受動機構と能動機構を併合した
ハイブリッド制振機構の統合化最適設計

(研究課題番号　17560208)

平成１７年度～平成１８年度　科学研究費補助金
(基盤研究(C))　研究成果報告書

平成１９年３月

研究代表者　　水谷 一樹
三重大学大学院工学研究科　教授

まえがき

近年の情報機器の飛躍的な発展に伴い、半導体や液晶などに関連する工場では製造工程がクリーンルーム内に設置される例が多く見られる。工業用のクリーンルームでは室内での微粒子の飛散を抑えるために上から下へ空気を循環させており、室内にグリーチングと呼ばれる格子状の穴が空いた床板が敷かれている。情報機器関連の工場に限らず、生産性の向上は非常に重要な課題であり、作業工程の自動化はそのための重大な役割を担っている。クリーンルーム内で車輪タイプの自動搬送装置を用いると、搬送装置はグリーチングの上を走行することになり、グリーチングの凹凸を乗り越える際の振動が車輪から荷台部分へと伝えられる。これにより、半導体ウェハや液晶ディスプレイなどのような振動に弱い搬送物は変形や破損をすることがあり、生産効率を悪化させることになる。本課題では、クリーンルーム内で使われる搬送装置を想定し、搬送物に伝播する振動の低減制御について研究を行った。

搬送装置の除振や制振の問題に対して、従来は、ばねやダンパなどの受動要素を荷台支持部に配して対応していたが、受動装置では低振動数領域での振動低減性能が悪く、共振現象を避けることができない。本研究では、搬送装置の振動を抑えるために、荷台支持部分にばねやダンパのような受動機構とアクチュエータを組み込んだ能動機構を併合したハイブリッド制振機構を提案している。これにより、低振動数領域や共振振動数付近の振動応答特性の改善を試み、車輪から搬送物への振動の伝達をより低減することを目指した。ハイブリッド制振装置は能動装置に比べて出力が小さなアクチュエータで対応することができ、アクチュエータの制御電力も少なくて済むので、装置の製造コストや運転費が低く抑えられ、搬送装置を始め種々の機器の制振機構として適している。また、停電や故障で能動機構が使えなくなった場合でも、最低限、受動制振装置としての性能が保障され、安全性にも優れている。

ハイブリッド制振装置を設計するとき、受動機構と能動機構、すなわち、機械構

造系と制御系の設計を同時に進め、統合的に考えて最適設計することにより、より高い性能を持つ制振システムが構成できる。実用的な装置ではセンサやアクチュエータ取付位置等の機械構造系の設計パラメータに制限がある場合が多いので、設計パラメータに拘束条件のある統合化最適設計問題の解法を構築する必要がある。この問題は本課題の研究目的の一つであり、現在、統合的設計についての目処はついてきたが、拘束条件付の統合化最適設計問題についてはまだ研究中である。

ここでは、搬送装置として四点支持部に除振機構を組み込んだ四輪モデルを想定し、除振装置の荷台部重心の上下方向の並進運動(バウンシング)および重心回りの２方向の回転運動（ピッチング、ローリング）を制御対象の自由度とする。すなわち、重心に関する並進運動および回転運動へ直接制御力を加えることができるとした３自由度系としてモデル化を行い、荷台部分の運動を特徴付けるバウンシング、ピッチング、ローリングに対して直接有効な制御器を設計することを目指した。

自動車のアクティブサスペンションや一般的な三次元除振台の例のように４箇所で支持されている振動系を例とすると、支持部のばね・ダンパ(受動機構)に並列にアクチュエータ(能動機構)を取り付けてハイブリッド制振装置を構成することになり、４個のアクチュエータでバウンシング、ピッチング、ローリングの３方向の振動を制振することになる。制御器により算出された３方向の制御力は、直接４箇所の支持点のそれぞれのアクチュエータに一意に対応付けることができず、冗長性をもつ。このように制振の自由度に対してアクチュエータの数の方が多い冗長性のある系では、各アクチュエータが出力する制御力の分配についても最適化を行う必要がある。本研究では、シミュレーション解析をもとに検討し、冗長性がある場合の制御力の最適な分配手法を提案している。

制御系の設計は、実システムへの適用が考慮されたロバスト制御理論のなかで、最も広く用いられている H_∞制御理論によって行った。移動搬送装置のような自走式の制御対象では絶対変位や絶対速度などの計測は困難なために、ここでは移動装置でも比較的

検出のしやすい加速度信号を用いた出力フィードバックシステムを構成している。本研究では、H_∞制御に基づいた種々の制御系設計手法を詳細に検討することにより、比較的制振効果が高く、ロバスト性のある制御手法について考察している。

本研究で検討したロバスト制御理論の妥当性を検証するため、および制振対象の自由度よりアクチュエータの数の方が多い冗長系に対して本研究で提案した制御力の最適分配手法を検証するために、モデル的な実験装置を作成し、その特性を調べた。この実験装置は、搬送装置がグリーチング上を走行するときに生じる強制変位加振を模擬した加振装置と加振振動の伝達を低減制御するためのハイブリッド制振装置とから構成されている。加振用および能動制振用のアクチュエータには、線形性があり比較的大きな変位まで対応でき、応答性もよいボイスコイルモータを使用した。実験装置で計測した動力学的な特性を本研究で検討したH_∞制御手法に適用して制振実験を行った。装置の摩擦や加速度センサのノイズなどの影響で十分な実験精度が得られなかったために、さらに実験を継続している。

本報告書では科学研究費補助金の研究課題に関連して搬送装置の３自由度振動モデルにハイブリッド制振機構を適用する問題についてまとめている。申請者は、本研究対象のハイブリッド制振機構をオーバーハング回転軸系に適用した振動制御に関する研究も行っている。さらに、パワーアシスト装置の力制御や非線形振動の解析にも本研究で得られた知見を用いているが、これらについては、内容が雑駁になるので本報告書には記載してない。

平成１９年３月

三重大学大学院工学研究科

教授　　水谷　一樹

研究組織

研究代表者　　水谷　一樹　（三重大学大学院工学研究科　教授）

交付決定額（配分額）

（金額単位：千円）

	直接経費	間接経費	合　計
平成１７年度	２，５００	０	２，５００
平成１８年度	１，０００	０	１，０００
総　計	３，５００	０	３，５００

研究発表

（１）学会誌等

(1) 加藤寛之，池浦良淳，野口真平，水谷一樹，中村久，本田朋寛，接触操作を考慮した産業用パワーアシスト装置のインピーダンス制御，日本機械学会論文集 C編，72-714，pp. 214-221，2006

(2) 水谷一樹，飯田和弘，西山幸伸，池浦良淳，能動弾性軸受台で支持されたオーバハング回転軸系の最適振動，日本機械学会論文集 C 編，投稿中

(3) 水谷一樹，伊藤敬介，池浦良淳，３自由度ハイブリッド除振システムの４点支持アクチュエータへの制御力の分配，日本機械学会論文集 C編，投稿準備中

（２）口頭発表

（２－１）国際学会

(1) Kazuki MIZUTANI, Takaaki SHIBATA, Hideki SAWAI, Ryojun IKEURA, Chaos and Multiple Period Vibrations for a Dynamic System with the Piecewise Linear Stiffness, Proceedings of the 12th International Congress on Sound and Vibration, CD-ROM, No.101, pp.1-8, 2005

(2) Kazuki MIZUTANI, Keisuke ITO, Ryojun IKEURA, Allocation of Three Control Forces to Four Actuators for 3-DOF Hybrid Vibration Isolation System, Proceedings of The 13th International Congress on Sound and Vibration, CD-ROM, No.509, pp.1-8, 2006

(3) Kazuki MIZUTANI, Yukinobu NISHIYAMA, Kazuhiro IIDA, Ryojun IKEURA, Optimal Vibration Control for Overhung Rotor System Using Actively Flexible Pedestal, Proceedings of the ACTIVE 2006, CD-ROM, No.a06_026, pp.1-11, 2006

（２－２）国内学会

(1) 水谷一樹，伊藤敬介，池浦良淳，３自由度ハイブリッド除振システムの４点支持部への制御力の配分，日本機械学会第９回運動と振動の制御シンポジウム，CD-ROM 講演論文集，No. 727，pp. 1-6，2005

(2) 水谷一樹，伊藤敬介，池浦良淳，３自由度アクティブ除振システムの４点支持アクチュエータへの制御力の分配，日本機械学会北陸信越支部第 43 期総会・講演会，講演論文集，No. 067-1，pp. 225－226，2006

(3) 河村祐介，水谷一樹，澤井秀樹，池浦良淳，区分線形２段ばね振動系で発生するカオスおよび倍周期振動に関する研究，日本機械学会東海支部第 55 期総会・講演会，講演論文集，No. 063-1，pp. 7-8，2006

(4) 福島正也，水谷一樹，橋本晋吾，池浦良淳，能動弾性軸受台で支持されたオーバーハング回転軸系のロバスト振動制御，日本機械学会 Dynamics & Design 講演会，CD-ROM 講演論文集，No. 322，pp. 1-6，2006

目次

第１章
ハイブリッド制振装置

一般的な搬送装置に用いられる除振装置では、荷台部分はばね、ダンパなどの受動要素で支持されていることが多い。制振効果を上げるために、これらの受動要素に並列に能動要素のアクチュエータを配した装置をハイブリッド制振装置と呼ぶ。本研究では搬送装置の荷台が４点で支持されているとして、各支持部にアクチュエータを配したモデルを考える。

本章では、本研究の対象となるハイブリッド制振装置ならびに制御系の設計に用いる制御モデルについて述べる。

１．１　除振装置の構成

本研究の対象とする除振装置は４点支持の除振装置であり、各支持点全てにアクチュエータを有するハイブリッド除振装置である。各支持部のばね、ダンパ、アクチュエータは同軸上に設置され、その点で制御力が加えられるとする。除振装置の概略図を図1. 1に示す。

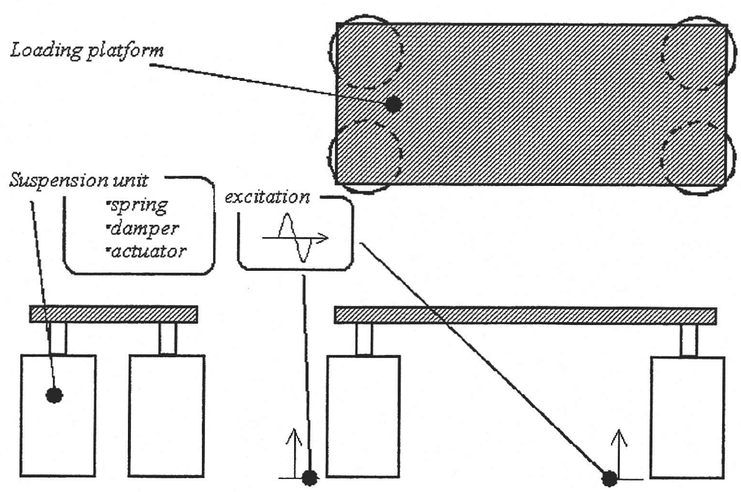


Fig. 1.1　Hybrid vibration control system

荷台部分の概寸を図 1.2 に示す。ここで、荷台部分の四隅に配した支持部分は鋼製、それらを繋ぐ板部分はアルミニウム合金製とする。これらの材料の密度はそれぞれ 7.87×10^3 [kg/m³]、2.70×10^3 [kg/m³] としてシミュレーションを行う。各支持部分と板部分の質量はそれぞれ図 1.2 の寸法に従って求め、これらの合計として荷台全体の質量を計算する。荷台部分のピッチング、ローリング各方向についての重心回りの慣性モーメント J_P、J_Rは、荷台の幾何学的な形状から算出すると図 1.2 に示す値となる。支持部のばね定数、減衰係数は４箇所全て同じ値 3.7×10^3 [kg/m]、5.0 [Ns/m] とする。

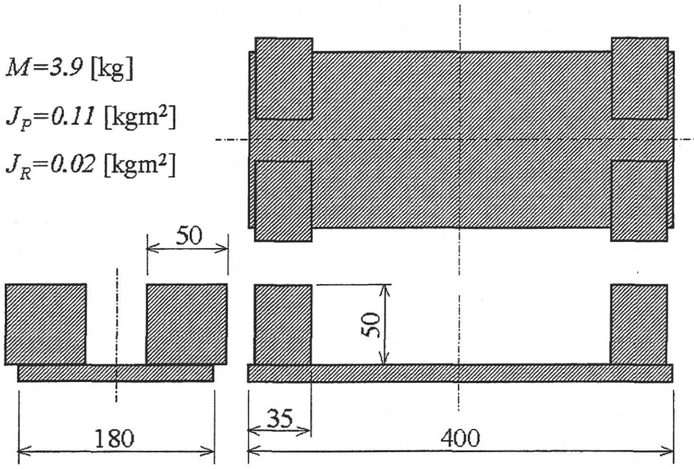


Fig. 1.2　Loading platform setup

１．２　除振装置のモデル化

図 1.1 に示した除振装置についてのモデル化を行う。モデル化に際して節 1.2.1 の仮定を行うので、モデル化した除振装置は厳密には想定した装置と異なる物となる。また、このモデル化では積載物は考慮されていないので制御系設計時には積載物に対する配慮が必要である。

１．２．１　　モデル化における仮定

除振装置を制御系設計上取り扱いやすい線形系でモデル化するために、以下の仮定を行う。

Ｓ１：荷台は剛体である。

荷台部分は十分な強度を持つと考え、弾性モードの振動は発生しないとする。

Ｓ２：荷台の傾き角は微小であるとし、$\sin\theta = \theta$ で近似する。

運動方程式を線形化するための仮定であるが、振動が大きくなると線形性を失い制御性能を悪化させる恐れがある。

Ｓ３：荷台の水平方向への運動は無視できるとする。

取り付けたアクチュエータは系の重心に対して、上下並進（バウンシング）方向、前後、左右回転（ピッチング、ローリング）方向にしか有効でない。そこで、荷台の水平方向への運動は微小であり、無視できるものとする。

Ｓ４：制御力は各自由度の運動方向へ直接作用しているとする。

制御対象とする除振装置ではアクチュエータは荷台四隅の各支持点に設置されているので、制御力は荷台四隅、４ヶ所から入力される。制御系設計は重心についてのバウンシング方向、ピッチング方向、ローリング方向の３自由度に対して行うため、制御力もこの３自由度の振動を想定してモデル化を行う。実際には求められた制御力を各支持点のアクチュエータの出力へと変換しなくては実装することができない。これについては第３章で検討する。

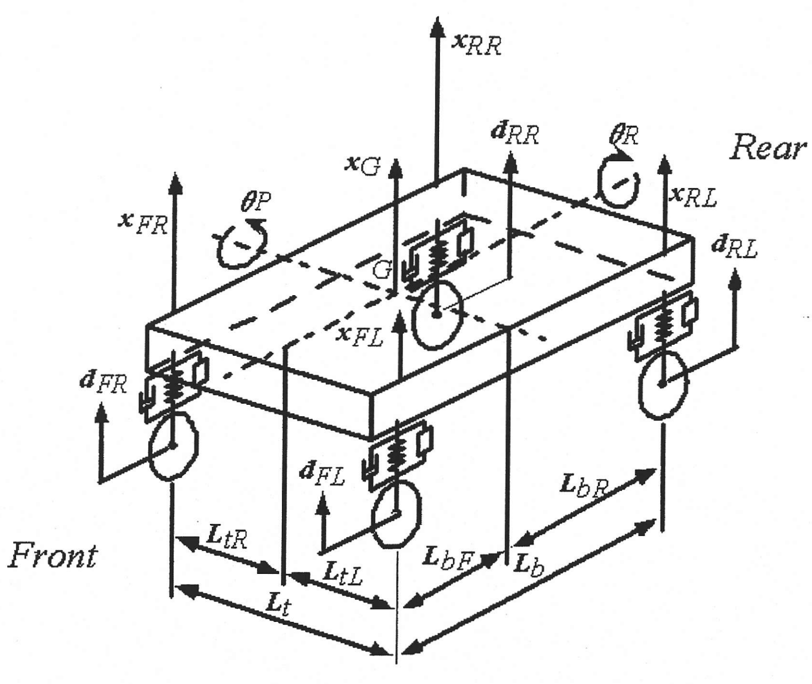


Fig.1.3　Dynamic model

１．２．２　　荷台の運動方程式

図 1. 1 に示した除振装置を図 1. 3 のようにモデル化し、重心のバウンシング方向および重心を通る主軸回りのピッチング、ローリング方向の運動について以下のように運動方程式を立てる。外乱は、ハイブリッド制振装置が取り付けられている各支持部の下端(車輪部)から強制変位外乱として与えられる。

上下並進（バウンシング）

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_G &= -k_{FL}(x_{FL}-d_{FL})-k_{FR}(x_{FR}-d_{FR})-k_{RL}(x_{RL}-d_{RL})-k_{RR}(x_{RR}-d_{RR}) \\ &\quad -c_{FL}(\dot{x}_{FL}-\dot{d}_{FL})-c_{FR}(\dot{x}_{FR}-\dot{d}_{FR})-c_{RL}(\dot{x}_{RL}-\dot{d}_{RL})-c_{RR}(\dot{x}_{RR}-\dot{d}_{RR}) \\ &\quad +u_{FL}+u_{FR}+u_{RL}+u_{RR} \end{aligned} \tag{1.1}$$

前後回転（ピッチング）

$$\begin{aligned} J_P\ddot{\theta}_P &= k_{FL}L_{bF}(x_{FL}-d_{FL})+k_{FR}L_{bF}(x_{FR}-d_{FR})-k_{RL}L_{bR}(x_{RL}-d_{RL})-k_{RR}L_{bR}(x_{RR}-d_{RR}) \\ &\quad +c_{FL}L_{bF}(\dot{x}_{FL}-\dot{d}_{FL})+c_{FR}L_{bF}(\dot{x}_{FR}-\dot{d}_{FR})-c_{RL}L_{bR}(\dot{x}_{RL}-\dot{d}_{RL})-c_{RR}L_{bR}(\dot{x}_{RR}-\dot{d}_{RR}) \\ &\quad -L_{bF}u_{FL}-L_{bF}u_{FR}+L_{bR}u_{RL}+L_{bR}u_{RR} \end{aligned} \tag{1.2}$$

左右回転（ローリング）

$$\begin{aligned} J_R\ddot{\theta}_R &= k_{FL}L_{tL}(x_{FL}-d_{FL})-k_{FR}L_{tR}(x_{FR}-d_{FR})+k_{RL}L_{tL}(x_{RL}-d_{RL})-k_{RR}L_{tR}(x_{RR}-d_{RR}) \\ &\quad +c_{FL}L_{tL}(\dot{x}_{FL}-\dot{d}_{FL})-c_{FR}L_{tR}(\dot{x}_{FR}-\dot{d}_{FR})+c_{RL}L_{tL}(\dot{x}_{RL}-\dot{d}_{RL})-c_{RR}L_{tR}(\dot{x}_{RR}-\dot{d}_{RR}) \\ &\quad -L_{tL}u_{FL}+L_{tR}u_{FR}-L_{tL}u_{RL}+L_{tR}u_{RR} \end{aligned} \tag{1.3}$$

ここで簡単のために式中の変数を重心のバウンシング、ピッチング、ローリングの３自由度の運動についての変数に変換する。このために各支持点の変位を、重心のバウンシング方向の変位 x_G、ピッチング方向の角変位 θ_P、ローリング方向の角変位 θ_Rによって表す関係式を導出する。

まず、各支持点の変位を重心回りの傾き角に変換する式を求める。この変数変換は仮定Ｓ１に基づいて得られる図 1. 4 の関係により導かれる。この式に仮定Ｓ２を用いて線形化を行うことによって得られる変数変換の関係式を式(1. 4)、式(1. 5)に示す。

$$\theta_P \approx \sin\theta_P = \frac{x_{RL}-x_{FL}}{L_{bF}+L_{bR}} = \frac{x_{RR}-x_{FR}}{L_{bF}+L_{bR}} \tag{1.4}$$

$$\theta_R \approx \sin\theta_R = \frac{x_{FR}-x_{FL}}{L_{tL}+L_{tR}} = \frac{x_{RR}-x_{RL}}{L_{tL}+L_{tR}} \tag{1.5}$$

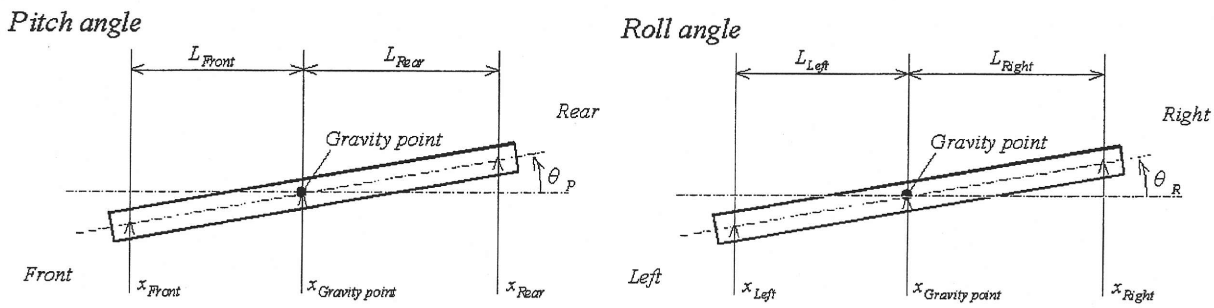


Fig. 1.4　Relation of variables

例として、図 1. 5 に示すような左前方支持点の変位と重心の変位、変位角の関係などから、重心の上下方向変位を各支持点の変位、重心回りのピッチングおよびローリング方向の傾き角で表す式を求める。図 1. 5 のように左前方支持点を基準に考えると、仮定Ｓ２の条件の下で以下のような関係が成り立つ。

$$x_{FG} = x_{FL} + L_{tL}\sin\theta_R \approx x_{FL} + L_{tL}\theta_R$$

$$x_G = x_{FG} + L_{bF}\sin\theta_P \approx x_{FG} + L_{bF}\theta_P$$

これらより、重心の変位は左前方支持点の変位と重心を通る主軸回りの傾き角を使って次式のように表される。

$$x_G = x_{FL} + L_{bF}\theta_P + L_{tL}\theta_R \tag{1.6}$$

これと同様に他の支持点を基準に考えると

$$\begin{aligned} x_G &= x_{FR} + L_{bF}\theta_P - L_{tR}\theta_R \\ x_G &= x_{RL} - L_{bR}\theta_P + L_{tL}\theta_R \\ x_G &= x_{RR} - L_{bR}\theta_P - L_{tR}\theta_R \end{aligned} \tag{1.7}$$

のような関係が得られる。式 (1. 6) と式 (1. 7) から各支持点の変位を重心の変位、変位角で表す。

$$\begin{aligned} x_{FL} &= x_G - L_{bF}\theta_P - L_{tL}\theta_R \\ x_{FR} &= x_G - L_{bF}\theta_P + L_{tR}\theta_R \end{aligned}$$

(1.8)

$$x_{RL} = x_G + L_{bR}\theta_P - L_{tL}\theta_R$$

$$x_{RR} = x_G + L_{bR}\theta_P + L_{tR}\theta_R$$

各支持点の速度、加速度についての関係は式(1. 8)を微分する事により得られ、式(1. 8)と同様の関係になる。

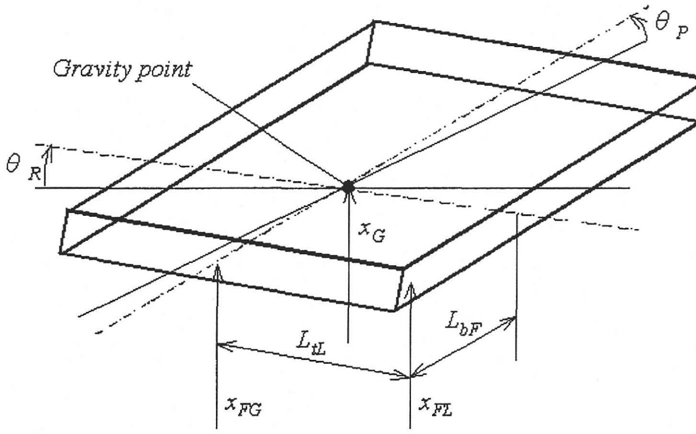


Fig. 1.5　Relation of supporting point – gravity point displacement

仮定Ｓ４より制御力は各自由度の運動方向へ直接加えられるとし、式(1. 8)を用いて式(1. 1)～式(1. 3)を変形すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}\ddot{x}_G = &-\frac{k_G}{m}x_G - \frac{k_{GP}}{m}\theta_P - \frac{k_{GR}}{m}\theta_R - \frac{c_G}{m}\dot{x}_G - \frac{c_{GP}}{m}\dot{\theta}_P - \frac{c_{GR}}{m}\dot{\theta}_R + \frac{u_G}{m} \\ &+\frac{k_{FL}}{m}d_{FL} + \frac{k_{FR}}{m}d_{FR} + \frac{k_{RL}}{m}d_{RL} + \frac{k_{RR}}{m}d_{RR} \\ &+\frac{c_{FL}}{m}\dot{d}_{FL} + \frac{c_{FR}}{m}\dot{d}_{FR} + \frac{c_{RL}}{m}\dot{d}_{RL} + \frac{c_{RR}}{m}\dot{d}_{RR}\end{aligned} \tag{1.9}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_P = &-\frac{k_{GP}}{J_P}x_G - \frac{k_P}{J_P}\theta_P - \frac{k_{PR}}{J_P}\theta_R - \frac{c_{GP}}{J_P}\dot{x}_G - \frac{c_P}{J_P}\dot{\theta}_P - \frac{c_{PR}}{J_P}\dot{\theta}_R + \frac{u_P}{J_P} \\ &-\frac{k_{FL}L_{bF}}{J_P}d_{FL} - \frac{k_{FR}L_{bF}}{J_P}d_{FR} + \frac{k_{RL}L_{bR}}{J_P}d_{RL} + \frac{k_{RR}L_{bR}}{J_P}d_{RR} \\ &-\frac{c_{FL}L_{bF}}{J_P}\dot{d}_{FL} - \frac{c_{FR}L_{bF}}{J_P}\dot{d}_{FR} + \frac{c_{RL}L_{bR}}{J_P}\dot{d}_{RL} + \frac{c_{RR}L_{bR}}{J_P}\dot{d}_{RR}\end{aligned} \tag{1.10}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_R = &-\frac{k_{GR}}{J_R}x_G - \frac{k_{PR}}{J_R}\theta_P - \frac{k_R}{J_R}\theta_R - \frac{c_{GR}}{J_R}\dot{x}_G - \frac{c_{PR}}{J_R}\dot{\theta}_P - \frac{c_R}{J_R}\dot{\theta}_R + \frac{u_R}{J_R} \\ &-\frac{k_{FL}L_{tL}}{J_R}d_{FL} + \frac{k_{FR}L_{tR}}{J_R}d_{FR} - \frac{k_{RL}L_{tL}}{J_R}d_{RL} + \frac{k_{RR}L_{tR}}{J_R}d_{RR} \\ &-\frac{c_{FL}L_{tL}}{J_R}\dot{d}_{FL} + \frac{c_{FR}L_{tR}}{J_R}\dot{d}_{FR} - \frac{c_{RL}L_{tL}}{J_R}\dot{d}_{RL} + \frac{c_{RR}L_{tR}}{J_R}\dot{d}_{RR}\end{aligned} \tag{1.11}$$

式(1. 9)から式(1. 11)中に用いた連成ばね定数、減衰係数を表 1. 1 に示す。

Table 1.1　Coupled coefficients

	Spring constant	Damping coefficient
Bouncing	$k_G = k_{FL} + k_{FR} + k_{RL} + k_{RR}$	$c_G = c_{FL} + c_{FR} + c_{RL} + c_{RR}$
Pitching	$k_P = k_{FL} L_{bF}{}^2 + k_{FR} L_{bF}{}^2 + k_{RL} L_{bR}{}^2 + k_{RR} L_{bR}{}^2$	$c_P = c_{FL} L_{bF}{}^2 + c_{FR} L_{bF}{}^2 + c_{RL} L_{bR}{}^2 + c_{RR} L_{bR}{}^2$
Rolling	$k_R = k_{FL} L_{tL}{}^2 + k_{FR} L_{tR}{}^2 + k_{RL} L_{tL}{}^2 + k_{RR} L_{tR}{}^2$	$c_R = c_{FL} L_{tL}{}^2 + c_{FR} L_{tR}{}^2 + c_{RL} L_{tL}{}^2 + c_{RR} L_{tR}{}^2$
Bouncing-Pitching	$k_{GP} = -k_{FL} L_{bF} - k_{FR} L_{bF} + k_{RL} L_{bR} + k_{RR} L_{bR}$	$c_{GP} = -c_{FL} L_{bF} - c_{FR} L_{bF} + c_{RL} L_{bR} + c_{RR} L_{bR}$
Bouncing-Rolling	$k_{GR} = -k_{FL} L_{tL} + k_{FR} L_{tR} - k_{RL} L_{tL} + k_{RR} L_{tR}$	$c_{GP} = -c_{FL} L_{tL} - c_{FR} L_{tR} - c_{RL} L_{tL} + c_{RR} L_{tR}$
Pitching-Rolling	$k_{PR} = k_{FL} L_{bF} L_{tL} - k_{FR} L_{bF} L_{tR} - k_{RL} L_{bR} L_{tL} + k_{RR} L_{bR} L_{tR}$	$c_{PR} = c_{FL} L_{bF} L_{tL} - c_{FR} L_{bF} L_{tR} - c_{RL} L_{bR} L_{tL} + c_{RR} L_{bR} L_{tR}$

１.２.３　　状態方程式、出力方程式

式(1.9)～式(1.11)によって表された荷台重心に関する運動方程式を制御系設計で用いられる状態方程式、出力方程式に変形する。

想定する除振装置では、出力として得られる信号は各支持部分の加速度のみである。制御目的とするのは荷台重心のバウンシング方向、ピッチング方向、ローリング方向の加速度、角加速度であり、これを出力 $y = [\ddot{x}_G \quad \ddot{\theta}_P \quad \ddot{\theta}_R]^T$ とする。この変換は、節 1.2.2 で求めた式(1.4)～式(1.7)を二回微分することによって得られる関係式によって記述される。

これらの式では一つの自由度について複数の記述が存在する。仮定Ｓ１が厳密に成り立っていればこれらの記述は全て同一の値を示すはずであるが、実験の際には荷台部分の微小なたわみや計測誤差などによる差が生じる可能性がある。これに対しては、記述可能な全ての式の平均値を取ることにより誤差の影響を小さくすることが可能であると考えられる。各式の平均値を用いると、各支持部分の加速度から重心回り３自由度の加速度、角加速度への変換式は次のようになる。

$$\ddot{x}_G = \frac{1}{4}\left\{(\ddot{x}_{FL} + \ddot{x}_{FR} + \ddot{x}_{RL} + \ddot{x}_{RR}) + \frac{(L_{bF} - L_{bR})}{(L_{bF} + L_{bR})}(-\ddot{x}_{FL} - \ddot{x}_{FR} + \ddot{x}_{RL} + \ddot{x}_{RR}) + \frac{(L_{tL} + L_{tR})}{(L_{tL} + L_{tR})}(-\ddot{x}_{FL} + \ddot{x}_{FR} - \ddot{x}_{RL} + \ddot{x}_{RR})\right\} \tag{1.12}$$

$$\ddot{\theta}_P = \frac{1}{2(L_{bF}+L_{bR})}\left(-\ddot{x}_{FL}-\ddot{x}_{FR}+\ddot{x}_{RL}+\ddot{x}_{RR}\right) \tag{1.13}$$

$$\ddot{\theta}_R = \frac{1}{2(L_{tL}+L_{tR})}\left(-\ddot{x}_{FL}+\ddot{x}_{FR}-\ddot{x}_{RL}+\ddot{x}_{RR}\right) \tag{1.14}$$

これを行列形式で表すと次のようになる。

$$\begin{pmatrix}\ddot{x}_G\\ \ddot{\theta}_P\\ \ddot{\theta}_R\end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} (1-A-B) & (1-A+B) & (1+A-B) & (1+A+B)\\ -\dfrac{2}{L_{bF}+L_{bR}} & -\dfrac{2}{L_{bF}+L_{bR}} & \dfrac{2}{L_{bF}+L_{bR}} & \dfrac{2}{L_{bF}+L_{bR}}\\ -\dfrac{2}{L_{tL}+L_{tR}} & \dfrac{2}{L_{tL}+L_{tR}} & -\dfrac{2}{L_{tL}+L_{tR}} & \dfrac{2}{L_{tL}+L_{tR}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\ddot{x}_{FL}\\ \ddot{x}_{FR}\\ \ddot{x}_{RL}\\ \ddot{x}_{RR}\end{pmatrix} \tag{1.15}$$

$$A = \frac{L_{bF}-L_{bR}}{L_{bF}+L_{bR}} \quad B = \frac{L_{tL}-L_{tR}}{L_{tL}+L_{tR}}$$

仮定Ｓ４より制御力は重心についての３自由度方向へ作用するとし、$\mathbf{u}=[u_G \quad u_P \quad u_R]^T$ と置く。システム外乱は支持装置下部から入力される絶対変位、絶対速度であるので制御入力と分離して考える。このため外乱を $d=[\dot{d}_{FL} \quad \dot{d}_{FR} \quad \dot{d}_{RL} \quad \dot{d}_{RR} \quad d_{FL} \quad d_{FR} \quad d_{RL} \quad d_{RR}]^T$ と置く。状態変数は重心のバウンシング方向の速度、変位、ピッチング、ローリング方向の角速度、変位角であるので、$\mathbf{x}=[\dot{x}_G \quad \dot{\theta}_P \quad \dot{\theta}_R \quad x_G \quad \theta_P \quad \theta_R]^T$ とする。これらより状態方程式と出力方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax}+\mathbf{Bu}+\mathbf{Ed}\\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}+\mathbf{Du}+\mathbf{Fd}\end{aligned} \tag{1.16}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\dfrac{c_G}{m} & -\dfrac{c_{GP}}{m} & -\dfrac{c_{GP}}{m} & -\dfrac{k_G}{m} & -\dfrac{k_{GP}}{m} & -\dfrac{k_{GR}}{m}\\ -\dfrac{c_{GP}}{J_P} & -\dfrac{c_P}{J_P} & -\dfrac{c_{PR}}{J_P} & -\dfrac{k_{GP}}{J_P} & -\dfrac{k_P}{J_P} & -\dfrac{k_{PR}}{J_P}\\ -\dfrac{c_{GR}}{J_R} & -\dfrac{c_{PR}}{J_R} & -\dfrac{c_R}{J_R} & -\dfrac{k_{GR}}{J_R} & -\dfrac{k_{PR}}{J_R} & -\dfrac{k_R}{J_R}\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{m} & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{1}{J_P} & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{1}{J_R}\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C}=\begin{pmatrix} -\frac{c_G}{m} & -\frac{c_{GP}}{m} & -\frac{c_{GP}}{m} & -\frac{k_G}{m} & -\frac{k_{GP}}{m} & -\frac{k_{GR}}{m} \\ -\frac{c_{GP}}{J_P} & -\frac{c_P}{J_P} & -\frac{c_{PR}}{J_P} & -\frac{k_{GP}}{J_P} & -\frac{k_P}{J_P} & -\frac{k_{PR}}{J_P} \\ -\frac{c_{GR}}{J_R} & -\frac{c_{PR}}{J_R} & -\frac{c_R}{J_R} & -\frac{k_{GR}}{J_R} & -\frac{k_{PR}}{J_R} & -\frac{k_R}{J_R} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{D}=\begin{pmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_P} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_R} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E}=\begin{pmatrix} \frac{c_{FL}}{m} & \frac{c_{FR}}{m} & -\frac{c_{RL}}{m} & \frac{c_{RR}}{m} & \frac{k_{FL}}{m} & \frac{k_{FR}}{m} & \frac{k_{RL}}{m} & \frac{k_{RR}}{m} \\ -\frac{c_{FL}}{J_P}L_{bF} & -\frac{c_{FR}}{J_P}L_{bF} & \frac{c_{RL}}{J_P}L_{bR} & \frac{c_{RR}}{J_P}L_{bR} & -\frac{k_{FL}}{J_P}L_{bF} & -\frac{k_{FR}}{J_P}L_{bF} & \frac{k_{RL}}{J_P}L_{bR} & \frac{k_{RR}}{J_P}L_{bR} \\ -\frac{c_{FL}}{J_R}L_{tL} & \frac{c_{FR}}{J_R}L_{tR} & -\frac{c_{RL}}{J_R}L_{tL} & \frac{c_{RR}}{J_R}L_{tR} & -\frac{k_{FL}}{J_R}L_{tL} & \frac{k_{FR}}{J_R}L_{tR} & -\frac{k_{RL}}{J_R}L_{tL} & \frac{k_{RR}}{J_R}L_{tR} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}=\begin{pmatrix} \frac{k_{FL}}{m} & \frac{k_{FR}}{m} & \frac{k_{RL}}{m} & \frac{k_{RR}}{m} & \frac{c_{FL}}{m} & \frac{c_{FR}}{m} & \frac{c_{RL}}{m} & \frac{c_{RR}}{m} \\ -\frac{k_{FL}}{J_P}L_{bF} & -\frac{k_{FR}}{J_P}L_{bF} & \frac{k_{RL}}{J_P}L_{bR} & \frac{k_{RR}}{J_P}L_{bR} & -\frac{c_{FL}}{J_P}L_{bF} & -\frac{c_{FR}}{J_P}L_{bF} & \frac{c_{RL}}{J_P}L_{bR} & \frac{c_{RR}}{J_P}L_{bR} \\ -\frac{k_{FL}}{J_R}L_{tL} & \frac{k_{FR}}{J_R}L_{tR} & -\frac{k_{RL}}{J_R}L_{tL} & \frac{k_{RR}}{J_R}L_{tR} & -\frac{c_{FL}}{J_R}L_{tL} & \frac{c_{FR}}{J_R}L_{tR} & -\frac{c_{RL}}{J_R}L_{tL} & \frac{c_{RR}}{J_R}L_{tR} \end{pmatrix}$$

これらの関係をブロック線図で表すと図 1.6 のようになる。以降、このモデルを用いて制御系の設計を行う。

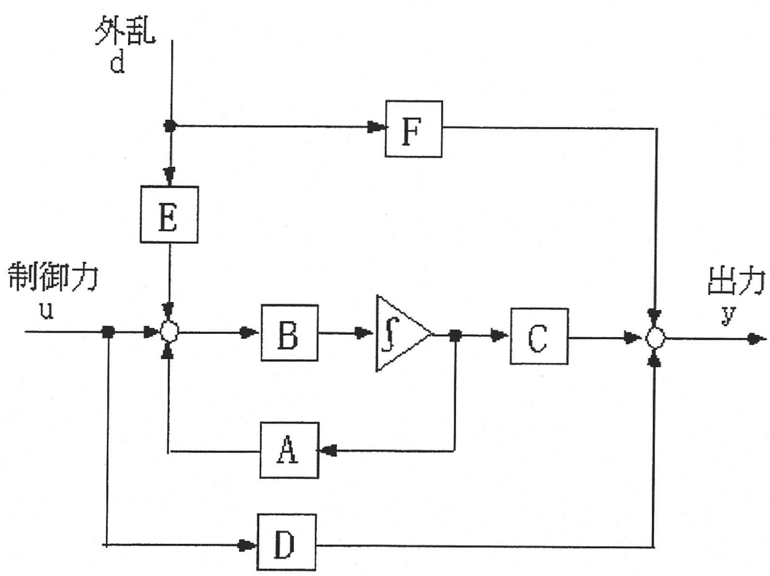


Fig. 1.6　Model of state space

第２章
制御理論

受動要素のみの除振装置では低振動数領域での制振性の悪さや共振現象が起こるといった問題がある。これらの問題に対して、受動要素と並列に能動要素（アクチュエータ）を配すことによって除振性能の向上を図る。この際にアクチュエータをどのように制御し、駆動するかが除振性能を大きく左右する。そこでこの章では前章で設定したモデルに対しての制御系設計について述べる。本研究では、ロバスト制御理論の中で最も広く用いられている H_∞制御理論を用いて制御系の設計を行った。

２．１　H_∞制御理論

H_∞制御理論は H_∞ノルムを設計の際の規範として用いる制御理論である。この理論では後に述べるように制御系のロバスト性を陽に扱うことができる。

２．１．１　　H_∞ノルム

H_∞ノルムは周波数領域で次のように定義される。

$$\|P\|_\infty = \sup_\omega \sigma_{\max}\{P(j\omega)\} \tag{2.1}$$

ここで、$\sigma_{\max}$ は行列の最大特異値を示す。

G が一入力一出力系の伝達関数の場合、式(2. 1)は

$$\|P\|_\infty = \sup_\omega |P(j\omega)| \tag{2.2}$$

となり、これはゲイン線図の最大値である。

２．１．２　　H_∞制御問題の定式化

H_∞制御では次式で示される一般化プラント G を制御対象とする。

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = G(s)\begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

z(s):制御量　　y(s):観測出力　　w(s):外部入力　　u(s):操作入力

制御入力は m 次元ベクトルであり、制御によって小さくしたい量である。観測出力は q 次元ベクトルであり、制御のために使う情報となる量である。外部入力は、r 次元ベク

トルで表される制御対象に加わる制御できない入力で、基準入力や外乱はこれにあたる。操作入力は、p 次元ベクトルで、制御器からの入力である。制御の目的に合わせて z(s) や w(s)を選ぶことにより様々な状況を扱うことができる。

制御器は、観測出力 y(s)と制御入力 u(s)によって次のように与えられる。

$$u(s) = K(s)y(s) \tag{2.4}$$

式(2.4)を式(2.3)へ代入すると y(s)と u(s)が消去されて次式となる。

$$\begin{aligned} z(s) &= \Phi(s)w(s) \\ \Phi(s) &:= G_{11}(s) + G_{12}(s)K(s)(I - G_{22}(s)K(s))^{-1}G_{21}(s) \end{aligned} \tag{2.5}$$

ここでΦ(s)は外部入力 w(s)から制御量 z(s)までの伝達関数行列である。Φ(s)を小さくすることによって z(s)を小さく保つことが制御の目的である。

これらをブロック線図で表すと図 2.1 のようになる。

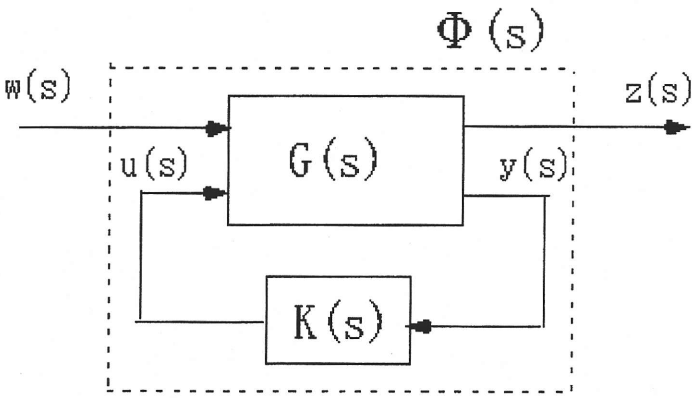


Fig. 2.1　Generalized Plant

H_∞制御問題とは、あるγ>0 が与えられたとき、図 2.1 の閉ループ系を内部安定化し、かつ

$$\|\Phi\|_\infty < \gamma \tag{2.6}$$

を満たす全ての制御器 K(s)を求めるというものである。γは設計仕様にあたり、小さいほど制御性能がよいことになる。しかし、小さく与えすぎると条件を満足する K(s)が存在しなくなるため、H_∞制御問題はγの最小値を求める問題に行き着くことになる。この最小のγを求める問題を H_∞最適制御問題という。

2.1.3　ロバスト性

前章では除振装置のモデルを設定する際に幾つかの仮定を用いた。S1、S2 は除振装置を線形モデルにするための仮定であり、これらの仮定により実際の装置とモデルとの間には差異が生じる。さらに、支持部分のばね定数や減衰係数などの力学パラメータにつ

いても、モデルと実装置との間に違いがあることが考えられ、これらは共振振動数や減衰率などに影響を与える。

さらに、本装置の使用目的は物体の運搬であるので運搬物を積載することになり、これにより荷台部分の質量や重心位置、慣性モーメントが変化すると考えられる。

これらのようなモデル化誤差や制御対象の変動に対しても、系が不安定になったり、性能が極端に落ちないために、制御系のロバスト性が必要になる。ロバスト性を考慮した制御系設計を行うために、制御対象を図 2.2 のような集合としてとらえる。

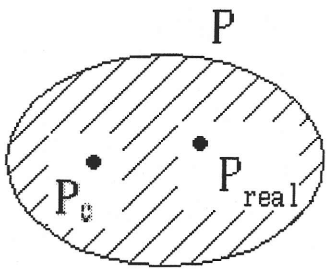


Fig.2.2　Plant assembly

ここで P_0 は前章で設定した図 1.6 のモデルに相当し、ノミナルプラントとよばれる。P_{real} は実際の除振装置であり、実プラントと呼ぶこととする。このようにノミナルプラントと実プラントの間に差異があっても、ノミナルプラントからある一定範囲内にあるプラントの集合 P に対して有効な制御器を設計すれば、制御器が実プラントに対しても有効である可能性は高くなる。これがロバスト制御の考え方である。

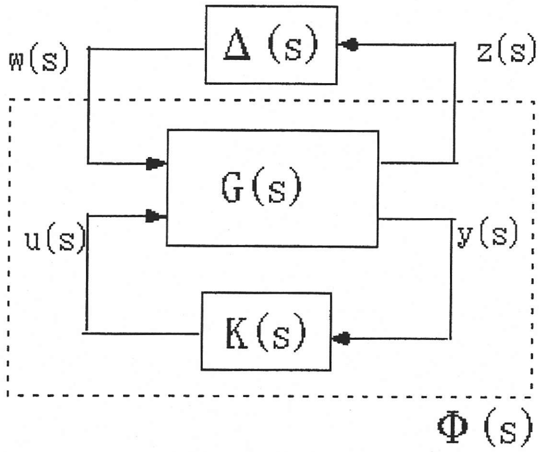


Fig. 2.3　Small gain theorem

２．１．４　　ロバスト安定化

ノミナルシステムが安定のとき、ある範囲の摂動（モデル化誤差など）に対しても安定である性質をロバスト安定性という。H_∞制御理論では摂動のある制御対象を次のように表現する。

このとき、安定でかつ

$$|\Delta(s)| \le \gamma \tag{2.7}$$

を満たす全てのΔ(s)について閉ループ系が安定となる条件は、スモールゲイン定理より、w(s)から z(s)への伝達関数Φ(s)が

$$|\Phi(s)| < \frac{1}{\gamma} \tag{2.8}$$

となることである。これをロバスト安定化条件という。

２．２　プラントの表現

この節では、MATLAB を用いたシミュレーションより制御系の特性を調べ、制御器設計の際の指針とする。また、荷台部に錘を載せることにより制御系に変化が起こることを想定し、その際の制御系の表現方法について述べる。

２．２．１　　ノミナルプラント:$P_0(s)$

前章で設定した除振装置モデルをノミナルプラント P_0(s)とする。図 1. 6 に示されるように、アクチュエータからの制御力 u と外乱 d は入力端が異なる。まず、制御力 u から出力 y までのゲイン特性を図 2. 4 に示す。図中の対角要素がそれぞれの自由度の主となる伝達特性を表し、その他の部分は他の自由度との連成を表す。ノミナルプラントの場合、重心が幾何学的中心と一致しており、表 2. 1 に示す連成ばね定数、連成減衰係数がゼロになるため、それぞれの自由度の間で連成は起こらない。わずかな違いはあるものの、バウンシング、ピッチング、ローリングともに 10[Hz]付近に共振点をもつ。また、共振点以降の高振動域でゲインが下がらず、ほぼ横ばいとなっている。これは、式(1. 16)に示されるように入力から出力までの直達項が存在するためで、伝達関数の分母と分子の次数が等しくなることにより、高振動数域で一定比への収束が起こるためである。

図 2. 5 に外乱 d から出力 y までのゲイン特性を示す。図中の v は、$\dot{d}$ を示す。台車の重心が幾何学的中心と一致することにから対称性性により、4 本の支持部から加わる速度、加速度はそれぞれの出力に対して 4 つとも同じゲインを示す。そのため、左前（FL）

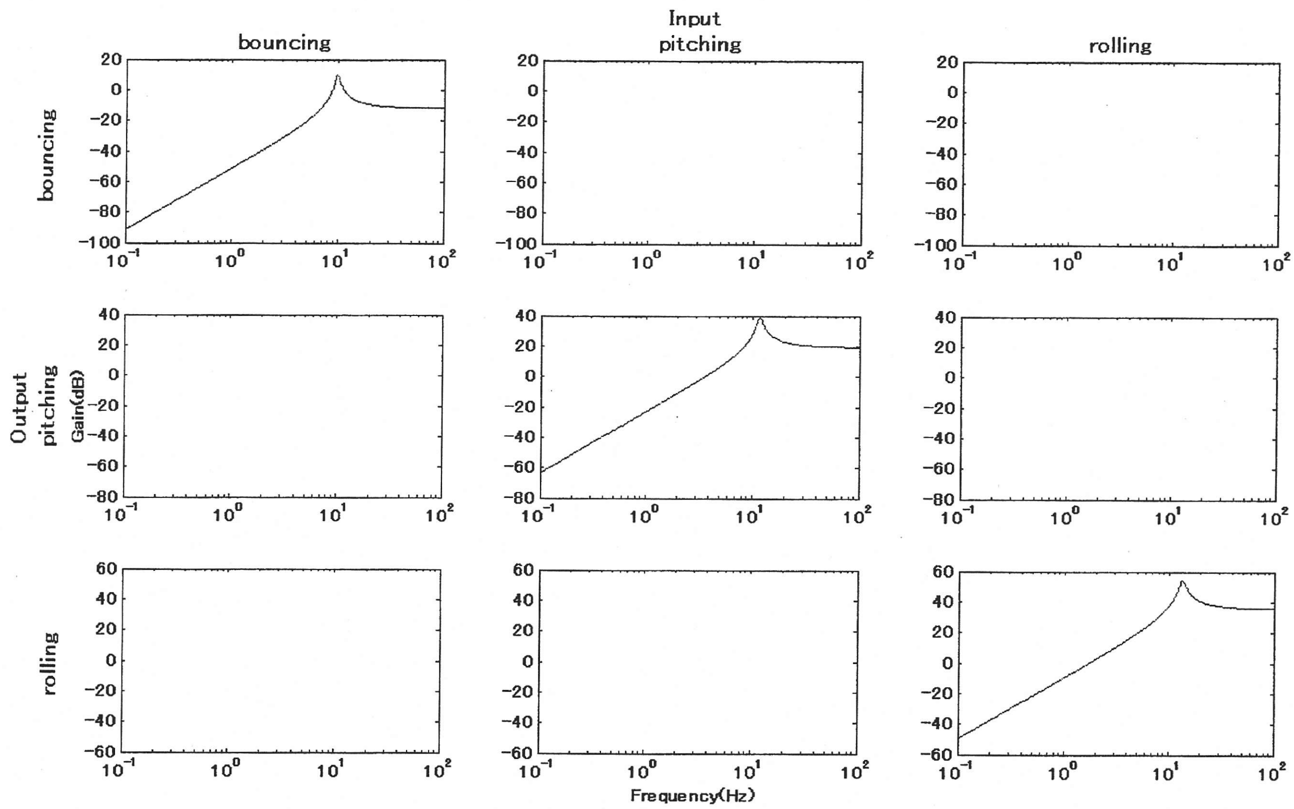


Fig. 2.4　Bode gain of nominal plant for u

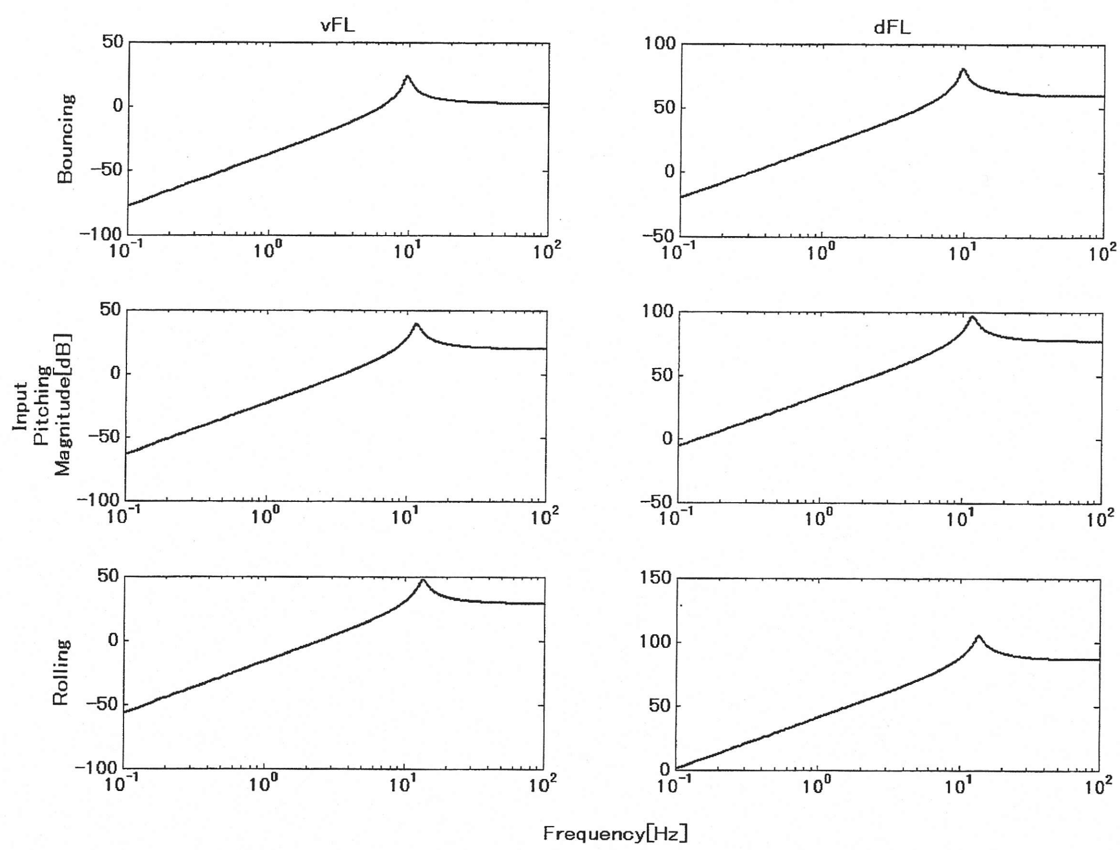


Fig. 2.5　Bode gain of nominal plant for d

を代表のグラフとして示した。共振点などの形状は図 2.4 に示す u から y までのゲイン線図と同じである。これは、入力端 u と入力端 y の違いが、外部からの入力を３自由度の力とみなすか、４箇所の支持部のそれぞれの速度と加速度とみなすかといった違いでしかないからである。これについては制御系設計の際に詳しく述べる。

2.2.2　摂動プラント:$\hat{P}(s)$

前節で述べたようにノミナルプラントは厳密には実プラントを表現できていないと考えられ、そのため、往々にしてノミナルプラントを用いて設計した制御器が、実プラントでは期待通りの性能を示さないということが起こる。この問題に対処するため、ロバスト制御では、ノミナルプラントにある変動を考慮した摂動プラント $\hat{P}(s)$ に対して制御器を設計する。ここでは、荷台に積載物を載せることにより、ノミナルプラントからの変動が起こるとし、これに対するロバストな制御器を設計することを考える。図 2.6 のように荷台部分の中心、前端、左端、左前に一辺 50cm、密度 $7.87\times10^3[kg/cm^3]$ の鋼製の立方体を載せた摂動プラントを設定し、摂動プラントの特性を調べる。

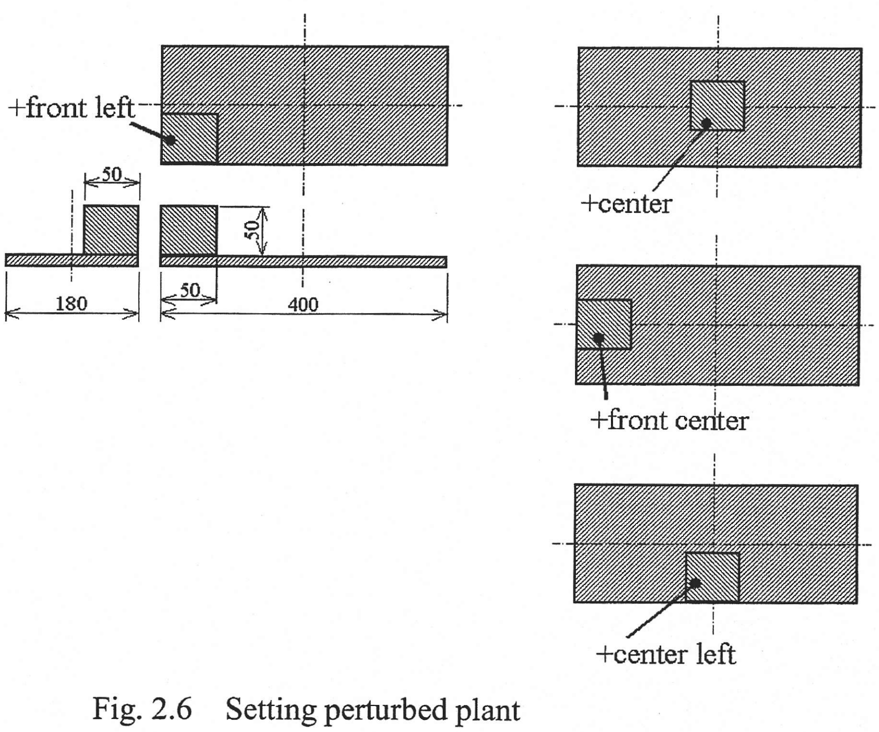


Fig. 2.6　Setting perturbed plant

図 2.6 の操作により得られた摂動プラントのゲイン特性を以下に示す。まず、制御力 **u** についてのゲイン特性を図 2.7 に示す。質量、慣性モーメントの変化により、共振点はノミナルプラントからわずかにずれる。また、摂動プラントでは重心が幾何学的中心

からずれるため、各自由度間の連成が起こり、対角要素のゲインが無視できない値を示している。対角要素では連成する成分の共振点が現れており、10[Hz]付近にゲインのピークが2個存在する。図2.8に摂動プラントのゲイン特性を外乱 **d** について示す。錘を載せることにより、わずかに共振点のずれがみられる。また、積載物の位置からみて対称の位置にある支持部からの入力は同じゲインを示している。

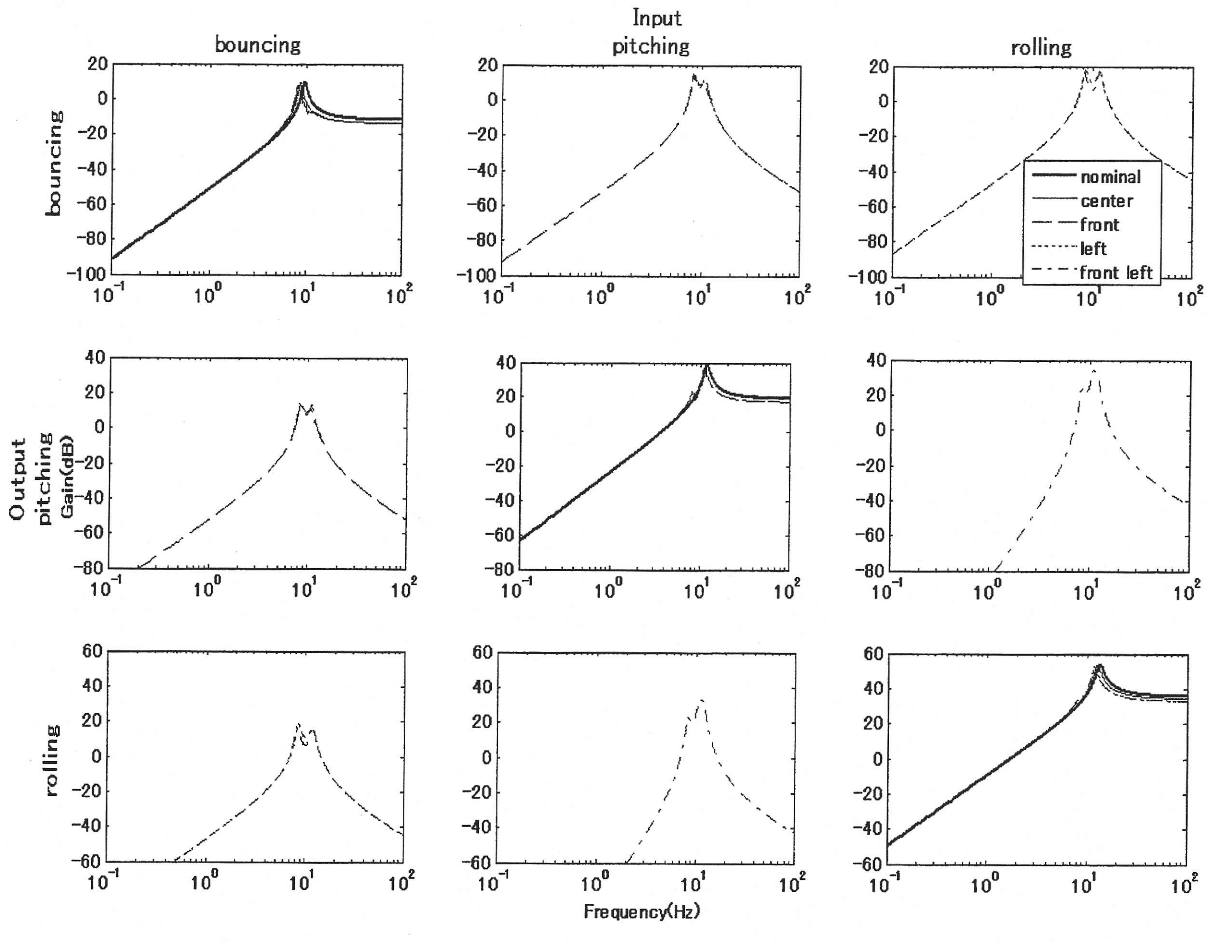


Fig. 2.7　Bode gain of u of perturbed plant (Part 1)

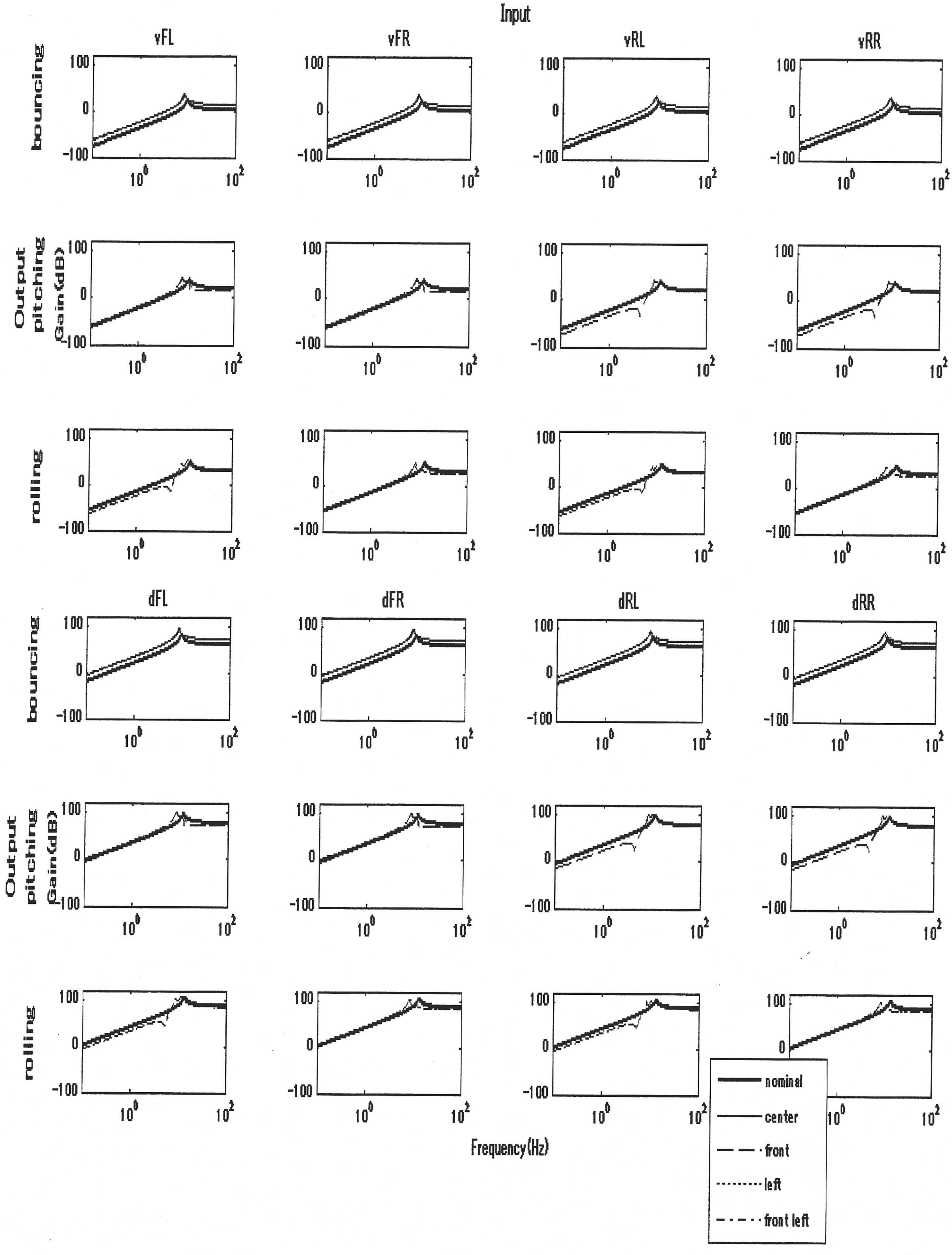


Fig. 2.7　Bode gain of u of perturbed plant (Part 2)

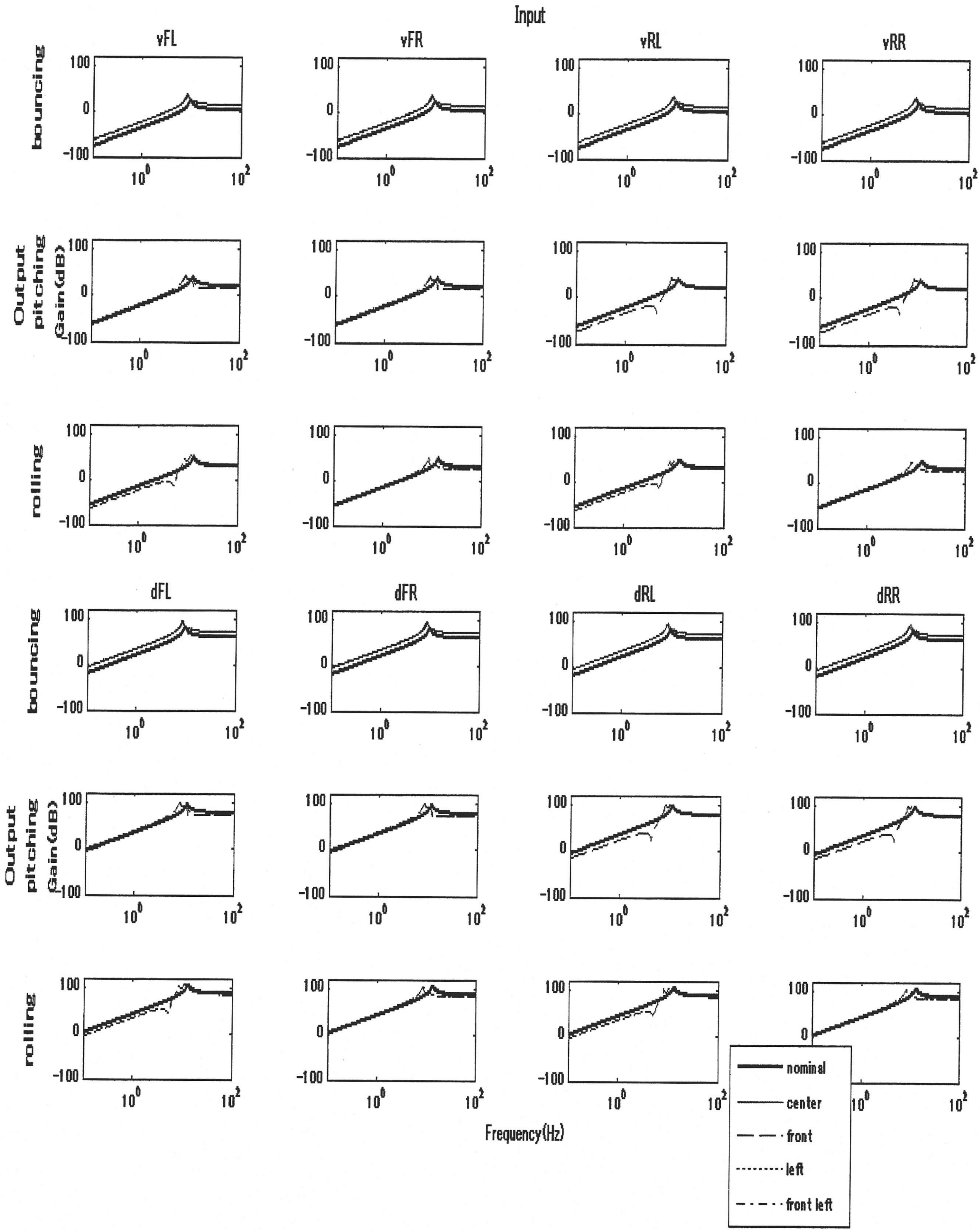


Fig. 2.8　Bode gain of d of perturbed plant

2.2.3　プラント集合:$P(s)$

ここでは、錘による変動が次式(2.9)に示すような乗法的不確かさとしてノミナルプラントに加わるとみなして、プラント集合 P(s)を表現する。

$$P(s)=(1+\Delta_m(s))P_0(s) \tag{2.9}$$

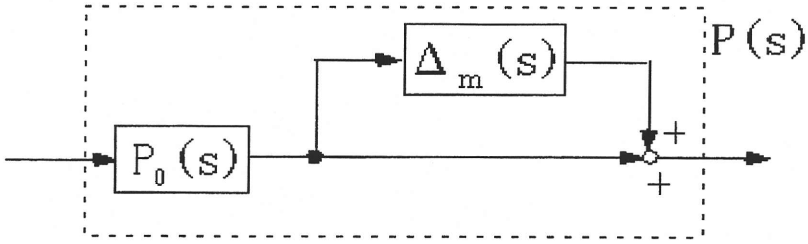


Fig. 2.9　Multiplicative uncertainty

図 2.9 のブロック線図を本研究のプラントに挿入すると、図 2.10 のようになる。

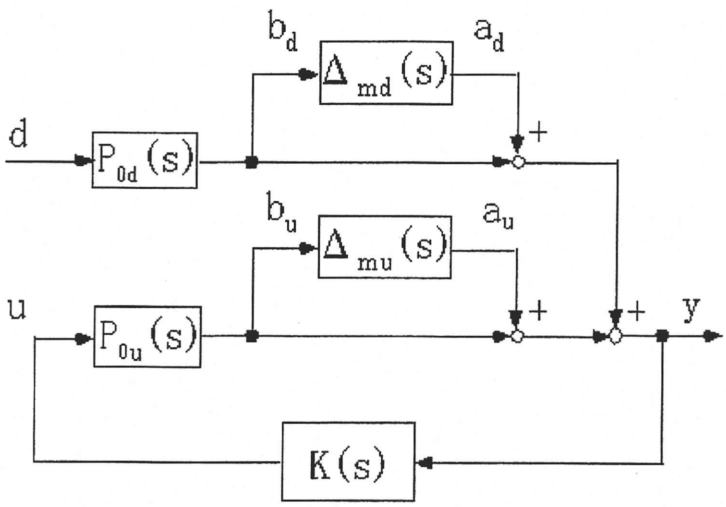


Fig. 2.10

ここで、$P_{0u}(s)$、$P_{0d}(s)$はノミナルプラントの u から y までの伝達関数と d から y までの伝達関数であり、それぞれ、$\mathbf{C}(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}+\mathbf{D}$、$\mathbf{C}(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{E}+\mathbf{F}$ である。図 2.10 に示されるように、摂動プラントを表現するためには、乗法的不確かさΔ_mを 2 つ設定しなければならない。ロバスト安定化について考えると、乗法的不確かさが閉ループ回路に含まれてフィードバックループが構成されることが、系が不安定になるための前提条件なので、ロバスト安定化については閉ループが構成されていない$\Delta_{md}(s)$側を考慮する必要がない。ここでは、$\Delta_{mu}(s)$についてのみ考察する。

式(2.9)より、乗法的不確かさは次のように表される。

$$\Delta_m(s) = (\hat{P}(s) - P_0(s))P_0^{-1} \tag{2.10}$$

図2.6で設定された摂動プラントに加わる乗法的不確かさ$\Delta_{mu}(s)$を以下に示す。

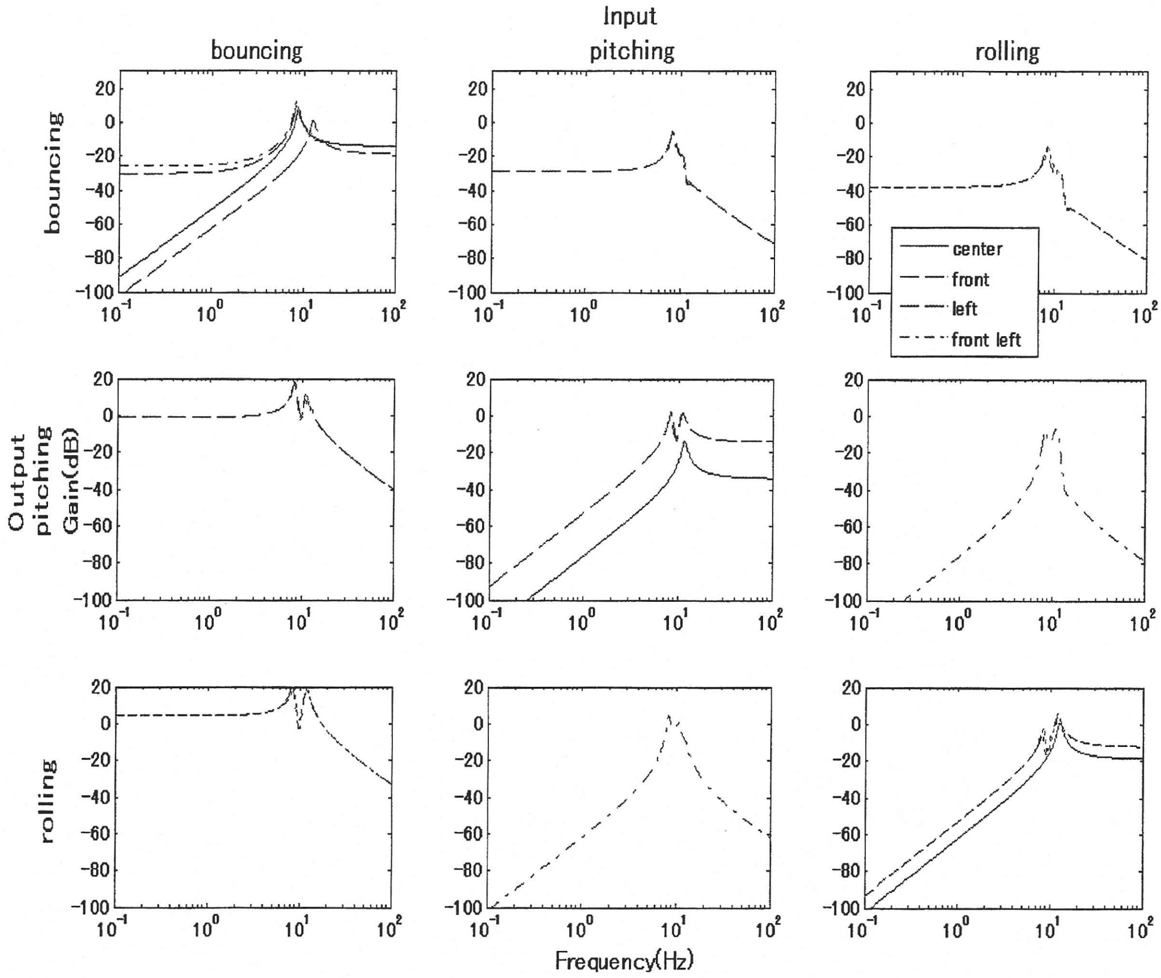


Fig. 2.11　Bode gain of multiplicative uncertainty

ここで、式(2.11)に従って安定な伝達関数W(s)を設定する。

$$|\Delta_m(j\omega)| \le |W(j\omega)| \ ,\forall\ \omega \tag{2.11}$$

さらに、式(2.12)の条件を満たす安定な伝達関数Δを用いると

$$\|\Delta\|_\infty \le 1 \tag{2.12}$$

式(2.10)と図2.9は次のブロック線図のようになる（Δ_{md}は省略した)。

$$P(s) = (I + W(s)\Delta(s))P_0 \tag{2.13}$$

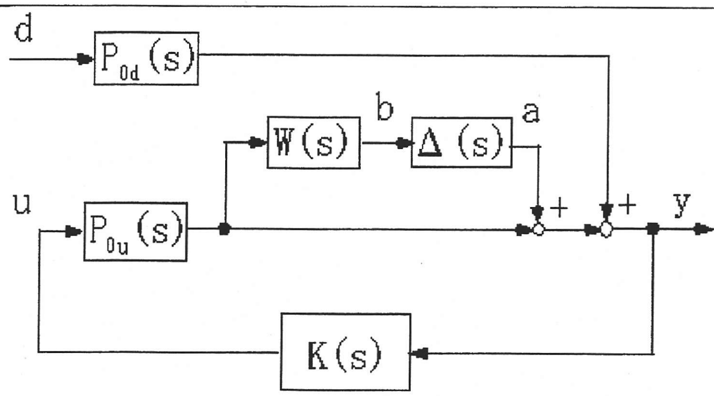


Fig. 2.12

ここで、W(s)は不確かさの範囲（半径）を表しているとみなすことができ、Δ(s)の変化によりW(s)を半径とする円内の全ての摂動プラントを表現することができる。W(s)が大きいほどより広い範囲の不確かさを考慮することになる。広すぎる範囲の変動に対してロバスト性をもつ制御器ではそれなりの性能しか得られないので、W(s)を適切に見積もることが必要となる。H_∞制御ではH_∞ノルムを設計の規範として用いるので、乗法的不確かさ$\Delta_{mu}(s)$の最大特異値σ_{max}を全ての周波数で覆うことができるように、W(s)を式(2.14)のように設定する。

$$W(s)=\frac{3s+15}{0.1s+5} \tag{2.14}$$

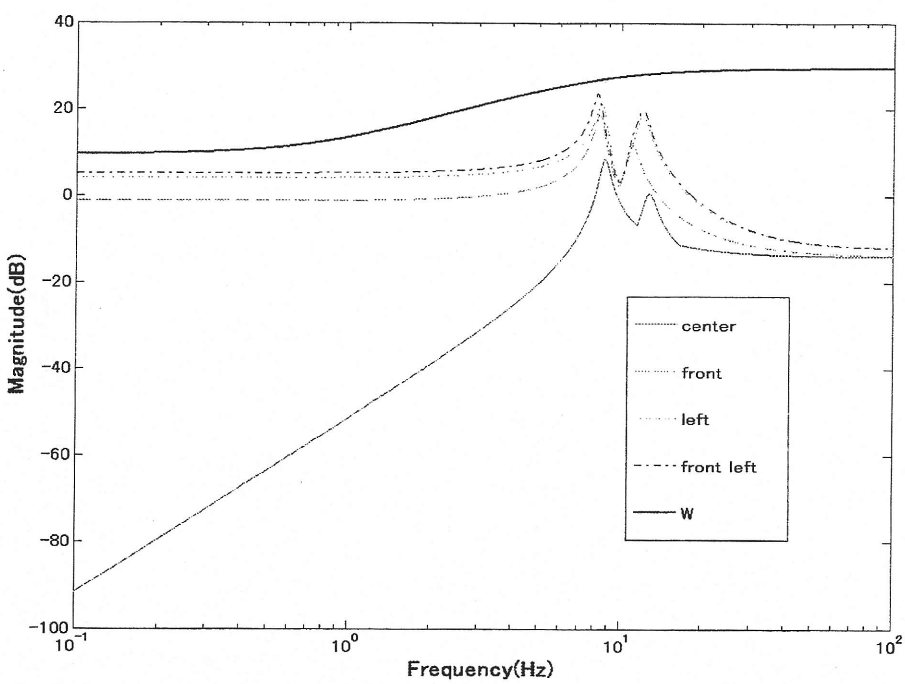


Fig. 2.13　Setting of weight function

乗法的不確かさに対するロバスト安定性を保障するには、スモールゲイン定理により、$\Delta(s) \le 1$であることを考慮して、aからbまでの伝達関数T(s)が次式を満たせばよい。

$$\|T(j\omega)W(j\omega)\|_\infty = \left\|(I + P_{0u}(j\omega)K(j\omega))^{-1} P_{0u}(j\omega)K(j\omega)W(j\omega)\right\|_\infty < 1 \tag{2.15}$$

$T(s) = (I + P_{0u}(s)K(s))^{-1} P_{0u}(s)K(s)$は相補感度関数と呼ばれ、乗法的誤差に対するロバスト安定性の指標となる。

２．３　制御器の設計

２．３．１　　外乱抑圧問題

本研究において、制御の最大の目的は路面の凹凸による外乱の影響を小さくし、荷台の振動を抑えることである。そこで、この項では外乱の影響を小さくすることのみを考慮して制御器を設計する。一般化プラントを図 2. 14 のように設定する。

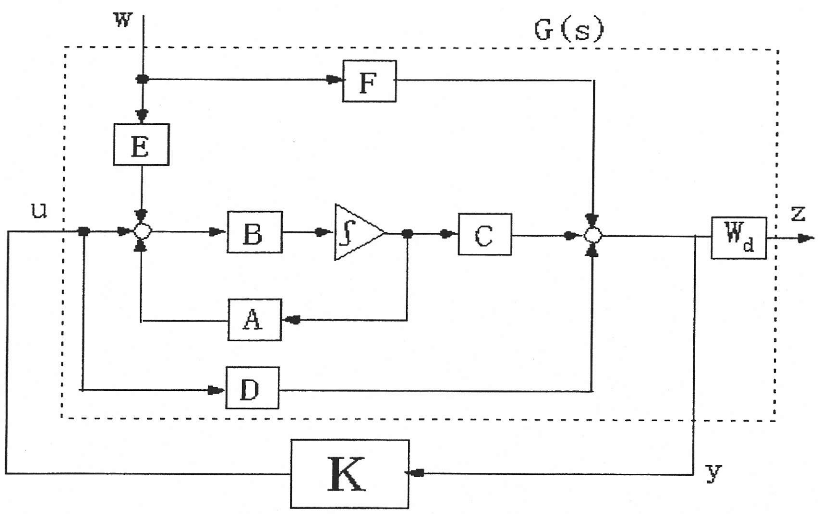


Fig. 2.14　Generalized plant of disturbance reduction problem

図 2. 14 でwからzまでの伝達関数は、外乱から出力への伝達関数にW(s)を掛けたものなので、これを小さくすれば、外乱の影響を小さくすることができる。ここで、W(s)は伝達関数を所望の形に整形するための重み関数である。図 2. 14 をまとめて図 2. 15 のように表す。

図 2. 15 により、wからzまでの伝達関数Φ(s)は次式となる。

$$\Phi(s) = \{(I - K(s)P_{0u}(s))^{-1} P_{0d}(s)\}W(s) \tag{2.16}$$

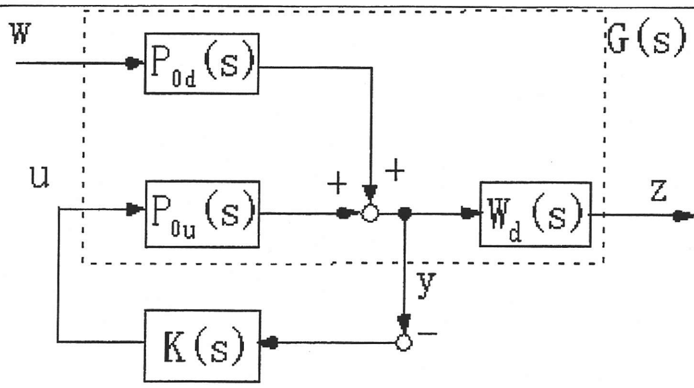


Fig. 2.15　Generalized plant of disturbance reduction problem

H∞制御問題を解くことにより制御器を求めると、式（2.17）の条件を満たす制御器K(s)が求まる。

$$\|\Phi(s)\|_\infty = \left\| \left\{ \left(I - K(s)P_{0u}(s)\right)^{-1} P_{0d}(s) \right\} W(s) \right\|_\infty < \gamma$$

$$\left\| \left(I - K(s)P_{0u}(s)\right)^{-1} P_{0d}(s) \right\|_\infty < \frac{\gamma}{\|W(s)\|_\infty} \tag{2.17}$$

ここで、$(I-K(s)P_{0u}(s))^{-1}P_{0d}(s)$は外乱 d から出力までの伝達関数であり、式（2.17）から $W(s)^{-1}$ の形に整形されることがわかる。重み関数 W(s)は、得られる制御器の性質を決定するので、その選定は重要である。

本節では、路面からの外乱 d の影響を抑えることを目的としている。d は低振動数成分を多く含むと考えられ、図 2.5 により 15[Hz]付近に共振点をもつことがわかる。そこで、低振動数でのゲインを小さくし、共振を抑えることを意図して、共振振動数以下の振動数範囲で高いゲインをもつ重み関数 $W_d(S)$を設定する。$W_d(S)$はプラントの出力側に接続されており、バウンシング、ピッチング、ローリングの３自由度について設定しなければならない。しかし、３自由度ともに共振点などの振動数特性はほぼ同じであるので、ここでは同一の重み関数を用い、式（2.18）の重み関数を用いて制御器の設計を行った（図 2.16 参照）。

$$W_d(s) = \frac{0.1s+200}{0.7s+1} \tag{2.18}$$

式(2.18)の周波数特性を図 2.16 に示す。これにより、γの最小値γ_{opt}=0.0092 とする制御器が求まった。伝達関数$(I-K(s)P_{0u}(s))^{-1}P_{0d}(s)$の周波数応答を図 2.17 に示す。

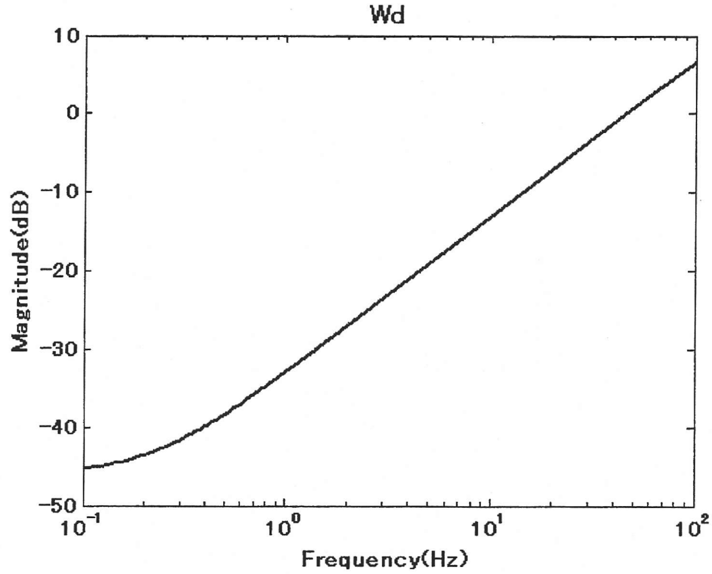


Fig. 2.16　Weight function of disturbance reduction problem

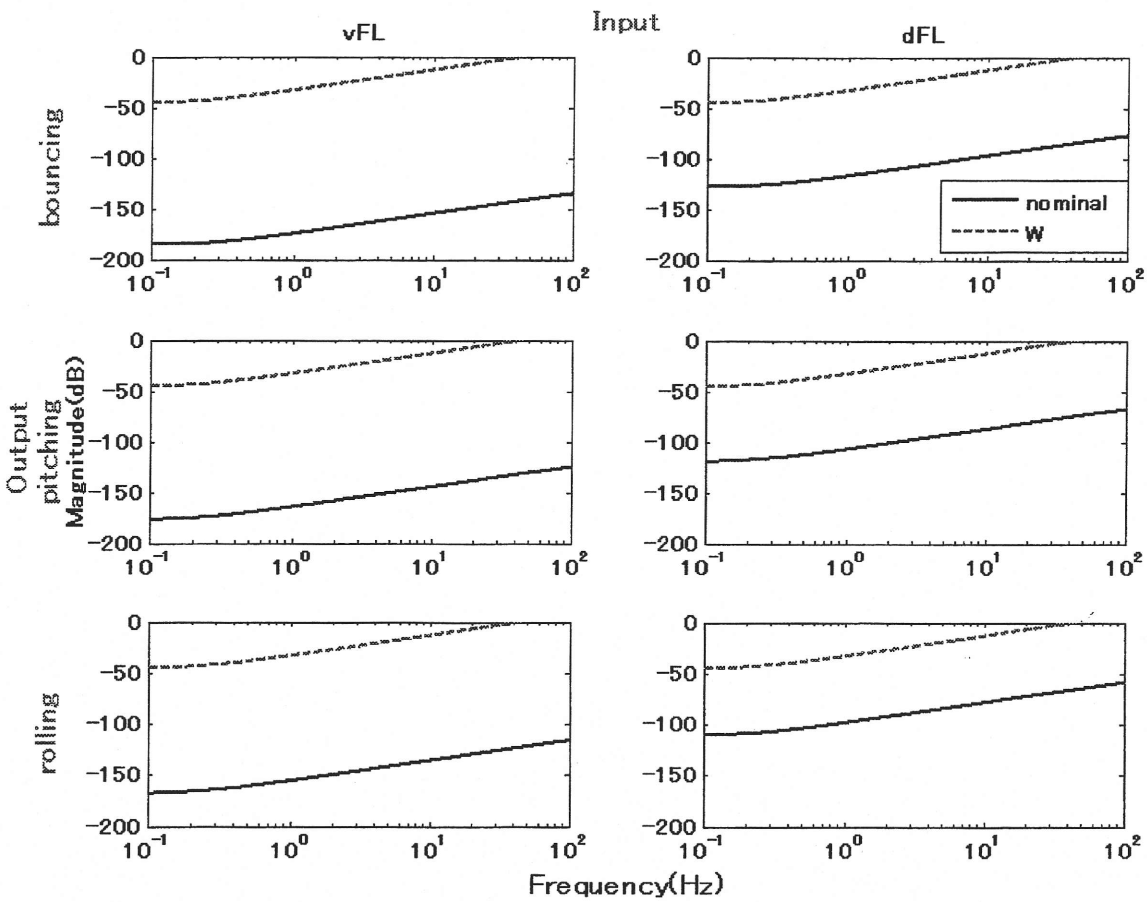


Fig. 2.17　Bode gain of transfer function from d to y

図 2. 17 において、ノミナルプラントの場合にそれぞれの支持部からの入力は、幾何学的対称性によりどれも同じゲインを示すので図には前左 (FL) のみを示した。重み関数に

より周波数応答が整形されていることが分かる。また、図 2. 5 と比較すると、共振がなくなっており、ゲインも小さく抑えられている。

この制御器を用いてシミュレーションを行う。外乱として荷台支持部に片振幅0.25[mm]の正弦波状の変位を、左前（FL）を基準に右前（FR）: 45°、左後（RL）: 90°、右後（RR）: 135°の位相差をつけて印加した。強制変位外乱 d は次のようになる。

$$\mathbf{d}=[5.0\times10^{-4}\pi f\sin 2\pi f \quad 5.0\times10^{-4}\pi f\sin\left(2\pi f-\frac{\pi}{4}\right) \quad 5.0\times10^{-4}\pi f\sin\left(2\pi f-\frac{\pi}{2}\right) \quad 5.0\times10^{-4}\pi f\sin\left(2\pi f-\frac{3}{4}\pi\right)$$
$$2.5\times10^{-4}\sin 2\pi f \quad 2.5\times10^{-4}\sin\left(2\pi f-\frac{\pi}{4}\right) \quad 2.5\times10^{-4}\sin\left(2\pi f-\frac{\pi}{2}\right) \quad 2.5\times10^{-4}\sin\left(2\pi f-\frac{3}{4}\pi\right)]^T \tag{2.19}$$

ここで、f は振動数[Hz]である。

出力 y の周波数応答を図 2. 18 に、制御力 u を図 2. 19 に示す。図 2. 18 に示されるように、制御時には荷台の加速度、角加速度ともにほぼゼロに抑えられている。

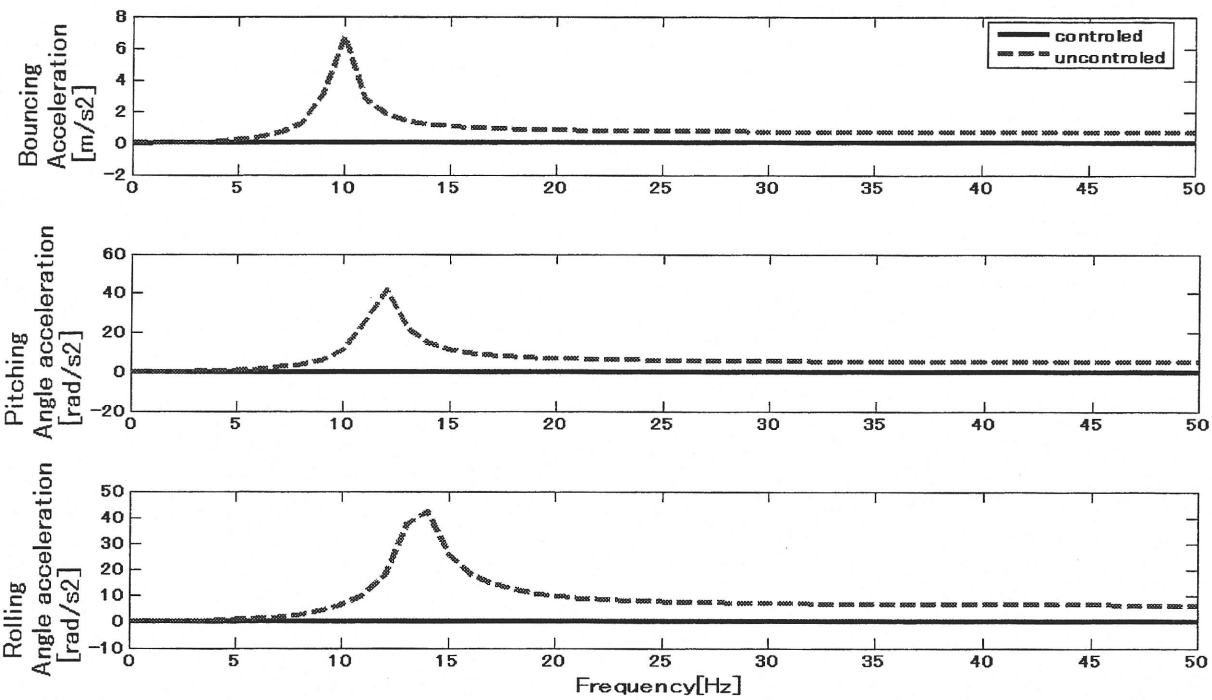


Fig. 2.18　Frequency response of **y**

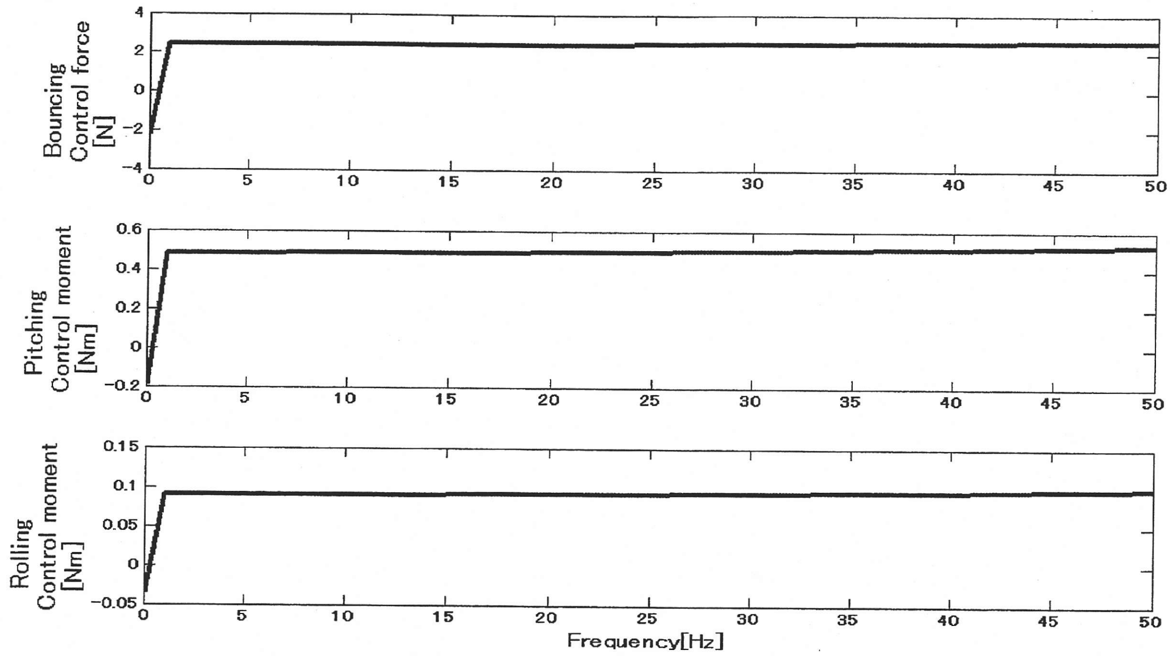


Fig. 2.19　Control force **u**

次に、摂動プラントにこの節で設計した制御器を適用した場合の性質を調べる。自由度間の連成が最も大きくなる錘を左前部に置いた摂動プラントを対象とする。外乱から出力までの周波数応答を図 2. 20 に示す。ノミナルプラントと同様に、摂動プラントに対しても重み関数により周波数応答が整形され、共振が抑えられていることがわかる。

ノミナルプラントと同じ外乱を加えて行ったシミュレーション結果を図 2. 21 と図 2. 22 に示す。図 2. 22 からノミナルプラントと同じように摂動プラントに対しても加速度をほぼゼロに抑えることができていることがわかる。また、図 2. 22 から制御力は安定になることがわかる。この節の外乱抑制問題では、ロバスト安定化についてはなにも考慮していないが、このシミュレーション結果から、ロバスト安定性がほぼ保たれていることがわかる。

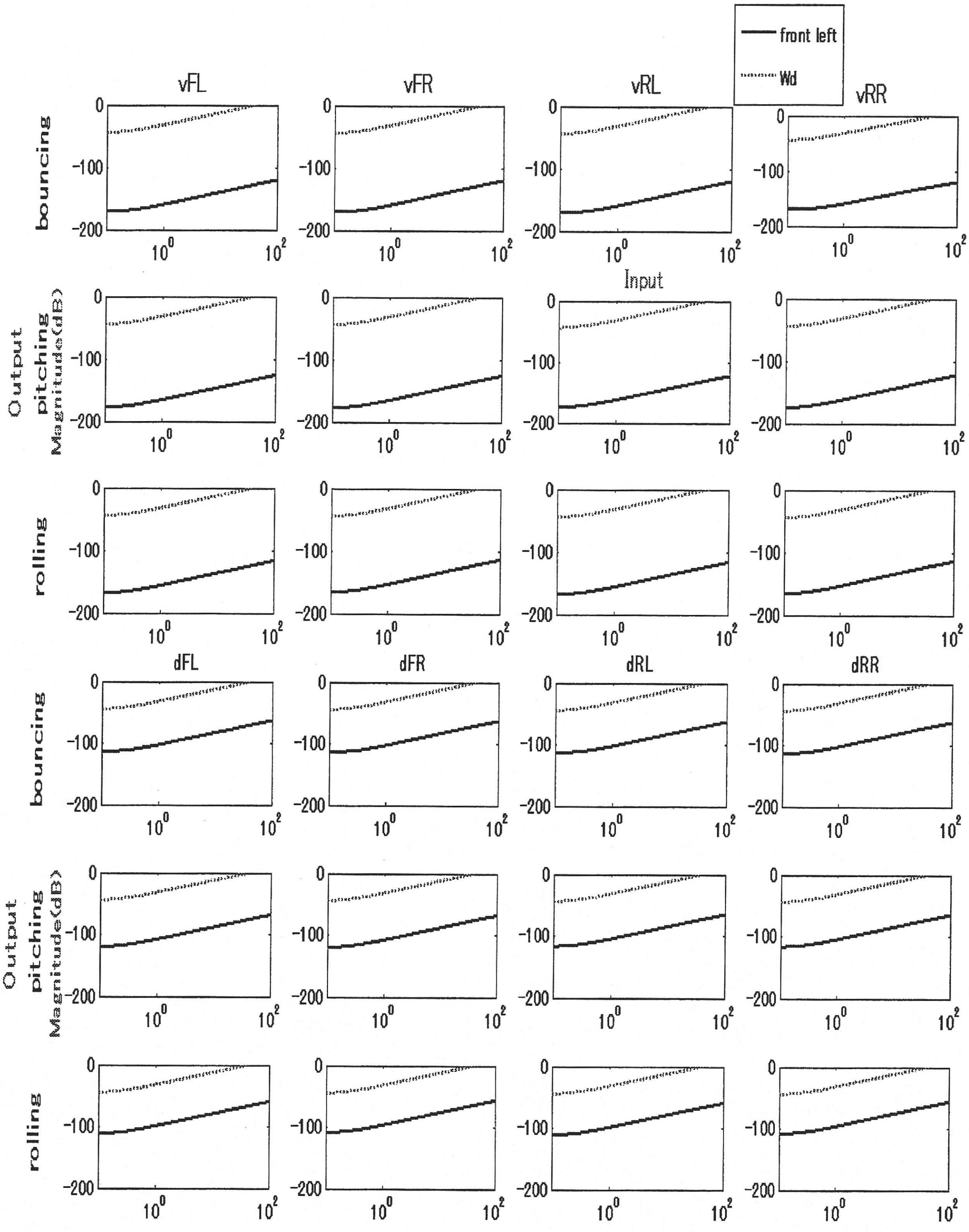


Fig. 2.20　Bode gain of transfer function from d to y (perturbed plant)

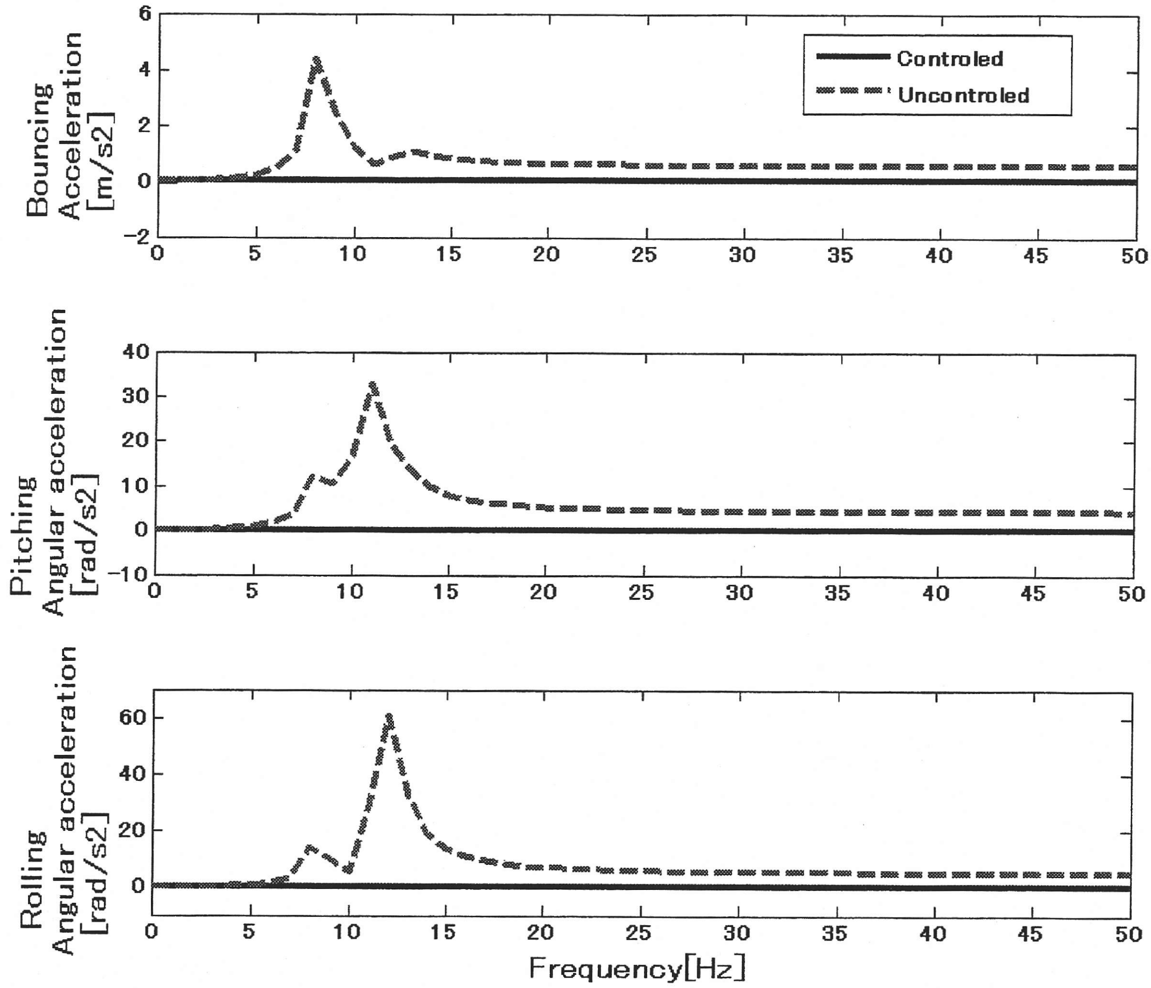


Fig. 2.21　Frequency response of **y** (perturbed plant)

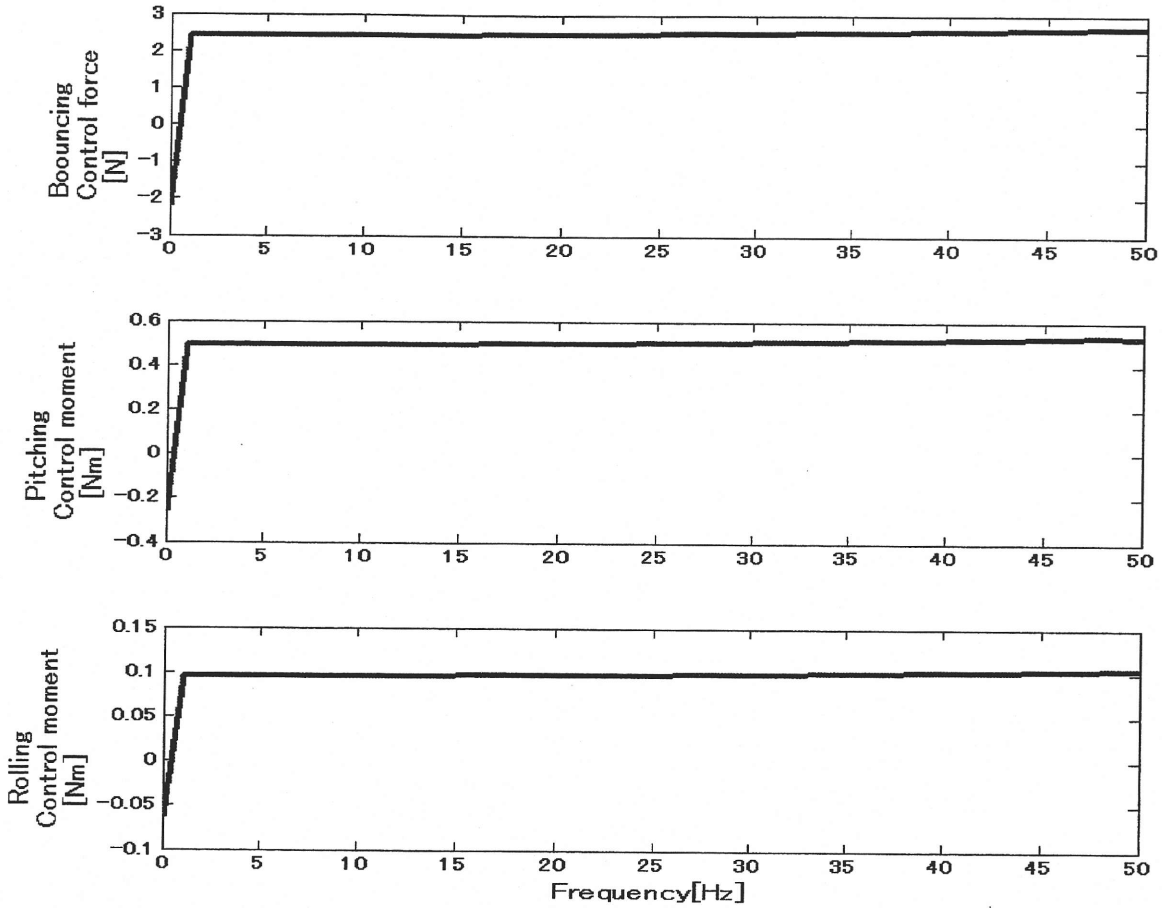


Fig. 2.22　Control force **u** (perturbed plant)

2.3.2　修正混合感度問題

２つの伝達関数の整形を同時に行う制御手法に混合感度問題がある。これは、プラントの出力端に加わる外乱から制御出力までの伝達関数である感度関数と、前節で述べた相補感度関数を同時に整形する制御器を求めるというものである。節 1.2 で設定した本研究の制御モデルは、外乱 d と制御力 u の入力端が異なるので、d から u までの伝達関数を混合感度問題として整形することができない。そこで、次に述べる修正混合感度問題と呼ばれる考え方に基づいて制御系の設計を行う。

第１章で設定したモデルでは、図 1.6 に示されるように制御力 u と外乱 d は入力端が異なる。これらの入力端の違いは、状態方程式中では、式(1.16)のように係数行列 B と E、D と F の違いとなって表れている。制御力は$\mathbf{u}=[u_G \quad u_P \quad u_R]^T$は、バウンシング、ピッチング、ローリングの３自由度の力としてプラントに入力されており、係数行列 B、D はこれらを３自由度の加速度に変換する作用をしている。一方、外乱は、

$d = [\dot{d}_{FL} \quad \dot{d}_{FR} \quad \dot{d}_{RL} \quad \dot{d}_{RR} \quad d_{FL} \quad d_{FR} \quad d_{RL} \quad d_{RR}]^T$であり、４本の支持部下端から加わる速度と変位としてプラントに入力されており、係数行列 E、F はこれらを同じく 3 自由度の加速度に変換する作用をもっている。制御力 u と外乱 d の入力端の違いは、入力される信号を力と考えるか、速度と変位と考えるかの違いであり、ゲインの違いこそあれ、共振点や周波数応答の形など特性は同じであると考えられる。これは、図 2. 4 と図 2. 5 を比較することによっても確かめられる。したがって、厳密なゲインの大きさを考慮する必要がない場合（周波数応答の波形を整形する場合など）は外乱を$\mathbf{d}' = [u_G \quad u_P \quad u_R]^T$として考え、図 2. 23 のように u と d'が同じ入力端から加わるとして制御器を設計することができる。

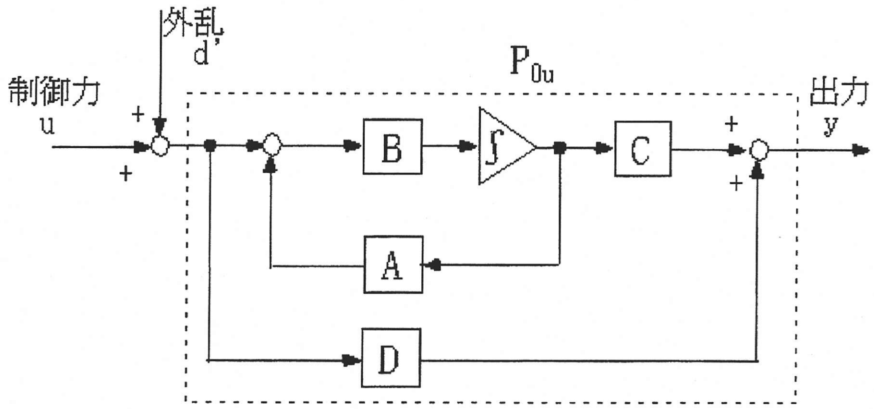


Fig. 2.23　Model of mixed sensitivity reduction problem

ここでは、上記の考え方で外乱の抑制を行うと同時に、相補感度関数の整形も試みる。相補感度関数は乗法的誤差に対するロバスト安定性の指標であるだけでなく、図 2. 24 に示すような観測ノイズ n から出力 y までの伝達関数でもある。相補感度関数を小さくすることにより、制御器の実装の際に避けられない問題であるノイズの影響を小さくすることができる。

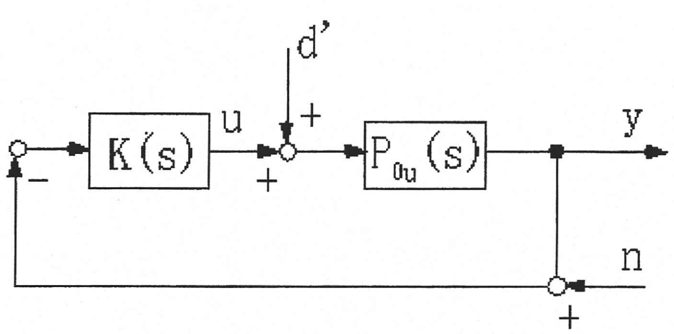


Fig. 2.24　Observational noise

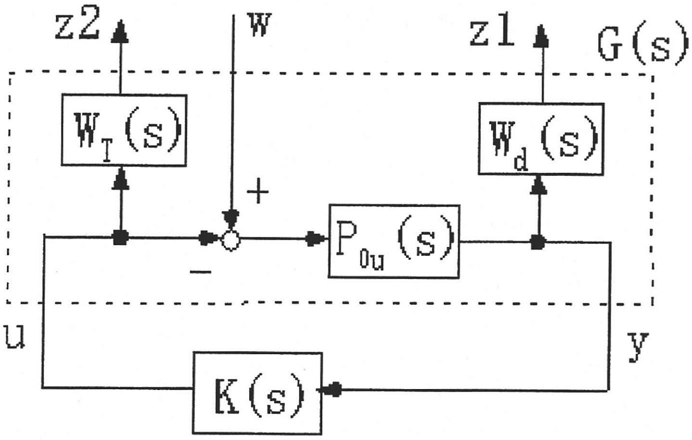


Fig. 2.25

一般化プラントを図 2.25 のように設定する。ここで、w から z1、z2 までの伝達関数はそれぞれ次式

$$\begin{aligned} S'(s) &= \left(I + K(s)P_{0u}(s)\right)^{-1} P_{0u}(s) \\ T(s) &= \left(I + K(s)P_{0u}(s)\right)^{-1} K(s)P_{0u}(s) \end{aligned} \tag{2.20}$$

のようになる。すなわち、修正混合感度問題は次の条件式 (2.21) を満たす制御器を求める問題となる。

$$\left\| \begin{matrix} S'(j\omega)W_{S'}(j\omega) \\ T(j\omega)W_T(j\omega) \end{matrix} \right\|_\infty < \gamma$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}\left(S'(j\omega)\right) &< \frac{\gamma}{\left|W_{S'}(j\omega)\right|} \\ \sigma_{\max}\left(T(j\omega)\right) &< \frac{\gamma}{\left|W_{S'}(j\omega)\right|} \end{aligned} \tag{2.21}$$

ここで、$W_{S'}(s)$および $W_T(s)$はそれぞれ S'(s)、T(s)に対する重み関数である。

まず、外乱の影響を低減することと節 2.2.3 で設定した乗法的不確かさに対するロバスト安定化を同時に達成することを目指して制御器を設計する。S'(s)は外乱から出力までの伝達特性を表すので、重み関数 $W_{S'}(s)$は、節 2.2.1 で用いた $W_d(S)$と同じように低振動数で大きくなるものを選ぶ。また、ロバスト安定化のための条件は式 (2.15) で与えられるので、$W_T(s)$は節 2.2.3 で設定した W(s)を用いる。ここでは、表 2.1 に示す２種類の重み関数の組を用いて制御器の設計を行った。

Table 2.1　Setting of weight functions

	Weight functions A	Weight functions B
$W_{S'}$	$\dfrac{0.1s+200}{0.7s+1}$	$\dfrac{0.1s+200}{0.7s+1}\times 0.001$
W_T	$\dfrac{3s+15}{0.1s+5}$	$\dfrac{3s+15}{0.1s+5}$

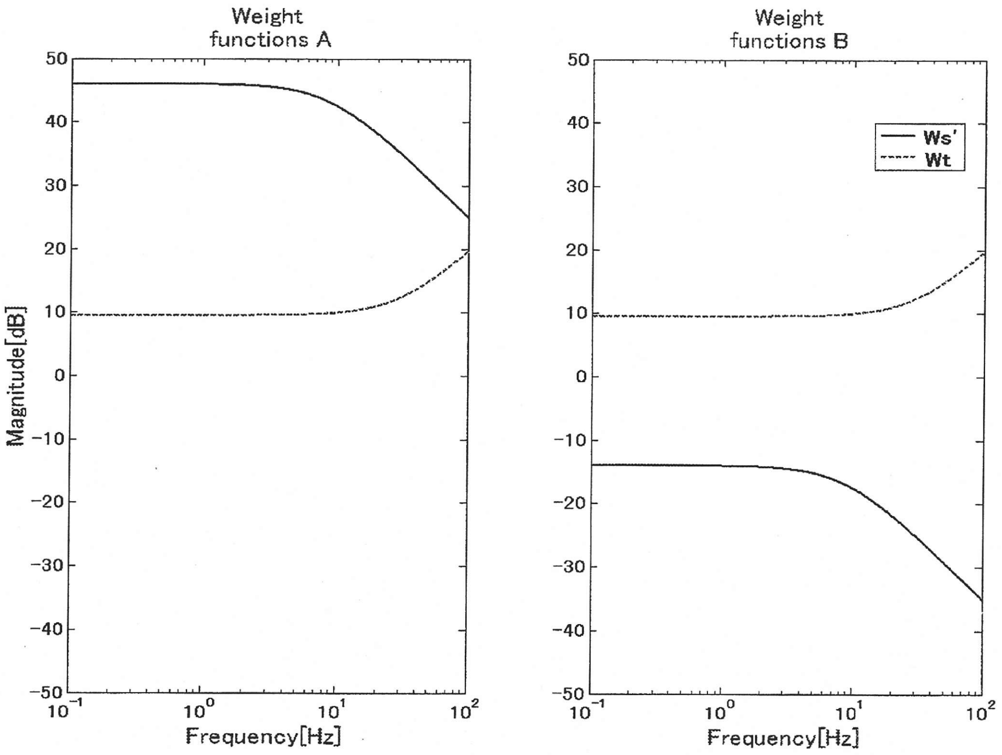


Fig. 2.26　Bode gain of weight functions

同じ不確かさに対するロバスト安定化を考慮しているため、Weight functions A、Weight functions B ともに W_T は同じである。Weight function A の $W_{S'}$ は前項の W_d と同じものである。一方、Weight functions B の $W_{S'}$ は W_d を 1/1000 倍して外乱抑制側の重みを軽くしたものである。

これらの設定のもと制御器を求めた結果、表 2.2 の性能をもつ制御器が得られた。

Table 2.2　Performance of controller

	Weight functions A	Weight functions B
γ_{opt}	52.1	3.54

次に、ロバスト安定化条件式(2. 15)が満たされているかどうかを調べる。式(2. 22)の関係が成り立つならば、式(2. 15)は満足されているということができる。

$$\sigma_{\max}\{T(j\omega)\} < \frac{1}{|W(j\omega)|} \tag{2.22}$$

式(2. 22)の条件は、ゲイン線図において 1/|W(s)|が T(s)の最大特異値を覆っていればよい。Weight functions A、Weight functions B、W_Tの比較を図(2. 27)に示す。

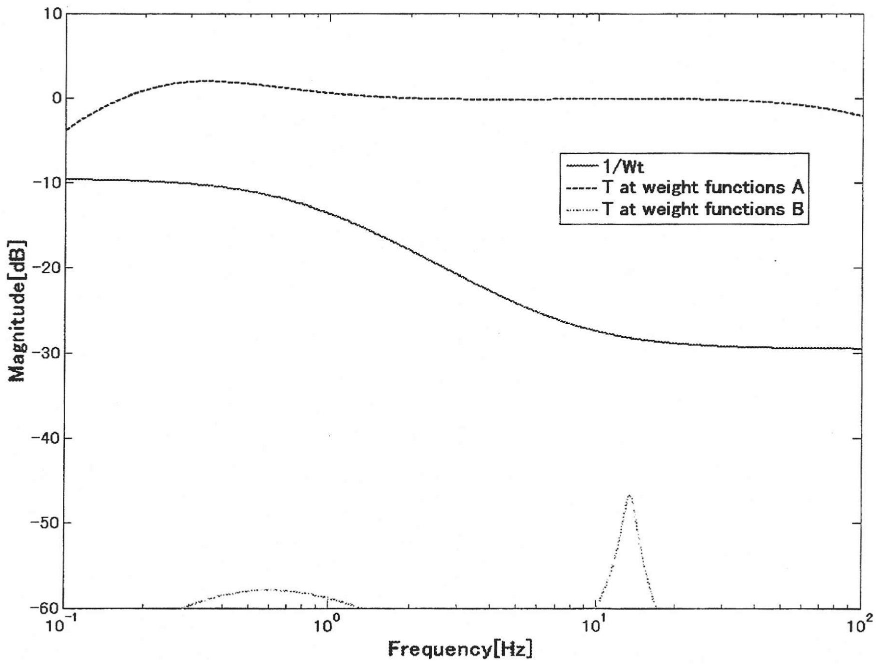


Fig. 2.27　Weigh T(s) with W(s)

Weight functions A により求めた制御器では$\sigma_{\max}\{T(j\omega)\}$が 1/|W(jω)|より上にあるため、ロバスト安定化条件を満たしていない。一方、Weight functions B では$\sigma_{\max}\{T(j\omega)\}$が 1/|W(jω)|より下にあるためロバスト安定化条件を満たしている。次に、これらの制御器をノミナルプラントに用いたときの S'(s)のゲイン特性を示す。

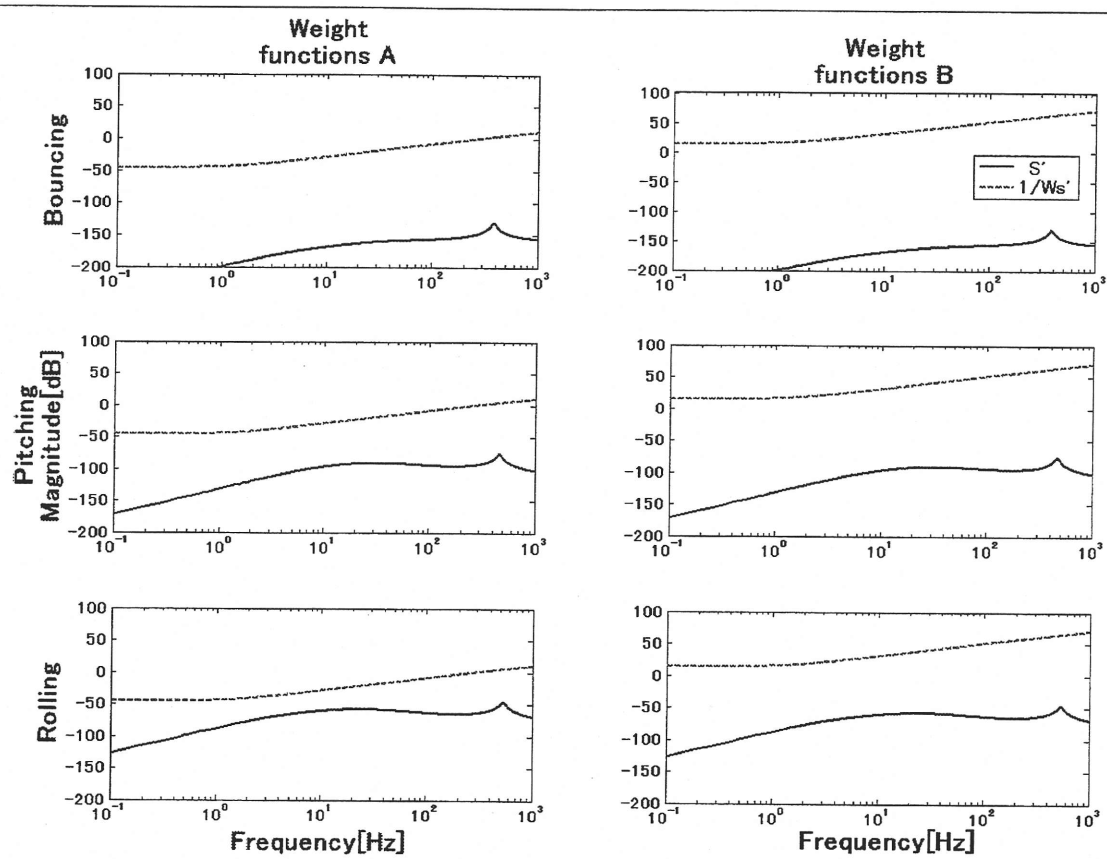


Fig. 2.28　Bode gain of mixed sensitivity reduction problem

ここで、S'(s)は 3×3 の伝達関数行列である。ノミナルプラント $P_{0u}(s)$ではピッチング、ローリング、バウンシングの連成が起こらず、非対角成分がゼロになるが、修正混合感度問題では制御器が非対角成分を持つため、S'(s)も非対角成分を持つが、そのゲインは-300[dB]程度と対角要素に比べて非常に小さいので図 2. 28 には対角成分のみを示した。Weight functions A と Weight functions B のどちらを用いた場合の制御器もゲインは小さく抑えられているが共振現象が残っている。これは設定した乗法的不確かさが大きく、相補感度関数側の重み $W_T(s)$が大きくなり過ぎてしまい、S'(s)と $W_T(s)$のトレードオフにより S'(s)を整形しきれなかった結果と考えられる。

設定した乗法的摂動は大き過ぎ、外乱による共振を抑えつつロバスト安定化を図ることが困難なために、安定化条件式(2. 15)を満たすことをあきらめ、S'(s)と T(s)を適当な形に整形することを試みる。外乱は低振動数成分を多く含むと考えられるため、S'(s)が低振動数域で小さくなるように設定し、$W_{S'}(s)$は低振動数域で大きくなるように設定する。一方、観測ノイズは主に高振動数成分を多く含むと考えられ、また、ダイナミクスの無視などによる乗法的不確かさも高振動数になるにつれて大きくなる場合がほとんどなので、T(s)は高振動数域で小さくなることが望まれる。したがって、$W_T(s)$は高振動数域で

大きくなるよう設定する。ここでは、表 2.3 に示す 3 組の $W_{S'}$ と W_T を用いて制御器の設計を行った。

Table 2.3　Setting of weight functions

	Weight functions 1	Weight functions 2	Weight functions 3
$W_{S'}$	$\frac{0.1s+200}{0.7s+1}$	$\frac{0.1s+200}{0.7s+1}\times 0.05$	$\frac{30}{s+1}$
W_T	$\frac{0.7s+1}{0.1s+200}$	$\frac{0.7s+1}{0.1s+200}\times 10$	$\frac{0.5s+1}{3s+200}$

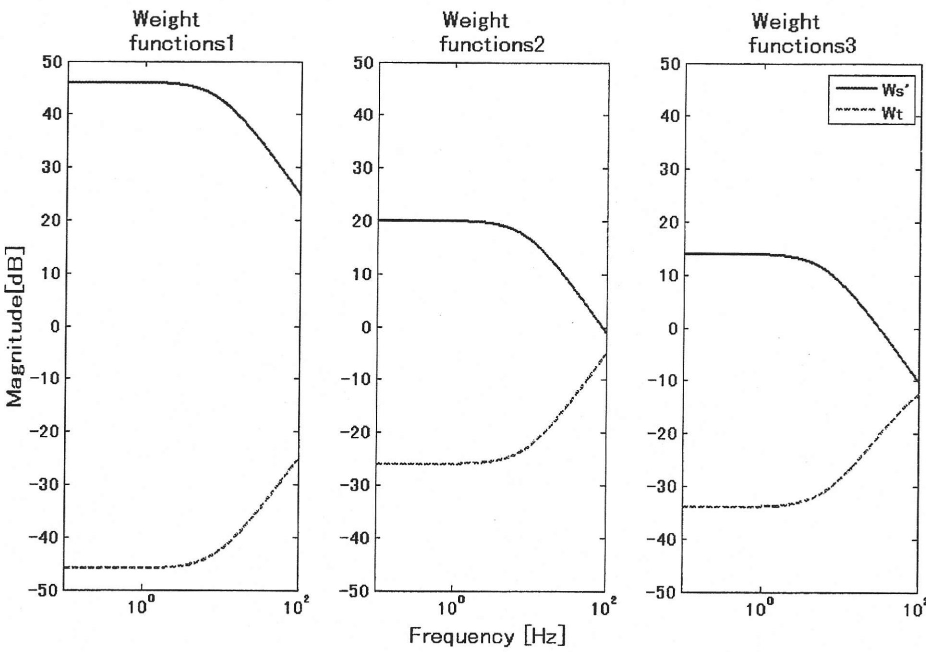


Fig. 2.29　Weight functions

Weight functions 1 の $W_{S'}$ は外乱抑圧問題の W_d と同じものであり、W_T はその逆システムである。Weight functions 2 は Weight functions 1 の $W_{S'}$ を 1/20 倍し、W_T を 10 倍したものである。S'(s)側の重みを小さくし、T(s)側の重みを大きくすることで、相補感度関数 T(s)をより低減化することを図っている。Weight functions 3 は上記以外で設計指標を満たす重み関数を試行錯誤により求めたものである。

これらの設定により制御器を求めると、表 2.4 に示すような性能をもつ制御器が得られた。

Table 2.4　Performance of controller

	Weight functions 1	Weight functions 2	Weight functions 3
γ_{opt}	5.49	85.1	1.76

これらの制御器をノミナルプラントに適用した場合のS'(s)の周波数応答特性を図2.30に示す。

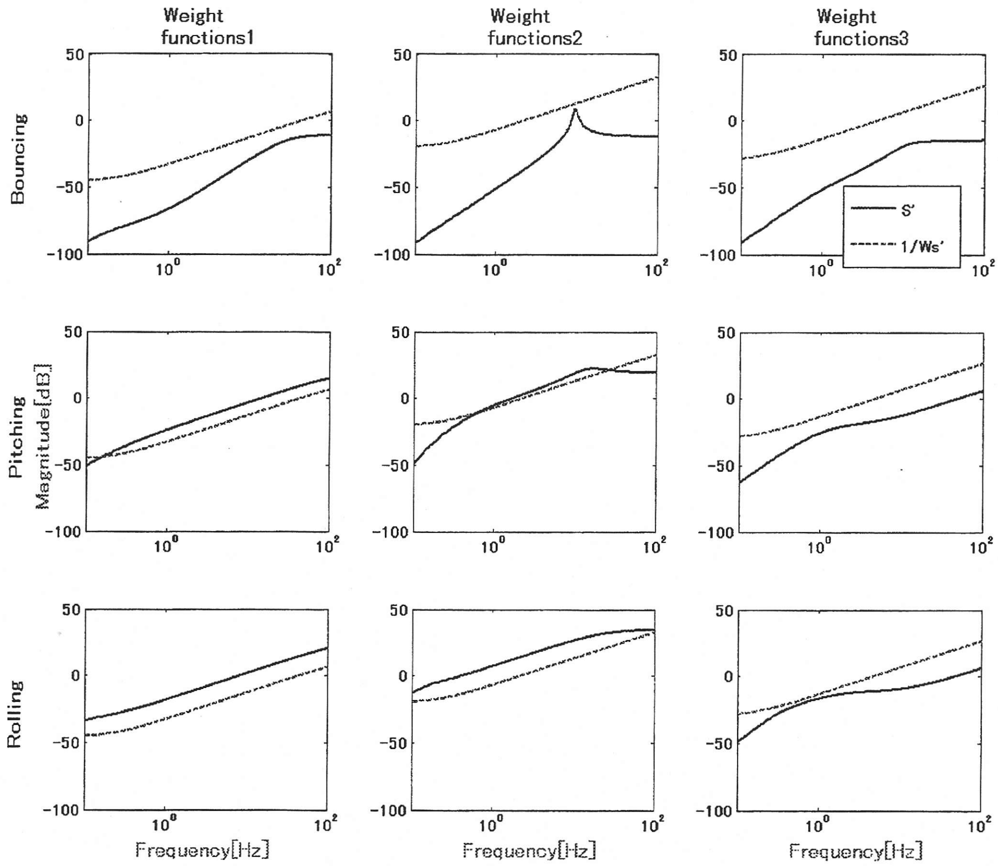


Fig. 2.30　Bode gain of transfer function S'(s)

ここで、非対角成分のゲインは対角成分に対して非常に小さいので、図2.30には対角成分のみを示した。Weight functions 1 と Weight functions 3 では共振を抑えることができており、ゲインも十分小さく抑えられている。Weight functions 2 ではバウンシングの共振を抑えることができていない。これは、T(s)側の重みを大きく置きすぎたため、S'(s)の周波数応答の整形が甘くなってしまった結果だと考えられる。

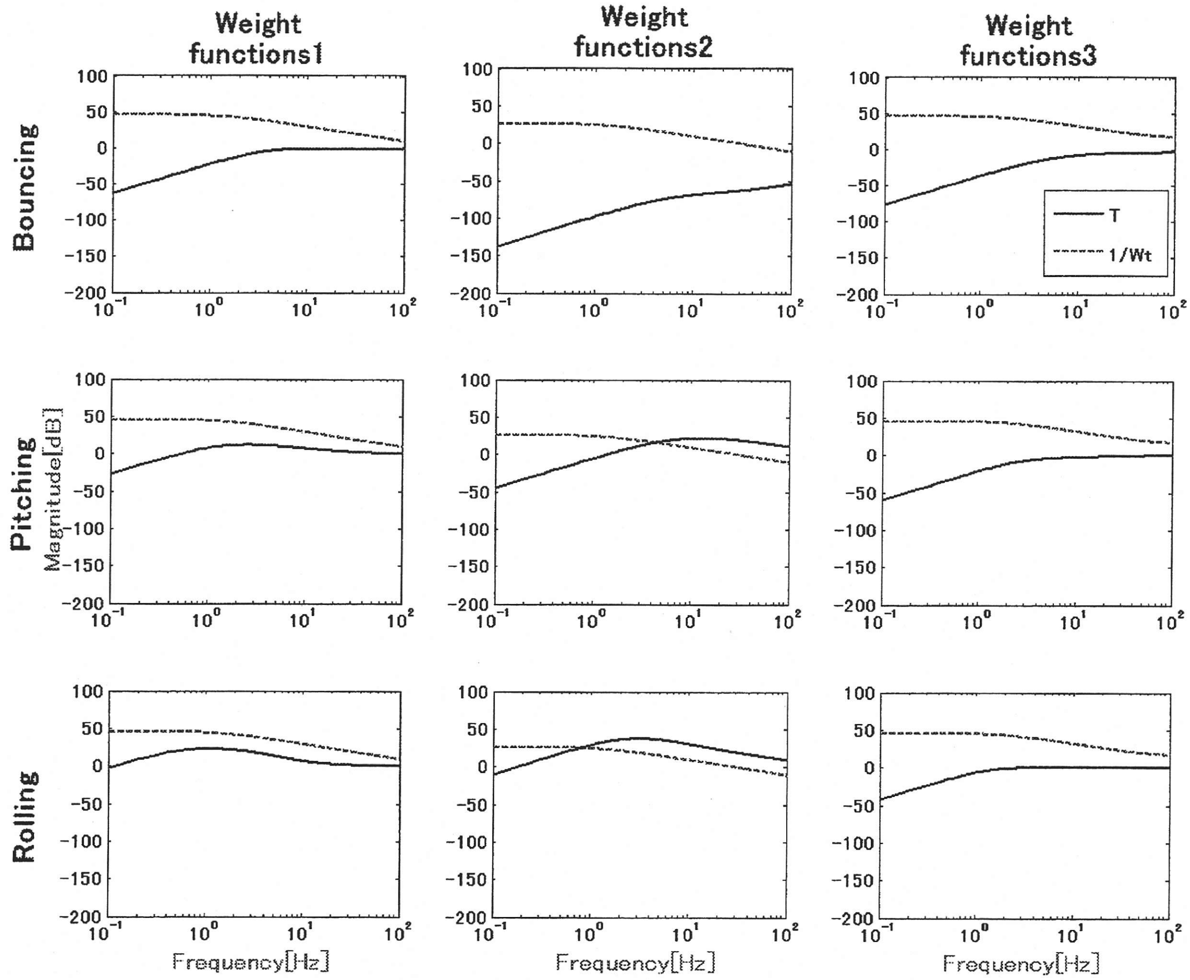


Fig.2.31　Bode gain of complementation sensitivity

図 2. 31 に相補感度関数 T(s)の周波数特性を示す。ここで、相補感度関数 T(s)は 3×3 の伝達関数行列である。ノミナルプラントはバウンシング、ピッチング、ローリングの３自由度の入力に対して非対角成分をもたないが、制御器が非対角成分をもつので相補感度関数も非対角要素をもつ。しかし、非対角要素のゲインは-200[dB]以下であり、対角要素に比べて影響がないほどに小さいので、対角成分のみを示した。相補感度関数は、どの重み関数の組を用いても、整形できておらず、0[dB]付近でほぼ横ばいの状態であり、特に 100[Hz]程度の高振動数で 0[dB]に近づく。そのため、高振動数域でゲインを下げるという目的は達成することができない。

相補感度関数に関してはどの重み関数でも満足のいく結果を得られなかったので、S'(s)のゲインを最も下げることができた Weight functions 3 を用いてシミュレーションを行う。外乱抑制問題のときのシミュレーション条件に加えて、観測ノイズの影響をみるために、図 3. 24 の n の位置に白色ノイズを加えてシミュレーションを行う。加速度と制

御力のシミュレーション結果を図 2.32、図 2.33 に示す。これらの図には、比較のために、外乱抑制問題で求めた制御器を用いた際のシミュレーション結果も示した。

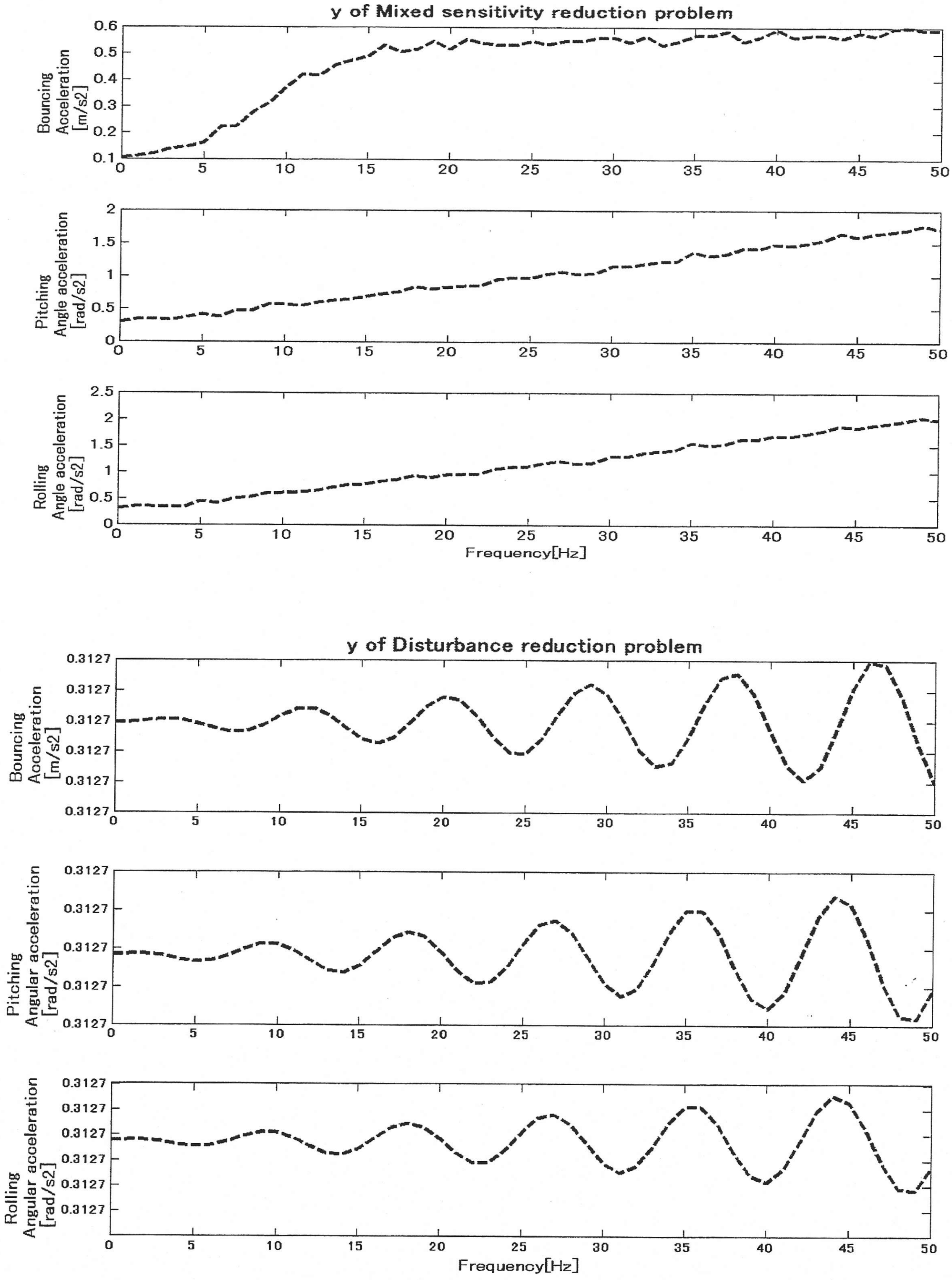


Fig. 2.32　Frequency response of output **y**

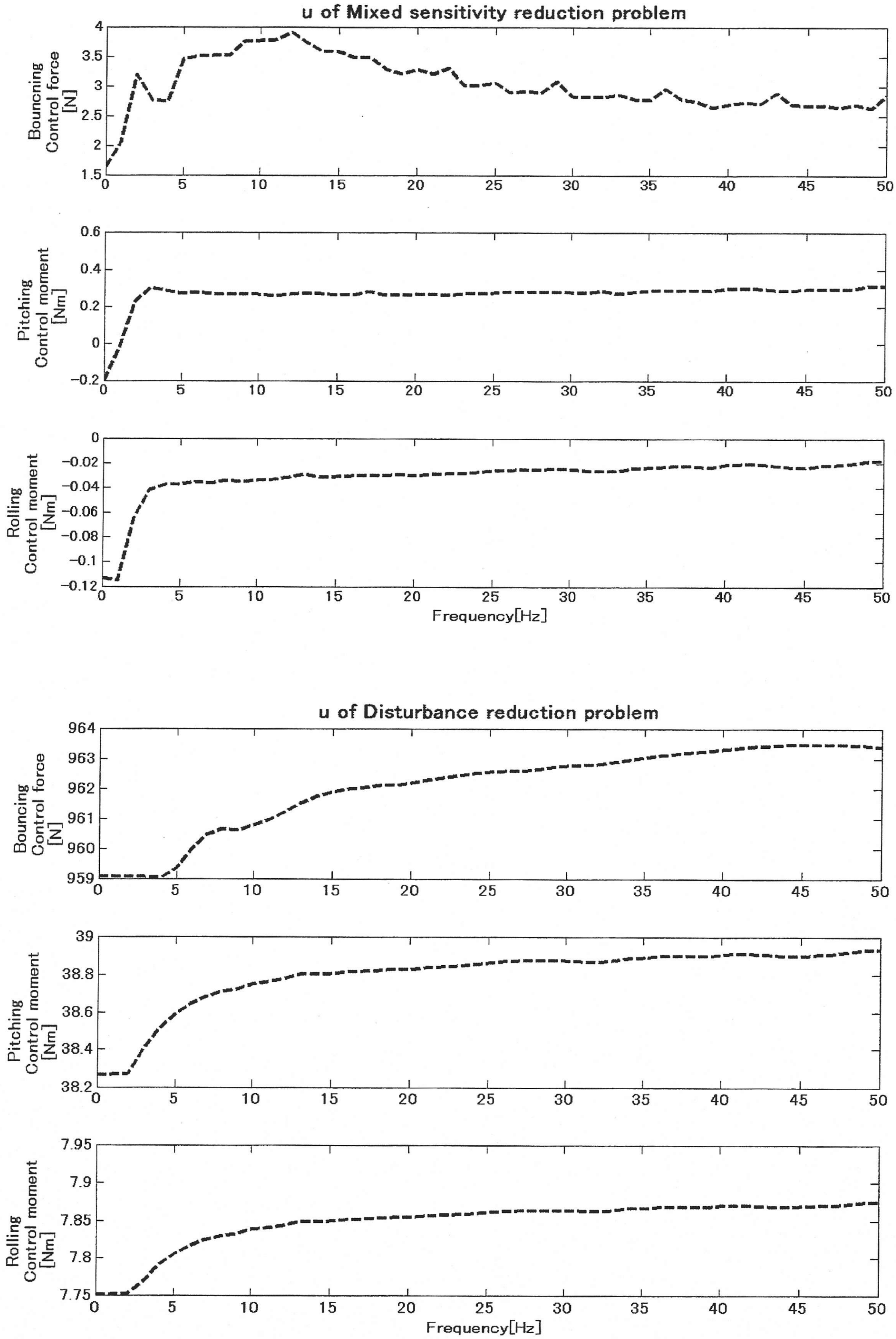


Fig. 2.33　Control force **u**

図 2.32 下図の外乱抑制問題で設計した制御器は、加速度の応答が一定していないようにみえるが、この変動は非常に小さなオーダであり、修正混合感度問題により設計した制御器よりも高い制振効果が得られている。これは、外乱抑制問題は外乱の影響を低減することのみを考えて制御器を設計しており、設計仕様のトレードオフを考慮する必要がないためだと考えられる。図 2.33 の下図の外乱抑制問題で設計した制御器では、制御力にノイズを加えなかった場合(図 2.22)に比べて非常に大きな値を示している。図 2.33 の下図の場合には明らかに無駄な力が発生しており、これほど大きな制御力を小型のアクチュエータにより発生させることは不可能なので、実装する際に問題となる。修正混合感度問題により設計した制御器ではこれらの問題は起きていない。

次に、修正混合感度問題を解くことにより設計した制御器を、荷台の左前に錘を置いた摂動プラントに適用する。そのときの S'(s)を図 2.34 に示す。

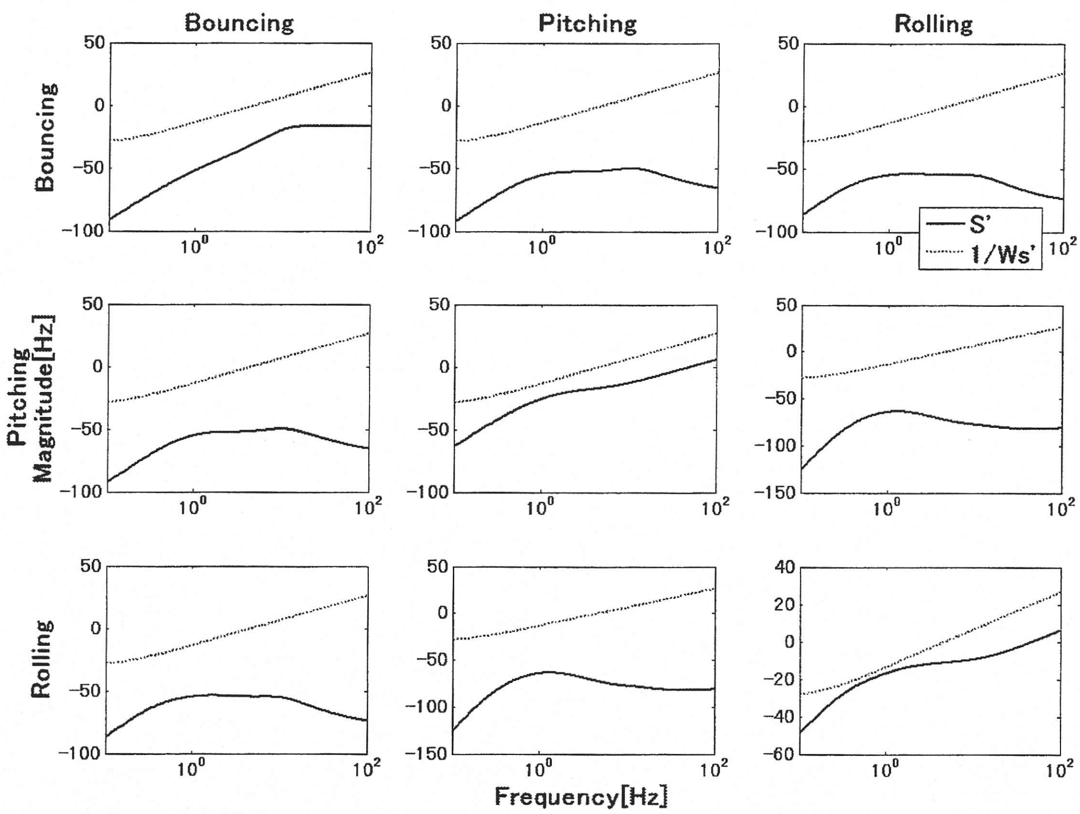


Fig. 2.34　Bode gain of S'(s) of perturbed plant

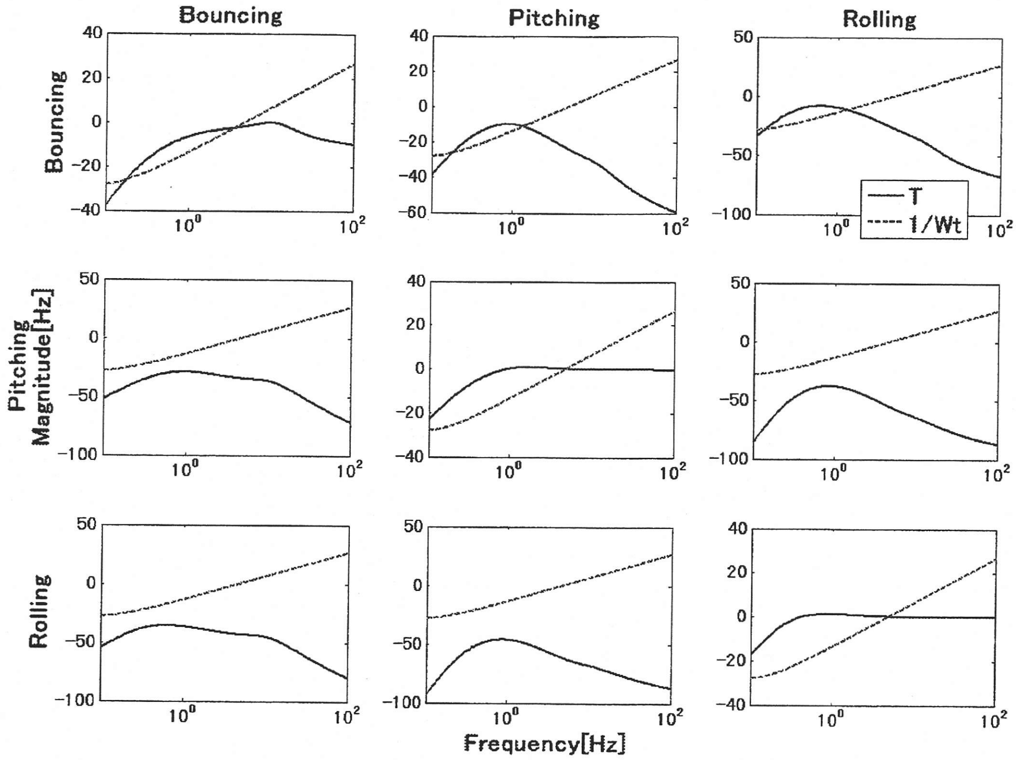
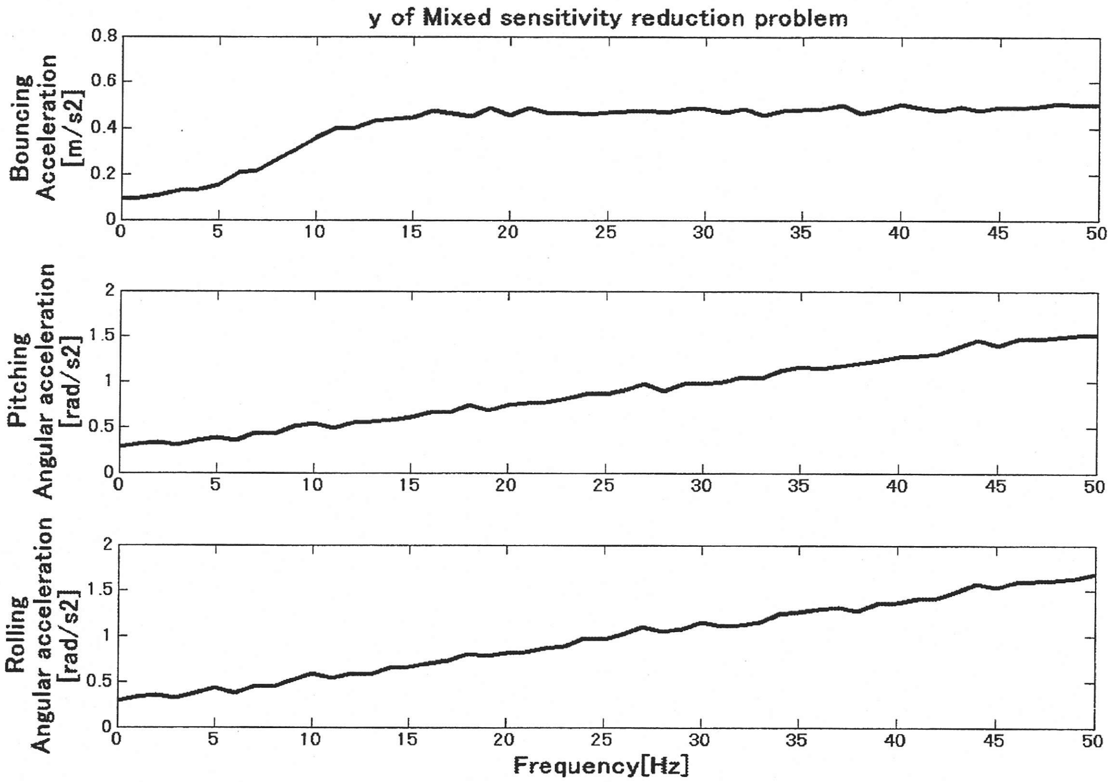


Fig. 2.35　Bode gain of T(s) of perturbed plant

図 2. 34 から摂動プラントに対しても共振を抑えられていることがわかり、図 2. 35 から相補感度関数 T(s)はノミナルプラントと同じように整形ができていないことがわかる。また、S'(s)、T(s)ともに非対角成分は対角成分に対して無視できない大きさのゲインを示している。

次に、摂動プラントに対して、ノミナルプラントのときと同じ外乱、観測ノイズを印加した場合のシミュレーションを行い、外乱抑制問題によって得られた制御器と比較検討する。



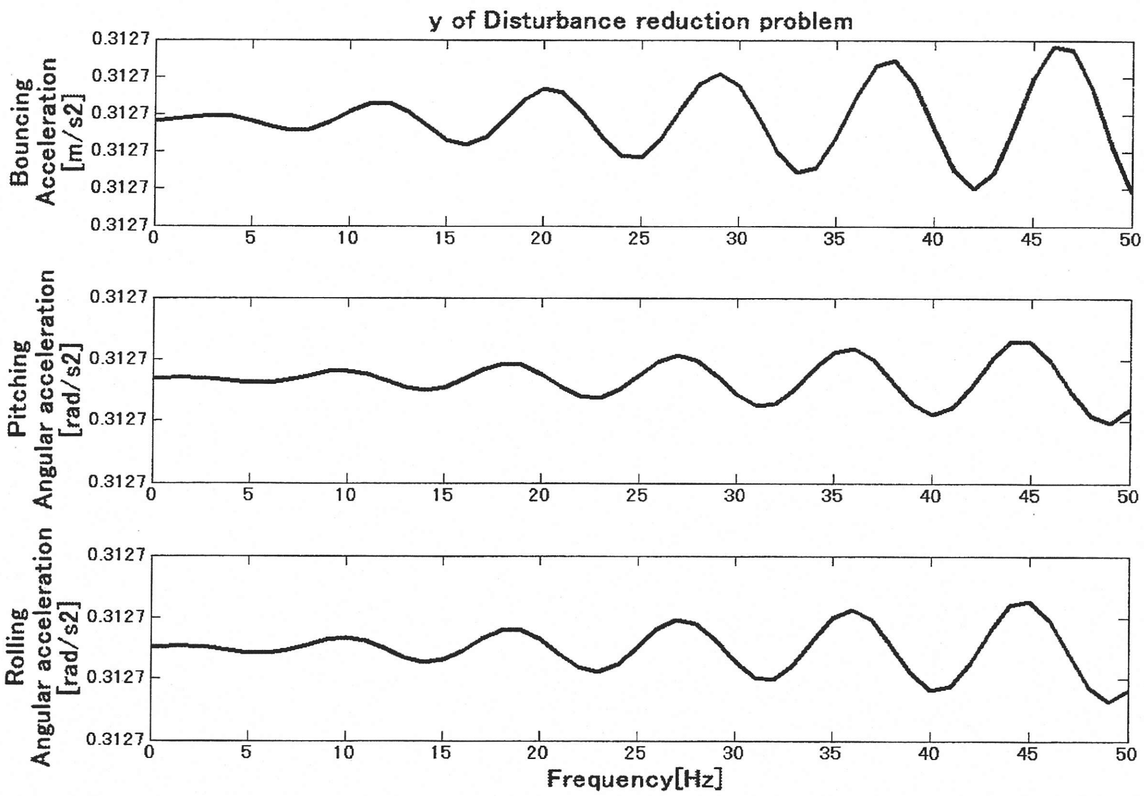
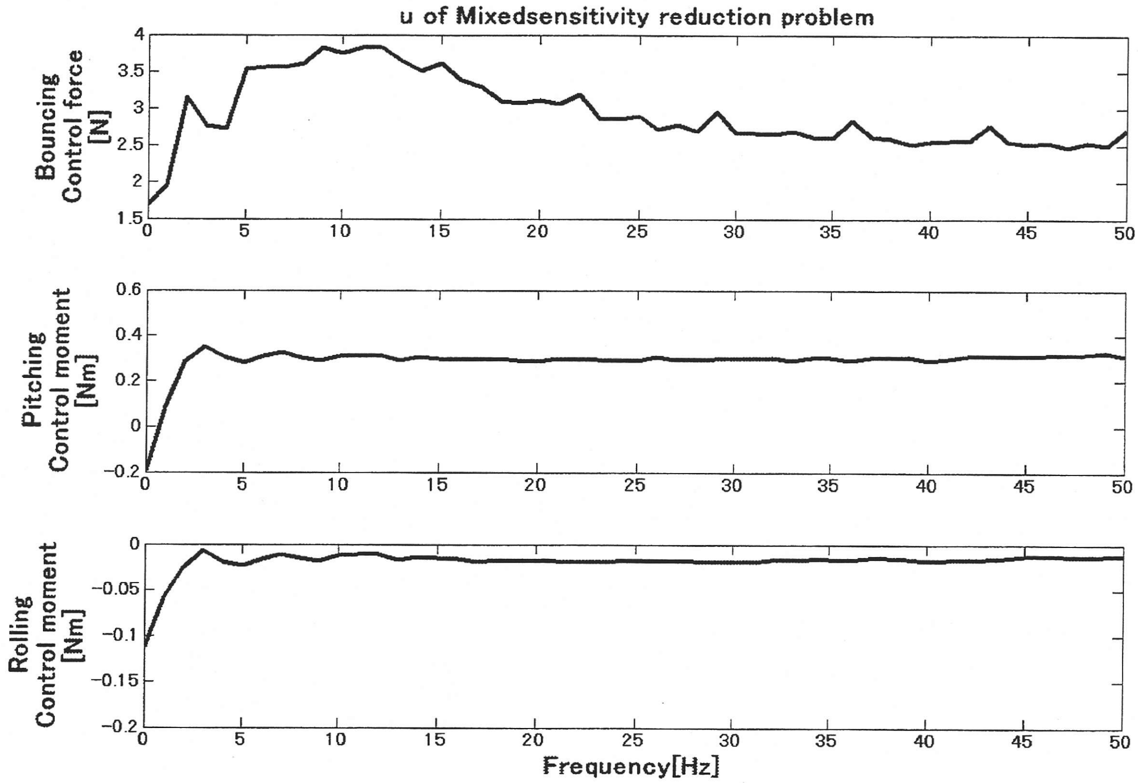


Fig. 2.36　Frequency response of output **y**



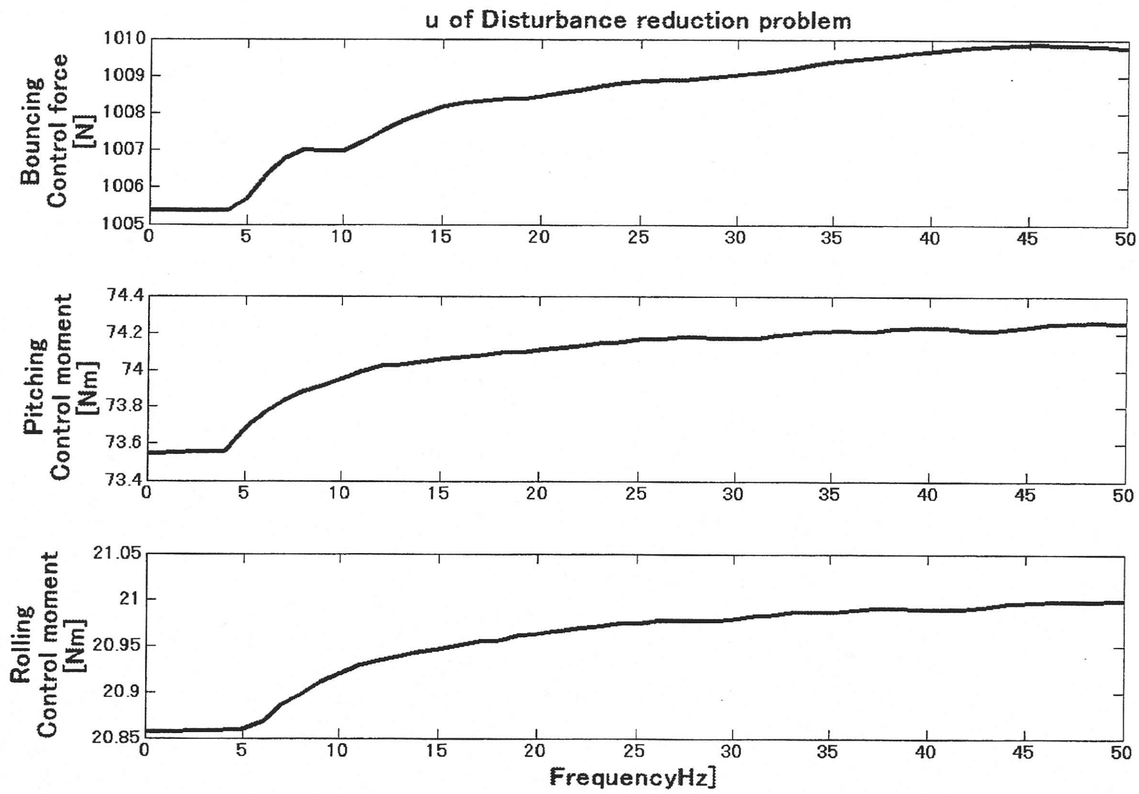


Fig. 2.37　Control force **u**

摂動プラントに対するシミュレーション結果の傾向は、加速度や制御力がわずかに大きくなっているものもあるが、ノミナルプラントの場合とほとんど同じである。加速度や制御力の増加は荷台に錘が載ることによって単純に質量や慣性モーメントが大きくなった結果だと考えられる。図 2.34、図 2.36（さらには図 2.21）から、制御系はロバスト安定化条件を満たさないにもかかわらず、結果的に系は不安定になっていないことがわかる。図 2.33、図 2.37 にみられるように、外乱抑制問題によって得られた制御器に観測ノイズを加えてシミュレーションを行うと、制御力が過大な値を示すが、これはノイズの影響であると考えられる。これらのことから、荷台に錘を載せることによる摂動（中でも乗法的摂動）に対しては、ロバスト安定化条件を満たさずとも、系が不安定になることはないと考えられる。ロバスト安定化条件として用いたスモールゲイン定理は、必要条件ではなく、十分条件であることが多いため、これは十分あり得ることである。今回のシミュレーションでは、線形近似などのモデル化誤差に対する考慮を全く行っていないので、これについては別途検証が必要である。

第３章
制御力の分配法

第１章において除振装置をモデル化するための仮定Ｓ４として制御力は各自由度の運動方向へ直接作用するとした。この仮定の下でモデル化された除振装置に対して制御系を設計すると制御力は除振装置の荷台部分の重心に直接加わるバウンシング方向の力とピッチング回転方向、ローリング回転方向のモーメントとして得られる。除振装置には、荷台四隅の支持部分にアクチュエータが取り付けられており、このアクチュエータによって制御力を荷台に加えなくてはならない。このため荷台の重心に関する制御力を各アクチュエータの出力に分配する必要がある。アクチュエータの出力端は荷台に取り付けられているため入力された力は荷台重心と入力箇所の幾何学的な関係によって力やモーメントとして荷台重心に加わることになる。これらの関係を図 3. 1 にまとめて示す。

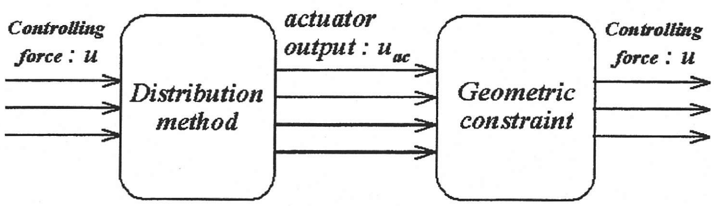


Fig. 3.1　Concept of distribution method

この章では重心回りの制御力を各アクチュエータの出力へと分配する方法について述べる。３つの変数を持つ重心回りの制御力を４つの変数を持つ各アクチュエータの出力に分配するので、この分配には冗長性があり、幾つもの等価な配分が存在する。この冗長性を上手く利用すれば、個々のアクチュエータ負荷の均一化や一つのアクチュエータが故障した時のフェイルセーフ機構などに応用できる可能性がある。

３．１　擬似逆行列による分配

図 1. 3 で表した除振台のモデルにおいて、各アクチュエータの出力 $\boldsymbol{u}_{ac}$ と重心に関する制御力 $\boldsymbol{u}$ の間には、荷台の四隅にアクチュエータが取り付けられているという幾何学的な条件から

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} u_G \\ u_P \\ u_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -L_{bF} & -L_{bF} & L_{bR} & L_{bR} \\ -L_{tL} & L_{tR} & -L_{tL} & L_{tR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{FL} \\ u_{FR} \\ u_{RL} \\ u_{RR} \end{pmatrix} = \boldsymbol{G}_{eq}\boldsymbol{u}_{ac} \tag{3.1}$$

のような関係がある。式(3. 1)より、この両辺に幾何学的な条件を表す行列 $\boldsymbol{G}_{eq}$ の逆行列：$\boldsymbol{G}_{eq}^{-1}$ を左から掛ければ各アクチュエータの出力が求まるように見える。しかし、$\boldsymbol{G}_{eq}$ は 3×4 の長方行列であるので逆行列を求めることができない。これに対して、式(3. 2)で定義されるような擬似逆行列 $\boldsymbol{G}_{eq}^{*}$を用いれば、アクチュエータ出力 $\boldsymbol{u}_{ac}$ と重心に関する制御力 $\boldsymbol{u}$ の間の変換を行うことができる。

$$\mathbf{u}_{ac} = \mathbf{G}_{eq}^{*}\mathbf{u} = \mathbf{G}_{eq}^{T}\left(\mathbf{G}_{eq}\mathbf{G}_{eq}^{T}\right)^{-1}\mathbf{u} \tag{3.2}$$

節 2. 3. 2 において Weight functions 3 を用いて設計した制御器を例にとって、制御系で算出される制御力を、式(3. 2)を使って各アクチュエータの出力として分配する。

各荷台支持部への外乱として、片振幅 0.25mm の正弦波を、左前の支持部を基準に、右前：45°、左後：90°、右後：135°の位相差をつけて印加する。この外乱を想定してシミュレーションを行い、制御系で算出される重心回りの制御力を図 3. 2 に、制御力を擬似逆行列により分配した各アクチュエータの出力を図 3. 3 に示す。図 3. 3 では、$\boldsymbol{u}_{FL}$、$\boldsymbol{u}_{RR}$ の出力が他の二つのアクチュエータ出力よりも大きな値になっており、分配後の出力がアクチュエータによって異なっていることが分かる。

以降、図 3. 2 に示した重心回りの制御力を各種の分配法を用いて分配し、比較検討する。各アクチュエータの出力を比較するための基準値としては、擬似逆行列によって分配された図 3. 3 の出力を用いる。

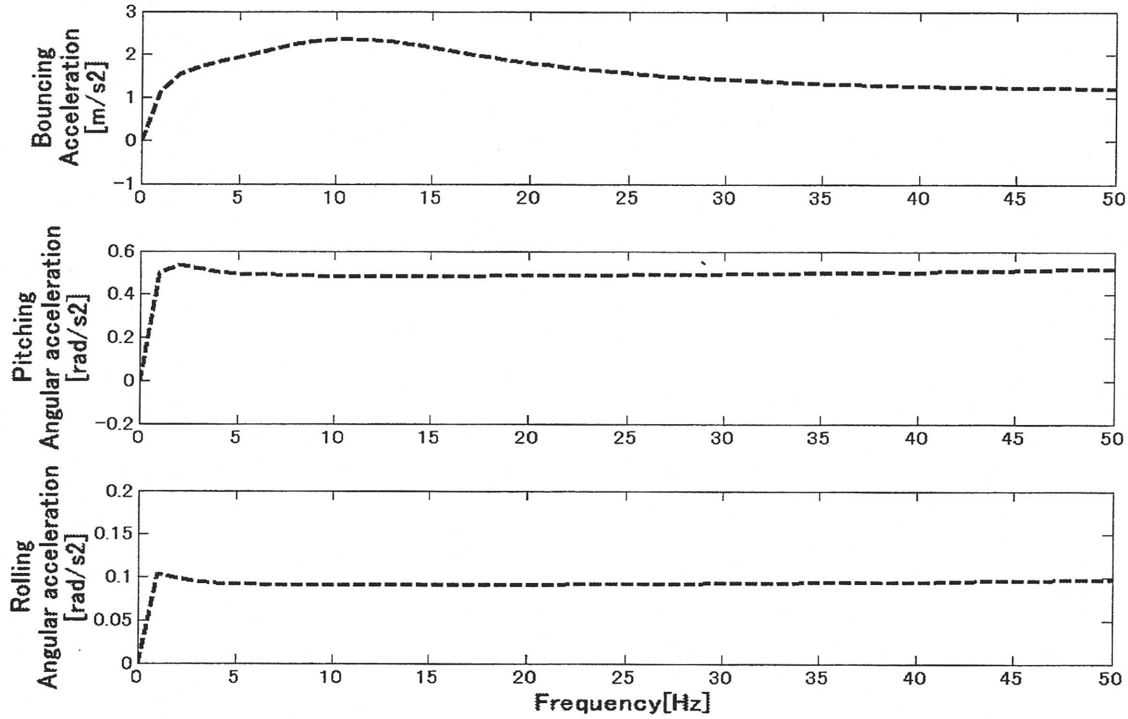


Fig. 3.2　Controlling force (Center of gravity)

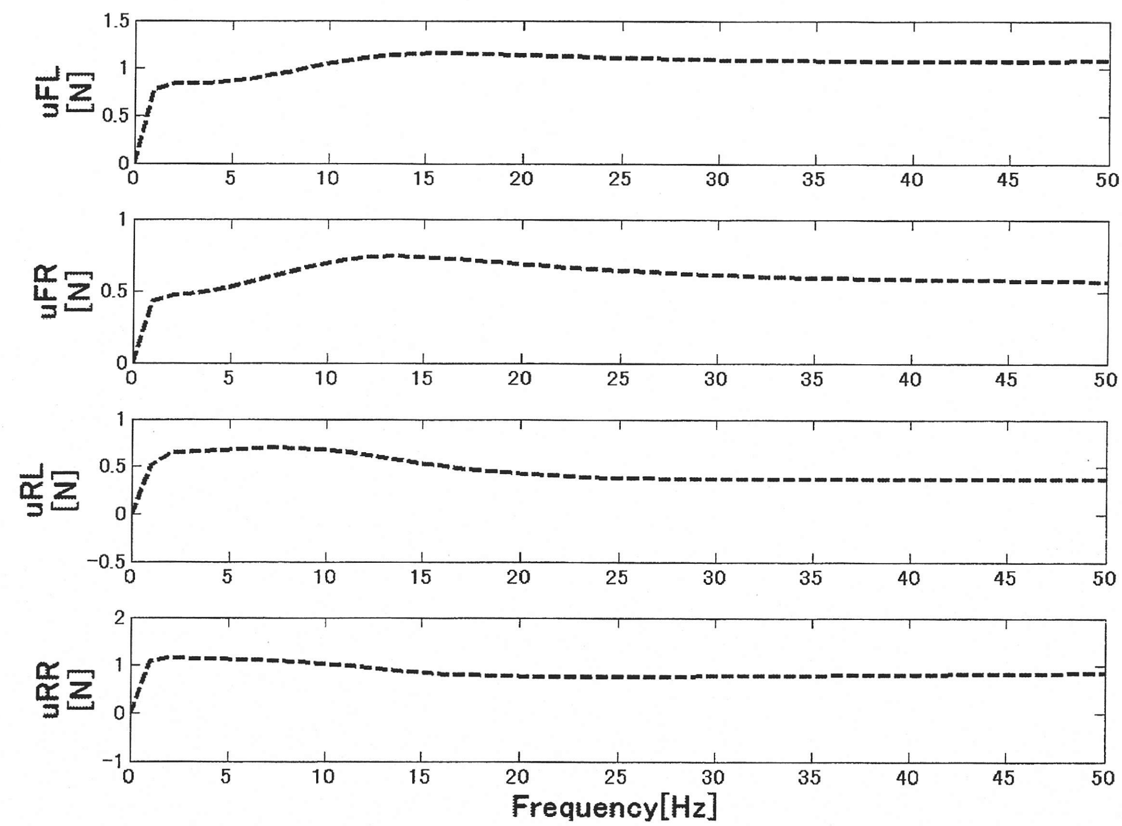


Fig. 3.3　Actuator output calculated by pseudo inverse matrix

３．２　一般逆行列による分配

前節では各アクチュエータの出力を擬似逆行列によって一意に定めたが、3 つの変数を 4 つの変数に分配するので、この分配には冗長性があり、幾つもの等価な配分があるはずである。この制御力の分配における冗長性を、擬似逆行列に零空間を加えて一般性を持たせた一般逆行列を用いることにより表す。ここでは、2 種類の代表的な一般逆行列を用いた時の制御力の分配について検討する。

３．２．１　　一般逆行列Ｉ

本節で検討する一般逆行列Ｉによる変換を式(3.3)に示す。

$$u_{ac} = G_{eq}^{*} u + \left(I - G_{eq}^{*} G_{eq}\right) z \tag{3.3}$$

式中の $\boldsymbol{z}$ を零空間ベクトルと呼ぶ。この零空間ベクトルは任意に与えることができ、これによって一般逆行列の性質が変化する。式(3.3)中の右辺第一項は、節 3.1 で示した擬似逆行列による分配そのものである。これに右辺第二項を加えることで各アクチュエータの出力の配分量が変化する。

擬似逆行列 $\boldsymbol{G_{eq}}^{*}$は荷台部分の幾何学的な特性によって決まるので、式(3.3)の中で任意に与えることができるパラメータは零空間ベクトル $\boldsymbol{z}$ のみである。この $\boldsymbol{z}$ の係数となる $\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G_{eq}}^{*}\boldsymbol{G_{eq}}$ は 4×4 の正方行列となり、その行列要素は全て定数である。このため零空間ベクトルを定数で定義すると、この一般逆行列は各アクチュエータの出力 $\boldsymbol{u_{ac}}$ の振幅中心を$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G_{eq}}^{*}\boldsymbol{G_{eq}})\boldsymbol{z}$ だけオフセットさせることになる。ノミナルプラントで $\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G_{eq}}^{*}\boldsymbol{G_{eq}}$ は次の行列となる。

$$\boldsymbol{I} - \boldsymbol{G_{eq}}^{*}\boldsymbol{G_{eq}} = 0.25\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

零空間ベクトルを $\boldsymbol{z} = (z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4)^T$ とすると $\boldsymbol{u_{ac}}$ の振幅中心のオフセット量は次のように表される。

$$u_{ac}offset = \left(I - G_{eq}^{*} G_{eq}\right)z = 0.25\left(z_1 - z_2 - z_3 + z_4\right)\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad [N] \tag{3.5}$$

式(3. 5)より、零空間ベクトルの要素は全てのアクチュエータに対して全て同じように足し引きした値（z_1-z_2-z_3+z_4）で影響されるので、零空間ベクトルの要素一つ（例えば z_1）だけを定義し、他の要素は常にゼロとしておいても、定義した要素を任意の値にすることで、この一般逆行列の持つ全ての冗長性を表すことができる。式(3. 5)から、荷台の一つの対角方向（例えば左前と右後）のアクチュエータ出力のオフセット値が同時に同じ量だけ増え、他方の対角方向（例えば右前と左後）のアクチュエータのオフセット値が同時に同じ量だけ減ることを示している。これは図 3. 4 のように荷台を対角線上で上下に曲げるような力を常に加えることになり、各アクチュエータの出力の配分を任意に変化させることにはならない。

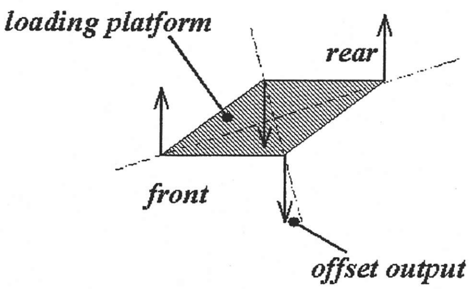


Fig. 3.4　Offset output by general inverse matrix

3.2.2　一般逆行列 II

本節で検討する一般逆行列 II の変換を式(3. 6)に示す。

$$u_{ac} = \left(G_{eq}^{*} + z_m - G_{eq}^{*} G_{eq} z_m G_{eq} G_{eq}^{*}\right)u \tag{3.6}$$

式中の z_m を零空間行列と呼ぶ。この零空間行列は 4×3 の要素を持ち、これを任意に与えることによって一般逆行列の特性が変化する。ここで用いる擬似逆行列の持つ特性（$G_{eq}\, G_{eq}^{*}$=I）から式(3. 6)は次のようになる。

$$u_{ac}=\left\{G_{eq}^{\ *}+\left(I-G_{eq}^{\ *}G_{eq}\right)z_m\right\}u \tag{3.7}$$

式(3. 7)を式(3. 3)と比べてみると、式(3. 3)では零空間ベクトルの含まれる項は擬似逆行列による分配を表す項に加えられており、重心についての制御力 $\boldsymbol{u}$ に加法的に零空間が影響するが、式(3. 7)では擬似逆行列自体に零空間行列を含む項が加えられて一般逆行列を形成しているので、$\boldsymbol{u}$ に対して乗法的に零空間が影響することがわかる。式(3. 7)の $\boldsymbol{G_{eq}}$ にノミナルプラントでの値を代入すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
u_{ac}&=\left\{G_{eq}^{\ *}+0.25\begin{pmatrix}1&-1&-1&1\\-1&1&1&-1\\-1&1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z_{11}&z_{12}&z_{13}\\z_{21}&z_{22}&z_{23}\\z_{31}&z_{32}&z_{33}\\z_{41}&z_{42}&z_{43}\end{pmatrix}\right\}u\\
&=\left\{G_{eq}^{\ *}+0.25\begin{pmatrix}Z_1&Z_2&Z_3\\-Z_1&-Z_2&-Z_3\\-Z_1&-Z_2&-Z_3\\Z_1&Z_2&Z_3\end{pmatrix}\right\}u\\
&=G_{eq}^{\ *}u+0.25\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}Z_1&Z_2&Z_3\end{pmatrix}u
\end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
Z_1&=z_{11}-z_{21}-z_{31}+z_{41}\\
Z_2&=z_{12}-z_{22}-z_{32}+z_{42}\\
Z_3&=z_{13}-z_{23}-z_{33}+z_{43}
\end{aligned}$$

ここで、Z_1、Z_2、Z_3 は零空間行列の列要素を足し引きしたもので、前項での零空間ベクトルと同様に一行目の要素のみ値を設定しその他の要素を全てゼロにしても、この一般逆行列の持つ冗長性を全て表すことができる。式(3. 8)を見ると、式(3. 3)と同様にアクチュエータ出力の振幅中心をオフセットさせるだけに見えるが、式(3. 8)の右辺の項はどちらも時間関数である制御力 $\boldsymbol{u}$ の係数になっているので、アクチュエータ出力の振幅を変化させることになる。Z_1、Z_2、Z_3 はそれぞれ制御力 $\boldsymbol{u}$ のバウンシング、ピッチング、ローリング方向の成分の係数となっており、これを乗じて各自由度方向の制御力を足し合わせたものが擬似逆行列により分配された各アクチュエータの制御力からの変化量となる。各自由度の制御力はそれぞれ位相も振幅も異なるので、それらの振幅とそれに掛かる Z の大きさによって変化量の振幅だけでなく位相も変化する。また、制

御力 $\boldsymbol{u}$ は各自由度毎に異なった周波数特性を持つため、Z_1、Z_2、Z_3 がどの自由度の制御力の影響を大きくするかを決定する依存度となる。

図 3. 5 に、零空間行列の一行目以外の要素を全てゼロとして z_m を定めたときの、各アクチュエータ出力（最大値）の周波数特性を示す。

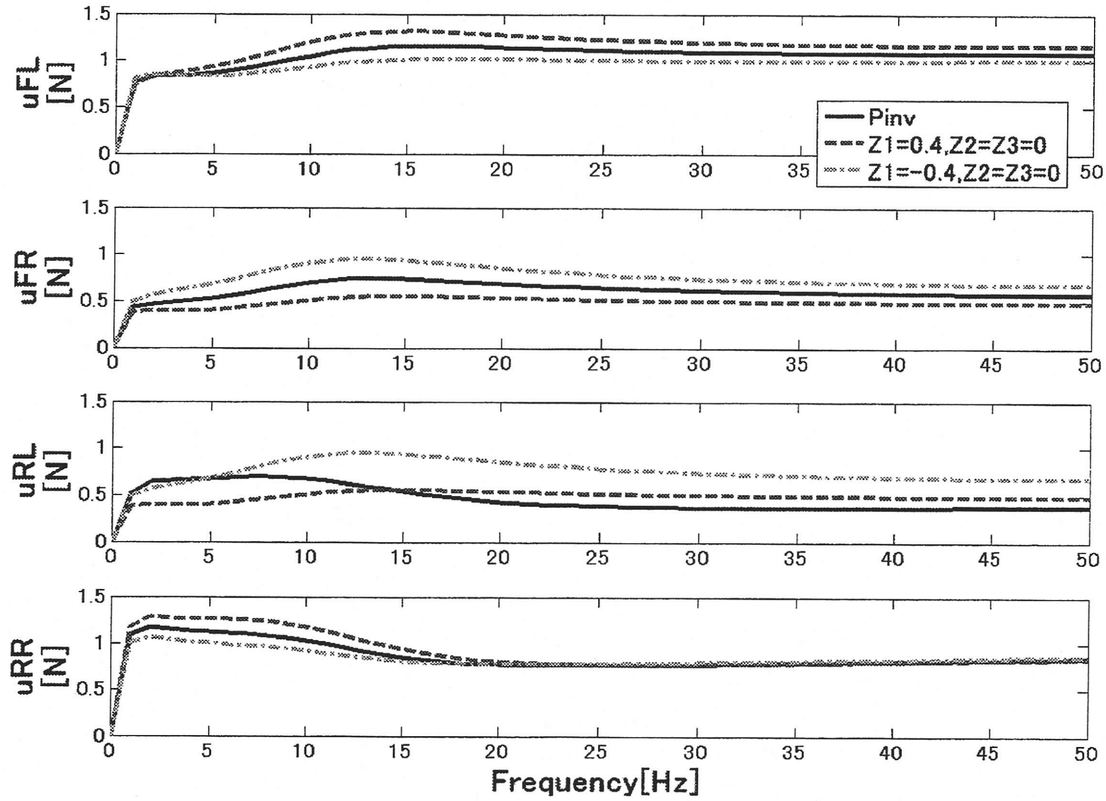


Fig. 3.5　Actuator output calculated by general inverse matrix

図 3. 5 に示したように擬似逆行列による分配では u_{FL} と u_{RR} の値が他の二つに比べ大きいが、Z_1= -0.4 とした一般逆行列による分配によって 4 個のアクチュエータの最大出力をほぼ等しくすることができる。例として、アクチュエータの最大出力が等しくなるように制御力を分配することが目的のときには、本節の一般逆行列を用いればよいが、完全に等しくするためには零空間行列の一行目の要素を試行錯誤的に決める必要があり、簡単には決まらない。

一般逆行列Ⅱの導入によって各アクチュエータ出力の最大出力を調節することができた。式 (3. 8) を見ると、ある時間を取り出して考えれば、一般逆行列Ⅰの図 3. 4 と同

様に荷台を対角線上で上下に曲げるような力を加えていることがわかる。すなわち、一般逆行列を用いた分配法では全アクチュエータ出力の合計は常に擬似逆行列による分配よりも大きくなってしまうことになる。

３．３　力学的平衡による分配

図 1.3 のような荷台部分の重心とアクチュエータの取り付け部との位置関係を用いることで、重心についての制御力と全てのアクチュエータからの出力との間の力の釣合い式が各自由度ごとに求まる。これを式(3.9)に示す。

$$\begin{aligned} u_G &= u_{FL} + u_{FR} + u_{RL} + u_{RR} \\ u_P &= -(u_{FL} + u_{FR})L_{bF} + (u_{RL} + u_{RR})L_{bR} \\ u_R &= -(u_{FL} + u_{RL})L_{tL} + (u_{FR} + u_{RR})L_{tR} \end{aligned} \tag{3.9}$$

重心に関する制御力は制御器により算出されており、既知量である。また、重心とアクチュエータの取り付け位置も既知でその間の寸法も既知の値である。式(3.9)では力の釣合い式が3個あり、この中で未知量は各アクチュエータの出力4個である。ここで、何らかの方法で一つのアクチュエータの出力(例えば、左前のアクチュエータの出力 u_{FL})が求まったとすると、式(3.9)は式(3.10)のようになり、解くことができる。

$$u_{ac} = \begin{pmatrix} u_{FL} \\ u_{FR} \\ u_{RL} \\ u_{RR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \dfrac{L_{bR}}{L_{bF}+L_{bR}} & -\dfrac{1}{L_{bF}+L_{bR}} & 0 \\ -1 & \dfrac{L_{tR}}{L_{tL}+L_{tR}} & 0 & -\dfrac{1}{L_{tL}+L_{tR}} \\ 1 & \dfrac{L_{bR}}{L_{bF}+L_{bR}} - \dfrac{L_{tR}}{L_{tL}+L_{tR}} & \dfrac{1}{L_{bF}+L_{bR}} & \dfrac{1}{L_{tL}+L_{tR}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{FL} \\ u_G \\ u_P \\ u_R \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

すなわち、何らかの方法で一つのアクチュエータの出力を決めてやれば残りのアクチュエータの出力は求まる。

例えば、擬似逆行列により制御力の分配を行い、その内の一つ（ここでは u_{FL}）を取り出し、その振幅を所望の大きさに整形して式(3.10)の右辺の u_{FL} に代入することで、u_{FL} の大きさおよびアクチュエータの出力配分割合を任意に定めることができる(図3.6参照)。

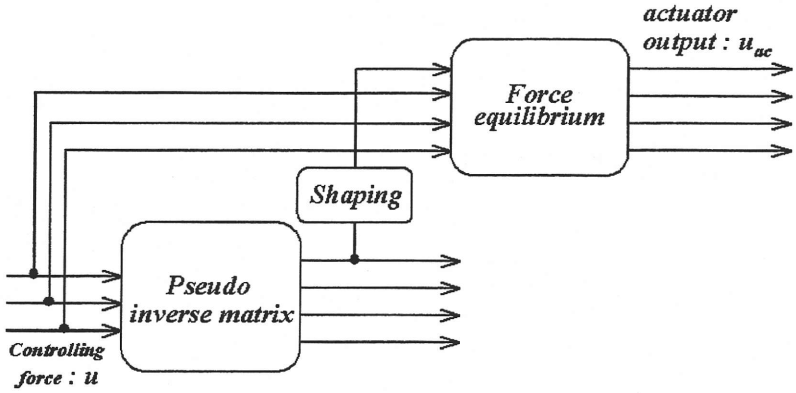


Fig. 3.6　Shaping actuator output u_{FL}

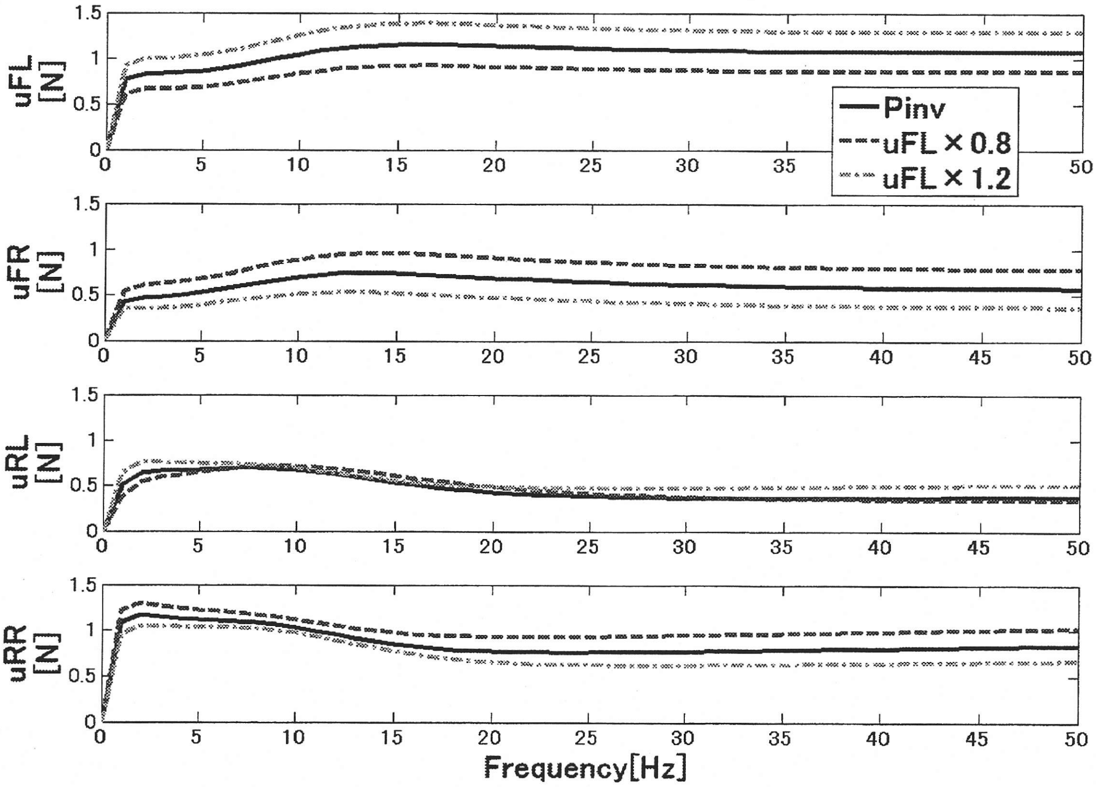


Fig.3.7　Actuator output calculated by force equilibrium

擬似逆行列によって得られた左前のアクチュエータの出力 u_{FL} を 0.8 倍、1 倍(Pinv)、1.2 倍とした時のアクチュエータ出力の周波数応答を図 3. 7 に示す。図 3. 7 より u_{FL} の大きさを減らすと他のアクチュエータの出力が増加してそれを補っているのがわかる。また、設定する u_{FL} を振動数毎に所望の大きさに整形したり、全アクチュエータのエネルギの合計が最小になる等の条件を評価関数として設けてその条件を満たすように u_{FL} を時間軸上で変化させられるようにすることも可能かと思われる。

第４章
実験装置の構成と特性

４．１　実験装置の構成

既に述べたように本研究の対象とする除振装置は四点支持の除振装置であり、各支持点全てにアクチュエータを有するハイブリッド除振装置である（図 1. 1）。各支持部のばね、ダンパ、アクチュエータは並列に設置されるとして、図 4. 1 に写真で示すような実験装置を作成した。

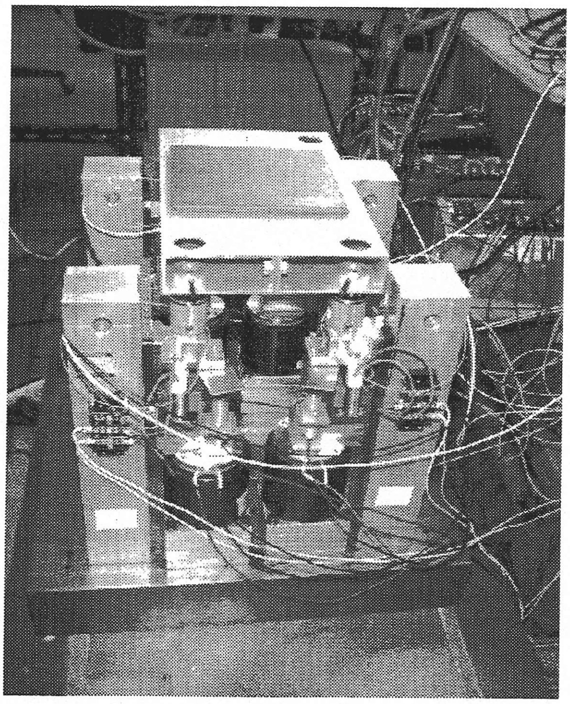
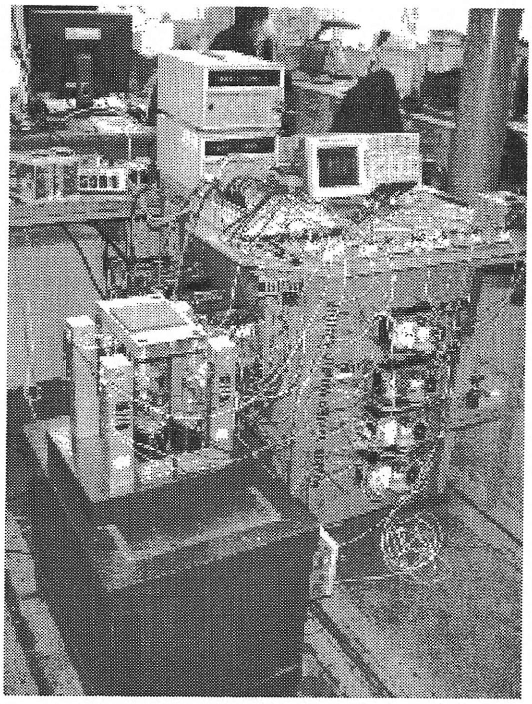



Fig. 4.1　The photo of experimental device

荷台部分の概寸および重量を表 4. 1 に示す。ここで荷台部分の四隅に配した支持部分およびそれらを繋ぐ板部分はアルミニウム合金製である。荷台部分のピッチング、ローリング各方向についての重心回りの慣性モーメントは、荷台の幾何学的な形状から計算すると表 4. 1 示す値になり、便宜的に長い辺を縦、短い辺を横と呼ぶ。

Table. 4.1　Characteristic of loading platform

Weight	$m = 0.8[g]$
Height	$a = 200 \ [mm]$
Width	$b = 120 \ [mm]$
Inertia moment (pitching)	$J_p = 9.6 \times 10^{-4}$
Inertia moment (rolling)	$J_R = 2.7 \times 10^{-3}$

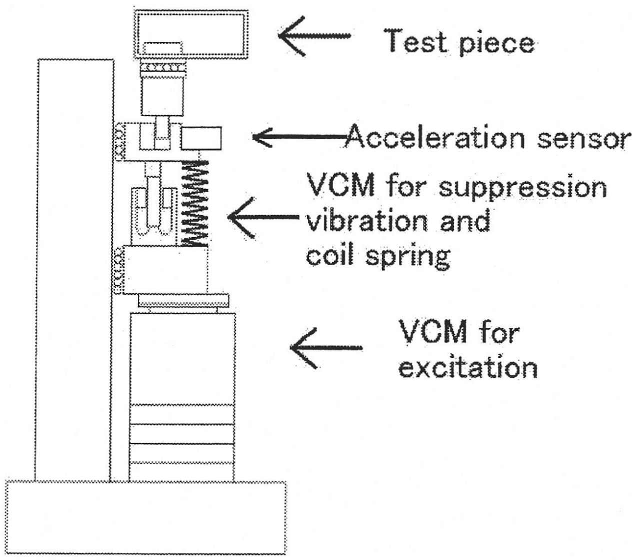


Fig. 4.2　Supporting section

図 4. 2 に実験装置の支持部の略図を示す。本実験装置では、４箇所の支持点上部の加速度を測定しており、パソコン (PC) によって荷台の重心に関するバウンシング、ピッチング、ローリング各方向の加速度および角加速度に変換している。加速度の計測位置をこの部位にすることで、垂直方向のみの加速度を観測できるようにしている。各支持部は、リニアボールガイドで鉛直方向のみに動くような構造になっているが、横方向の振動や摩擦をゼロにすることができず、後述のように実験精度に悪影響を与えている。

４．２　実験装置の特性

実験的に求めた無制御時の支持部のばね定数，減衰係数を表 4. 2 に示す。これらの値は、荷台をはずして代わりに仮の錘を設置し、各支持点におけるインパルス応答から固

有振動数や振幅を測り算出した。本装置の支持部のばね定数と減衰係数は、制御用ボイスコイルモータ (以降 VCM) に設置した変位センサの計測値を比例回路、微分回路を通し VCM にフィードバックすることにより任意の値に設定できる。制御時にはこのフィードバック回路により発生された復元力および減衰力と制御器により発生された制御力を加算回路により足し合わせ、制御用 VCM を稼動する。

Table 4.2　Dynamic characteristic of device

Position	Spring constant$[N/m]$	Damping coefficient$[Nm/s^2]$
Front-Right (FL)	$k_{FL} = 964$	$C_{FL} = 0.983$
Front-Left (FR)	$k_{FR} = 964$	$C_{FL} = 0.980$
Rear-Right (RL)	$k_{RL} = 964$	$C_{FL} = 0.930$
Rear-Left (FF)	$k_{RR} = 964$	$C_{FL} = 0.983$

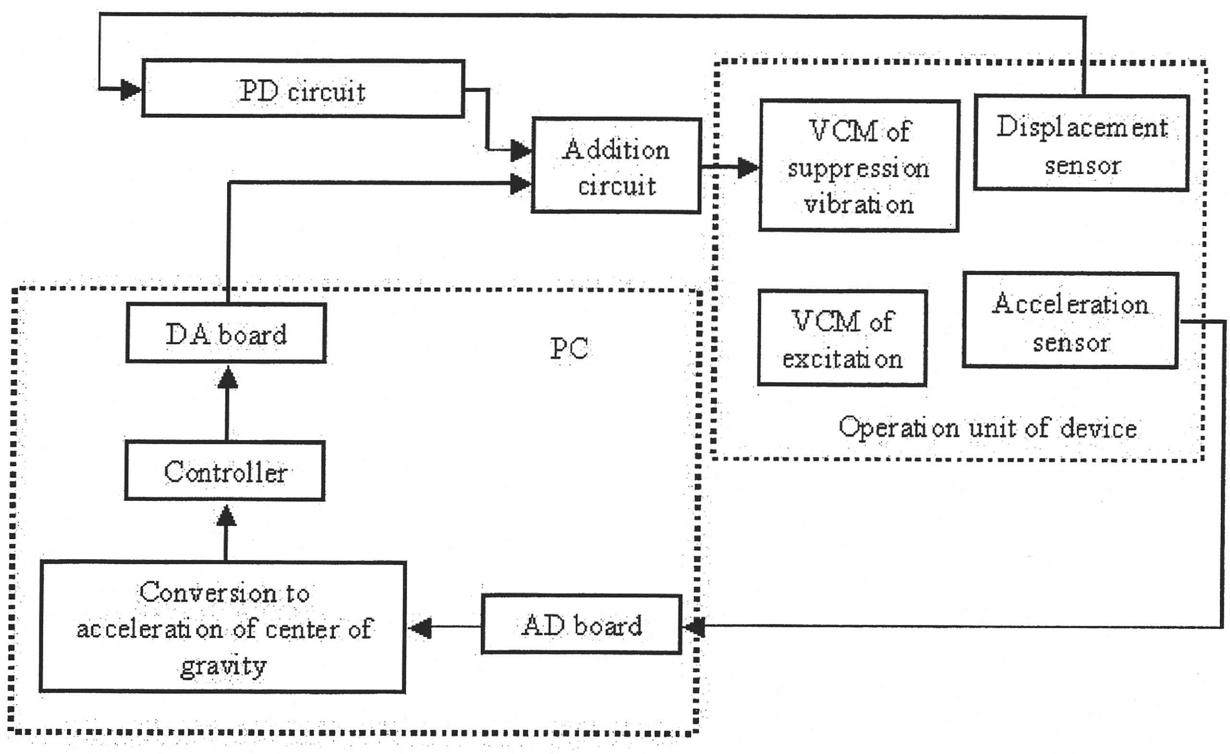


Fig. 4.3　Block dialog of device

装置全体のブロック線図を図 4. 3 に示し、ここで用いた加速度センサの特性を表 4. 3 に示す。このセンサのオフセット電圧を消すために、電源電圧との加算 (減算) 回路を通すことで、オフセット電圧が 0[V]になるように調整している。

Table 4.3　Characteristic of acceleration sensor

Name	Ics-3000 3145-005
Range	±5[G]
Sensitivity	400[mV]
Response of frequency	0-500[Hz]
Offset voltage	2.5[V]

Table 4.4　Characteristic of VCM

	Suppression vibration	Excitation
Constant of thrust	2.4[N/A]	9.4[N/A]
Impedance	7.5[Ω]	9.7[Ω]
Specification constant of spring	0.423[N/mm]	0.41[N/mm]

加振、制御用 VCM についての性能と VCM に組み込んだコイルばねのばね定数を表 4.4 に示す。加速度センサの出力はパソコンにフィードバックされ、パソコンによって計算された制御用出力信号は、オペアンプによって増幅され、VCM に入力される。

実プラントとなる実験装置に対して、シミュレーションと同様に、外乱として振幅が 0.5[mm]で、FL に対する FR の位相差 45°、RL の位相差 90°、RR の位相差 135°の正弦波を入力して、実験を行った。無制御時の周波数応答の実験結果を図 4.4 に示す。

この場合に、実験装置の物理量を使って計算し直した無制御時の周波数応答曲線をノミナルプラントの周波数応答曲線とし、図 4.4 の実験結果を実プラントの周波数応答曲線として、H_∞制御則に従って制御器を設計する。

図 4.4 に示した周波数応答の実験結果はシミュレーション結果のように滑らかではなく、特に共振点付近でその大きさが変動している。この原因として

・実験装置の荷台のピッチングとローリングの回転軸が重心を通る固定軸に一致せず、振動中常にその位置が変動しているために、重心に関する加速度および角加速度が正しく算定されていない。

・低振動数で比較的高感度の加速度センサを用いているが、センサの構造上、測定対

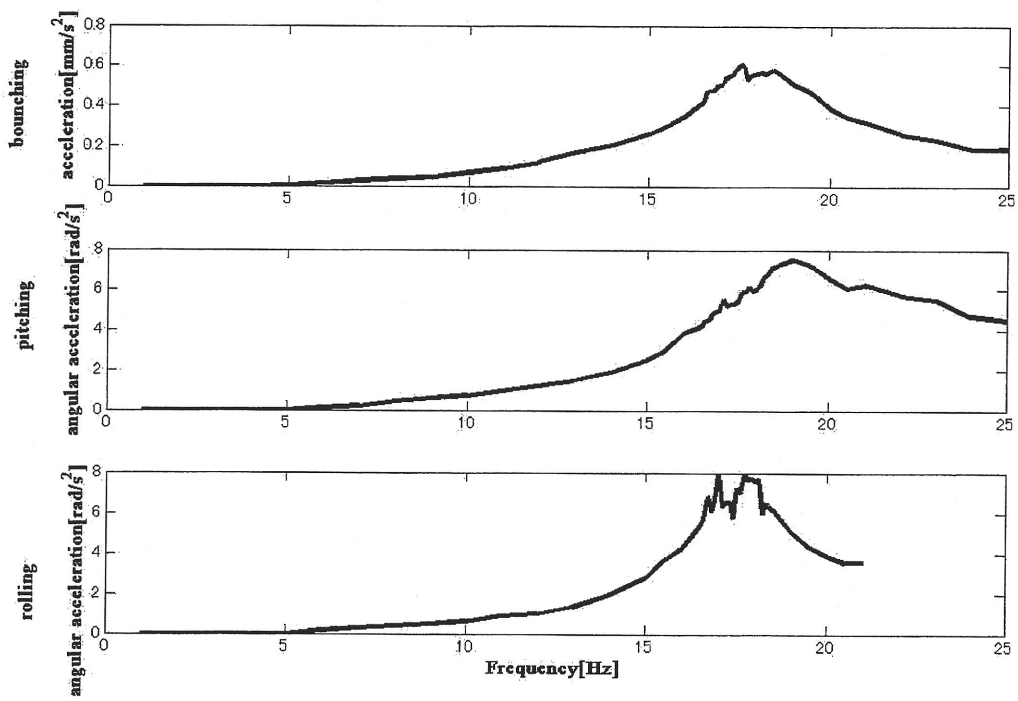


Fig. 4.4　Experimental results

象の上下方向の加速度だけではなく、わずかではあるが、横方向の加速度にも感じてしまい、加速度が大きくなると測定誤差が大きくなる。

・加振機部分のがたや摩擦のために、加振力が正確な正弦波にならず、その大きさが時間的に多少変動する。

などが考えられる。

実験装置、加速度センサ、加振装置などに問題点はあるが、作成した実験装置に第２章で提案した制御器が適用できるかどうかの確認のために、制御実験を試みた。制御則には、第１段階として、節 2.3.1 の感度低減化制御を用い、重心に関して得られた制御力は擬似逆行列によってアクチュエータに分配した。その結果、アクチュエータの制御出力は予想以上に高くなり、実験を続けることができなかった。また、加速度センサのオフセット電圧を完全に 0 にすることができず、制御出力の振幅中心が時間に対して上昇と下降を繰り返すことが分かった。このままでは制御実験を行うことができないので、加振部分を含めた実験装置の機構の見直しと、ノイズが少なく実験に使用可能な加速度センサの調査を行っており、制振実験は継続中である。

第５章
むすび

この報告書は、科学研究費補助金の研究課題に関連して、３自由度ハイブリッド制振装置の高性能化をはかるために、ロバスト制御理論を用いた制御系設計手法の確立および各アクチュエータへの制御力の最適分配について検討した結果をまとめたものである。本報告書の内容を要約すると以下のようになる。

（１）ハイブリッド制振装置を組み込んだ３自由度搬送装置をモデル化し、強制変位外乱から測定された加速度出力までの伝達関数を評価関数として、これを低減させせることを目標とした H_∞制御則の外乱抑圧問題により制御系を設計することで、伝達関数を所望の特性に整形することができ、高い制振性能を得ることができた。

（２）ロバスト性の高い制御器を設計するために、修正混合感度問題を適用することにより、低振動数領域での外乱の抑制と高振動数領域での相補感度関数の低減化を同時に試みた。制御器の設計時に、高振動数での相補感度関数の整形を試行錯誤的に行うことになったが、共振点での振動を十分抑え、高振動数域の振動も比較的低くすることができる制御器の設計ができた。

（３）荷台のいろいろな位置に錘を載せることによりプラントに摂動を与え、修正混合感度問題で設計した制御器のロバスト性について考察した。条件によっては、スモールゲイン定理を満たさない場合もあったが、結果的に設定した摂動によって系が不安定になることはなかった。

（４）本研究で問題になる、重心回りの３自由度の制御力を４個のアクチュエータの出力に分配する手法について検討した。擬似逆行列を用いた分配手法によって、３個の制御力を一義的に４個のアクチュエータの出力に分配することができたが、分配割合を調整することはできなかった。一般逆行列あるいは制御力とアクチュエータ出力の力学的平衡式を用いることにより、制御力の各アクチュエータへの分配割合を変化させることが可能になることがわかった。

（５）モデル実験装置を作成し、加振装置を含むハイブリッド制振装置の動力学的な特性を実験的に求めた。実験装置に制御器が適用できるかどうかを確認するために、制御実験を試みた。その結果、重心に関する制御力をリアルタイムでアクチュエータ出力に分配することが可能であることは確認できたが、アクチュエータの制御出力は予想以上に高くなり、振動が大きくなると実験を続けることができなかった。この点に関しては、再検討を行うとともに、継続的に実験を進めている。