていた児童も含め、ほとんど抵抗もなく全員量分数を受け入れていった。練習問題にしても、1 番の①はほとんどの子どもが解けていたことや、他の問題でつまづいた児童にも、もとになる量を意識させれば理解できたことは大きな成果である。

実際の授業を進めるにあたって子どもの現状も含め細かいところで配慮すべき点があったが、分割量分数は分割分数から量分数へ飛躍することなくうまくつなげられる重要な分数であることが明らかとなった。このことは、分割量分数が重要な分数の捉え方であることを示している。

今後は、この分割量分数がどの小学校の児童に対しても有効に働く分数であることを示していくことである。

(謝辞) 津市立安濃小学校の校内研修会の研究授業で実践していただいたものです。実際の授業は小道智代先生(T₁)と佐野肇先生(T₂)にさせていただきましたが、事前の指導案検討、授業観察、事後検討会には全職員が関わっていただきました。ここに校長先生をはじめとして職員の先生方に感謝申し上げます。

(注) 本稿では、(3)の松下と同様に「ある単位量」のなかに、個別単位または普遍単位の両方を含める立場をとる。但し、個別単位とは「一まとまりの対象をもつ量」をさし、例えば、コップ(に入る水の量)、ひも(の長さ)などをさすものとする。

(参考文献・引用文献)

- (1) 戸田清・和田義信監修『数と計算の指導 (2) 算数指導事例講座 第2巻』金子書房、昭和36年2月15日発行、pp.59-70
- (2) 大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三著『分数と小数 小学校算数科教材研究叢書5』啓林館、昭和32年10月20日発行、pp.41-47
- (3) 松下佳代 松井幹夫 小島順 上垣渉著『分数指導の新しい方向をもとめて』数教協研究局、1997年8月発行、pp.14-17

- (4) 前掲書 p.16
- (5) 長谷川順一著「量分数概念の確立に関する知識の検討」、日本数学教育学会誌『算数教育』、1997、79巻、第10号、pp.11-19
- (6) 長谷川順一著「量分数概念の確立を目標とした授業事例とその評価」、全国数学教育学会誌『数学教育研究』、1997、第3巻、pp.107-115
- (7) 岡森博和編(1983)『算数・数学教育の研究と実践』第一法規 昭和58年2月25日初版発行、pp.44-51
- (8) 啓林館『わくわく算数2下』平成27年5月10日発行、pp.100-103
- (9) 学校図書『みんなと学ぶ小学校算数2年下』平成27年7月1日発行、pp.49-53
- (10) 大日本図書『たのしい算数2』平成27年2月5日発行、pp.188-191
- (11) 教育出版『小学算数2下』平成27年6月20日発行、pp.81-85
- (12) 日本文教出版『小学算数2年下』平成27年6月8日発行、pp.85-87
- (13) 東京書籍『新しい算数2下』平成27年7月10日発行、pp.83-87
- (14) 啓林館『わくわく算数3下』平成27年5月10日発行、pp.46-57
- (15) 学校図書『みんなと学ぶ小学校算数3年下』平成27年7月1日発行、pp.76-84
- (16) 大日本図書『たのしい算数3』平成27年2月5日発行、pp.78-88
- (17) 教育出版『小学算数3下』平成27年6月20日発行、pp.31-43
- (18) 日本文教出版『小学算数3年下』平成27年6月8日発行、pp.64-75
- (19) 東京書籍『新しい算数3下』平成27年7月10日発行、pp.46-58
- (20) 前掲書 (3) pp.21-22