

## 高木貞治の関数教育について

中西正治  
(広島大学大学院・院生)

### 1. はじめに

本研究の目的は、明治35年から昭和10年にかけて関数教育が数学教育界にどのように理解され受け入れられ、どのように具体化されていったのか、日本における関数教育の変容を考察することである。その考察にあたって、高木の数学教育における貢献は大きい。高木は世界的数学者として有名であるが、数学教育界においても大きな影響を与えた一人である。積極的に数学の教科書改革に取り組んだ一人として、日本の数学教育史の中でも重要な位置に位置付けられている。中谷は、林と高木の二人を最初の「教科書の現場化」として、数学教育史で位置付けている。特に林の幾何教科書と高木の代数教科書は、先進的な指導内容を扱っていることについて述べている。

明治の後期・大正・昭和の初期をとおして、みのがすことのできないのは、現場化のさきがけともいふべき、林鶴一(1873-1935)と高木貞治(1875-1960)の中学校数学教科書である。特に高木の代数、林の幾何は有名であった<sup>1)</sup>。

高木の人物研究に関する先行研究としては、本田欣也の「高木貞治 数学者の肖像」<sup>2)</sup>、「高木貞治の生涯」<sup>3)</sup>、糸貫数学校研究会の『高木貞治博士物語』<sup>4)</sup>、特に数学教育と関連したものとして、野崎昭弘の「高木貞治と数学教育」<sup>5)</sup>や上垣渉の『第5回算数・数学むかし物語の旅“数学教育家としての高木貞治ツアー”資料集』<sup>6)</sup>がある。しかし、高木の関数教育についての先行研究はない。

本稿では、高木が考える数学教育、その中でも特に関数教育に焦点化し、高木がどのように関数教育を考えていたのかについて考察する。そこでまず、高木の数学観、数学教育観、関数教育観を概観し、その後、教科書分析の考察を行い、高木の関数教育の変容について考察を行うことにする。

### 2. 高木の数学観

高木は「訓練上数学の價値附數學的論理學」(昭和

11年)<sup>7)</sup>で、数学の本質について述べている。そこでは、数学の本質は論理性すなわち「假借しない論理、妥協を許さない論理」であり、その論理性は、「限定された極々狭い範囲に止まり」、「論理の通らない世界にまで、論理を押し売りしようとはしない」と言っている。この点において数学は「謙遜」なものであるという<sup>8)</sup>。

そして数学が広く応用・実用されていること、即ち「数学の実用」について、「応用と実用」(昭和15年)<sup>9)</sup>、「数学の実用性」(昭和18年)<sup>10)</sup>で述べている。その中で「数学の実用」についての注意点として、いくら自分にとって実用でないからと言っても間接的に恩恵を蒙っていることを指摘し、実用性は「自分が意識しないで、予に用なしと思っている」だけであると主張している<sup>11)</sup>。

ではその実用性はどこから来るか。それは「完全な理解、徹底的な理解から来る」と言うのである<sup>12)</sup>。そしてそれが実用的であるか、不実用的であるかは「人がそれを如何に使ふかによつて決まる」のであって、「うまく使へれば実用的で、使ひこなす能力がないと不實用になる」<sup>13)</sup>と述べている。

そして実用の第一条件として確実性を挙げ、その確実性は数学の「謙遜」から来るといっている<sup>14)</sup>。

つまり、数学の「謙遜」が、論理性であり、そしてそれが確実性を生む。そして確実性は実用の第一条件であり、実用性は「完全な理解、徹底的な理解から来る」。その実用性は、学問にとって重要なことであると考えるのである。高木が考える数学の論理性、実用性は数学教育にも深く関係していくのである。

### 3. 高木の数学教育観

まず、論理性に関しては「數學に於ける抽象、實用、言語、教育、等々」(昭和16年)で、数学との係わりについて述べている。そこでは、教育を行うにあたって、数学の教科が特に論理性が重要であるという理由はないが、数学では抽象力をひじょうに要求することは事実であるから、数学の本質的な部分、論理的な部分に抽象力が肝腎であると言っている<sup>15)16)</sup>。このこと

は数学の内容が基礎となる数学教育においても「抽象力」は必要とされるということになる。

また実用性に関しては、「彼理憤慨」(昭和11年)で「すべての学問は実用的であるべきだ」<sup>17)</sup>という考えにたって、ペリーの主張に賛成している<sup>18)</sup>。

この実用性は「完全な理解、徹底的な理解から来る」ので、数学教育においても「理解」が1つのキーワードとして考えられる。

以上のことから、「抽象力」と「実用性」・「理解」が、高木の考える数学教育の意義や目的のキーワードと考えられる。

#### 4. 高木の関数教育観

高木の関数教育に関する論文は、筆者が調査した限りほとんど存在しない。「数学教育偶感」(昭和12年)<sup>19)</sup>で少し述べられている程度である。その大意は、関数思想が昭和12年になっても面倒がられてあまり受け入れられていない状況に対して嘆いていることである。その文章から関数教育に関して読み取れることとして、次の4点がある<sup>20)</sup>。

- ・世界の数学教育改造運動が起こったとき、高木もクラインの「関数思想の導入」に賛成の立場であったこと
- ・「関数思想の導入」を行いたいが、「関数思想の導入」には困難を予測していたこと
- ・結果的にグラフだけは流行したが、その実態は「関数思想を去勢した形骸としてのみ許容された」のではないかと感じていること
- ・比例、軌跡、写像、図形が動くことは、関数思想の指導内容であると考えていること

では、高木は実際の教科書においてどのような関数教育の実際化を図ろうとしてきたのであろうか。高木が作成してきた教科書を具体的に分析してみる。

#### 5. 教科書分析

高木の教科書における関数教育の指導内容の変容は大きく分けて5期に分けることができる。以下この5期に沿って考察を行う。

第I期 明治35年から大正4年

第II期 大正5年から大正10年

第III期 大正11年から大正14年

第IV期 大正15年から昭和5年

第V期 昭和6年から昭和12年

以下に、本稿で対象とした各期の教科書を示す。

第I期	『普通教育算術教科書』(明治37年12月30日発行)
	『普通教育代数教科書』(明治37年12月30日発行)
	『普通教育算術教科書』(明治40年5月28日修正5版)
	『普通教育代数教科書』(明治40年5月28日修正5版)
	『普通教育算術教科書』(明治43年3月11日訂正7版)
	『普通教育代数教科書』(明治43年3月11日訂正7版)
	『新式算術教科書』(明治44年12月30日訂正再版)
	『新式代数教科書』(明治45年1月25日修正8版)
	『新式幾何教科書(平面)』(明治44年12月4日発行)
	『新式幾何教科書(立体)』(明治45年2月14日訂正再版)
第II期	『新式三角法教科書』(大正元年10月20日発行)
	『新式算術教科書(全)』(大正2年10月14日修正3版)
	『新式幾何教科書(平面)』(大正3年12月24日訂正3版)
第III期	『新式算術教科書』(大正4年11月4日修正4版発行)
	『新式代数教科書』(大正5年11月17日訂正11版)
	『新式幾何教科書(立体)』(大正5年12月2日訂正4版)
第IV期	『新式三角法教科書』(大正5年12月28日修正3版)
	『新式算術教科書』(大正11年12月27日修正5版)
	『新式代数教科書』(大正11年11月25日修正12版)
第V期	『新式算術教科書』(大正13年10月4日修正7版)
	『新式代数教科書』(大正15年2月23日訂正15版)
	『新式幾何教科書(平面)』(大正15年2月23日訂正5版)
	『新式幾何教科書(立体)』(大正15年9月25日修正5版)
	『新式三角法教科書』(昭和2年10月29日訂正6版)
第VI期	『新式算術教科書』(昭和2年10月31日修正9版)
	『新式算術代数学教科書(一學年用)』(昭和9年12月12日訂正再版)
	『新式算術代数学教科書(二・三學年用)』(昭和9年12月12日訂正再版)
	『新式算術代数学教科書(四・五學年用)』(昭和11年9月15日訂正再版)
	『新式幾何教科書(一學年用)』(昭和9年12月30日訂正再版)
第VII期	『新式幾何教科書(二・三學年用)』(昭和10年2月4日訂正再版)
	『新式幾何三角法教科書(四・五學年用)』(昭和11年11月1日訂正再版)

#### (1) 第I期の教科書分析

第I期は明治35年に初めて中学校教授要目が出され、菊池・藤澤体制の分科主義によって日本の数学教育が推し進められていく時代である。世界の数学教育改造運動とはまったく逆の道を選んだのである。その状況で、高木は第I期にすでに、代数学で、関数教育の指導内容(変数法としての比例、分数式の分母が0となる場合(極限)、極大・極小)を取り入れている。しかしそのほとんどが、「課セズトモヨシ」や「以下三節ハ省略シテモヨシ」や附録扱いとされており、正式な扱いとはなっていない。幾何学では、他の教科書と同様に求積、軌跡はあるが関数教育を意識した文脈にはなっていない。三角法は三角関数の値の変化を扱っている。

## (2) 第II期の教科書分析

『新式代數教科書』(大正5年11月17日訂正11版)の続巻で大きな変化を見る。続巻の例言で初めて「函數の觀念」ということばを用いている。関數教育の指導内容として、『二次方程式の續編』を作り、分數方程式、不等式、極大極小等に関する事項を収め、それと連絡して『量の變動及び其圖解』を置き、一次式及び二次式の変動を幾何学的に説明して「函數の觀念を啓發」することとしている。

これまでの指導内容に加えて、變動を表すグラフの説明、関數の定義、幾何学の定理を使った一次式の直線性の説明、一次式のグラフのかき方の説明、グラフ利用による連立二元一次方程式の解法、出会い問題、様々な二次式のグラフについての説明、二次式と二次不等式の関係、落体問題、反比例のグラフとその対称性、分數式のグラフなど、関數教育の指導内容が多く扱われている。しかし、続巻は「補習科を設ける場合の教科用」なので必修ではない。幾何学の指導内容は変化がない。三角法では附録に逆関數が扱われている。この第II期は第III期以降の基盤的内容となる。

## (3) 第III期の教科書分析

大正8年には日本中等教育数学会が創立し、それまでは個人的に行われていた数学教育の研究が集団的に行われることとなる。その第一回大会では中学4学年までの教授要目について、第三回大会では中学5学年の教授要目について話し合われ、大会の決議を見た。この第III期はそれを受けての教科書作成である。ただし、この第III期は算術、代数学のみの改訂である。

『新式算術教科書』(大正11年12月27日修正5版)の要旨説明の三番には「三 ……………特に比例の篇に接續してグラフの用法を示すべき問題若干を置きたり。」と、算術教科書で初めてグラフの用法(関數教育)を取り上げている。算術においてもグラフの重要性を認めたのである。しかし、グラフそのものについての説明はなく、文章問題を解く中で扱うのである。例えば「1. 高サ1米ナル棒ノ影ノ長サガ80糎ナルトキニ、影ノ長サガ9米アル木ノ高サト12米トアル木ノ高サト各右ノ圖ヨリ讀ミ取レ。又高サガ12米ナル木ノ影ノ長サハ如何。」(問題 第十八(圖解ノ問題))である。グラフそのものの指導がないので、強引な教え方となっている。

『新式代數教科書』(大正11年11月25日修正12版)の改版例言では「今回の改版に際しては、全書を通じて周密なる改訂を施せり。」と、この改版が「全書を通じて」たものであることを述べている。その中で特に関數教育にかかわる重要なものとして、次のことを

挙げている。

一. 續巻を廢止し、其の材料の中のグラフに関するものは一部分は比例の篇に接續して本文中に収め、其の他二次式に関する部分及び不等式、分數方程式に関する事項は附録として下巻の終に附載せり。

グラフの作成は初級生に課するには稍困難なるべけれども、與へられたるグラフを讀むことは既に小學校に於ても其の主旨を學びたる所なるが故に、本文各所に於て適當の機會ある毎に之を加へて、抽象的の説明を補足するの用に供せり。

「第七編 冪根」の「第一章 開法」[84. 平方及び立方ノ表。平方ノ圖解]では、「100未満ノ整数ノ平方及び立方ノ表ヲ掲ゲ、平方ノ圖解ヲ示スベシ。」と、 $y=x^2$  ( $-5 \leq x \leq 5$ )のグラフを示している。平方でのグラフの利用は初めてである。また「第十一編 對數」の「第二章 對數ノ性質」[156. 指數ト冪トノ値ノ關係]では、 $L=10^x$ のグラフを示している。

この改訂によって削除された内容は、互に比例する量の鑑別法の説明、一次式のグラフの幾何の定理による直線性の証明、落体に関する例題であり、追加された内容は、「第四章 量ノ變動及び其ノ圖解\*」で、グラフの定義、「互ニ比例スル量ノ圖解」、一次式と一次方程式と一次不等式の関係、 $y=\frac{5}{6}(x-2)$ と $y=\frac{5}{6}x$ のグラフ上での関係の説明、「聯立二元一次方程式ノ圖解」がある。附録にあった関數に関わる指導内容の一部を本文中に入れ、多少削除された内容もあるが、グラフの利用に関する内容が追加された。

グラフの利用に力を入れ、それに伴って関數教育の指導内容も多少増え、関數教育が発展してきている。第III期には幾何学・三角法の教科書はない。

## (4) 第IV期の教科書分析

この期で大きく変容する。

『新式代數教科書』(大正15年2月23日訂正15版)では、これまで附録扱い(教師の自由採択)としてきた教材を本文中に入れた。前版と異なる組替えや変更点は、

- 一次式のグラフを一次方程式の最後に入れ不等式の節を加えたこと
- 二次式の関數的考察をし、二次方程式の性質を徹底的に理解できるようにし、極大極小に関する問題に興味を持てるようにしたこと
- 座標の説明を自然に行いグラフ總収の形にしたことである。

大正11年版の教科書から削除されてものはなく、極

大極小が二次関数の極大極小だけになってしまった程度である。逆に指導内容は追加された。

「第一篇 緒論」の「第二章 負数」「問題 第一」では、(8) 午後の一時間毎の気温の変化のグラフを読取る問題 (10) 速さの問題： $s = 40t + 20$  のグラフに関する問題、がある。

「第七篇 冪根」の「第一章 開法」「87. 平方及比立方ノ表。平方ノ圖解」では、平方・立方 ( $y = x^2$ ,  $y = x^3$ ,  $0 \leq x \leq 2.2$ ) のグラフが重ね描きされ紹介されている。

「第八篇 二次方程式」の「第二章 一元二次方程式ノ續キ」「108. 二次式ノ圖解」では、二次関数の極大極小についての説明、二次方程式 ( $a > 0$ ,  $a < 0$ ) の判別式 ( $D > 0$ ,  $D = 0$ ,  $D < 0$ ) とグラフの関係についての説明及び二次関数と二次方程式との関係 ( $y = 1 - x - x^2$  のグラフを利用して、 $1 - x - x^2 = 0$ ,  $1 - x - x^2 = -2$ ,  $1 - x - x^2 = \frac{5}{4}$ ,  $1 - x - x^2 = 2$  を解く) などがある。

「第九篇 比及ビ比例」の「第三章 相伴ツテ變動スル量」「137. 互ニ比例スル量ノ圖解」では、正比例のグラフが直線になる幾何学的証明 (相似を使って) を行い、 $y = ax + b$  は  $y = ax$  を平行移動したものであるから、一次式のグラフも直線になっていることを、グラフをかいて説明している。「138. 二元方程式ノ圖解」では、連立二次方程式の幾何学的証明問題を扱っている。「139. 互ニ逆比例スル量ノ圖解」では、「(例題) 次ノ分式ノぐらふヲ描イテ  $x$  ガ  $-\infty$  カラ  $+\infty$  マデ次第二増大スルトキ、其ノ分式ノ値ガドノヤウニ變動スルカヲ説明セヨ。(1)  $y = \frac{x+1}{x}$  (2)  $y = \frac{3x+7}{2x+5}$ 」のように、分式式の変化の様子を問う問題を扱っている。

「第十篇 級数」の「第一章 等差級数」「140. 等差級数」では、 $a + (n-1)d$  ( $a=2$ ,  $d=\frac{1}{2}$  と、 $a=2$ ,  $d=-\frac{1}{2}$ ) のグラフがある。「第二章 等比級数」「143. 等比級数」では、 $ar^{n-1}$  ( $a=1$ ,  $r=\frac{1}{2}$  と  $a=1$ ,  $r=\frac{3}{2}$ ) のグラフがある。

「第十二篇 歩合及ビ利息」の「173. 複利法」にある「元金100円に対して単利と複利の利息の増加に関するグラフ (一割、八分、六分、五分の各場合)」は算術教科書にも載っている。

『新式幾何教科書 (平面)』(大正15年2月23日訂正5版) は、大正3年12月24日に訂正3版改訂が出されて以来、大正14年12月26日 (修正4版発行) まで手を加えられていない。その翌年大正15年2月23日に訂正5版発行が出された。関数教育の指導内容をかなり入れている。

「第二篇 直線及ビ圓」の「第七章 圓周角 弓形ノ角」「50. 弓形」では「(問題(9)) 平面板ノ上ニツツノ

留針A、Bヲ立テ其ノ間ヘ三角定木ノ一端ヲ挿入シテ二邊ガ常ニ留針ニ觸レルヤウニ定木ヲ動かセバ、定木ノ尖端ハ如何ナル線ヲ描クカ。」のように、点を動かして図形を作ること、「第八章 切線 割線」「52. 切線 割線。」では「カヤウニ切線ハ割線ノ極限ノ位置ト見ルコトガ出來ルノデアル。」といった極限の考えを持ち出し図形を動的に見ている。「第三篇 面積及ビ比例」の「第三章 比及ビ比例」では「72. 線分ノ内分ト外分。内分点、外分点を動点として比の値のグラフを描いている。これは完全に関数を利用している。幾何において「73. 互ニ比例スル量」を扱い「相伴ツテ變動スル二ツノ量が常ニ相等シイ比ヲ變ハルトキニハ、此等ノ量ハ互ニ比例スルトイフ。」と定義をし、「(例1) 同ジ圓 (又ハ相等シイ圓) 二於テ、弧ノ長サハ之ニ對スル中心角ニ比例スル」「(例2) 同ジ圓 (又ハ相等シイ圓) 二於テ、扇形ノ面積ハ其ノ長サ角ニ比例スル」「(例3) 一定ノ高サヲ有スル矩形又ハ三角形ノ面積ハ其ノ底ノ長サニ比例スル。」のような図形の要素間の比例関係を扱っている。「第八章 圓ノ周及ビ面積」の「96. 圓周ノ長サ。円周率。」でも「變動スル或量ガ一定ノ量ニ限りナク近クナルトキニハ、其ノ一定ノ量ヲ極限トイフ。」と極限の定義を行い、「97. 圓ノ面積」では「即チ圓ノ面積ハ内接又ハ外接正多角形ノ面積ノ極限デアル」のように極限の考えを利用している。

このように、比例や極限の定義、関数のグラフの利用、図形を動的に見るなど、関数的な見方や考え方の視点が加わっている。

『新式三角法教科書』(昭和2年10月29日訂正6版) で、はじめて三角関数のグラフを扱っている。「第二章 一般ノ角ノ三角函数」の「14. 三角函数ノぐらふ」で、 $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$ ,  $\cot$  ( $-90^\circ$  から  $450^\circ$  まで) のグラフがある。練習問題では、 $\sec A$ ,  $\operatorname{cosec} A$  のグラフをかかせている。

『新式算術教科書』(昭和2年10月31日修正9版) では、グラフに対する扱いが積極的となる。

「第一篇 整数 少数」の「4. 四捨五入 近似値」では、各市の人口の概数をグラフにする例題、毎月の平均気温をグラフに書き込む例題があり、「6. 掛け算 (乘法)」では、いろいろな「倍」を線の長さで説明している。また「第五篇 比 比例」では、これまでと同様に比例・反比例を扱った後すぐに、「39. ぐらふ (圖表)」の節を設け、速さと距離に関する正比例のグラフに関する例題、面積一定である長方形の縦と横の長さの関係に関する反比例のグラフに関する例題、列車の発着時刻の運行図表から駅の出発時刻や列車の出会い時刻を読ませる例題を扱っている。「問題 第五 (比例雑題)」においても、列車の距離と賃金との関

系のグラフがある。

以上のように数学教育全体として関数教育を進めており、この第IV期が最も充実した期となっている。

### (5) 第V期の教科書分析

昭和6年には新しい教授要目が出され、関数が正式に要目に入った。第V期の教科書はこの教授要目に従って作成された。

削除された指導内容は、「負数」の問題で扱っていたグラフ、二元一次方程式の図解の説明、二元一次方程式と一元一次方程式の関係、平方表・立方表と $y=x^2 \cdot y=x^3$ のグラフ、無理関数のグラフ、円の半径と直線までの距離の関係に関する問題、直線と直角双曲線および円と直角双曲線の連立方程式、分数関数の平行移動、等差級数のグラフ、分数式の数値(分母がゼロ)、不等式と多い。それに比べ、追加された指導内容は、一般のグラフの説明、楕円、双曲線、 $y=kx$ 、 $y=kx^2$  ( $k=\pm 1, \pm \frac{1}{2}$ )、 $xy=k$  ( $k=\pm 4, \pm 8$ )と少ない。

二次式に代表されるように、残っている内容が簡単に浅く扱うようになってきている。第V期は第IV期のスリム化といってよい。関数教育の縮小化ともいえる幾何学においても関数教育の指導内容が縮小され、第IV期のスリム化が行われている。三角法の指導内容は変化していない。

### 6. まとめと考察

第I期から第V期の特徴は、第I期は萌芽期、第II期は基盤形成期、第III期は拡張・発展期、第IV期は充実期、第V期は整理・スリム化期であるといえよう。

では、これらの特徴の流れにある背景はどのようなものなのか。各期に起る関数教育に深く関係する大きな出来事を挙げると、以下のようになる。

期とその特徴	各期での出来事
第I期 (明治35年～) 萌芽期	①明治44年の教授要目に融合主義が取り入れられる。
第II期 (大正5年～) 基盤形成期	②大正7年に全国数学科教員協議会が開かれ、関数教育についての具体案が出される。 ③大正7年頃に文部省は教授要目改正の動きを見せる。 ④大正8年に日本中等教育数学会が創立され、大正8年から大正10年にかけて中学校教授要目を作成する(関数教育に関する基本的な方針は、大正7年の全国数学科教員協議会での成案である)。

第III期 (大正11年～) 拡張・発展期	⑤形式陶冶論争が起る。 ⑥大正13年に文部省は関数教育を数学全体で行う方針(初等微積分を含む)で草案をつくる。 ⑦小倉金之助『数学教育の根本問題』、佐藤良一郎『初等数学教育の根本的考察』など、数多くの数学教育に関する著書が出版される。
第IV期 (大正15年～) 充実期	⑧昭和6年に教授要目を改正し、関数教育を数学教育全体で行う方針を出す(初等微積分は認めていない)。
第V期 (昭和9年～) 整理・スリム化期	特になし。

これらの背景に鑑み、第I期から第V期の変容について考察する。

第I期は、2, 3の関数教育の指導内容を取り入れているものの正式な扱いとはなっておらず、基本的に明治35年の教授要目に従って教科書を作成している。第II期は、①の影響により関数を代数学と幾何学を融合するものとして捉え、関数教育の指導内容を入れたと考えられる。その指導内容が第III期以降の基盤となっている。第III期以降は、②と④の影響により、第II期が個人的な教科書作りの時期であったことに対して、集団的な教科書作りとなっていく。

第III期は、全体的に、グラフの利用に力を入れた関数教育を行っている。その理由は、大正7年の全国数学科教員協議会における成案が原因と考えられる。そして、第III期で附録扱いとしていた関数に関わる指導内容をかなり本文中に入れ正式な扱いとした。第IV期には、⑤～⑦のような数学教育運動の広がりの中で、関数教育を数学教育全体で行おうとする傾向が強まり、第IV期における幾何学においても関数教育の指導内容を扱うようになった。第V期は⑧の結果である。

### 【引用文献・参考文献】

- 1) 中谷太郎「日本数学教育史16」『数学教室』9月号第167号(昭和42年9月1日発行:国土社)
- 2) 本田欣也「高木貞治 数学者の肖像(その2)」『数学セミナー』1964年6月号
- 3) 本田欣也「高木貞治の生涯」『数学セミナー』1975年1月号-6月号
- 4) 糸貫数学校研究会「高木貞治博士物語」(平成13年3月)
- 5) 野崎昭弘「高木貞治と数学教育」『岩波講座現代数学の展開』「月報 No.11」2002年3月
- 6) 上垣涉『第5回算数・数学むかし物語の旅“数学教育家としての高木貞治ツアー”資料集』(2001年11月1日:非売品)

- 7) 高木貞治「訓練上數學の價值附數學的論理學」  
『一般教養としての數學について』(昭和11年11月  
25日第一刷発行, 昭和12年1月20日第二刷発行: 岩  
波書店)
- 8) 同上書 p.47
- 9) 高木貞治「応用と実用」(昭和15年8月31日)『数  
学と人生』  
(昭和37年1月20日初版発行: 學生社) p.191
- 10) 高木貞治「数学の実用性」(昭和18年6月26日,  
口述)『数学と人生』(昭和37年1月20日初版発行:  
學生社) p.202
- 11) 同上書 pp.197-198
- 12) 同上書 p.205
- 13) 高木貞治「數學に於ける抽象, 實用, 言語, 教育,  
等々」(昭和16年11月15日)  
『數學の本質』(昭和19年1月15日発行: 甲鳥書林)  
p.11
- 14) 同上書 p.13
- 15) 同上書 p.14
- 16) 同上書 p.15
- 17) 高木貞治「彼理憤慨」(昭和11年7月31日)『数学と  
人生』(昭和37年1月20日初版発行: 學生社) p.178
- 18) 同上書 pp.178-179
- 19) 高木貞治「數學教育偶感」師範大學講座『數學教  
育』第12卷 (昭和12年8月10日発行: 建文館)
- 20) 同上書 pp.2-3
- 21) 同上書 p.3