三重大学教育学部研究紀要　第52巻　教育科学　(2001) 107 − 118 頁

数 の 構 造 ゲ ー ム I

−数学嫌いの癒しに向けて−

蟹 江 幸 博*

Games of Number Structures I

Yukihiro KANIE*

§ 1．はじめに

論文［1］で提唱した臨床数学教育の主なテーマの1つに「数学嫌いの癒し」がある。特別な能力を持たない教師でも指導することが可能で、数学嫌いの児童・生徒の心を和らげ、数学に興味を抱いている学習者には独力ででも学習を進めていこうという意欲を起こさせるような、教材と指導法が望まれる。［1］でその可能性を秘めた教材のリストを挙げておいたが、本稿はそのうちの1つを詳述することを目的とする。

児童・生徒の数学嫌いをなくすためにと、教師の側の努力と創意工夫が求められ続けてきた。しかし、全体としてはあまり成果を挙げているとはいえない。しかもその努力にも限界が見えて来た。授業に対する工夫や準備に掛けるべき教師の時間と意欲が奪われている。

指導要領が努力目標としての最低水準を定めるものであるなら、現場への圧力もそれなりに対処することもできるが、現実には強い拘束力として働いている。とくに2002年の改訂では、週休2日制の完全実施に伴い、大幅な内容の削減が行われる予定である。その中でもとくに問題なのは、小学校での四則演算の演習において、3桁より大きな数の四則を扱わないということである。3桁までの四則計算は完全にできるようにというのが趣旨で、4桁以上は余力があるものや都合のつく学級は行ってよいということなら、現場で状況に応じて頑張ればよいと思うかも知れない。しかし、子供は中学校に入った途端、何桁の四則演算も実行できることが前提となっており、総時間数も少なくなったので、小中学校のどこでも4桁以上の計算練習をするときがない。また、この項目があるために、教科書には3桁より大きい計算が必要な内容を書き込むことができない。はなはだしいのは円周率を3としてしまうことである。これまでの近似値3.14では円周や面積の計算で、簡単な値であってもどうしても4桁、5桁になってしまうからというのである。何という教条主義であることか。

これまでの教材であっても、桁数の制限さえなければ、四則演算だけの技術を使って十分におもしろく数学的にも深い内容を持った授業を提供することが可能である。たとえば、整数の割り算を使えば、小数展開や連分数展開が扱える。有理数では循環小数になって周期現象が見られ（H. ラーデマッヘル+O. テープリッツ［4］には、その周期についての解説がある)、連分数では有限の表示を持つ。連分数の周期表示では2次の無理数が表現され（連分数について

* 三重大学教育学部数学

はハイラーーワナー［3］の第1章に、教材化にも利用しやすい明快な解説がある）、人類最初の無理数である$\sqrt{2}$などの性質も図形を使って興味深い指導が可能である。これらは、取り組む姿勢によって、どれほど深くも入ることができ、浅く扱ったときにもそれなりの満足感が得られるものである。

臨床数学教育はあくまで非日常の（教育）状況に対処するためのものであるから（それがかなりの程度常態化しているからこそ提案されているのだが）、ある意味で緊急避難的に、若干の超法規は許されるだろう。つまり、ほんの僅か指導要領の枠をゆるめることによって、それはもちろん症状に応じた質と量を勘案しながらということになるが、数学に対する障壁を取り除いたり、他の対象への取り組み姿勢をゆがませる数学に対する嫌悪感を緩和したり、数学への愛情を育成したりするのである。

自然数の平易な操作のみを使って、自然数の集合の中に通常考えつかないような構造を見いだしていく、というか彫りあげていくことが、「数の構造ゲーム」の目的である。観方を少し変えるだけで、数の構造が千変万化するさまは、きっと「退屈」な計算に追われる学習者の眼に眩しく映るに違いない。

本稿は一連の数の構造ゲームの嚆矢として、古代ギリシャの昔から馴染みぶかい「完全数」に関連したものを考案してみた。

§ 2. 数のゲームⅠの理論的背景

自然数の空間$\mathbb{N} = \{1, 2, \cdots\}$の上の離散力学系は、写像$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$によって与えられる。

完全数は古代ギリシャ時代から知られていて、$\sum_{m \mid n} m = 2n$を満たす自然数$n \in \mathbb{N}$と定義されている。6や28や496が完全数であることはよく知られている。その次の2つの完全数が8128と33550336であるから、小・中学校では実際上は完全数はこれだけと考えてもよい。

$f(n) = f_n = \sum_{m \mid n} m - n$という関数を考えると、完全数は$f$の不動点（$n = f(n)$を満たす数）として定義することができる。なお、$f(n) < n$を満たす数を不足数、$f(n) > n$を満たす数を過剰数と呼んでいる。定義に従えば、$f(1) = 0$となり、1以外には0にならないので、写像を$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$としても混乱は起こらないだろう。

$n \leq 100$までの$f_n = f(n)$の値を計算すると、次ページの表のようになる。

これに対してどんな作業が可能かを考えてみる。

力学系と考えた際の、吸引点、不動点、周期点などを求める。つまり、$a \in \mathbb{N}$に対して繰り返しfを施して得られる点列$a, f(a), f^2(a), \cdots$の挙動を考えるのである。

$\mathbb{N}$の元を頂点とする有向グラフ$\Gamma = \Gamma(f)$を、$a = f_b = f(b)$の時、頂点bから頂点aへ矢印を描く（$b \to a$または$a \leftarrow b$など）ことによって定義する。そこでΓの連結性、順序構造、分岐度、距離などを考えるのである。

この際、学習者の熟練度、熱心さに応じた作業量の調節をどうするかだが、まず最初はn切片、つまり、$\mathbb{N}_a = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq a\}$を考えて、少しずつ$n$を大きくすることが考えられ、それと並行して数学的概念を少しずつ深めていくということで対応すれば良い。そのとき、$k \in \mathbb{N}$の元を頂点とするだけでなく、$k \to h$であるすべての矢印とhも含んだものをΓ_aとする方が見やすい。

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_n	0	1	1	3	1	6	1	7	4	8

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
f_n	1	16	1	10	9	15	1	21	1	22

n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
f_n	11	14	1	36	6	16	13	28	1	42

n	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
f_n	1	31	15	20	13	55	1	22	17	50

n	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
f_n	1	54	1	40	33	26	1	76	8	43

n	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
f_n	21	46	1	66	17	64	23	32	1	108

n	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
f_n	1	34	41	63	19	78	1	58	27	74

n	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
f_n	1	123	1	40	49	64	19	90	1	106

n	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
f_n	40	44	1	140	23	46	33	92	1	144

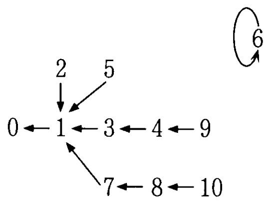
n	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
f_n	21	76	35	50	25	156	1	73	57	117

§３．教材化の際の問題点

a を少しずつ増やして、Γ_a を描いてみると、グラフとしての新しい様相が生まれてくるのが見える。前節のような表をあらかじめ作るとなると、かなりの作業量になるが、少しずつ表を増やしていきながら Γ_a の変化を観察していけば、f_n の値を求める作業の単調さもあまり気にならずにすむだろう。

10くらいまでなら、ほとんど作業の苦痛も感じずに求めることができるだろう。それを前節に定義したグラフに描くと、

Γ_{10}



が得られる。1は0へ行き、自然数の世界から放り出される、いわば宇宙の墓場のようなものだという感じになっていて、それさえ納得させれば、以下では0を描く必要はないかも知れない。

グラフを見ながら、何が起こっているかを話し合い、その後aを大きくしていくと何が起こるかを予想させる。

例示してみると、

1：例外の6を除いて、矢印を辿ればだんだん小さくなって、すべて1が終点となっている。

2：2つ以上の矢印が集まってくるのは1だけである。

3：1に直接行けるのは素数だけで、素数は常に1に行く。

4：偶数はあまり小さくならないが、奇数はかなり小さくなる。

などとなるだろう。項1くらいの観察は欲しいが、それ以外に気がつく子がいてもいなくてもあまり問題にせず、「このあとどうなるんだろうね」くらいの軽い設問で、子供の方からの興味を引いたら、質問をさせるようにする。

起こり得る質問ないし予想を挙げてみると、

1：6のような自分自身に戻ることが他にもあるのだろうか？

2：そうなっていなければ、いつかは1に辿りつくのだろうか。

3：矢印を辿ると、だんだん小さくなっていくのだろうか。

などとなるだろう。10くらいまででではあまり様子もわからない。さらに計算を進める意欲がわく程度に議論はおさえておいた方がよい。

ここで、計算方法について少し述べておこう。記載の都合上、51までをまとめて表にしておくが、指導の際はグラフの拡大と合わせて小出しにするのがよい。

約数を数え落とさないようにするには少し工夫がいる。上の表で約数の多い、48を例にとって説明しよう。まず、約数の欄の左端に1、右端に48と書く。次に2から順に48を割るかどうかを確かめていく。2では割れて、割ると24になる。そこで、1の右に2と書き、48の左に24と書く。次は3。割ると16になる。そこで、2の右に3と書き、24の左に16と書く。次は4。割ると12になる。3の右に4と書き、16の左に12と書く。次の5では割れない。次は6。割ると8になる。4の右に6と書き、12の左に8と書く。次の7では割れないが、右からの8より小さく、7より大きい数はないので、これで約数はすべて得られたことになる。

この手順で表を作って行けば、100までくらいなら少しやる気のある子ならそれほど苦労せずにやれると思う。100まででは、約数の数は12が最大であり、その3ヶ所だけを注意すれば、そんなに困難はないだろう。しかし、子供の集中度や熱意の度合を見ながら、表も少しずつ作っていくという方針がよい。

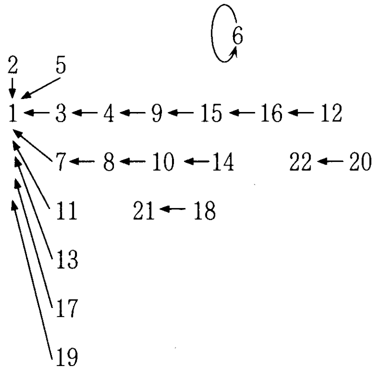
100までくらいの素数表を与えることも考えられるし、素数表自身を作って見ることも、小さい数から約数を決定していく操作の中から自然に誘導できる。それを楽しむ子供もいればよ

n	n の約数	f_n	n	n の約数	f_n
2	1, 2	1	3	1, 3	1
4	1, 2, 4	3	5	1, 5	1
6	1, 2, 3, 6	6	7	1, 7	1
8	1, 2, 4, 8	7	9	1, 3, 9	4
10	1, 2, 5, 10	8	11	1, 11	1
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	16	13	1, 13	1
14	1, 2, 7, 14	10	15	1, 3, 5, 15	9
16	1, 2, 4, 8, 16	15	17	1, 17	1
18	1, 2, 3, 6, 9, 18	21	19	1, 19	1
20	1, 2, 4, 5, 10, 20	22	21	1, 3, 7, 21	11
22	1, 2, 11, 22	14	23	1, 23	1
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	36	25	1, 5, 25	6
26	1, 2, 13, 26	16	27	1, 3, 9, 27	13
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	28	29	1, 29	1
30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	42	31	1, 31	1
32	1, 2, 4, 8, 16, 32	31	33	1, 3, 11, 33	15
34	1, 2, 17, 34	20	35	1, 5, 7, 35	13
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	55	37	1, 37	1
38	1, 2, 19, 38	22	39	1, 3, 13, 39	17
40	1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40	50	41	1, 41	1
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	54	43	1, 43	1
44	1, 2, 4, 11, 22, 44	40	45	1, 3, 5, 9, 15, 45	33
46	1, 2, 23, 46	26	47	1, 47	1
48	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48	76	49	1, 7, 49	8
50	1, 2, 5, 10, 25, 50	43	51	1, 3, 17, 51	21

いし、また、エラトステネスの篩のような単純作業を楽しむ子供がいるようならそれでもいい。素数やその他の意味のある数の表を［2］の解説の附録として挙げておいたので、それを利用してもよい。

さて、20までの計算でグラフを描いてみよう。

Γ_{20}



順に1つ計算するごとに図に描きこんでいくことにすれば、大体は木が生長するように伸びていくのだが、早くも、12で異変が起こる。12は最小の過剰数であるから、12の行き先の16はまだグラフの中にない。従って、どこか空いているところに仮に描いておくしかない。つまり、離れ小島のようなものができることになる。

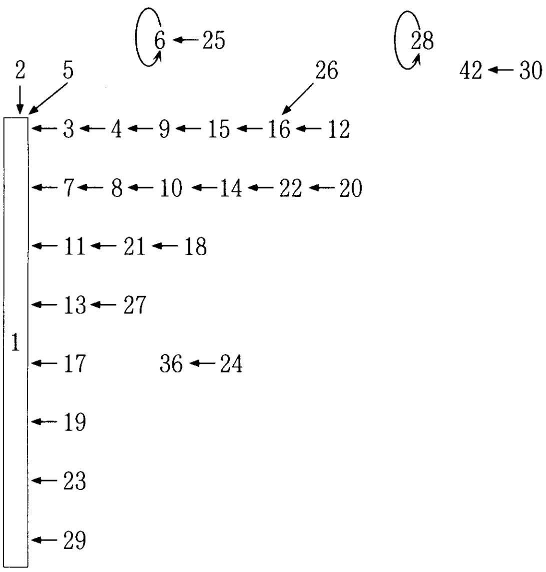
その後14が10の後ろにくっつき、15が9の後ろにくっついた後、16から15の矢印を描くとき、仮に描いてあった島と結ばれることになる。20まで作業を続けると、結局1つの島が本土にくっつき、新しい島が2つできることになる。

ここでまた、観察と予想をすることにする。予想の3はすでに間違っていることになった。観察1－4は、過剰数の存在による以外はそのまま成り立っている。

20まで来て、島が生まれたり本土と陸続きになったりするという新しい現象が観察される。さらに、2と5については、他の数から来ることはないのかという疑問も生まれる（そういう数のないことが直ちに確かめられるが、分からないからといって、この時点で完全な理解を求めないこと。aを増やしていけば自然に分かってくる）。6には他から来ないのかという疑問も生まれるだろう。

子供の関心が維持できないようなら一旦止めて、数週間の間をおいた方がいいかも知れない。しかし、維持できるようならもう少し先に進もう。進めるなら、進んだ方が興味がわいてくる筈である。30までの計算で得られるグラフを考えると、以下のようになる。1に集まる数が、つまり素数があまり多いので、1が表わす頂点を縦長の領域に引き伸ばしてみた。

Γ_{30}



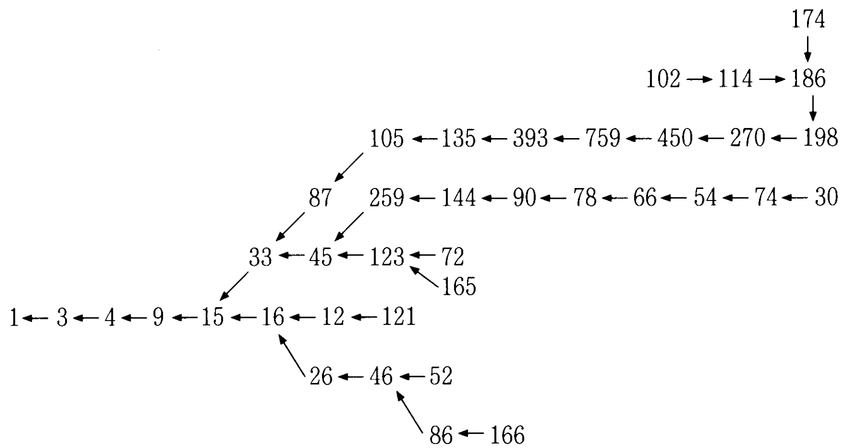
完全数は空中庭園のようで、そこにも木が生えるように25から6への矢印が得られ、さらにもう1つの28が現れる。2つの離れ島も本土にくっついたが、さらに2つの離れ島が生まれる。ここで始めて現れる現象は、16に2つ目の矢印が当たって、枝分かれ（分岐）が起こっていることである。

このあたりまでは一気に提示できるとよい。この後、aを少しずつ増やしながら、グラフΓ_aを描いていくと、ますます複雑になっていく。ざわざわと木が繁茂していくようにも見え、島が生まれては本土にくっつき、枝分かれもますます複雑になる。

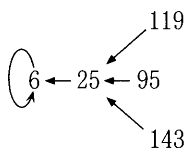
しばらくは複雑になっていくさまを見ているだけで面白いが、次第に一般的な規則を推測するようになるだろう。そうならなかったとしても放って置いて、子供の自主性に任せておくのが作業療法的な態度だと言えるだろう。

それでも、状況を表わす概念を放り込んで、そのうち子供の心の中に結晶していく何かが観察できれば面白いだろう。

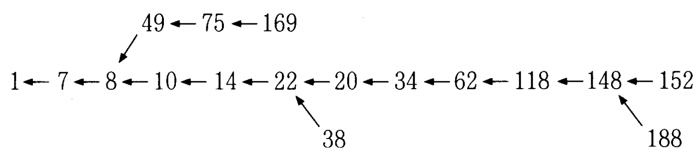
どこまでやらなければいけないというものではないが、とりあえず、200までの数から出発して、3に行き着くグラフΓの部分を描いてみると、



となり、6に行き着くものは



となり、7に行き着くものは



となる。近い数が非常に離れた枝にあることもあり、どんな数が同じ素数に行き着くか、まったく見当もつかない。そんなときには名前を付けるのがよい。3に行き着く数を**3族**の数と呼ぼう。同じようにして、fを繰り返し施して、つまり、グラフの矢印を辿って、ある素数pに辿りつく数をp**族**の数と呼ぼう。

同様に、素数に辿りつかないが完全数pに辿りつく場合にも、p**族**の数と呼ぼう。2以外の素数は奇数であり、（知られている）完全数は偶数だから、見ただけで区別がつくだろう。

3族は7族より大きな部族だというわけである。範囲を広げていくともしかするとそうではないかも知れないが、この範囲では確かに3族の方が多い数を含んでいる。

蟹 江 幸 博

200までの数で、個数が10を越える族は実はあまり多くない。11族、13族、17族は比較的小さく、次に多少大きいと言えるのは19族である。

$$
\begin{tikzcd}
 & & 39 \arrow[dl] & 51 \arrow[dl] & 141 \arrow[l] & 195 \arrow[l] \\
1 & 11 \arrow[l] & 21 \arrow[l] & 18 \arrow[l] \\
 & & & 91 \arrow[ul]
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{tikzcd}
 & & 27 \arrow[ddl] & 69 \arrow[l] \\
 & & & 133 \arrow[ul] \\
1 & 13 \arrow[l] \\
 & & 35 \arrow[ul] & 93 \arrow[l] \\
 & & & 145 \arrow[ul]
\end{tikzcd}
$$

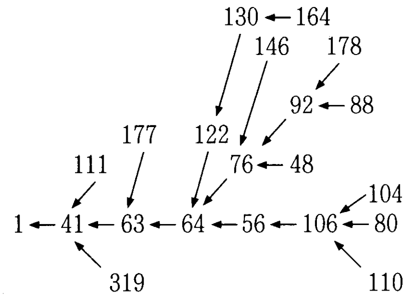
$$
\begin{tikzcd}
 & & 39 \arrow[dl] \\
1 & 17 \arrow[l] \\
 & & 55 \arrow[ul] & 36 \arrow[l] & 24 \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

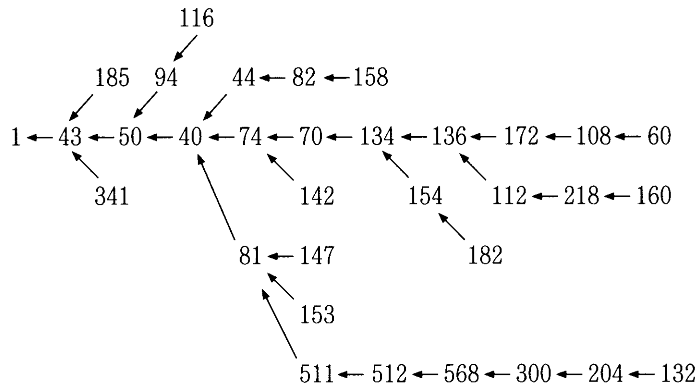
$$
\begin{tikzcd}
 & & & & & 170 \arrow[dl] & 190 \arrow[l] & 244 \arrow[l] & 316 \arrow[l] & 192 \arrow[l] \\
 & & 65 \arrow[dl] & 117 \arrow[l] & 100 \arrow[l] & 124 \arrow[l] & 156 \arrow[l] & 96 \arrow[l] \\
1 & 19 \arrow[l] & & & & 194 \arrow[ul] \\
 & & 77 \arrow[ul]
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{tikzcd}
 & & 57 \arrow[ddl] & 99 \arrow[l] \\
 & & & 159 \arrow[ul] \\
1 & 23 \arrow[l] \\
 & & 85 \arrow[ul]
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{tikzcd}
 & & 22 \arrow[dl] & 38 \arrow[l] \\
1 & 31 \arrow[l] & 32 \arrow[l] & 58 \arrow[l] & 68 \arrow[l] \\
 & & 125 \arrow[ul] \\
 & & 161 \arrow[uul]
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{tikzcd}
 & & 203 \arrow[dl] & 196 \arrow[l] & 140 \arrow[l] & 84 \arrow[l] \\
1 & 37 \arrow[l] & & & 176 \arrow[ul] & 184 \arrow[l] \\
 & & 155 \arrow[ul]
\end{tikzcd}
$$





これらのグラフも十分複雑と言えるが、実はこの後の41族と43族が意外に大きいのである。

素数の中でも、2と5だけが他の数から矢印が来ないという意味で非常に特殊な素数だったり、3や41、43が非常に大きな族をリードしていたりといった個性は、いったいどこから来るのだろうか。

ちなみに族の構成数を計算すると、比較的メンバーの多い族では次のようになる。

族	3	6	7	11	13	17	19	23	31	37	43	47	73
2から50まで	12	2	9	3	3	4	1	1	2	1	2	4	0
2から100まで	20	3	11	5	5	5	5	4	4	2	9	10	2
2から150まで	28	5	13	6	7	5	7	4	5	3	16	18	2
2から200まで	33	5	16	7	7	5	13	5	6	7	19	25	3
2から250まで	40	5	18	7	7	6	16	5	8	9	26	33	4
2から300まで	44	5	21	9	8	6	18	5	8	12	31	42	5
2から350まで	47	5	22	10	8	7	24	6	9	15	35	50	5
2から400まで	51	5	26	10	8	7	30	7	10	19	39	55	6
2から450まで	58	7	28	12	10	7	34	7	10	23	44	64	6
2から500まで	59	7	30	14	11	9	35	7	11	29	47	73	6

また、p族の数aの階数を、aから順にpまで至る矢印の数とする。素数pはp族で1階の数ということである。100までで階数が一番大きいのは30で、3族で14階の数である。100までで約数の数が一番大きな（12個ある)、60は43族で10階の数、72は3族で8階の数、84は37族で5階の数、96は19族で7階の数であり、約数の多さが直接階数の大きさに結びつい

ている訳ではない。

しかし、子供が喜んでやるからといって、あまり放置していてもいけない。たとえば、120は11階の数だが、実は12161族の数である。12161が素数であることも子供には難問だし、この素数に辿りつくまでにはもっと大きい数（一番大きいのは32571）を経由するわけで、その約数を計算するのは大変なことである。よほどやる気と根気と計算力のある子でないと、適当なところで止めてやらないといけない。

同様に180は601族の数であるが、実に52階の高さにある。最高の数は15218で120の場合よりは小さいが、計算の途中で大きくなったり小さくなったり、何度も何度もくり返す。

さらに、138、150、168にいたっては588169族で、138はなんと180階の高さにある。

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & & & 168 & & \\ & & & & & & & \searrow & \\ 138 & \to & 150 & \to & 222 & \to & 234 & \to & 312 \end{array}$$

とゆっくり増えて行くのだが、このあと→528→960→2088となってからは、この後4回で5桁になり、その後12回で6桁に突入し、その後はもう最後に1になるまで、5桁の数には戻ってこない。計算途中の3分の2ほどの所にある1712226876（171億4222万6876）が最高点であった。すでに手計算だけでは何ともならない領域に達している。計算機を利用して素因数分解を求め、容易に分かる公式を使って計算し、検算もしたのだが、177回の計算のどこでも間違わなかったと言えるだけの自信はない。

ここまでは1か完全数に辿りついたが、いつでもいつかはそうなるという信念が持てるのならそれも良いかも知れないが（もちろん友愛数のような有限周期点に到達することも考えてよいが）、計算をした経験からは無限に大きくなる列がないとはとても言えそうにない雰囲気であった。たとえば、276は

$$\begin{array}{ccccccccccccccccc} 276 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ & \searrow & & & & & & & & & & & & & & & \\ 306 & \to & 396 & \to & 696 & \to & 1104 & \to & 1872 & \to & 3770 & \to & 3790 & \to & 3050 & \to & 2716 \end{array}$$

とだんだん大きくなるが少し小さくもなってほっとするが、このあと2716→2772→5964→10164→19628と大きくなり始めると止まらない。いつか小さくなってくれないかと、3000京を越える所まで計算したが、それも絶対に1に戻らないとも言えないし、さりとて無限に大きくなりつづけるともいえない。素因数分解に一定のパターンが繰り返されるようになると大きくなるまま止まらない。そのパターンが崩れることもあって（138の時のように）1に戻ってくることもあるのだが、すぐにそのパターンに戻ることが多く、それはそれはがっかりする。

しかし、300までにこれら以外に病的な挙動をするものはないことは確かめたので、安心して子供の計算を見守ってほしい。

ある程度の計算をし、ある程度のグラフを描いたら、族と階数以外にも、普通のものとは違う「大小関係」とか「距離」を導入して楽しむこともできる。

$a \to b$のとき$a > b$として、後は推移律で半順序を入れる。矢印の柄の部分を消去すると考えると覚えやすい。完全数や友愛数などの周期点以外では半順序になっている。族が異なる数どうしは比較することができない。同じ族の数でも、枝分かれした先同士ではまた比較する

ことができない。

距離は、有効グラフΓの矢印の向きを忘れて、2点間の最短の道の長さとする。たとえば素数族と完全数族との距離は∞とするのである。

普通のものと違うことを楽しむことが出来れば、それで十分であろう。

また、グラフを描いていくと、端の数が本当に端なのか（つまり、その数へ向かう矢印があるかどうか）が気になるだろう。

これには多少の一般論はあるが完全には分からない。aを大きくしていくと、Γ_aには1にぶつかっているだけで寂しく放って置かれる素数が増えていくことに気付く。しかし、2と5以外には無数の数がやってくる筈である。

一般に、aが7以上の奇数なら$a \leftarrow b$となるbが存在することが分かる。$a = 2n+1$と書けているので、$2n$は6以上の偶数である。従ってゴールドバッハの問題を解いて（完全な証明はないが、実用上は十分な大きさまで確認されている。現在、4×10^{14}までは確認されている。［2］の解説参照）、$2n = p+q$と異なる素数の和に書けばよい。$pq \rightarrow a$となる。$pq(>1+p+q = a)$もまた奇数なので、結局（ゴールドバッハ予想が証明されればではあるが）少なくとも1列の奇数からなる無限列がくっつくことになる。とくに、すべての素数族は無限個の数からなる。そういう意味では、43族が大きいとか7族は割と小さいとかは意味のないことになる。大きさよりも、樹構造の複雑さ、分岐の数とか分岐次数の大きさとそれらの存在確率、分岐点間の距離など、を考えていくことになる。

何が子どもたちから飛び出してくるかである。予期されないものが出てくるほど授業は成功であり、評価は子供たち自身の中に自然に生れてくるもので十分であり、敢えて客観評価はしない方がよい。

計算技術能力も、概念の理解・表現能力も異なる子供たちも、自分なりに楽しんでくれたらよい。

以上のようなことに限らず、いろんな部分的な一般則が考えられる。それを子供が思いつくままにとりあげ、彼ら自身に検証させる。範囲を決めて、階数の大きい数を言うというゲームや、距離の離れた数を競うゲームも、学級の環境や雰囲気によっては面白いかも知れない。

§4．終わりに

本稿はとりあえず素材として提供したものであり、具体的な展開については子どもたちの反応を見ながら工夫していくことが望まれる。ここまでの記述を見て内容が難し過ぎると感じた人がいれば、それは筆者の筆力のなさが原因ではあるが、1つには実際に手を動かさないことから来ることでもあるだろう。数学嫌いは食わず嫌いでもある。そのために、口に入れやすい、柔らかく甘い食物を与えがちになるが、臨床数学教育はあくまで患者の自助能力や回復力を信じたものでありたいと考えている。

本物の数の世界で、本物の数学の取り組みを提供する。そこを歩くには技術的には少ないものしか要求しないが、散策としてもトレーニングとしても登山としても利用可能な、一種のワンダーランドを提供する。子供も大人も、一人でもグループでも、調べ、探り、究め、掘り下げることのできる、数学世界のフィールドを提供する。

それが、臨床数学教育の1つの理想である。

こののち、一連の素材の教材化を、素材の提供と理論的基礎づけとしての形と、誰でも一人で読みこなし自分の世界を作り出すことのできる読み物としての形とで具体化していきたいと考えている。

参考文献

[1] 蟹江幸博『臨床数学教育を目指して』三重大学教育学部紀要、第52巻、教育科学 (2001).
[2] ア・ヤ・ヒンチン『数論の3つの真珠』(蟹江幸博訳・解説) 日本評論社 (2000).
[3] E. ハイラー, G. ワナー『解析教程　上下』(蟹江幸博訳) シュプリンガー・フェアラーク東京 (1997).
[4] H. ラーデマッヘル+O. テープリッツ『数と図形』(山崎三郎+鹿野健訳) 日本評論社 (1989).