

教科書における関数教育に関する指導内容の変容について

—明治 35 年から昭和 10 年までを対象にして—

中西正治

広島大学教育学研究科院生

本稿の目的は、明治 35 年から昭和 10 年までを対象として、数学教育（関数教育）改革の実際化としての教科書に焦点をあて、その指導内容の変容についての考察を行い、特徴を明らかにすることである。考察の結果、関数教育の全体的な様相は、算術・代数学の流れを核とし幾何学と三角法がその流れの中で変容していること、そして、第一期（明治 35 年から明治 45 年）は萌芽期、第二期（大正 2 年から大正 10 年）は基盤形成期、第三期（大正 11 年から大正 15 年）は拡張・発展期、第四期（昭和 2 年から昭和 5 年）は充実期、第五期（昭和 6 年から昭和 10 年）は整理・安定期と特徴づけられること、第一期から第二期と第二期から第三期は、指導内容の増加（内包的拡充）の方により特徴が見られ、第三期から第四期と第四期から第五期は、延べ数の増加（外延的拡充）の方により特徴が見られること、また第二期は基本的骨格作りの期であり、第三期以降はグラフ使用を重視する期であることが明らかになった。

1. 研究の意図・目的

関数教育が学校教育に正式に位置づけられたのは、昭和 6 年の教授要目である。数学教育改造運動の始まりとされる 1901 年のペリーによるグラスゴーでの講演から 30 年を経ている。もちろん日本においてもその間、数学教育（関数教育）改革に向かって動きがあった。國枝元治、林鶴一、高木貞治、黒田稔、佐藤良一郎、小倉金之助、曾田梅太郎、鍋島信太郎、新宮恒次郎、高崎昇、広島高等師範

学校附属中学校数学研究会、東京高等師範学校附属中学校内数学研究会らは、その中心的人物および研究会である。ただこれまでの数学教育史の研究にも大まかには関数教育の歴史は述べられてはいるものの、その詳細な変容についてはこれまで考察されていない。本稿は、明治 35 年から昭和 10 年までを対象として、数学教育（関数教育）改革の実際化としての教科書に焦点をあて、その指導内容の変容についての考察を行い、特徴を明らかに

することである。

2. 本稿を進めるにあたって

筆者はこれまで、中心的人物や研究会作成の教科書における関数教育に関わる指導内容の分析を行ってきた。その結果、指導内容の全体的変容を、大きく以下の5期に時代区分できた。本稿はこの時代区分を基本に進める。

第一期（明治35年～明治45年）

第二期（大正2年～大正10年）

第三期（大正11年～大正14年）

第四期（大正15年～昭和5年）

第五期（昭和6年～昭和10年）

3. 各領域での指導内容とその変容の考察

算術・代数学、三角法、幾何学を3領域とし、それぞれの指導内容を眺める。

(1) 算術・代数学での指導内容について

第一期は、正比例・反比例（変数法）と「極大・極小」を扱っている。この2つは第二期以降も扱われていく。ただ、この第一期の「極大・極小」は附録扱いであり、その位置づけはまだ低い。この第一期は、第二期以降の関数教育の指導内容となる項目を持ちつつも、まだ教科書には関数教育を行う方針はなく、その指導内容もほとんどない。関数教育を実際化しているとはいえ、実際化は第二期からである。

第二期の特徴は、関数教育に関わる指導内容が扱われるようになり、この第二期の指導内容は、第三期以降の基盤的内容となる。基本的な骨格（関数・グラフに関わる定義や用語の式の内容説明、一次・二次の不等式・方程式の図解など）が出てきた時期である。

関数に直接関わる内容としては、グラフの説明やその定義、「変数」や「常数」の用語の説明およびその定義、関数の定義、座標の用語の説明及びその定義、一次式 $ax + b$ 及びその（一次関数 $y = ax + b$ ）グラフ、一次式（一次関数）のグラフの直線性の幾何学的

証明、二次式 $ax^2 + bx + c$ 及びその（二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ ）のグラフ、極大・極小（最大・最小）、落下問題、追い越し算がある。

方程式・不等式とグラフとの関係に関わる内容としては、二元一次方程式 $ax + by = c$ のグラフ、二次方程式の根の図解、二次不等式とグラフ、連立方程式（一次）の図解、連立方程式（二次）の図解がある。

方程式と図形との関係に関わる内容としては、双曲線（ $xy = a$ ）のグラフ、円の方程式とグラフがある。

第三期の特徴は、第二期の指導内容を基盤とし、グラフの使用に重きを置いた指導内容の拡張・発展である。

以下に説明する指導内容のほとんどは、第二期にすでに芽があり、第三期から安定するものである。

関数に直接関わる内容としては、「一次関数」「二次関数」（「一元関数」「二元関数」）の用語の定義と使用（用語を使用することによって関数を扱っていることを意識化している）、2乗に比例する式・3乗に比例する式・2乗に反比例する式の紹介（比例を広く捉える）、冪関数（ $N=10^x$ ）のグラフ、単利・複利の式とグラフ、換算のグラフ（摂氏・華氏）、2量の比較グラフや棒・折線・曲線グラフ（いろいろなグラフの紹介とその利用）、列車運行図表（グラフの実用的応用）、 $y = ax$ （正比例）のグラフ、 $y = a/x$ （ $xy = a$ ）（反比例）のグラフ、極限（分数式の値の変化のために）、分数関数のグラフがある。また、一次式（一次関数）のグラフが第二期で扱われているのに、正比例・反比例のグラフが第三期であることは、現代とは逆転している点であり留意したい。

方程式・不等式とグラフとの関係に関わる内容としては、一次方程式の根の図解、一次不等式とグラフ、二元連立一次方程式の不定・不能をグラフで説明、2実根・重根・虚根を示すグラフ（判別式とグラフの関係）がある。二次方程式の根の図解、二次不等式と

グラフが第二期で扱われているのに、一次方程式の根の図解、一次不等式とグラフが第三期であることも留意したい。

方程式と図形との関係に関わる内容としては、楕円の方程式とグラフ、双曲線（一般型）の方程式とグラフがある。円錐曲線の図形に拡張している。

また新しい指導内容として、等差数列のグラフ、等比数列のグラフ、円（扇形）グラフ、無限大、2乗比例をグラフで説明、多元関数（公式）、3乗に反比例する式紹介、独立変数・従属変数の定義、1つの式では与えられない関数、弾丸の水平距離と高さの関係（表と曲線のグラフあり）、勾配・傾斜率、三次式（三次関数） $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ のグラフ、実験公式、二項分布のグラフ、初等微積分がある。初等微積分以外のほとんどが、第四期・第五期でも教えられていく。

第四期の特徴は、第三期から第四期にかけて同じ指導内容を扱う教科書が増加したことおよび、新しい指導内容の増加である。指導内容の充実である。

「一般的である」（過半数の教科書で扱われている）指導内容はそれを扱う教科書が増え、「傾向が見られる」（2以上半分未満の教科書で扱われている）指導内容は「一般的である」指導内容となり、一回しか出てこない指導内容は「傾向がある」指導内容となっている。

また新しい指導内容として、対数関数 $y = \log_{10} x$ のグラフ、 $2x^2 - 3x - 5 = 0$ を $2y - 3x - 5 = 0$, $y = x^2$ として解く（二次方程式を二次関数と二元一次方程式のグラフの交点を根として求めている）、一次式（一次関数）のグラフの直線性の直観的証明、三角形の面積と高さの関係を式とグラフで表すこと、矩形の面積一定で縦と横の関係を式とグラフであらわすこと、無理関数のグラフがある。これらの指導内容は、第五期までも教えられていく。

第五期の特徴は、基本的に第四期の指導内容であり、多少の増減をしている。

2乗比例をグラフで説明すること、公式のグラフ、多元関数（公式）など増えたが、比例・反比例・複比例を式で説明し比で定義、

一次式（一次関数）のグラフの直線性の幾何学的証明（この代わりに、直観的説明となる）、追い越し算をグラフで説明、列車運行図表、極限（分数式の値の変化のために）などが削除されてきている。

第五期で初めて現れたものとして、分数不等式とグラフ、連立二元一次不等式とグラフ、正方形の面積を式とグラフで、統計（度数分布図表）がある。

(2) 幾何学での指導内容について

幾何学は算術・代数学や三角法とは様相を異にする。共通部分があるものの、基本的には個別的特徴を見せる。

共通している指導内容は、中心角と弧（扇形の面積）の関係（倍倍）、割線を切線に近づけること、求積（極限または「限りなく」）である。求積は、第一期・第二期には、変数・変量・極限といった関数に関する用語を説明し使用しているが、第三期以降は、「限りなく」といった表現が主となる。軌跡は、第一期・第二期が点の集合としてのみ捉えているのに対して、第三期以降は、それに加え連続変化の視点を入れている。

黒田の教科書（第二期）の特徴は、三角形を関数として捉えること、補角の関係・余角の関係を式で説明していること、平行四辺形を一角の関数と捉えていること、矩形の面積一定で縦と横の関係をグラフで説明していること、正方形の面積はその一辺の関数として捉えること、弦の長さは中心からの距離の関数と捉えることなど、図形を関数の立場から見ることである。黒田のこの教科書は第二期だけでなく、第三期・第四期と使用されていく。

林の教科書（第二期から第三期）の特徴は、作図との関係で方程式も扱い、解析幾何を教えていることである。特に第二期は、グラフの説明から行うという丁寧で詳しい扱いになっている。第四期・第五期は扱わなくなる。第三期以降には図形の要素の変化や図形を動かすというような図形の動的な見方をしてい

る。

佐藤の教科書（第五期）の特徴は、解析幾何を平面（円錐曲線）だけでなく、三次元空間（球面の方程式とそのグラフ、直円柱面の方程式とそのグラフ、直円錐面の方程式とそのグラフ、楕円回転体の面の方程式とそのグラフ）まで扱っていることである。

広島高等師範学校附属中学校数学研究会の教科書（第三期・第五期）は、黒田や林が主張する図形の動的な見方である特徴ももち合わせているが、第五期には、正多角形の辺数と一内角・一外角の変化をグラフに表すこと、円に内接・外接する正多角形の周と辺数との関係をグラフに表すこともしている。

以上のように見てくると、第一期には関数教育はなされず、関数教育を実際化し始めたのは第二期からである。第二期は、林・黒田が幾何学における関数教育を推し進め、第三期には広島高等師範学校附属中学校数学研究会も加わり、それぞれの流れを汲んでいく。第四期は大きな変化は無く、再び変化したのは第五期である。第五期は広島高等師範学校附属中学校数学研究会・佐藤の教科書に特徴

を見る。

(3) 三角法での指導内容について

三角比を関数と捉えるのは全期を通して行われている。それと同時に関数一般の定義もなされるが、それは第三期までで第四期・第五期はなされない。三角関数の増減をグラフで視覚的に説明するのは第二期に始まり第三期以降一般的となる。

(4) 指導内容についてのまとめと時代的特徴

関数教育の全体的な様相は、算術・代数学の流れを核とし、幾何学と三角法がその流れの中で変容させている。教科書の大きな改訂を時代区分として指導内容の変容を見た場合、以下のように命名できよう。

第一期（明治35年から明治45年） 萌芽期
 第二期（大正2年から大正10年） 基盤形成期
 第三期（大正11年から大正14年） 拡張・発展期
 第四期（大正15年から昭和5年） 充実期
 第五期（昭和6年から昭和10年） 整理・安定期
 核となる算術・代数学について、「傾向が見られる」または「一般的である」指導内容のみを5期に沿って眺めると、[表1]となる。

[表1] 各期における指導内容

| 第一期 | 第二期 | 第三期 | 第四期 | 第五期 |
|------------------------------|---|---|--|---|
| 正比例・反比例の変数法としての定義、極大極小、関数の定義 | | | | |
| | グラフ・「変数」「常数」座標の用語の説明、一次式・二次式・二元一次方程式のグラフ、二次方程式・不等式の図解、連立一次・二次方程式の図解、円 ($xy=a$) の方程式のグラフ、一次式のグラフの直線性の幾何学的証明、落下問題、追いつき算をグラフで説明、 | | | |
| | | 一次方程式・不等式の図解、半別式とグラフ、「一次関数」「二次関数」「一元関数」「二元関数」の用語説明、累乗・単利複利のグラフ、2量の比較グラフ、棒・折れ線・曲線グラフ、換算（摂氏・華氏）グラフ、列車運行表、正比例・反比例のグラフ、分数関数のグラフ（極限）、楕円・双曲線の方程式のグラフ、連立方程式の不定・不能のグラフ説明、2乗・3乗に（反）比例する式の紹介、 | | |
| | | | 等差・等比数列のグラフ、円（扇型）グラフ、対数関数のグラフ、平方根に比例する式の紹介、無限大、 $2x^2-3x-5=0$ を $2y-3x-5=0$ 、 $y=x^2$ としてグラフで解く、 | |
| | | | | 2乗比例をグラフで説明、一次式のグラフの直線性の直観的証明、公式のグラフ、多元関数 |

どの期からどの期にかけても指導内容は増加(内包的拡充)し、多くの教科書で同じ指導内容が扱われるようになり延べ数も増加(外延的拡充)する。しかし、第一期から第二期と第二期から第三期は、指導内容の増加(内包的拡充)の方により特徴が見られ、第三期から第四期と第四期から第五期は、延べ

数の増加(外延的拡充)の方により特徴が見られる。内包的拡充期である第二期は基本的骨格作りの期であり、第三期以降はグラフ使用が特に重視されていく期となる。これらのことを上記の5期と重ねると、以下[表2]のようにまとめられる。

[表2] 指導内容の外郭

| M35 | 第一期 | T2 | 第二期 | T11 | 第三期 | S2 | 第四期 | S6 | 第五期 | S10 |
|-----|---------|----|-------|----------|--------|--------|-----|----|--------|-----|
| | 萌芽期 | | 基盤形成期 | | 拡張・発展期 | | 充実期 | | 整理・安定期 | |
| | 内包的拡充期 | | | | | 外延的拡充期 | | | | |
| | 基本的骨格作り | | | グラフ使用の重視 | | | | | | |

4. 指導内容の変容の背景

それぞれ期から期への変容に視点を当て、指導内容の変容の背景について考察する。

(1) 第一期から第二期

第二期の変化の背景は、明治44年の中学校教授要目改正である。この教授要目改正で、明治35年の教授要目の思想である分科主義から、融合主義の思想へと移行した。明治44年の教授要目の冒頭には「**数学ハ算術、代数、幾何及三角法ニ分チ各學年ニ對シテ教授事項ヲ配當スト雖モ常ニ相互ノ聯絡ヲ圖リテ教授シ特ニ算術ニ關スル複雑ナル事項ハ代数及幾何ヲ授クル場合ニ之ヲ教授スヘシ**」と述べられ、「**相互ノ聯絡**」を取り合うことと明記されている。「改造問題がようやく実行に移されるようになったのは、東京高等師範の附属中学校で、1906年ごから、算術・代数の改造に着手したのが最初である。」⁽¹⁾この研究成果は、明治43年に教授細目としてまとめられた。文部省はこの研究結果を採用し、明治44年の教授要目改正となったのである。この明治43年の教授細目を作成するために中心的に採った教諭が、西川順之と黒田稔である。

西川は国際数学教科調査会での中学校数学

科調査報告において、代数学の目的として3つを挙げ、その3番目に「**函数ノ思考**」をあげ、「**函数ノ性質ヲ攻究スルヲ以テ代数学ノ本旨**」としている⁽²⁾。明治43年の東京高等師範附属中学校教授細目には、代数学で直接「**函数ノ思考**」ということについては触れられていないが、その基本的思想はここにあると考えられる。黒田も西川とともに改造問題に取り組んできたのであるから、この代数学における「**函数ノ思考**」の思想に賛成であったことは充分推測される。しかし、黒田は幾何学に対しては、西川とその考えを異にしている。

「西川順之は、「幾何学においては直観的な実験的な方法をもって始めることはいけない」と主張している」⁽³⁾が、黒田(明治43年8月23日から大正2年11月25日の3年間、数学及び数学教授法研究のために英米独に留学)は、「**作圖或ハ實驗ヲ行ヒテ、幾何圖形ノ觀念ヲ正確ニシ、且直観ニヨリテ圖形ニ關スル諸種ノ基本的性質ヲ究メ、以テ幾何學研究ノ基礎ヲ作ランコトヲ務メタリ**」(大正5年)⁽⁴⁾と、述べている。

(2) 第二期から第三期

個別的研究から集団的研究へと移った時期である。大正8年・10年の日本中等教育数学会において中学校教授要目が決議された。それは第三期に大きな影響を及ぼす。

大正 8 年の決議案（第一学年から第四学年）で関数教育に関わる項目は、第四学年に「函數ノ變化及函數ノ「グラフ」とあるだけで、その具体的指導内容は分からない。この決議案の母体は、前年の全国数学科教員協議会の成案である。そこに第三期の指導内容の概観を見ることができる。第三期からの特徴である、グラフの使用を重きに置いた指導は、成案の方針の（一）（二）（三）にその要因を見つけることができる⁽⁵⁾。

（一）函數觀念は成るべくグラフに依りてこれを確實にすることを要す

（二）グラフ教授の目的 グラフは函數其他數量的事項の圖解並に数学各分科の連絡を圖る為に授くるものとす。

（三）函數及グラフ教授の程度

（3）第三期から第四期

第三期には、数学教育に関する数々の出版物、いわゆる“形式陶冶論争”，大正 13 年の教授要目改正の動きと、目覚しく数学教育に関する情勢が変動した時期である。3 つ目は直接関数教育の指導内容に関わってくる。

大正 13 年には文部省が教授要目改正の動きを見せた。文部省の草案では、関数教育について「常ニ相互ノ連絡ヲ圖リ彼此相融通シテ教授スベク」「函數觀念ノ涵養ハ數學教授全體ニ互リ初學年ヨリ之ヲ努ムベク、ぐらふハ函數觀念ヲ直觀的ナラシムル補助トシテ取扱ハルベキモノナルコトニ注意スベシ」「公式ノ主格ヲ變換スルコト及具體的ノ問題ニ關シテ諸變量間ノ關係ヲ方程式ニ表ハシ之ヲ其ノ中ノ一ツノ變量ニ關シテ解クコトノ練習ハ適當ノ機會ニ於テ課スベシ」「函數ノ變化及ぐらふニ關シテ總括及補充スルニ際シ微分積分ノ觀念ヲ與へ、方程式ヲ用ヒテ幾何學的圖形ヲ考究スル方法ノ一斑ヲ授クルモ可ナリ」⁽⁶⁾と、その内容はかなり豊富である。実現には至らなかったものの、大正 13 年に文部省がこのよう関数教育の思想を持っていたということは、その状況が関数教育の推進に力を貸した

と推察できる。昭和 2 年からの教科書をもても、上記の方針は生かされる方向で検定に合格している。

（4）第四期から第五期

第四期から第五期への変容の背景は明らかに昭和 6 年の中学校数学科教授要目の改正である。この教授要目の思想が第五期の関数教育に影響を及ぼす。正式に「函數觀念」ということばが昭和 6 年の教授要目に初めて入ったのである。大正 13 年の教授要目は今一步というところで実現には至らなかったが、文部省はようやく要目改正にこぎつけたのである。そして関数教育を正式に行うようになったのである。その中心思想は「教授ノ際常ニ函數觀念ノ養成ニ留意スベシ」である。そしてこの「教授ノ際常ニ函數觀念ノ養成ニ留意スベシ」は、要目調査委員会の数学科教授要目立案趣旨からすると「函數觀念ハ數學科全課程ヲ貫クベキモノ」「全課程ヲ通ジ函數觀念ノ養成ニ留意スベシ」⁽⁷⁾ということにあたる。数学全課程を通じて関数教育を行うこととしたのである。この思想は、教科書作成の基本的思想となっていく。

5. 今後の課題

5 期にわたる関数教育の変容とその特徴を明らかにしその背景を概観した。では、昭和 10 年以後の関数教育はどのような変容をしていくのか。このことは今後の課題としたい。

【引用文献・参考文献】

- (1) 小倉金之助・鍋島信太郎『現代数学教育史』(昭和 32 年 9 月 11 日初版発行：大日本図書) p.187
- (2) 数学教科調査委員会「中学校数学教科調査報告」(明治 45 年 4 月 28 日発行) pp.12-13
- (3) 上掲書 (1) p.186
- (4) 『幾何學教科書(平面)』(大正 5 年 11 月 2 日) 培風館：緒言
- (5) 中等教育研究会『中等教育』第 36 号(大正 8 年 5 月 28 日発行：中等教育研究会) pp.268-269
- (6) 佐藤良一郎『改正教授要目と数学教育』(昭和 8 年 4 月 1 日発行：目黒書店) pp.119-121
- (7) 上掲書 (6) p.112