

東京高等師範学校附属中学校数学科における 関数教育の取り組みについての研究

—明治 40 年から昭和 10 年までを中心にして—

中西 正 治

広島大学大学院教育学研究科

本稿は、東京高等師範学校附属中学校（以下「同校」と略す）数学科における関数教育の取り組みの考察を目的とした。同校が明治 40 年、明治 43 年、昭和 3 年及び昭和 10 年に出した教授細目において関数や関数の考え方をどのように受け入れていたのかを明らかにし、その教授細目に基づいて作られた同校内数学研究会製作の教科書や実際授業に使用された教科書における関数や関数の考え方の具体的取り組みの考察を行った。考察の結果、同校数学科の「函數思想」は、明治 43 年を萌芽として、大正期をその質的内容の成熟期とし、「函數思想」が最も充実された形（微積分の初歩概念を含む）となったのが、大正 15 年作製の教科書・昭和 3 年の教授細目であったことと、そしてこの期をピークとし、その後の教科書や教授細目では「函數概念」の指導内容の縮小化（微積分の初歩概念の削除）がなされたことなどがわかった。

1. はじめに

本研究の目的は、明治後期・大正・昭和初期にかけて関数や関数の考え方が数学教育界に、どのように理解され受け入れられ、どのような形で具体化されていったのか、その関数や関数の考え方の変遷を考察することである。その一環として本稿では、東京高等師範学校附属中学校（以下「同校」と略す）数学科の関数教育の取り組みを考察する。すなわち、同校が明治 40 年、明治 43 年、昭和 3 年

及び昭和 10 年に出した教授細目において関数や関数の考え方をどのように受け入れていたのかを明らかにし、教授細目に基いて作られた同校内数学研究会製作の教科書や実際授業に使用された教科書における関数や関数の考え方の具体的取り組みの考察を行う。

2. 明治 40 年同校教授細目⁽¹⁾編制

明治 40 年の同校教授細目の「細目編纂の趣旨」で「本科に於ては、從來文部省制定の

教授要目に準據して教授し來りしが、多年の經驗上、之を變更すべき必要を認めたるを以て、本細目は該教授要目に據らず、從來の經驗上、適當なりと信ずる所によりて編制せり」⁽²⁾と述べているように、明治35年の教授要目で不都合な部分が出てきており、変更の必要があるということから、その取り組みを始めている。取り組みは、明治37年4月からである。この細目は、どの点を変更しようとした編制であったのか。

まずは算術及び代数に関して見てみよう。編纂の趣旨に述べられている理由をまとめると、以下の4点になる⁽³⁾。

- ① 代数で説明した方がわかりやすい算術の内容でも、代数と算術が分科していることで許されず、数と算術の深い関係を顧みていないこと。
- ② 生徒の学力が未発達にもかかわらず、第一学年で算術を終わらせようとしていること。
- ③ 代数の知識を与えた後に、算術に関する事項を顧みていないこと。
- ④ 合理的に教育が行われず、時間の浪費をしていること。

これらの理由から、算術と代数を機械的に区別せず、生徒の学力の発達を考慮しながら第1学年から第5学年まで亘る形にしたのである。この点が教授要目と大きく違う点である。また代数と幾何との関係では求積法との関連で、幾何における計算の応用問題の重要性にも触れている⁽⁴⁾。

幾何の編纂の趣旨は、基本的には教授要目と変わらないが、空間に関して「實際に應用する能力」⁽⁵⁾という点を強調し、教材の配列に気を配ったとしている。

三角法の編纂の趣旨は、三角法の解と応用に重きを置き、任意の角等には深入りをしないことを強調している⁽⁶⁾。

明治40年の教授細目の大きな特徴は、代数と算術の合理的総合といえるものである。

この時期はまだ関数や関数の考え方やグラフについては述べられていない。

3. 明治43年同校教授細目⁽⁷⁾改訂

この改訂の理由は、緒言に「本細目は明治40年6月に編成したる細目を基礎とし、爾後の經驗と研究とによりて改訂を加へたるものなり」⁽⁸⁾と述べられている。実践をおこなつてみて、不都合が起こったところを修正することが目的であった。そのため、「細目編纂の趣旨及び教授上の注意」の内容も、明治40年のそれとは基本的には同様であり、大きな変化は見られない。明治40年の要目配当表と43年の要目配当表を比べても、学年間での配当の入れ替わりはあるものの教える内容は基本的に変わっておらず、指導順序が多少前後している程度である。ただその中でも第5学年第3学期に「二次式の極大極小」が付け加えられた点は注目したい。極大極小を扱おうとすると変化を扱うことになり、そこには関数概念がどうしても入らざるを得なくなるからである。このことは、同校数学科が関数や関数の考え方を重要視し始めたと考えられる。しかし「細目編纂の趣旨及び教授上の注意」では触れられていない。

4. 昭和3年同校教授細目⁽⁹⁾改訂

この改訂の「小引」には、改訂の理由が「現在の教授細目は編成以來既に十六七年を經過してゐるから、其の間中學校令施行規則の改正も屢々行はれ、學科内容に關する研究進歩も著るしく、教材の撰擇配列より教授進度に至るまで、殆ど皆實際と離れてゐる。かくては教授豫定を立つる上にも教生を指導する上にも何等の用をなさないから、こゝに一大修正を加へることにした。」⁽¹⁰⁾と述べられている。時代の変化に応ずる大きな改訂であった。科目の学年間変更があり、幾何は第2学年第1学期から、三角法は第4学年第1学期から教えられることになった。それに伴い指導内

内容及び方法の変更があった。

算術及び代数の「細目編纂の方針」には6項目述べられているが、特に5項目の「関数及びグラフは、生徒の理解を深める上に於ても、又應用上に於ても、極めて重要であるから、之に重きを置いた」⁽¹¹⁾に注目したい。この昭和3年の教授細目で初めて関数とグラフの重要性について言及したのである。このことについて「教授上の注意」で、「関数思想は數學教授全般に亘つて極めて重要である」⁽¹²⁾こと、そのためにこの「関数思想」は「適當の機會ある毎に」涵養されなければならないこと（「関数思想」は数学教授の中心的思想）、そして関数を具体的直観的に理解するためにはグラフを用いること（グラフの有効性）、「関数思想」が如何に重要であるかは「関数の變化率を授けることに依つて痛切に之を知らしめる」⁽¹³⁾ことが出来ること（微積分の初歩概念の重要性）、関数の變化率に関する思想は特に物理学の理解に必要であることについて触れている。関数や関数の考え方が全面的に入ってきている。

「細目編纂の方針」とも関連して、この「教授上の注意」で、もう一つ代数と幾何の系統的知識という面がある。つまり、「互に連絡を圖り、常に相助け相補ふ」⁽¹⁴⁾という代数と幾何の融合について述べている。このことは幾何の「細目編纂の方針」でも触れられている。

幾何と三角法の「細目編纂の方針」や「教授上の注意」については「関数思想」に関係している内容がないので省略する。

この昭和3年の教授細目の特徴の要点は大きく以下の4点にまとめられる。

1. 代数と幾何との関連を密接にする
2. 代数は方程式に重きを置く
3. 関数及びグラフに重きを置く
4. 関数思想は数学全般に亘つて重要である

5. 昭和10年同校教授細目⁽¹⁵⁾改訂

この改訂の理由は、「編成の趣旨」で「要目

改正後に於ける我が國現時の状況と、各國數學教育最近の傾向とに鑑み、且つ多年の實際的經驗を基礎として、茲に教授細目を改訂編成することにした。」⁽¹⁶⁾と述べられている。昭和3年の教授細目を実践してきたことに対して、若干の軌道修正を行っている。科目の学年間変更として、幾何は第1学年第1学期から、三角法は第4学年第2学期からとなった。関数や関数の考え方と保わっていることとして、算術及び代数の「教授上の注意」で、関数の變化率やそれと深く関係する物理学について削除され、それに伴い細目配当でも「関数及びぐらふ（微積分の初歩概念）」が削除された。このことは「関数思想」のスケールが小さくなったことを意味する。

また代数と幾何の系統的知識については幾何の「細目編纂の方針」では前回と同様に述べられているが、算術及び代数の「教授上の注意」では触れられなくなった。

6. 使用教科書の考察

(1) 明治40年の同校教授細目において

この年に授業が口授となった。新しい方針で作成された教科書がなかったと考えられる。そのため教授内容は具体的には分からない。

(2) 明治43年の同校教授細目において

この教授細目には、関数や関数の考え方の萌芽がある。第5学年第3学期に「二次式の極大極小」が付け加えられた。口授であたためその教授内容は具体的には分からない。

(3) 昭和3年の同校教授細目において

『初等数学算術代数（上）』⁽¹⁸⁾

まず「第四章 ぐらふ」の初めに「58.ぐらふ」を持ってきている。ここではグラフを「量ノ多少或ハソノ變化ヲ示シタメノ圖」と定義している。この定義は明らかに変化ということに着眼している。その後の節の例に出てくる月別降水日数比較、生糸の輸出額の変化、日記寒暖計、東京市内の某所での1時間毎の気温の変化、年齢と平均体重を見ても、変化

を意識しての事例である。「65.公式ノぐらふ」では、公式 ($C=2\pi r$, $A=a^2$ (正方形の面積)、 $y=2.3w$ (鯉節の重さと代金)) のグラフを描いてそのグラフから数値を読み取らせている。公式を関数と見なした指導である。この考え方で、次節「66.換算ノぐらふ」でも、

$$F=\frac{9}{5}C+32 \text{ (摂氏と華氏)}, y=\frac{15}{4}x \text{ (貫と匁)}$$

のグラフ等の例を挙げて、同様の指導を行っている。このように、関数として見る練習を事前にしておき、「67.函数」で関数の定義 (一ツノ量Bノ變化ニ伴ツテ、他ノ量Aガ變化シ、Bガ定マレバAモ亦定マルトキニハ、コノ二量ニハ函数關係ガアルトイヒ、AハBノ函数デアルトイフ) をしている。この章までは、具体例もひじょうに多い。

「第五章 負数」の「81.坐標」では、負の数の範囲を含めたグラフの指導が行われている。そしてグラフを利用し、「82.等式ノぐらふ」では、簡単な等式のグラフ ($y=2x+1$ ($-6\leq x\leq 6$)、 $x-2y=8$ ($-6\leq x\leq 6$)、 $y=x^2-4$ ($-4\leq x\leq 4$)) を描かせている。

「第六章 方程式」では、二元一次方程式のグラフを利用して、一元一次不等式、一元一次方程式、二元連立一次方程式の根の存在の直観的視覚的指導を行っている。

『初等数学算術代数 (中)』⁽¹⁹⁾

「第九章 一元二次方程式」は、グラフを利用した判別式と根の数の関係の学習や、 $y=x^3$ のグラフと $x^3=10$ の関係を扱っている。

「第十一章 函数ノ變化」では、正比例・一次関数・二次関数を扱っている。正比例では、2、3の具体例を用い説明している。正比例の定義は「柘目ガ2倍、3倍、……或ハ $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、……トナルト、代價モ2倍、3倍、……或ハ $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、……トナル。コノ關係ヲ代價ハ柘目ニ比例スル或ハ正比例スル」⁽²²⁾ という倍保存でされており、対応ではなく明らかに変化を意識した定義である。また実験公式 (重さと

ばねの伸び) を扱っているのは、実験・実測を考えたことであろう。一次関数で、平行な3直線・1点で交わる3直線を扱い、二次関数で、平方完成をしてグラフを描くこと、最大値・最小値 (しかし変化率の変化の様子までは扱っていない) を扱っている。その他、二次関数のグラフを利用した二次不等式の図解も指導している。また、図形である円・楕円・双曲線を方程式の立場から扱っている。そして少し複雑な比例として、「175.2ツ以上ノ變數ヲモツ函数」「176.雜例」では、 $z=kxy$ (三角形の面積は底辺と高さに比例する)、 $z=kx^2y$ (円柱の体積は底面の

半径の二乗と高さに比例する)、 $z=k\frac{x}{y}$ (気

体の体積はその絶対温度に比例し圧力に反比例する) など多変数関数を扱い、「177.一ツノ式デハ與ヘラレナイ函数」では、所得と所得税のグラフを扱っている。

「第十二章 聯立方程式」では、一次と二次及び二次と二次の連立方程式の根の図解を扱っている。

『新撰中等教育代数学教科書 (下)』⁽²⁰⁾

関数や関数の考え方の構成に関しては、基本的に『初等数学算術代数』と同じである。

『新撰中等教育代数学教科書 (続)』⁽²¹⁾

分数式を扱っているのが特徴である。分数式の事前指導として「42.無限大」があり、ここでは x の値を正の方向へ無限大にする場合、負の方向へ無限大にする場合や、ある正数、例えば3に正の方向から近づく場合、負の方向から近づく場合の式の値を考えさせている。関数や関数の考え方を十分に意識させる指導をしている。

『幾何学教科書 (平面)』⁽²²⁾

「第一篇 幾何學入門」の「第五章角」では「 $X+Y=90^\circ$ 、 $X+Z=180^\circ$ コノX及ビY、又ハX及ビZノ如ク互ニ相關係スルニニ量アリテ、ソノ一ツノ大サヲ變ズルトキ、他モ亦從ツテソノ大サヲ變ズレバ、各量ヲ他ノ

量ノ函數ト云フ。上ノ場合ニ於テYハXノ函數ニシテ、ZモXノ函數ナリ」というように、幾何に於いても関数の定義をおこなっている。その後例えば、「第二篇 平面幾何學」「第一章 直線圖形」「第四節 平行四邊形」の練習問題では、「雜問題(8) 平行四邊形ノ枠A B C Dニ於テ∠Bノ大サヲ漸次増大セシムルトキハ、∠Aハ如何ニ變化スベキカ。又對角線AC及ビBDハ如何ニソノ大サヲ變スベキカ。」、また「第四章 面積」「第一節 矩形及ビ正方形ノ面積」の練習問題では、「175. 練習問題(1) 矩形ノ面積ガ一定ニシテ、ソノ一邊ガ2倍、3倍、……、n倍トナルトキハ、他ノ一邊ハ如何ニ變化スルカ。」というように、関数の考え方を図形を動的に見ることで指導している。

昭和3年の教授細目の特徴を考えよう。

代数と幾何との関連を密接にし、代数で方程式に重きを置くということは、方程式と幾何の連絡を密接にすることを意味する。一方、「函數思想」が重視される。グラフは、前者においては解析幾何を作り、後者においては事象の変化の様子や、関数の式を直観的・視覚的に表すために利用される。この2つの流れは、方程式を関数と見なしグラフを描く方向を生み出す。図形である直線・円・楕円・

双曲線の方程式、例えば $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ を $y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}$ として、グラフに表している。

方程式(一次・二次・連立)及び不等式(一次・二次)を説明するためにも、関数やグラフが用いられている。

「函數思想」が、数学全般に亘って行われていることは、正比例、一次関数、二次関数、分数関数を扱っていることは勿論、方程式、不等式、解析幾何も含め、「ぐらふ」の説明に年代と共に変化する様子を扱っていることにも現れている。また平面図形では、ユークリッド幾何のように図形を静的な見方で見ていたものを、動的な見方にしたり、三角形を「三

角形ノ一角ハ、他ノ二角ノ函數ナリ」⁽²⁹⁾ といった形で見たり、関数の考え方を反映させている。ただ、関数の具体的事例は生徒の周りにある事象をいくつか揃えているが、実験実測をさせ関数を導き出すような形や指導方針は見られない。実験公式の項(ばねの実験)がひとつある程度である。

それにしても『初等数学算術代数』、『新撰中等教育代数学教科書』と同じような内容を2回教えている。関数や関数の考え方及びグラフに対する当時の教授に対する姿勢が非常に熱意のあったものであることが窺い知れる。

しかし、昭和3年の教授細目で述べられていた「函數の變化率」に関する指導は、第五学年で使用された教科書を見る限りどこにも見当たらない。教授細目には織り込まれているが、実際には教えられなかったのである。

ところが、大正15年に作られた教科書『初等数学算術代数(下)』⁽²³⁾(検定合格ではない)の附録の「第一章 函數及ビぐらふ」には、関数の變化率、曲線の勾配、誘導関数、速度・加速度、極大及び極小、曲線形の面積、積分、回転体の面積、加速度・速度・距離などが詳しく扱われている。まさに微積分の初歩概念であり物理学の理解にも必要な内容である。

昭和3年の教授細目を実行するためには微積分の初歩概念は欠くべからざるものであるにもかかわらず、昭和2年の教科書では微積分の初歩概念を削除している。

(4) 昭和10年の同校教授細目において

この教授細目には教科用書配当表がなかったため、現段階では、どの教科書を使用したか分からない。しかし、算術及び代数に関しては、同校内数学研究会は『初等数学算術代数』を基礎として、昭和10年に新たに『中等教育算術代数』を作製しているのので、『中等教育算術代数』⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾を使用したと予想できる。この『中等教育算術代数』は、整理されたことによる順番の入れ替えが多少あるものの、「函數思想」の教授内容に関しては、『初等数

学算術代数』の教授内容とほとんど差がない。国枝の教科書に関しては、この昭和 10 年にも使用されたかどうか分からない。

幾何については、同校内数学研究会は幾何の教科書は作成しなかったもので、具体的にどの教科書を使用したか分からない。黒田の教科書を使っていたとしたら、黒田は大正 11 年に亡くなっているため、昭和 3 年の教授内容と変わらないことになる。

7. まとめと考察

同校は、明治 40 年、明治 43 年、昭和 3 年及び昭和 10 年と教授細目を次々と作成してきた。それぞれの特徴を端的に表すと、明治 40 年は算術と代数の合理的総合、明治 43 年は算術と代数の合理的総合と「函数思想」の萌芽、昭和 3 年は「函数思想」最充実期（微積分の初歩概念を含む）及び算術代数と幾何の融合、昭和 10 年は「函数思想」縮小（微積分の初歩概念の削除）及び算術代数と幾何の融合といえる。

一方、教科書に関しては、大正 15 年の『初等数学算術代数』（検定合格前のもの）で微積分の初歩概念を扱っていたが、昭和 2 年以降の検定合格教科書では、微積分の初歩概念が削除されている。昭和 3 年・昭和 10 年の使用教科書は、教授内容の差は殆どなく実質的に同じである。

「函数思想」は、明治 43 年を萌芽として、大正期をその質的内容の成熟期（表現には至らなかったが同校は大正 7 年と大正 13 年に教授要目作成を試みている）とし、「函数思想」が最も充実された形となったのが、大正 15 年作製の教科書・昭和 3 年の教授細目である。この期をピークとしその後の教科書や教授細目では指導内容の縮小化がなされたのである。

また、改造運動で主張される実験実測の重要性という点では、あまり取り入れられていないが、関数の具体的事例を生徒の周りにある事象の中からいくつか揃えようとしている。

同校数学科の活動が、藤澤・菊池体制の分科主義を方向転換させる一翼を担ったことは確かであり大きな時代的意味を持つのである。

	教授細目の特徴	教科書の特徴
明治 40 年	算術と代数の合理的総合	「算術代数」として 5 年間で教える
明治 43 年	算術と代数の合理的総合 「函数思想」の萌芽(二次式の極大・極小)	
大正 15 年		「附録」で微積分の初歩概念を扱う
昭和 3 年	「函数思想」最充実期(微積分の初歩概念を含む) 算術代数と幾何の融合	昭和 3 年と昭和 10 年の教授内容は実質的に同じである。
昭和 10 年	「函数思想」縮小化(微積分の初歩概念の削除) 算術代数と幾何の融合	微積分の初歩概念はともに扱われていない。

【引用文献・参考文献】

- (1) 東京高等師範学校附属中学校『東京高等師範学校附属中学校教授細目』（明治 40 年 7 月 12 日：非売品）
- (2) 上掲書(1) p.297
- (3) 上掲書(1) pp.297-298
- (4) 上掲書(1) p.299
- (5) 上掲書(1) p.300
- (6) 上掲書(1) p.302
- (7) 東京高等師範学校附属中学校『東京高等師範学校附属中学校教授細目』（明治 43 年 1 月 20 日：非売品）
- (8) 上掲書(7) p.1
- (9) 東京高等師範学校附属中学校『東京高等師範学校附属中学校教授細目』（昭和 3 年 1 月 25 日：目黒書店）
- (10) 上掲書(9) p.1
- (11) 上掲書(9)「数学科」p.2
- (12) 上掲書(9)「数学科」p.5
- (13) 上掲書(9)「数学科」p.5
- (14) 上掲書(9)「数学科」p.6
- (15) 東京高等師範学校附属中学校『東京高等師範学校附属中学校教授細目』（昭和 10 年 2 月 20 日：非売品）
- (16) 上掲書(15)「数学科」p.1
- (17) 拙稿「黒田稔の関数思想についての考察」全国数学教育学会誌『数学教育研究』第 7 巻 2001pp.117-124
- (18) 東京高等師範学校附属中学校内数学会編『初等数学算術代数(上)』（昭和 2 年 1 月 27 日訂正再版発行：目黒書店）
- (19) 東京高等師範学校附属中学校内数学会編『初等数学算術代数(中)』（昭和 2 年 1 月 27 日訂正再版発行：目黒書店）
- (20) 国枝元治著『新撰中等教育代数学教科書(下)』（昭和 2 年 12 月 10 日訂正 3 版発行：實文館）
- (21) 国枝元治著『新撰中等教育代数学教科書(続巻)』（昭和 2 年 12 月 10 日訂正 3 版発行：實文館）
- (22) 黒田稔著『幾何学教科書(平面)』（大正 9 年 2 月 26 日訂正 4 版発行：培風館）
- (23) 東京高等師範学校附属中学校内数学会編『初等数学算術代数(下)』（大正 15 年 10 月 30 日発行：目黒書店）
- (24) 東京高等師範学校附属中学校内数学会編『中等教育算術代数(上)』（昭和 10 年 11 月 30 日訂正再版発行：目黒書店）
- (25) 東京高等師範学校附属中学校内数学会編『中等教育算術代数(中)』（昭和 10 年 11 月 30 日訂正再版発行：目黒書店）