

ベンチマーキングの概念に基づく 企業効率性評価手法に関する一考察

植 村 芳 樹

Study of evaluating DMUs based on the concept of bench-marking

Yoshiki UEMURA

1. はじめに

いくつかの営業所や支店（一般に、事業体（DMU）という）から構成される企業において、各事業体の相対的な個別の効率評価を行うことが重要な課題となっている。また、企業をひとつの事業体とみなして、属する業種内での各企業の相対的な効率性の位置づけも重要な課題となっている。このような背景から、生産関数を用いた事業体の効率性評価の研究が盛んになっている。従来から生産関数を表すモデルとして、対数線形回帰モデルがある。Cobb-Douglas モデル^[1]は、対数線形回帰モデルの一種である。対数線形回帰モデルでは、平均的な尺度から各事業体を偏差値的な評価を行うものである。また、対数線形回帰モデルにおける係数をファジィ数に拡張し、生産可能集合の上限と下限を同時に規定できる可能性生産関数が提案されている^[2]。この可能性生産関数における係数の同定方法は、可能性推定回帰分析^[3]に帰着できる。さらに、この可能性生産関数の効率性評価への適用研究も行われており、上側からの効率性のみならず、下側からの非効率性の評価も同時に行えることが示されている^[4, 5]。他方、効率性評価を行うにあたり DEA (Data Envelopment Analysis) という手法^[6]が、注目されている。この手法は、数理計画問題に定式化されるが、双対問題を考えると制約条件は生産可能領域となり、その制約条件の下、効率性を評価する線形計画問題に帰着される^[7]。従って、可能性生産関数も DEA も、データを包み込む効率性評価手法の一種と考えられる。しかしながら、可能性生産関数は、出力の可能性の幅を導出し、上限の出力から事業体の出力を評価することに主眼がおかれ、「これぐらいの投資（入力量）なら最高これぐらいの産出（出力量）が期待できる」という評価になる。他方、DEA では、「これぐらいの産出（出力量）なら、これぐらいの投資（入力量）で済む」という評価になる。従って、可能性生産関数も DEA も包絡分析法の一種ではあるが、評価の取り組み方が逆の見方になる。この評価方法の違いの1入力1出力の場合のイメージ図を図1に示す。

まず、スーパーマーケット業界の効率性評価を取り上げ、可能性生産関数と DEA との比較研究を行う^[8]。

次に、各事業体に対して効率性の評価

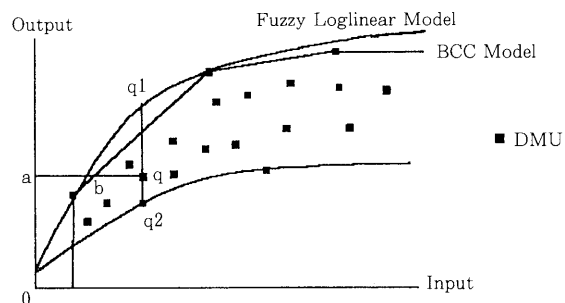


Fig. 1 Evaluation Image in two Model

を行った後、非効率な事業体に対して入力軽減策が求められる。しかしながら、一度に大幅に軽減することが不可能な場合が多い。従って、実際には1次計画、2次計画というように効率性の改善度合いを考慮しながら、入力の軽減に制約を持たせて効率な事業体へと変革していく方策を取る場合が多い。まず、DEAモデルが数理計画手法に帰着されることに注目して、数理計画手法の感度分析手法に沿って、入力の軽減に伴う効率性の感度分析を行い、現実的な改善方策を支援する方法を提案する^[9]。また、意思決定者が軽減計画をある程度作成していることを前提として、DEAモデル自体に各入力の軽減の限界を制約条件に組み込み制約付きDEAモデルを定式化し、入力の軽減に伴う効率性の感度分析との関係を明確にする。また、この対話的入力改善計画作成手法を銀行問題に適用し、有効性・妥当性を検討する^[10]。

最後に、DEA手法において、多入力多出力システムを取り扱った場合、多入力に関して1出力の効率値だけがそのままDEA効率値として求められる場合があり、これがDEA手法の最大の問題点として考えられる。また、DEA効率値に注目すると、各出力を個別に目的関数とし求めた最大効率値よりも大きくなる傾向を持つ。以上のような背景から、全般的な効率は、出力を個別に目的関数と考えた場合の最大効率値と最小効率値との中間に存在と考える方が自然である。従って、DEAモデルにファジィ目標の概念を導入し、最大化決定の理論^[11]に沿って、ファジィ満足化手法を提案する。しかしながら、このファジィ目標を導入した効率値の満足解は、常に出力を個別に目的関数と考えた場合の最大効率値となる^[12]。この原因は、出力を個別に目的関数と考えた場合の最大効率値が、ファジィ満足化手法における実行可能領域に満足度1で常駐するからである。ここで、DEAの目的関数に注目すると、各出力に関しての効率値の加重線形和となっており、各出力の効率値を個別に目的関数として定式化した多目的計画問題のスカラー化手法とみなすことができる。従って、DEAモデルを新たに多目的計画問題に定式化し、ファジィ目標の概念を導入し、坂和^[11]が開発したファジィ満足化手法の手順に沿って、DEAモデルの最大の問題点を解決するファジィ満足化手法を提案し、このファジィ満足化手法を都市銀行の効率性評価問題に適用し妥当性・有効性を示す^[13, 14, 15]。

2. 対数線形回帰型生産関数を用いた効率性評価

効率性評価のひとつの手法として、統計的回帰分析がある。この分析は、平均的にみて企業体の優劣を付けるものである。このような背景から、生産関数として対数線形回帰型のモデル^[1]が、次式のように提案されている。

$$Q = X_0 \cdot A_1^{x_1} \cdot A_2^{x_2} \cdots A_n^{x_n} \quad (1)$$

ここで、 Q をDMUの出力、 A_i ($i=1, \dots, n$)をDMUの入力とする。

(1)の両辺に対数をとることで、このモデルは次式の通常の対数線形回帰モデルに帰着される。

$$q = x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \quad (2)$$

ここで、 $x_0 = \ln X_0$, $a_i = \ln A_i$ ($i=1, \dots, n$)である。

最小二乗法を用いて、係数 (a_i ($i=1, \dots, n$)) を推定し、平均的な尺度から、企業体を偏差値等を用いて評価する。

3. 可能性生産関数による効率性の評価

実際問題を考慮すれば、入力があるにも関わらず出力がゼロであることは、全く企業体が努力をしていないことを意味する。各企業体は、生産を行うために必死の努力をしていると考えられ、入力軸までも生産可能領域とすることは不自然であると考えられる。従って、生産可能領域の下限を考慮した生産関数をファジィ理論を導入して定式化する。

(1)における各係数 x_i をL-Lファジィ数 $\tilde{x}_i = (x_i, d_i)_L$ に拡張し、可能性生産関数をモデル化する。ここで、研究対象として企業効率を考察しているため、出力を縦軸、入力の組を横軸としたイメージ的な生産可能集合は、出力軸の一点から出発し出力データを上側と下側から包含するような領域になるのが理想である。従って、 X_0 についてはノンファジィ数とする。可能性生産関数は、次式のように定式化される。ここで、煩雑をさけるためファジィ数 \tilde{x}_i 以外は、前節で用いた記号を使用する。

$$Q = X_0 \cdot A_1^{\tilde{x}_1} \cdot A_2^{\tilde{x}_2} \cdots A_n^{\tilde{x}_n} \quad (3)$$

(3)の両辺に対数をとることで、このモデルは次式の通常ファジィ対数線形回帰モデルに帰着される。

$$q = x_0 + a_1 \tilde{x}_1 + a_2 \tilde{x}_2 + \cdots + a_n \tilde{x}_n \quad (4)$$

DMU_j ($j=1, \dots, m$) の実際のデータを $(Q_j, A_{1j}, A_{2j}, \dots, A_{nj})$ とし、 $q_j = \ln Q_j$, $a_{ij} = \ln A_{ij}$ ($i=1, \dots, n; j=1, \dots, m$) とする。このとき、拡張原理より、このモデルは次式で与えられる^[3]。

$$\begin{aligned} & x_0 + a_1 \tilde{x}_1 + a_2 \tilde{x}_2 + \cdots + a_n \tilde{x}_n \\ & = (x_0 + \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i, \sum_{i=1}^n a_{ij} d_i)_L \end{aligned} \quad (5)$$

可能性推定回帰分析の定式化^[3]に従って、次式のLP問題によりファジィ係数を同定する。

$$\begin{aligned} & \min \sum_{j=1}^m a_{ij} d_{ij} \\ & \text{s.t. } x_0 + \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + |L^{-1}(h)| \cdot \sum_{j=1}^m a_{ij} d_{ij} \geq q_j \\ & \quad x_0 + \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + |L^{-1}(h)| \cdot \sum_{j=1}^m a_{ij} d_{ij} \leq q_j \\ & \quad x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 h はモデルの可能性のレベルを表し、 $L(\cdot)$ は、L-Lファジィ数の型関数を表す。また、可能性推定回帰分析では、 x_i の非負条件は考慮されていないが、生産関数のモデルの性質上、可能性生産関数の係数の同定には非負条件を付加する。

通常の可能性推定回帰分析においては、ファジィ係数を同定したモデルについて $h = 0$ として出力データが存在する可能性区間を利用する。しかしながら、本研究では企業効率の評価を研究対象としているため、可能性生産領域の上限と下限からの各出力データの比率が評価指標となる。従って、意思決定者が設定した h レベルでの可能性生産領域を用い、各出力データの評価指標を求めることにする。参考文献^[3]の定理9.4より、モデルの可能性のレベル h に関わらず可能性区間の h レベルでの上限値と下限値からの各出力データの比率は、一定である。従って、本研究ではモデルのレベルを $h = 0.95$ に固定して考えることにする。

定理 1 効率な DMU と非効率な DMU の存在

すべての j について $Q_j \leq \widehat{QU}_j$ であり、少なくとも一つの ku で $Q_j = \widehat{QU}_j$ なる ku が存在する。
 すべての j について $Q_j \geq \widehat{QL}_j$ であり、少なくとも一つの kl で $Q_j = \widehat{QL}_j$ なる kl が存在する。
 ここで、 $[\widehat{QL}_j, \widehat{QU}_j]$ は(6)で同定された DMU_j の出力の可能性区間である。

定義 1 可能性生産関数による効率性評価指標

(6)で同定された DMU_j の出力区間 $[\widehat{QL}_j, \widehat{QU}_j]$ を用いて、 DMU_j の効率性の評価指標として、 $\frac{Q_j}{\widehat{QU}_j}$ と定義し、非効率性の指標を $\frac{\widehat{QL}_j}{Q_j}$ と定義する。

定理 3 非効率な DMU の改善

非効率な DMU_i を効率的にするためには、各入力 A_{ij} を A_{ij}^{in} に増加または減少させればよい。
 ここで、 xu_i は可能性生産関数のファジィパラメータの可能性区間の上限である。

4. 生産可能集合に基づく DEA

DEA の最初の定式化においては、直接的に効率性を評価するために分数計画問題として定式化された^[6]。しかしながら、生産可能集合の概念からも、同様なモデル化がなされることが示されている^[7]。ここでは、生産可能集合からのモデル化について簡単に説明する。

いま、 n 個の DMU があり、 $DMU_j (j = 1, \dots, n)$ には共通した入力群 $X_j = (x_{j1}, \dots, x_{jm})$, および共通した出力群 $Y_j = (y_{j1}, \dots, y_{js})$ があると仮定する。ここで、入力ベクトルを $X = [X_1, \dots, X_n]$ とし、出力ベクトルを $Y = [Y_1, \dots, Y_n]$ と表記する。ここで、これらの値は一般に正值であり、ある出力を産出するための入力に関しては値の小さいものほど好ましく、ある入力による出力に関しては大きいものほど望ましい状態にあるとする。DMU のデータセット (X, Y) をもとに、生産可能集合 (x, y) を次の制約を満たす値の集合として定義する。

$$\begin{aligned} x &\geq X\lambda \\ y &\leq Y\lambda \\ \lambda &\geq 0 \\ L &\leq e^T\lambda \leq U \end{aligned} \tag{7}$$

ここで、 $x \in R^m, y \in R^s, \lambda \in R^n, e^T = (1, \dots, 1)$ である。

(7)によって、DEA における生産集合を規定し、 λ の要素の和に対する上限および下限を表す L と U に制約を加えることで様々なモデルが提案されている。特に、 $L = 0, U = \infty$ としたモデルが、CCR (Charnes-Cooper-Rhodes) モデルであり、 $L = U = 1$ としたモデルが、BCC (Banker-Charnes-Cooper) モデルである。本論文では、特に BCC モデルを取り上げるため、以下に BCC モデルを紹介する。

BCC モデル

$$\begin{aligned} \min & \theta - e^T s^+ + e^T s^- \\ \text{st.} & \theta x_0 - s^+ = X\lambda \\ & y + s^- = Y\lambda \\ & e^T\lambda = 1 \\ & \lambda, s^+, s^- \geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで、 s^+, s^- はスラック変数である。

5. スーパーマーケット業界の効率性評価

大手スーパーマーケットをひとつの企業体とみなし、入力としては従業員数と店舗面積、出力としては売上高を取り上げ、可能性生産関数を用いた同定結果を次式に示す。

$$Q = 56.657 \cdot A_1^{(0.313, 0.00)_L} \cdot A_2^{(0.739, 0.021)_L} \quad (9)$$

次に、効率性評価を可能性生産関数と BCC モデルを用いた場合の結果を表 1 に示す。その結果、以下のような効率性評価の特徴が分かった。

効率性評価の特徴

1. D-効率的で可能性生産関数を用いた場合の効率が 1 の企業体は、完全に効率的であると判断できる。
2. 可能性生産関数を用いた場合の効率が 1 で、D-非効率の場合はない。
3. D-効率的な企業体でも、可能性生産関数を用いた場合の効率が 1 にならない場合がある。これは、もっと出力を増大できる可能性を秘めていることを示している。
4. BCC 効率が同じ企業体においても、可能性生産関数の非効率性の評価により、優劣が付けられる。

Table 1 Evaluation of efficiency for some super-markets in two model

	Inputs		Output	Fuzzy Loglinear Model		BCC Model
	A ₁	A ₂	Q	Efficiency	Inefficiency	D-Efficiency
Market 1	3414	5280	378760	0.7734	0.8968	0.9304
Market 2	21475	26030	2541518	0.8668	0.7468	1
Market 3	15184	12860	1538742	1	0.6677	1
Market 4	3477	3800	269772	0.7026	1	0.6963
Market 5	4849	4700	401516	0.8018	0.8685	0.7828
Market 6	12603	12340	1147413	0.8156	0.6453	0.8245
Market 7	10646	10720	1032815	0.8616	0.7804	0.8648
Market 8	7952	9710	1015017	1	0.6757	1
Market 9	7469	7180	611233	0.6023	0.8852	0.7631
Market10	2162	2890	198807	0.7401	0.9608	0.8444
Market11	1268	1310	124524	1	0.7357	1
Market12	3095	2770	239558	0.8237	0.8651	0.8121

6. 入力の軽減に制約を持たせることによる効率性の感度分析

ある事業体 DMU_j の効率性が DEA によって評価され、効率値 θ_j^* と λ_j^* が求められているとする。計算の煩雑をさけるため、入力の余剰 $s^+ = 0$ であると仮定する。このとき、この事業体に対する入力の改善策は、 x_j を $x_j \lambda_j^*$ に軽減すればこの事業体は効率的になるというものである。しかしながら、効率値が非常に低い場合、一度に入力を軽減することは現実には不可能な場合が多い。従って、1次削減計画、2次削減計画というように効率性の改善をふまえながら、入力の軽減を考えていく必要がある。逆に、入力の削減計画が作成されており、この計画によ

る効率性の改善程度から入力削減計画の見直しをすることもできる。

いま、各入力 x_i ($i = 1, \dots, n$) の下限値 L_i ($i = 1, \dots, n$) を意思決定者が主観的に設定したとする。 $\min_i (x_i - L_i)$ なる L_i について感度分析を行う。入力の下限 L_i を設定したことによる効率的な入力の加重係数の増分を $\Delta\lambda_i$ とする。このとき、入力の下限は次式で表される。

$$L_i = (\lambda_i^* + \Delta\lambda_i)x_i \quad (10)$$

このとき、入力の下限 L_i を設定したときの効率値 θ_{L_i} は、次式で表される。

$$\theta_{L_i} = \frac{\lambda_i^*}{\lambda_i^* + \Delta\lambda} \quad (11)$$

(11)式の効率値によって、 L_i 以外の入力の下限 L_j は自動的に次式のように再設定される。

$$L_j = \theta_{L_i} x_j \quad (12)$$

ここで、再設定された入力の下限值は、初期設定された下限値より大きくなっていることに注意しよう。

6. 1 削減計画の作成支援手法 1

DEA モデルにおいては、入力の重要度は一定として定式化されている。従って、 n 個の入力の内一番軽減したくない入力から順に下限値 L_i ($i = 1, \dots, n$) を設定していけばよい。その手順を以下に示す。

アルゴリズム

0. DEA 手法により、 λ_i^* ($i = 1, \dots, n$) を求める。
1. 意思決定者が最も軽減したくない入力 x_i を選択する。
2. 意思決定者が満足できる効率値 θ_{L_i} を設定する。
3. (10), (11)式により L_i を求める。
4. (12)式によりその他の入力 x_j の下限値 L_j を求める。

上記のアルゴリズムより、意思決定者が満足できる効率値 θ_{L_i} に対して、入力の軽減策として、 x_i ($i = 1, \dots, n$) から L_i ($i = 1, \dots, n$) に軽減する計画が設定できる。

6. 2 削減計画の作成支援方法 2

前節では、感度分析手法により意思決定者が満足できる効率値に基づく入力の軽減計画の作成手法について考察した。本節では、意思決定者が軽減計画をある程度作成していることを前提として、DEA モデル自体に入力の軽減の下限 IL_i ($i = 1, \dots, n$) を導入することを試みる。CCR モデル 2 と BCC モデル 2 の制約条件に $IL \leq X\lambda$ を追加することによって制約付き CCR モデルと制約付き BCC モデルを定式化できる。

制約付き CCR モデル

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta - e(e^T s^+ + e^T s^-) \\ \text{st.} \quad & \theta x_o - s^+ = X\lambda \\ & IL \leq X\lambda \\ & y + s^- = Y\lambda \\ & \lambda, s^+, s^- \geq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

制約付き BBC モデル

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \theta - e(e^T s^+ + e^T s^-) \\
 \text{st.} \quad & \theta x_0 - s^+ = X\lambda \\
 & IL \leq X\lambda \\
 & y + s^- = Y\lambda \\
 & e^T \lambda = 1 \\
 & \lambda, s^+, s^- \geq 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

ここで、これらのモデルで導出された λ^* は、3.1 の $\lambda_i + \Delta\lambda_i$ に対応していることに注意しよう。従って、これらのモデルで求められた効率値を θ_2^* 、DEA 効率値を θ_1^* で表すと、意思決定者が入力の下限 IL を設定したときの効率値は $\frac{\theta_1^*}{\theta_2^*}$ となる。ただし、このときの各入力の軽減計画は x_i ($i = 1, \dots, n$) から $\theta_2^* x_i$ ($i = 1, \dots, n$) に軽減することになる。

このモデルの利点は、意思決定者が入力の下限を設定することによる入力の軽減計画を1回の線形計画問題を解くことで得られることである。ただし、この求められた軽減計画に伴う効率値の改善度合いを知りたい場合には、改めて DEA 効率を求め直す必要がある。

6. 3 入力改善計画の銀行問題への適用

6.1 節で提案した削減計画作成支援方法を11都市銀行に適用させたので、その適用結果を考察する。11都市銀行をDMUとし、入力として銀行の総資産(十億円)・店舗数(軒)・従業員数(人)を取り上げ、出力としては経常収益(十億円)・業務純益(十億円)を考えた。これらの銀行データとDEA効率値を表2に示す。例として、BANK7を取り上げ、6.1節で述べた入力改善支援計画法を適用させる。現在の効率値は0.9193である。これは、総資産(x_1) = 4803、店舗数(x_2) = 356、従業員数(x_3) = 15855にすると効率値は1になる。したがって、 x_1 を422、 x_2 を31、 x_3 を1392削減すると効率的に改善される。本節ではこれらの入力群の中で最も削減が困難であると考えられる店舗数(x_2)に基づく入力改善計画を立てる。まず、第一次目標 θ の変化による店舗数(x_2)の入力改善計画作成例を表3に示す。意思

Table 2 Japanese National Bank Data

	assets	branches	employees	ordinary	pure profit	efficiency
BANK 1	5223	418	19061	241	22	0.7761
BANK 2	1059	211	6128	45	3	1.0000
BANK 3	2326	94	8284	148	17	1.0000
BANK 4	5246	565	21600	261	16	0.8406
BANK 5	4877	368	15701	287	24	1.0000
BANK 6	5073	365	16252	287	28	1.0000
BANK 7	5225	387	17247	281	24	0.9193
BANK 8	1829	243	9604	109	9	1.0000
BANK 9	5184	396	14909	274	30	1.0000
BANK10	3086	302	11971	146	14	0.7451
BANK11	2800	437	14436	128	14	0.7479

決定者は効率値は少なくとも0.98程度の要望を持ち、ステップ1で入力削減計画を立てたところ、店舗数を27削減という結果を得た。店舗数をそれだけ削減することは現実には不可能なので、ステップ2のように目標効率値を0.93に改悪してみると、店舗数4削減という結果を得たが、店舗数削減にまだ余裕があるので、ステップ3のように目標効率値を0.94に改善し、入力改善計画を立ててみた。ここで、意思決定者は目標効率値と店舗数の削減に妥協できる計画案を得た。次に、店舗数(x2)の軽減のための入力改善計画作成例を表4に示す。意思決定者は店舗数について、10以上の削減は不可能と考えている。そこで、対話手法の出発点(ステップ1)として、店舗数10削減から改善計画作成を始めた。店舗数を10削減すると、効率値 θ は0.94になる。次に、ステップ2ではステップ1より削減数を減らして店舗数を6削減してみたところ、効率値 θ が0.935になった。ステップ3ではステップ2よりさらに削減数を減らして店舗数を4削減してみたところ、効率値 θ が0.93になった。目標効率値が0.94からわずか0.01改悪しただけでも、店舗数の削減が10から4になったので、現実的な改善計画目標案が作成できた。

Table 3 Constructing the satisfactoral improvement plan by dialogue to DM about θ

θ	Step 1 0.98	Step 2 0.93	Step 3 0.94
x_1	liquidate 314	liquidate 56	liquidate 109
x_2	liquidate 27	liquidate 4	liquidate 10
x_3	liquidate 1047	liquidate 184	liquidate 357

Table 4 Constructing the satisfactoral improvement plan by dialogue to DM about x_2

	Step 1	Step 2	Step 3
x_1	liquidate 109	liquidate 82	liquidate 56
x_2	liquidate 10	liquidate 6	liquidate 4
x_3	liquidate 357	liquidate 271	liquidate 184
θ	0.94	0.935	0.93

7. ファジィ目標を導入したファジィ満足化手法

ある事業体 DMU_j の m 個の入力 x_{ij} について個別の s 個の出力 y_{kj} に対する効率値 θ_k^* を次式により求める。

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \theta_k - e (e^T s_k^+ + e^T s_k^-) \\
 \text{st.} \quad & \theta_k x_{kj} - s_k^+ = X_k \cdot \lambda \\
 & y_{kj} + s_k^- = Y_k \cdot \lambda \\
 & e^T \lambda = 1 \\
 & \lambda, s_k^+, s_k^- \geq 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

ただし、 $\theta_k = y_{ok} \lambda_k$ である。

(15)式で求めた θ_k^* のなかで、最大の効率値を θ_1 とし最小の効率値を θ_2 とする。

定理 4 DEA 効率値 θ^* の性質

$$\theta_1 \leq \theta^*$$

個別の出力に関する最大値と最小値との間に効率値の満足解が存在することを仮定して、(8) 式 of ファジィ目標 ($\mu_G: \theta \rightarrow [0, 1]$) として意思決定者が主観的に規定したと仮定する。

$$\mu_G(\theta) = \begin{cases} 0, & (\theta \leq \theta_2) \\ \frac{(\theta - \theta_2)}{(\theta_1 - \theta_2)} & (\theta_2 \leq \theta \leq \theta_1) \\ 0, & (\theta_1 \leq \theta) \end{cases} \quad (16)$$

参考文献 [3, 4, 5] に沿って、次式のようにファジィ満足化手法がモデル化できる。

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \\ \text{st.} \quad & \alpha \leq \mu_G(\theta) \\ & \theta_{x0} \geq X \cdot \lambda \\ & y \leq Y \lambda \\ & e^T \lambda = 1 \\ & \lambda, s^- \geq 0 \end{aligned} \quad (17)$$

(17)式は、線形計画問題に帰着され、求められた満足解を $\widehat{\theta}_1$ とおく。

定理 2 $\widehat{\theta}_1$ の性質

$$\widehat{\theta}_1 = \theta_1$$

8. 多目的計画法の定式化とファジィ満足化手法

DEA の目的関数に注目すると、各出力に関しての効率値の線形和となっており、各出力の効率値を個別に目的関数として定式化した多目的計画法のスカラー化手法とみなすことができる。従って、DEA モデルを新たに多目的計画法として以下のように定式化する。

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_1 \\ \min \quad & \theta_2 \\ & \dots \\ \min \quad & \theta_m \\ \text{st.} \quad & \theta_{x0} \geq X \cdot \lambda \\ & y \leq Y \cdot \lambda \\ & e^T \lambda = 1 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

個別の目的関数 θ_m に関して、以下の線形計画問題を解くことによって、実行可能領域の θ_m に関する最大値 m_1 と最小値 m_2 が求められる。

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_m \\ \text{st.} \quad & \theta_m \cdot x_{0m} \geq X \cdot \lambda \\ & y \leq Y \cdot \lambda \\ & e^T \lambda = 1 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

この求められた最大値 m_1 と最小値 m_2 をもとに(7)式 of ファジィ目標 ($\mu_{Gm}: \theta \rightarrow [0, 1]$) として意思決定者が主観的に次式のように規定したと仮定する。

$$\mu_{G_m}(\theta_m) = \begin{cases} 0, & (\theta_m \leq m_1) \\ \frac{(\theta_m - m_2)}{(m_1 - m_2)} & (m_2 \leq \theta_m \leq m_1) \\ 0, & (m_2 \leq \theta_m) \end{cases} \quad (20)$$

意思決定者が、主観的に Bellmann and Zadeh^[10]の最大化決定を採用したと仮定すれば、次式のようにファジィ満足化手法がモデル化できる^[10]。

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \\ \text{st.} \quad & \alpha \leq \mu_{G_1}(\theta) \\ & \alpha \leq \mu_{G_2}(\theta) \\ & \dots \\ & \alpha \leq \mu_{G_S}(\theta) \\ & \theta_{x_0} \geq X \cdot \lambda \\ & y \leq Y\lambda \\ & e^T \lambda = 1 \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

①で求められたファジィ満足解を $\widehat{\theta}_2$ とおく。この $\widehat{\theta}_2$ に基づいて、入力改善計画は、以下のようになる。

参考文献^[11]の手順に従えば、意思決定者との対話により、意思決定者の満足度を考慮しながら、ファジィ満足解を更新し、意思決定者が満足できる効率値を求めることができる。ここで、意思決定者の満足度を考慮して最終的に更新されたファジィ満足解を $\widehat{\theta}_3$ とする。このファジィ満足解 $\widehat{\theta}_3$ に基づいて入力改善計画は以下のようになる。

入力改善計画

$$X = \widehat{\theta}_3 \cdot X$$

8. 1 ファジィ満足化手法の都市銀行効率性評価への応用

11の都市銀行効率性評価問題にDEAを用いた結果を表5に示す。ここで、入力としては、

Table 5 11National BankData, DEA Efficiency θ^* , and Optimal weight for two outputs

	Total Assets (million Yen)	Branch	Worker	Ordinary Profit	Bussiness gain	DEA efficiey θ^*	Optimal Weight (μ_1^* , μ_2^*)
Bank 1	52230247	418	19061	2416526	225141	0.7251	(0.300, 0.000)
Bank 2	10597709	211	6128	457723	32021	0.6768	(0.148, 0.000)
Bank 3	23265654	94	8284	1484621	172423	1.0000	(0.322, 0.303)
Bank 4	52465934	565	21600	2617983	160168	0.7820	(0.299, 0.000)
Bank 5	48775121	368	15701	2872097	246699	1.0000	(0.343, 0.623)
Bank 6	50730147	365	16252	2870857	288250	0.9678	(0.328, 0.943)
Bank 7	52256008	387	17247	2812759	243580	0.8952	(0.319, 0.000)
Bank 8	18299016	243	9604	1097083	93180	0.9396	(0.856, 0.000)
Bank 9	51849609	396	14909	2748593	304894	1.0000	(0.348, 0.144)
Bank10	30860566	302	11971	1463481	145766	0.7432	(0.508, 0.000)
Bank11	28004284	437	14436	1287137	146690	0.7203	(0.560, 0.000)

総資産、従業員数、店舗数であり、出力としては、経常収益、業務純益である。表5において $\mu^* = (\mu_1^*, \mu_2^*) = (0, a)$ もしくは、 $\mu^* = (\mu_1^*, \mu_2^*) = (b, 0)$ となっている銀行の効率性評価においては、出力が2個あるにも関わらず、1つの出力だけが考慮され、全体的な効率性が評価されていることを意味し、これがDEA手法の最大の問題といえる。6節で定式化したファジィ満足化手法をこの銀行データに適用した結果を表6に示す。表6からわかるように、すべての銀行において2出力とも考慮したファジィ満足解が導出されており、DEA手法における最大の欠点が克服されていることがわかる。また、表6におけるファジィ満足解は、個別の出力に関する最大値 ($\theta_1=0.782$) と最小値 ($\theta_2=0.419$) との間に存在していることがわかる。最後に、参考文献^[11]の手順に従えば、意思決定者との対話により、意思決定者の満足度を考慮しながら、ファジィ満足解を更新し、意思決定者が満足できる効率値を求めることができる。この満足解の更新の手順を表7-1・表7-2に示す。表7-1は、意思決定者が業務純益より経常収益に重きをおいたファジィ満足解の更新手順を示しており、逆に表7-2は、意思決定者が経常収益より業務利益に重きをおいたファジィ満足解の更新手順を示している。最終的な意思決定者が満足したファジィ満足解は、表7-1より業務純益より経常収益に重きをおいた場合は、 $\theta_3=0.671$ であり、表7-2より経常収益より業務純益に重きをおいた場合は、 $\theta_3=0.5221$ である。入力削減計画は、最終的に更新されたファジィ満足解 ($\hat{\theta}_3$) に基づいて行われることになり、意思決定者の満足度合いに基づく、入力改善計画が、意思決定者との対話によ

Table 6 Fuzzy Satisfactional efficiency θ_2

	θ_1	θ_2	θ_2	Satisfactional Rate of output1	Satisfactional Rate of output2	Rate for Trad/off
Bank 1	0.7251	0.5816	0.6533	0.5	0.5	1.4500
Bank 2	0.6768	0.4077	0.5422	0.5	0.5	1.3537
Bank 3	1.0000	1.0000	1.0000	0.5	0.5	2.0000
Bank 4	0.7820	0.4199	0.5970	0.5	0.5	1.5638
Bank 5	1.0000	0.7509	0.8821	0.5	0.5	2.0048
Bank 6	0.9664	0.8476	0.9135	0.5	0.5	1.9388
Bank 7	0.8952	0.6749	0.7894	0.5	0.5	1.7935
Bank 8	0.9396	0.6871	0.8134	0.5	0.5	1.8789
Bank 9	1.0000	0.9773	1.0000	0.5	0.5	2.0232
Bank10	0.7432	0.6373	0.6903	0.5	0.5	1.4862
Bank11	0.7203	0.7068	0.7135	0.5	0.5	1.4403

Table 7-1 Dialuge Steps to DM who consider out put1 is important and Final Satisfactional Efficiency θ_3 in Bank 4

	Basis Membership Value for output1	Basis Membership Value for output2	Satisfactional rate of output1	Satisfactional rate of output2	θ_3
Step 1	1	1	0.5	0.5	0.5970
Step 2	1	0.8	0.6	0.4	0.6340
Step 3	1	0.6	0.7	0.3	0.6710

Table 7-2 Dialuge Steps to DM who consider output2 is important and Final Satisfactional Efficiency θ_3 in Bank 4

	Basis Membership Value for output1	Basis Membership Value for output2	Satisfactional rate of output1	Satisfactional rate of output2	θ_3
Step 1	1	1	0.5	0.5	0.5970
Step 2	0.8	1	0.4	0.6	0.5600
Step 3	0.6	1	0.3	0.7	0.5229

り求められる。尚、ファジィ満足解の更新にあたっては参考文献^[11]に添付されているアプリケーションソフトを使用した。

謝辞 本論文を作成するにあたり、適用例を作成していただいた泉谷、田端と白崎各氏に深謝いたします。

参考文献

- [1] 佐藤、生産関数の理論、創文社、1975
- [2] 和多田、森本、可能性生産関数に基づく産業分析、日本ファジィ学会第2回ノンエンジニアリング・ファジィワークショップ、1992
- [3] 田中、ファジィモデリングとその応用、朝倉書店、1990
- [4] 植村、小林、ファジィ対数線形回帰を用いた企業効率性の評価、日本ファジィ学会第5回ノンエンジニアリング・ファジィワークショップ、1995
- [5] Y.Uemura, M.Kobayashi, K.Hiro, Application of Fuzzy Loglinear Regression Analysis to Evaluation of Efficiency for DMUs, J. of Fuzzy Mathematics, Vol. 4, No. 1, 1996
- [6] Charnes, A., W. W. Cooper and E. Rhodes, Measuring the Efficiency of Decision Making Units, European J. of OR, 3, 339, 1979
- [7] 刀根、経営効率性の測定と改善、日科技連、1993
- [8] 植村、白崎、企業効率性評価における可能性生産関数とDEAモデルとの比較研究、第40回自動制御連合講演会、1997
- [9] 植村、廣、DEAにおける効率性の感度分析による入力改善計画支援方法、第40回システム制御情報学会研究発表講演会、1996
- [10] 植村、泉谷、DEAによる企業効率性評価における入力改善計画支援手法の都市銀行データへの適用、情報処理学会第54回全国大会、1997
- [11] M. Sakawa, Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization, Plenum Press, 1993
- [12] 植村、廣、ファジィ目標・ファジィ制約の概念をDEAに導入したファジィ満足化手法、第39回自動制御連合講演会、1996
- [13] 植村、田端、ファジィ目標の概念をDEAに導入したファジィ満足化手法の銀行問題への適用、日本ファジィ学会第7回ノンエンジニアリング・ファジィワークショップ、1997
- [14] 植村、DEAモデルにファジィ目標を導入することに対する一考察、日本ファジィ学会第13回ファジィシステムシンポジウム、1997
- [15] 植村、ファジィ目標の概念をDEAに導入したファジィ満足化手法、日本ファジィ学会誌、Vol. 9, No. 3, pp. 762-766, 1997