

高木貞治の数学教育論*

上垣 渉**

1. はじめに

高木貞治(1875-1960)の著作中には、小学校や中学校、高校の数学教育を、その教授内容や教授法にも触れて正面から論じたものはない。それは、第一線の数学研究者としての道を歩み続けた高木の生涯からして当然のことかもしれない。しかし、だからと言って、高木が数学教育への関心を持たなかったわけではない。

実際、高木は主として中等学校(中学校、高等女学校、師範学校など)向けの教科書を多く執筆しているし、種々の講演で教育に関連した発言をしてもいる。たとえば、中等教育用の教科書としては『新式算術教科書』、『新式代数教科書』、『新式幾何教科書』などがある。また、大塚数学会主催の講演会で「数学に於ける抽象、実用、言語、教育、等々」という演題で講演をしている。さらに、さまざまな論稿において、数学教育に言及している。そこで本論文では、それらの資料をもとにして、数学教育に対する高木の姿勢あるいは考え方などについてまとめ、「高木貞治の数学教育論」としたい。

高木の数学教育に関する論述を縦覧してみると、およそ4つほどのテーマに分節して氏の数学教育論を紹介することが適切であると思われる。高木が最も頻繁に言及しているのが「数学の実用性」に関する問題であり、これに関連して「数学の本質、目的」が論じられている。また、これに関連して「数学用語の問題」にも触れられている。そして一方では、生徒の「数学に対する興味の問題」にも言及している。以下、この順に高木の主張を論じることとする。

* 原稿受理日 平成15年4月30日

** 三重大学教育学部数学教室

2. 「数学の実用性」について

数学の実用性という問題を正面から取り上げて論じているのは「数学の実用性」と題する論稿である。この論稿は、

「・・・数学の実用性ということは、水の実用性、空気の実用性というようなもので、あまり馬鹿馬鹿しいとも思いましたが・・・」⁽¹⁾

という文言から始まる。そして、江戸時代の儒学者が“和算家のやっていることを見ると、種々の技巧を設けて、その精緻を誇る、・・・そこまではいいのだが、その実、世に用なし”という趣旨のことを述べている件を取り上げ、高木は、

「世に用なしは、間違いだろう、こういう断言をするのは、あまり大胆すぎる。これは「予に用なし」だろうと直した」⁽²⁾

と述べている。すなわち、人間は自分ではどんな恩恵を蒙っているか知らず、間接的に恩恵を蒙っているのだが、それを認識しないで「世に用なし」と思っているに過ぎないのであって、実際は「世に用なし」ではないのだ、というわけである。そして、概して“文化”は全体的なことであって、1つのちょっとしたところだけを見て全体の判断をすることの誤りを高木は指摘している。

また高木は、和算家による円周率計算を例にして、その数字が役に立たなくても、すぐに「用なし」というわけにはいかないとしている。1つには、無理数などまだよくわかっていない時代にあっては、とにかく計算を手がかりにすることは十分考えられるし、暗中模索の時代にやっていたことを後から見て、なぜそういうくだらないことを・・・、というように軽々しく言うてはいけない、と高木は言うのである。

さらに、たとえば暦の不正確な点を直すのも、円周率の計算ぐらいできる頭がないと難しいと高木は言う。そして、例の儒学者なども、和算家にいい暦を作ってもらって、大いにその恩恵を蒙っているのである。だから、あまり「世に用なし・・・役に立たない」などと言わない方がよいと高木は警告しているのである。

同様のことは数学に限らないとして、高木は植物学者の例も挙げている。つまり、あるオレンジの品質を維持するためには、たえず植物学者が世界中を廻って、柑橘類の野生のものを探し、適当なものを見つけ出して、それに接ぎ木していかなければならないという。そうして、初めて品種の改良あるいは維持ができる、・・・こうしたことも文化の一端であって、ちょっとしたことでも、進歩のためには、相当な努力、一見無益に見えるような努力が必要であることを高木は説いている。言い換えれば、ちょっと手を動かしたら、すぐ何らかの効果を望むことを戒めている。この種の主張は「彼理憤慨」でも、「特急現金主義の実用的は実効をあげえない」⁽³⁾

という言葉で痛烈に批判している。こうして、高木は、「さて、数学それ自身について、今のどういう用があるかということと考えますと、はじめに申しましたように、ちょうど水の実用性とか、空気の実用性とかいったようなわけで万人承知のことというてよいわけでありませう」⁽⁴⁾

と結論づけているのである。

ところで、高木は“用・無用”ということに係わって、「ぜんたい、用というのを物の方へ持って行き、これは実用、これは実用でないというが、用は、物にあるのではなくて人にあるのだということを、いつも僕は考えている」⁽⁵⁾

と述べている。すなわち、ある物を自分の目的にうまく役立つように使いこなすことができれば、それがすなわち用であり、そうでないものは自分にとって無用なのだというのである。たとえば、割り算の場合でも、その実用・不実用は割り算そのものにあるのではなくて、割り算を使用する人にあるというのである。高木はこの主張に関して、

「ぜんたい物というのは、開闢以来地球の上に同じ物があったんですから、もしも用とか無用とかいうことが、物にあるのならば、昔からちゃんと決まっているわけなんです。開闢以来ある物が、ある時から実用的に、人がそれを使い得るようになったから、はじめて用が生じた。用を物の方から与えてくれるならば、昔から同じ物があった。それがそうでないのは、用が物にあるのではなくて、人にあることの証拠であると私は

考える。」⁽⁶⁾

と述べて、その正当性を説いている。そして、高木はこの主張を「数学の実用性」という論稿だけでなく、「数学に於ける抽象、実用、言語、教育、等々」と題する講演でも力を込めて説いている。

では、この実用性というのがどこに由来するのかと言えば、それは「完全な理解」「徹底的な理解」と「確実性」にあると高木は言う。高木は「確実性」は実用の第一条件であり、「徹底的な理解の上のみ実用性がある」と主張するのである。すなわち、約分でも、小数でもその確実性と徹底的な理解があってはじめて実用性が生じると言うのである。そして、数学の実用性に関する高木の主張は、数学の本質、目的に関する言及へと進んでいくことになる。

3. 数学の本質、目的について

高木は「数学の価値はどこにあるか」と自問した上で、それは数学の本質から出て来なければならないとし、「訓練上数学の価値附数学的論理学」において、

「さて然らば数学の本質は何であるかと言えば、それは何と言っても数学が論理的なる所にあるでしょう。假借しない論理、妥協を許さない論理、そういうものが数学の本質であります。假借しないだの、妥協を知らないなどと言えば、如何にも頑迷で融通が利かないように聞こえますが、実はそれほどでもないのです。假借しないと妥協しないとと言うても、そういう論理を適用するのは限定された極々狭い範囲内に止まるのであります。そういう論理の通らない世界にまで、論理を押し売りしようとはしないのであります。その点に於いて数学は甚だ謙遜であります」⁽⁷⁾

と述べて、数学の論理性を指摘している。そして、その前提として「概念の明確化」ということが強調されている。すなわち高木は、

「概念を明確に限定して置かないで、論理だけ八益しく言うことは、危険千万であります、如何なる怪物が出て来るかも知れない」⁽⁸⁾

と警告しているのである。

また、ここで主張されている「数学の謙遜」が前述した「数学の確実性」の根拠になっているのだと高木は考えている。実際、「数学に於ける抽象、実用、言語、教育、等々」において、

「私、何時もそう思っているんですが、確実性は謙遜の態度から来ているんじゃないでしょうか（と云う風に）、数学は余り大きな事を言わない。身分相応の事しか言わない。宇宙を一飲みするような事は間違っ

も言わない。つまり謙遜なんです。ここから確実性が出て来るのです。これが数学に於ける確実性の根本理由です」⁽⁹⁾

と述べている。

数学の本質が「假借しない論理」にあると高木は主張する一方で、特に教育に係わっては「抽象」ということを重視する。高木は、

「特に教育に関係して、数学は論理的だ、だから推理力が必要だと言われています。が推理力は総ての学問に共通に必要でして、推理力のいらぬ学問はないので、数学に於てとりわけ重大であるという理由はないわけです。所が、抽象力—こんな力があるかないかは知らないのですが、仮にあるとしますと—その抽象力を非常に要求することは事実でありまして、数学ではやっぱり抽象する力が一番肝腎だと考えるのであります」と述べ⁽¹⁰⁾、自然数自体が非常な抽象の結果であること、論理的な部分はまた抽象力を必要とする部分でもあることを説いている。

ところが、一般に抽象的な概念を言葉で言い表そうとすると、なかなか適切な用語が見出しにくい、特に現今の日本語において痛切にそれを感じると高木は述べている。そこで次に、数学用語の問題に移ることにしよう。

4. 数学用語の問題

まず高木は、

「数学者は概念が明確であることに安心して、それを表す用語は単なる符丁、シンボルとして、それに無頓着であります。反社会的というか反常識的というか、へんな術語を使って平気でいる。これが数学を不人気ならしめる一つの原因、かなり大きな原因であるかも知れないと思います」⁽¹¹⁾

と述べて、不用意な数学用語が数学の理解に意外な障害を与えているのではないかと考えている。たとえば「微係数」と言っても、係数は微でも何でもない、微小なものがごたごたして、結局そのごたごたの中から出てきた係数、つまりお化けみたいなものが微係数だという印象を素人に与えはしないだろうか、と高木は考えている。

また、高木は抽象代数学で扱う「群、環、体」の“環”について、

「環の原語 Ring はヒルベルトの造語であるが、環というのは Ring を指輪と考えたのであろうか。フランスでも anneau と言っている。しかし、指輪は Ring でも Ring 必ずしも指輪ではない。ヒルベルトの Ring は競技場のようなものではなかったらうか。区域的の意味が当然あるべきところだ。しかしドイツ語でも Ring

が競技場のような意味に用いられることがあるだろう。辞書を引いてみたけれども要領を得なかった」と述べている⁽¹²⁾が、これに対して、野崎昭弘は「高木貞治と数学教育」と題する論稿において、

「独和辞典にあたってみたら「円形広場、闘技場、土俵」という意味がのっていた。英語・日本語でもボクシングの「リング」といえば指輪ではなくて、「試合をする区域」のことである」⁽¹³⁾

と解説している。

高木は、数学的概念などに日本語漢字をあてはめることは概して困難であると言っているが、「軌跡」や「座標」などは原語の意味をよく考えて作られた用語であると高木は述べていて、明治時代の先輩の苦心になったものだと述べている。また、

「中でも、函数だの、方程式だの、文字の意味はわからないで、ただ慣用久しきために平気で通用しているのもある。逆説めくけれども、こういうのが実は数学用語として理想的なる例というべきであろう」⁽¹⁴⁾

とも述べているが、この主張は結局は、

「学用語の訳に苦心しても、どうせ労多くして功は少ないのだから、いっそ諦めてしまって、むしろぶきつちよな直訳にして、一原語に一訳語と一対一の対応にして、原語が連想されやすいようにしたらば、どうかと思う」⁽¹⁵⁾

という考えから来ているのであろう。

5. 数学に対する興味の問題

学生などが数学に対して興味を抱かない、あるいは数学を不人気たらしめている原因の一つに数学用語の問題があったが、高木はもう一つ原因を指摘している。それは、数学者にとっては「数学の思想的方面」は簡単明瞭であるから、数学者はむしろ技術的方面に興味を持つが、実は、数学を教わる側の人にとっては、その「思想的方面」が案外分らないのではないかということである。高木の言うところを聞いてみよう。

「そこで数学を教える側に立って、反省すべきでないかと思われることがあります。それは数学の思想的の方面、「思想」という日本語には嫌な臭気があるから、仮に原則的の方面と云いましょう。それと今一つは技術的の方面であります。吾々数学者は数学の原則的の方面は簡単明瞭で、当たり前のことと知っているから、とかく技術的の方面に興味を持つのであります。数学を教わる側では、その原則的の方面が存外分らないようであります」⁽¹⁶⁾

高木はこのように「簡単明瞭」と言いながらも、実は

あまり簡単すぎて、それ故に明瞭に見えないのではないかと述べている。そこへいきなり技術的の話をされても、何のための技術なのか理解され得ないのだと言うのである。

そして、高木は一例としてテプリッツの一般向けの数学読本を紹介する。この本は数学上の興味ある話題を自由に拾い出して、それを通俗的に面白く説明しようとするもので、なかなかうまく出来ていると高木は言っている。各題目は読み切りで、こういう公式、定理は知っているはずだなどは決して言わないで、何でもかんでも皆分かるように説明するのであって、悪い意味の技術的の方面がまったくないのである。この行き方を高木は「数学読本式のやり方」と呼んで、推奨している。

最後に、数学に興味を抱かせることに関する逸話を一つ紹介しよう。高木はかつて、数学の歴史を話してくれと学生から言われたことがあった。どうして数学の歴史をやってくれなどと言うのかといえば、かつて高木は講義をする際に、ある問題に関して、その由来とか歴史を話したことがあったのであるが、それは学生にとって非常に面白かったようである。そこで、数学の歴史を聞いたら面白いだろう、一寸付け加えた歴史でも面白いのだから、歴史ばっかりやったら、どんなに面白いだろう、と学生は考えたようである。これに対する高木の回答は次のようなユーモラスなものであった。

「刺身を食うのに、山葵を少しも付けずに食って居った人があった。・・・(この)人が偶然の機会に初めて山葵を付けて食った。非常に今まで知らなかった美味さを感じた。山葵というものは非常に美味しいものだから、今度は山葵ばかり食ったら、どんなに美味いだろうか」⁽¹⁷⁾

6. 高木の教科書に対する評価

高木貞治の、第三高等中学校時代の1年先輩に林鶴一がいた。この林は帝国大学理科大学数学科を卒業後、師範学校数学科講師、京都帝国大学理工科大学助教授、東京高等師範学校教授を経て、明治44年の東北帝国大学理科大学の創設に係わり、東北帝国大学の発展に大きく寄与した数学者であるとともに、日本中等教育数学会の初代会長を務めるなど、数学教育家としても活躍をした。

日本の数学教育は明治30年代に菊池大麓と藤澤利喜太郎によって画一的に統制され、菊池・藤澤時代が続いたが、明治後期から大正・昭和初期にかけて、林鶴一と高木貞治が注目されるようになってきた。

中谷太郎は「日本数学教育史 16」(『数学教室』1967年9月号, No.167)において、

「明治の後期・大正・昭和の初期をとおして、みのがすことのできないのは、現場化のさきがけともいべき、林鶴一(1873-1935)と高木貞治(1875-1960)の中学校数学教科書である。とくに高木の代数、林の幾何は有名であった」⁽¹⁸⁾

と述べている。林鶴一の教科書シリーズは「新撰〇〇教科書」であり、高木貞治のそれは「新式〇〇教科書」であった。林・高木の教科書がそれまでの菊池・藤澤の教科書と異なる点は、中学校数学をできるだけ統一的に扱っていかうとしたところにある。実際、高木は『新式代数教科書』の明治45年改訂版序文のはじめに、

「本書は明治37年発行以来数回改訂を経たる普通教育代数教科書に更に大修正を施し、明治44年改定の中学校教授要目に適応せしめたるものとして、同時に発行せる算術及び幾何学教科書と連絡して中学校数学科の統一的教科書たることを期するものなり」

(下線は筆者)

と述べている。

こうした動きは古い分科主義を排して、融合主義にもとづく数学教育を志向する行き方の先駆けをなしたものと言うことができる。

また、高木の『新式幾何教科書〔平面〕』は明治44年改定の数学教授要目に準拠したものであるが、高木はその例言において、

「中等学科に於ける数学、特に幾何学の教授は二重の目的を有す、即ち幾何学上の知識を授けると共に、演繹推理の訓練を興ふべきものなり。而も従来稍前者を犠牲として後者を偏重し過ぎたるかの観あり。此弊を矯めんことは編者の力を致したる所なり」

と述べていて、菊池の幾何教育観に批判的な立場に立っていることがわかる。

7. 高木の『新式算術講義』について

高木貞治には、数学教育に対する姿勢や考え方を一般的に述べた論稿や講演、さらに、中等学校用に執筆した教科書はあるが、いわゆる“数学教育書”はほとんどない。その中であって、数学教育書とでも言えるものが唯一つある。それが明治37年7月2日発行の『新式算術講義』である。この書の目次は、

- 第一章 自然数の起源
- 第二章 四則算法
- 第三章 負数、四則算法の再審
- 第四章 整序に関する整数の性質
- 第五章 分数
- 第六章 分数に関する整数論的研究

第七章 四則算法の形式上不易

第八章 量の連続性及無理数の起源

第九章 無理数

第十章 極限及連続的算法

第十一章 冪及対数

であって、数に関する理論書で、算術教授に携わる教師の学習書とでも言うべきものである。

この書の「緒言」において、高木は、

「夫れ教師は其教ふる所の學科につきて含蓄ある知識を要す。算術教師が算術の知識を求むる範囲、其教ふる兒童の教科用書と同一程度の者に限らるゝこと、極めて危殆なりと謂ふべし。確實なる知識の缺乏を補ふに、教授法の経験を以てせんとするは、「無き袖を振はん」とするなり。是を以て此書は廣く算術の教授に従事する教師諸氏の中に其讀者を求めんと欲す」⁽¹⁹⁾

と述べて、数学に関する教師の自己研鑽の重要性を説いているのである。高木のこの名言は今日においてもなお新鮮さを失ってはいない。

8. 幾何教育への示唆

筆者はかつて植田三郎、石川明などと共に「しきつめの幾何」の研究を行なったことがある⁽²⁰⁾。その趣旨の一つは、平面図形を考察する場合、ユークリッド流に「三角形」をもとにしたたり、デカルト流あるいはヒルベルト流に「点」や「直線」をもとにするのではなく、四角形それも長方形や正方形をもとにすればどうか、というものであった。こうした考え方は私たちの身近に多く見られる平面図形は「まる」と「しかく」ではないかという素朴な発想から生まれたのであったが、後に、同様な趣旨のことを高木が述べていることを知り、わが意を得た思いであった。すなわち、高木は『数学雑談』において、

「(V) 矩形の性質

を平行線の公理の代用として提出したい。三角形の内角の和などよりは食卓の形の方が直感的ではあるまいか！」⁽²¹⁾

と述べているのである。

「しきつめの幾何」とは、たとえば厚紙などで作ったいろいろな四角形、三角形を使って平面をしきつめていき、その操作過程や総合図形から四角形、三角形の分類、性質をはじめとする初等幾何の分野の学習をすすめるという方法および内容に対して名づけられた名称であるが、その際、三角形よりも四角形（長方形—食卓の形）を出発点にしようという考え方なのである。

[注]

(1)高木貞治「数学の実用性」（『数学と人生』学生社（昭和41年）に所収）p.197

(2)同上書、p.197

(3)高木貞治「彼理憤慨」（『数学と人生』学生社（昭和41年）に所収）p.178

(4)前掲書(1)、p.202

(5)前掲書(1)、p.199

(6)前掲書(1)、p.200

(7)高木貞治「訓練上数学の価値附数学的論理学」（『一般的教養としての数学について』岩波書店（昭和11年）に所収）p.47

(8)同上書、p.48

(9)高木貞治「数学に於ける抽象、実用、言語、教育、等々」（大塚数学会編『数学の本質—講演集—』甲鳥書林（昭和19年）に所収）p.13

(10)同上書、p.14

(11)前掲書(7)、p.48

(12)前掲書(1)、pp.185-186

(13)野崎昭弘「高木貞治と数学教育」（『岩波講座 現代数学の展開』〔月報No.11〕）

(14)前掲書(1)、p.185

(15)前掲書(1)、p.187

(16)前掲書(7)、pp.44-45

(17)前掲書(7)、p.41

(18)『数学教室』国土社、1967年9月号、No.167、p.39

(19)高木貞治『新式算術講義』博文館、明治37年7月、緒言 p.2

(20)上垣渉編『小学校しきつめの幾何』国土社、1986年9月、植田三郎・上垣渉編『中学校しきつめの幾何』国土社、1986年8月

(21)高木貞治『数学雑談』（2版）共立全書、昭和45年、p.60