三重大学教育学部研究紀要　第 68 巻　教育科学　（2017）　157 － 169 頁

高等学校数学科における微積分の構成法に関する考察*

―　数学史・解析学と数学教育の相異を起点として　―

田中　伸明**・惣坊　誠太***

The Differential and Integral Calculus Curriculum in Japanese High School Mathematics : In Consideration of the Differences among Analysis, History of Mathematics and Education

Nobuaki Tanaka and Seita Sobo

（要旨）

現在、我国の高等学校数学科における微積分の構成法は、解析学や数学の歴史的展開とは異なる。それは、世界的にも特殊なものである。本来、積分法は極限概念を用いて区分求積法により形成すべきものである。しかし、現在の高等学校はその方法をとらず、積分を「微分法の逆演算」と教えているのである。

本稿では、高等学校の微積分教育は、戦後しばらく、解析学の方法に準拠した積分の構成法を取ってきたが、科学技術の振興が謳われた昭和 30 年代、「微積分の必修化」を契機として、今日の構成法が形成されたことを明らかにする。それは、難解とされる数列の和の極限の学習を、すべての生徒が学ぶ積分から回避させるために、採られた構成法なのである。

１．数学とその歴史における微積分の構成

長岡（1993）(1) によれば、微分・積分法の発見に至る古代から近代までの数学史的過程は、以下の3つを経たものであるとしている。

i) 求積問題への関心の昂まりと、求積技法の蓄積
ii) 接線・法線・曲率問題への関心の昂まりと、求接線技巧の蓄積
iii) 無限に関する近代独特の積極的な態度の形成

すなわち、古代よりの長い間、求積法と求接線法が独立して探究されてきたが、ルネサンス以降、近世の科学革命が起こり、iii) において、無限小解析等が盛んになる。そして 17 世紀、いよいよニュートン、ライプニッツの登場に至り、歴史上別個の問題とされてきた求積問題、求接線問題が、互いに「逆の計算」としてのドラマティックな出会いを迎えることになるのである。

一方、今日の数学においては、以下のような手順で微分・積分を構成する。

i) 関数のグラフの下部領域の面積 S を区分求積法としてリーマン和で近似し、その極限値として面積 S を求める。この面積 S を $f(x)$の定積分と定義する。このことを数式で表現したものが以下である。

$$S=\lim_{\Delta x_j\to 0}\sum_{j=0}^{n-1} f(x_j)\Delta x_j=\int_a^b f(x)dx$$

ここで、定積分の上端 b を変数 x と捉えなおすことで x の関数となし、以下のように、不定積分 S(x)を定義する(2)。

$$S(x)=\int_a^x f(x)dx$$

ii) 関数 $y=f(x)$ のグラフ上の点(x、$f(x)$)における接線の傾きとして、以下のように、関数 $f(x)$の微分 $f'(x)$を定義する。

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

iii)上記 i）で定義された不定積分 S(x)に、ii)で定

---

* 平成 28 年 10 月 28 日 原稿受理
** 三重大学教育学部 数学教育講座
*** 三重大学大学院 教育学研究科 理数・生活系教育領域

義された微分を適用する。つまり、不定積分 S(x) の微分 S'(x)を考える。このとき、S'(x)は、まさに $f(x)$そのものであることが導かれる。すなわち、S'(x)=$f(x)$が従う。

積分は、上記 i)において、あくまでも関数のグラフの下部領域の面積の求積から定積分として定義され、定積分の上端を変数と捉えることで関数となし、これを不定積分とするのである。一方、微分は、積分とは全く別個に、ii)において、グラフの接線の傾きを求める過程そのものをいう。

iii)の過程においては、$f(x)$をもとに、i) で得られた積分法に従い S(x)を導出した上で、この S(x)に対して ii) で定められた微分法を施すことにより、関数は再び $f(x)$に回帰することを見出す。関数 $f(x)$の不定積分 S(x)は、微分されれば $f(x)$となることから、S(x)が $f(x)$の原始関数であることが分かる。ここにおいて、初めて「微分と積分は互いに逆の演算であること」が発見されるのである。

この「微分と積分は互いに逆の演算であること」こそが、ニュートン、ライプニッツによる偉大な発見「微分積分学の基本定理」であり、これは、以下の数式に表すこと[3]が出来る。

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(x)dx = f(x)$$

さて、一般論として、数学の歴史的発展と、体系化された数学の演繹過程は、必ずしも一致するものではない。しかし、こと微積分においては、「図１」「図２」に喩えて示すように、全く別個の登山者が、それぞれの行程を踏み登山を開始したが、行き着いた山頂ははからずも同一の峰であり、上り詰めた頂からは、反対斜面を辿った一方の登山者の道程がはっきり眺望できるような態様となっており、この両者は酷似しているのである。

２．現在の高等学校数学における微積分の構成法

一方、現在の高等学校の数学教育における微分・積分の構成についてはどうであろうか。現行の『高等学校学習指導要領』の記述を見てみたい。

平成 21 年 3 月告示の『高等学校学習指導要領』の「数学Ⅱ」の「微分・積分の考え」[4] の部分の冒頭には、以下のようなねらいが掲げられている。

> 微分・積分の考えについて理解し、それらの有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにする。

さらに、以下が続く。

ア　微分の考え

（ア）微分係数と導関数

微分係数や導関数の意味について理解し、関数の定数倍、和及び差の導関数を求めること。

（イ）導関数の応用

導関数を用いて関数の値の増減や極大・極小を調べ、グラフの概形をかくこと。また、微分の考えを事象の考察に活用すること。

イ　積分の考え

（ア）　不定積分と定積分

不定積分及び定積分の意味について理解し、関数の定数倍、和及び差の不定積分や定積分を求めること。

（イ）　面積

定積分を用いて直線や関数のグラフで囲まれた図形の面積を求めること。

上記の「不定積分と定積分」という文言に注目したい。「不定積分」と「定積分」の順序が、「不定積分」が先、「定積分」が後となっている。

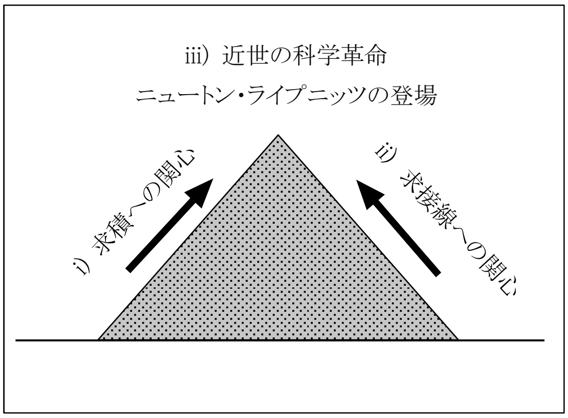

図1 数学の歴史

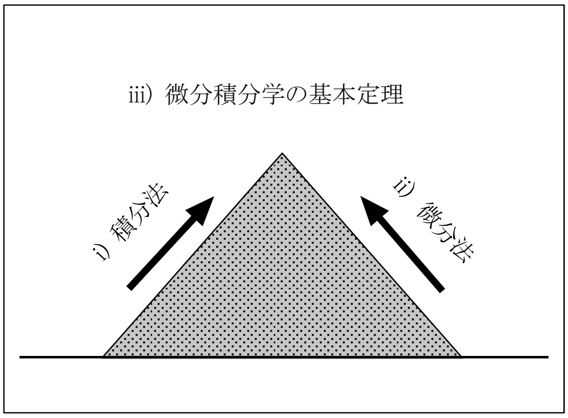

図2 解析学の構成

前節で見たように、通常、数学においては、区分求積法で導出される関数のグラフの下部領域の面積を「定積分」として定義し、その上端を変数と考え、これを x の関数と捉えたものが「不定積分」なのである。しかしながら、「学習指導要領」の記述は、「不定積分」の概念が「定積分」に先行して現れており、数学の構成からすると、違和感を覚えるものとなっている。

一方、高等学校で使用される教科書は、「学習指導要領」に沿った学習内容や順序で編集されることになるが、実際はどうであろうか。その一例として、新興出版社啓林館『詳説 数学Ⅱ』[5]（平成 25 年 12 月 10 日発行）を取り上げる。その構成は以下のとおりである。

第 5 章 微分と積分
　第 1 節 微分係数と導関数
　　1．平均変化率と微分係数
　　2．導関数
　　3．接線の方程式
　第 2 節 導関数の応用
　　1．関数の値の増加・減少
　　2．方程式・不等式への応用
　第 3 節 積分
　　1．不定積分
　　2．定積分
　　3．面積と定積分

この教科書では、「第 3 節 積分」において、「1．不定積分」が、「2．定積分」に先行して導入されていることが確認できる。こうした行き方は、「学習指導要領」に忠実なものといえ、使用されるすべての教科書はこのような構成を取らなければならない。実際の教科書の流れを、啓林館『詳説 数学Ⅱ』から見ていく。概ね以下である。

i) 関数 $y=f(x)$ に対して、平均変化率、微分係数を順次定め、その後、関数 $f(x)$ の導関数を、

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

として定義する。ここで、$f(x)$ から導関数 $f'(x)$ をもとめることを、「微分する」と定める。

ii) 関数 $f(x)$に対して、微分すると $f(x)$になる関数、すなわち、

$$F'(x)=f(x)$$

となる関数 $F(x)$を、$f(x)$の「原始関数である」と定める。

iii) 関数 $f(x)$の原始関数は無数にあることに触れ、それらのすべての互いの差は、定数となることに言及し、$f(x)$の任意の原始関数は、

$F(x)$+ C　　（C は定数）

と表され、これを $f(x)$の「不定積分」と定義する。また、不定積分を、記号、

$$\int f(x)dx$$

で表すことにする。

$f(x)$ からその不定積分を求めることを、「積分する」と定義する。

iv) $f(x)$の原始関数の一つ $F(x)$に対し、$x=a$ から $x=b$ までの値の変化、$F(b)-F(a)$を考える。これを、$f(x)$の a から b までの定積分と定義し、記号、

$$\int_a^b f(x)dx$$

で表すものとする。

v) 関数 $y=f(x)$ のグラフが、x 軸の上部にあるとき、$x=a$、$x=t$、と x 軸で囲まれる部分の面積を $S(t)$とし、これを t について微分すると $f(t)$が得られることを示し、$S(a)=0$ であることに注意すれば、$x=a$、$x=b$ と x 軸で囲まれる部分の面積 $S(b)$が、

$$S(b)=\int_a^b f(x)dx$$

で計算できることを導く。

上記の行き方を要約すると、以下のようになる。

i)　微分の導入
ii)　微分の逆演算で得られる原始関数
iii)　原始関数の一般化としての不定積分
iv)　原始関数の関数値の差としての定積分
v)　定積分の活用としての面積の計算法

このように、我国の高等学校数学科における積分の導出過程は、先に述べた、数学の歴史、解析学の２つとは異なる過程をとっている。これは、我国の高等学校数学教育の著しい特徴である。

ここで、この問題に対して、学習指導要領や検定教科書の変遷を踏まえ、丹念に取り組んだ先行研究を掲げておきたい。それは、金子真隆[6]の論稿「積分概念の導入に関する教科書調査について ― 高等学校学習指導要領の変遷もふまえて ―」(以下、「金子(2014)」)である。

金子は、我国の数学教育のこうした特異性について、以下のように述べている。

> 海外では、高校段階でほとんどの理工系の学習者が積分の概念に触れるという国はまれであり、多くの場合、大学入学後にまず区分求積法によって積分の概念を導入され、その後に微分の逆算を用いた定積分の計算を学ぶのが一般的である。この点で、日本における積分概念の導入は、世界的にみてかなり特異である(7)。

見てきたとおり、数学史や解析学においては、積分は区分求積法により定義される。そして、積分が微分の逆演算であることは、その後の考究により明らかにするのが一般的である。「金子(2014)」では、このようなものを微積分の「タイプ A」と呼んでいる。一方、現在の高等学校数学のように、積分を微分の逆演算として定義し、求積をその積分の利用として与えるものを「タイプ B」としている。

次節からは、数学教育史の視点から、戦後の学習指導要領の変遷を追い、高等学校数学は、当初は「タイプ A」を取ってきたが、戦後のある時期を境として、「タイプ B」に変移していった様相を見ていきたい。

３．戦後の高等学校数学の微積分の構成法

新制高等学校は、昭和 23 年 4 月 1 日に発足し、昭和 26 年 11 月 25 日には、戦後初めて、高等学校数学科の教科課程と教科内容およびその扱いの基準を示す『中学校高等学校学習指導要領数学科編（試案）』(8)が刊行された。数学科の科目は、「一般数学」・「解析Ⅰ」・「解析Ⅱ」・「幾何」の 4 科目が置かれた。この「学習指導要領」第 5 章「§1. 各科目の性格」には、この 4 科目のうち、「少なくともひとつを必修にすることをたてまえとしている。」(9)とある。微積分は「解析Ⅱ」で扱われている。

この「学習指導要領」の第 5 章「§4　解析Ⅱ」の「指導内容」(10)は、以下の 7 つの項目に分かれている。

Ⅰ. 確率を理解し用いること
Ⅱ. 資料を整理し、解釈すること
Ⅲ. 数列や級数を用いること
Ⅳ. 函数の概念を拡張し、完成すること
Ⅴ. 変化率を用いること
Ⅵ. 計算において極限を用いること
Ⅶ. 三角函数を用いること

微積分の内容は、概ね上記のうちの「Ⅲ」から「Ⅵ」までが該当する。第 4 項目の「Ⅵ. 計算において極限を用いること」(11)において、その目標は以下のように定められている。

1. 極限によって、いろいろな量の大きさが明確にとらえられることを理解する。
2. 積分の記号によって、極限としての量を簡単に表すことができることを理解し、これらを用いる能力をうる。
3. 積分が微分の逆の演算であることを理解し、これを用いる能力をうる。
4. 近似の概念について理解を深め、その良さを知る。

以上を見ると、「区分求積法で極限の考えを用いて積分を定義し、その後、 積分が微分の逆の演算であることを見出させる」という一連の流れを読み取ることが出来る。これは、言うまでもなく「タイプ A」であり、解析学や数学史の流れと一致する。

昭和 26 年の「学習指導要領」では、数学科は、分科主義の理念で編成されている。すなわち、微積分の内容が、履修学年で分断される等の要素をあまり顧みず、数学として、微積分の本来の構成法である「タイプ A」で構成されたのである。

実は、我国の中等教育に初めて微積分が導入されたのは、第二次世界大戦中の昭和 17 年に公布された「中学校教授要目」においてであり、この時点の旧制中学校から「タイプ A」が採られており、事実上、これが受け継がれたものといって良い。

昭和 26 年に刊行された『高等学校学習指導要領数学科編（試案）』は、この後、「試案」の文字が削除されたものとして、昭和 30 年に『高等学校学習指導要領 数学科編 昭和 31 年度 改訂版』(12)（以下『昭和 31 年度改訂版』）として改訂・告示される。これにより、高等学校数学から、生活単元学習を基盤とした「一般数学」が廃止され、「学習指導要領」の理念が、数学の系統を重視した系統学習へと移行されることになる。

科目は、「解析」や「幾何」といった分科を廃止し、年次を追って順に学ばせる内容を構成し、「数学Ⅰ」・「数学Ⅱ」・「数学Ⅲ」・「応用数学」の 4 科目が置かれた。

「数学Ⅰ」はすべての生徒に履修させる科目。「数学Ⅱ」は「数学を含めて一般教養に重点をおくもの」を対象とした選択科目。「数学Ⅲ」は、「数学に関係の深い科目群に重点をおくもの」を対象とした選択科目である。これは勿論、「数学Ⅱ」の後に学ばせるものとした。なお、「応用数学」は、定時制課程等を想定した選択科目である。

分科が廃止されたこともあってか、微分が「数学Ⅱ」

で導入され、積分は「数学Ⅲ」から扱う構成になっており、微分と積分の導入が2つの科目に亘り分断されたことが特徴である。 つまり、当時、「数学Ⅱ」まで で高等学校での数学の履修を終えた生徒は、微積分のうち微分だけを学習し、積分は学ばずに卒業した事になる。

この『昭和31年度改訂版』の第5章「数学科 数学Ⅲ」の「2. 内容の説明」の「c 積分」[13]では、積分の内容説明がなされている。以下の記述がそれである。

> 長さ・面積・体積などの量が極限を考えることによって正確にとらえられること、ならびに極限による計量が多くの場合に積分となることを明らかにし、積分の応用や計算に習熟させる。
>
> (1) 面積・体積・道のりなどの概念を明らかにし、一次式や二次式で表わされる数量関係に区分求積法を用いることを扱い、この場合に極限の考えが重要な役割を果たしていることを明らかにする。
>
> (2) 定積分の意味を明らかにし、定積分によっていろいろな量を表わすことを扱う。
>
> (3) 微分と積分の関係ならびに不定積分の意味を明らかにする。
>
> (4) 積分が微分の逆の操作であることを利用して定積分を計算することを扱う。積分計算の対象は、b[14]における微分の逆として求められるものの程度とし、積分特有のくふうを要するものの（ママ）は扱わない。
>
> (5) 定積分の数値を求める近似解法として、台形公式やシンプソンの公式を扱う。

上記の(1)(2)で、区分求積法として定積分を導入し、(3)で微分の逆算としての不定積分について言及。(4)で、(2)で示された求積法としての定積分と、微分の逆算で原始関数を求める不定積分との関係を知ることになる。すなわち、ここで「微分積分学の基本定理」が扱われるのである。

微分の逆演算として原始関数を求めること自体に「不定積分」という語を用いてはいるものの、まずは、区分求積法で積分を捉え、求積法である積分が微分の逆演算であることを、後から発見する構成となっており、「タイプA」が踏襲されていることが分かる。

特筆しておきたいのは、この時代、いわゆる「文系」の生徒は、微積分を全く学ばないか、もしくは微分までの学習に留まり、「理系」の生徒は、「タイプA」に沿った本来の積分の構成法を学習させる教育課程編成が行われていたことである。このように、「積分は理系のみ」という教育課程とすることによって、数学への志向の強い生徒だけに対して、無限数列とその和を導入し、区分求積を用いた積分の定義法が展開できるよう工夫されていたと言ってよいだろう。

４. 高等学校数学における微積分構成法の変化

前節では、戦後の高等学校数学における微積分の構成は、解析学や数学史に準拠し、「タイプA」でスタートしたことを見てきた。昭和30年代、この状況が変化する。すなわち、「タイプB」へと移行する兆しが表れるのである。

まず、昭和35年11月1日に刊行された『高等学校学習指導要領』[15]を取り上げてみたい。この「学習指導要領」においては、「数学Ⅰ」・「数学ⅡA」・「数学ⅡB」・「数学Ⅲ」・「応用数学」の5科目が設置されている。

このうち、「数学Ⅰ」（5単位）はすべての生徒に習得させるものである。普通科においては、「数学ⅡA」（4単位）または［数学ⅡB」（5単位）のいずれかを選択必修、また、職業教育を主とする学科においては、「数学ⅡA」、「数学ⅡB」、「応用数学」（6単位）の3つからのうちのどれかを選択必修することとなっていた。したがって、特別な事情がある場合を除いて、高等学校の課程では、すべての生徒が、この科目のどれかを履修しなければならなかった。

整関数のみを扱うものではあるが、微分はもちろん積分までの内容が、「数学ⅡA」、「数学ⅡB」、「応用数学」のどの科目にも組み入れられているから、すべての高校生が微分と積分の両方を学んで卒業することになった。これは事実上の「微積分の必修化」である。前掲の『昭和31年度改訂版』の折には、微積分を全く学ばない者、微分のみを学ぶ者、微分・積分の両方を学ぶ者の3通りが存在したことに比べ、これは著しい特徴と言える。しかも、次節で述べるように、この「微積分の必修化」の編成方針が、「タイプB」の構成法が議論の遡上にのる契機となるのである。

この「学習指導要領」の「第2章 各教科・科目」の「第3節 数学」、「数学ⅡB」[16]を取り上げる。

「数学ⅡB」の内容は、以下の6つに定められている。

> (1) 順列と組合せ
> (2) 数列と級数
> (3) 三角関数とベクトル
> (4) 図形と座標
> (5) 微分法
> (6) 積分法

上記の「(2) 数列と級数」(17)では、以下の 3 項目を学習させるものとしている。

ア 等差数列、等比数列
イ その他の数列
一般項が n^2、n^3 の程度とする。
ウ 無限等比級数

「(5) 微分法」(18)は、以下の 3 項目。

ア 微分係数
イ 導関数とその計算
（関数の和・差・積の導関数）
ウ 導関数の応用
（接線、関数値の増減、速度など）

「(6) 積分法」(19)は、以下の 3 項目が扱われた。
ア 積分の意味
イ 積分の計算
ウ 積分の応用
（面積、体積、道のりなど）

この昭和 35 年の「学習指導要領」において、「(2) 数列と級数」の冒頭には、

簡単な数列について、自然数との対応関係を考え、その数列の特徴をとらえさせる。また、数列について、極限の概念を理解させる。

と記されている。「(2)数列と級数」に関する単元では、無限数列とその級数までが扱われていることがわかり、後に学ぶ「(6) 積分法」において、区分求積で定積分を扱うための素地が作られていることが分かる。これは、変わらず「タイプ A」が展開され得ることを示している。紙面の都合で取り上げなかったが、「数学ⅡA」「応用数学」においても、この構成は同様である。

しかしながら、昭和 31 年と昭和 35 年の「学習指導要領」を比較してみると、興味深い事実が見出される。「学習指導要領」の各科目の「内容の説明」において、各項目の末尾には、教育課程上初出となる「用語と記号」が列挙されるが、昭和 31 年と昭和 35 年では、積分に関するものの順序が異なるのである。それは以下の通りである。

昭和 31 年の「数学Ⅲ」(20)では、順次、

区分求積法　定積分　積分する　不定積分
積分定数　台形公式　シンプソンの公式

$\int_a^b f(x)dx \quad \int f(x)dx$

と記されている。ところが、昭和 35 年の「数学ⅡB」(21)では、

不定積分　積分定数　$\int f(x)dx$　定積分

$\int_a^b f(x)dx$

となっている。昭和 31 年のものは、区分求積法から定積分を定義し、後に不定積分を導入する「タイプ A」に従った順序である。一方、昭和 35 年のものは、定積分に先行して不定積分が表れている。これは、明らかに、「タイプ B」の流れである。とりわけ、積分記号の登場順が、昭和 31 年は、

$$\int_a^b f(x)dx \quad \rightarrow \quad \int f(x)dx$$

であるのに対し、昭和 35 年は、これが逆転し、

$$\int f(x)dx \quad \rightarrow \quad \int_a^b f(x)dx$$

となっていることは顕著である。

昭和 35 年の『高等学校学習指導要領』を見る限り、「積分法」に先行して「数列と級数」が扱われていることから、「タイプ A」で積分を展開できるように編成されているものの、「用語と記号」の記述においては、明らかに「タイプ B」の構成法が示唆されていることが分かる。

したがって、昭和 35 年の「学習指導要領」は、「タイプ A」でも「タイプ B」でも積分を扱うことのできる「汎用性のある構成」となっている。

５．微積分の必修化と再構成の議論

さて、前節で見た昭和 35 年の『高等学校学習指導要領』は、昭和 35 年 10 月 15 日の文部省令第 16 号「学校教育法施行規則の一部を改正する省令」とともに告示され、昭和 38 年度から学年進行実施となる。

その告示の前後の昭和 30 年代半ば、「微積分の必修化」に伴う教育課程編成に関する数学教育界の議論を、『日本数学教育会誌』に見て取ることができる。

昭和 34 年 11 月 1 日発行の『日本数学教育会誌第 41 巻第 11 号』には、日本数学教育会教育課程研究委員会

委員長井上義夫[22]が、「高等学校数学科教育課程について―日数教名古屋大会報告―」[23]（以下、「井上（1959）」）を載せている。

この記事は、昭和34年8月、名古屋にて、日本数学教育会第41回研究大会が開催された際、高等学校教育課程の改訂に向け、各地区、各研究団体が教育課程案を発表し、そこで交わされた議論の報告である。

これによると、教育課程案を持ち寄った各地区及び、各研究団体は、次の7つである。

(1) 九州数学教育会高等学校数学科教育課程研究委員会 第5次 中間報告（略称 九数教案）
(2) 四国地区数学教育研究会（略称 四数教案）
(3) 兵庫県数学教育会高校部会（略称 兵庫案）
(4) 愛知県高校数学教育研究会（略称 愛知案）
(5) 東京都高校数学教育研究会（略称 都数研案）
(6) 東京理科大学数学教育研究会（略称 理大案）
(7) 日数教教育課程研究委員会（略称 日数教課研（ママ））

この「井上（1959）」には、上記(7)は「総会特集号にゆずる」として割愛し、(1)〜(6)に「(8) 東京教育大学付属高等学校案」（略称 教大付高案）を加えた都合7つの教育課程案が掲載されている。このうち「理大案」は、必修の内容が12単位で、他の6案はすべて9単位とし、「愛知案」以外の6案が必修内容の中に微分と積分の両方を組み入れている。

表1 各案の必修課程のうちの解析的内容の比較検討（井上 1959）

九数教案	兵庫案	愛知案	都数研案	教大付属案(ママ)	理大案
［2］函数の変動 1. 変化率 2. 導関数 x^n，和，差の微分 3. 関数の増減と 極大・極小 簡単な高次関数のグラフと高次方程式の根 ［3］函数の積分と微分 1. 数列の和 等差，等比，$\sum k^2$ 2. グラフの下の面積 区分求積 3. 定積分 $\lim\sum f(x)\Delta x$ $=\int_a^b f(x)dx$ 4. 積分と微分 5. 積分の応用 面積，回転体の体積	［3］函数と変化率 1. 函数とその変化 平均変化率， 簡単な極限 2. 変化率，導関数， 4次，分数函数 3. 曲線の接線 4. 函数の変化・極値 5. 導関数の応用 速度，加速度，グラフ， 3次方程式の根 ［4］簡単な数列 1. 等差 2. 等比 3. $\sum k^2$，$\sum k^3$ ［5］積分 2. 区分求積と定積分 3. 定積分の計算 4. 微分の逆演算としての積分 積分の応用 面積，回転体の体積	［3］函数と変化率 1. 函数とグラフ 二次函数のグラフ 2. 変化率 3. 導函数 三次函数まで 4. 導関数の応用 増減と極大・極小 （三次函数まで） 接線，速さ ［4］等差・等比数列 （対数の章の中で）	［3］整函数と微分と積分 1. 二次函数の極大， 極小，グラフ 2. 微小変化と極限値 3. 導関数 整函数の微分法 4. 増減，極大・極小・ グラフ 5. 接線の方程式， 近似式 6. 不定積分 微分の 逆算 7. 面積，回転体の体積 ［4］数列と級数 1. 等差 2. 等比 3. $\sum k^2$ 4. 無限等比	［3］函数と変化率 1. 函数とグラフ 2. 函数とその変化 平均変化率 3. 変化率，導関数 4. 曲線の接線 5. 函数の変化，極値数 係数の四次 $\frac{c}{ax+b}$，$\frac{a}{x^2}$ $\sqrt{ax+b}$，$\sqrt{x^3}$ 6. 導函数の応用 ［4］積分 1. 微分の逆演算としての積分 2. グラフの下の面積 3. 定積分 4. 積分の応用	［3］函数とグラフ 1. 二次函数 2. 変化率 簡単な三次函数まで 3. 簡単な分数・ 無理函数 ［5］数列 1. 等差，等比 2. いろいろな数列 ［6］微分 1. 微分係数 導関数 （代数函数まで） 2. 微分法 （和，差，積，商） 3. 函数の変化 （増減，極大・極小） 4. 微分の応用 （速度膨張係数） ［7］積分 1. 定積分 2. 不定積分 3. 積分の応用 （面積，体積）

注）表内の各項目は、「微積分」の構成に関わるもののみ、筆者が抜粋して引用した。

このように、高等学校数学科の必修単位数を最低9とすることと、高等学校数学科の必修科目の中に微積分の初歩を入れることは、昭和33年8月22日、日本数学教育会が文部大臣灘尾弘吉に提出した「全国数学教育研究大会における要望決議文」(24)に、明記されており、これらの案はこの日数教の方針に従ったものと言える。

「井上（1959）」には、上記(1)~(8)のうち、必修の中に積分を組み入れていない「愛知案」と、別途報告するとした「教大付高案」を除く6案が一覧表として掲げられている。本稿では、この表の微積分に関わるもののみを抜粋し、「表1」として引用した。

また、「井上（1959）」では、必修微積分の展開方法について、以下のように言及されている。

> 各案に現われた展開方法を大別すると、
> ① 微分 → 数列の和
> →（区分求積・定積分）→不定積分
> ② 微分 → 不定積分（微分の逆算）
> →定積分
>
> 上記①の展開方法による場合には、定積分の学習の前に、数列の和の極限という難関が入るが、それさえ通過すれば定積分の基本概念は、②の展開方法によるよりも明確に捉えられるであろう。これに対して②の展開方法による場合には、「数列の極限」という難関を避けることができ、また将来微分方程式への発展が容易であろう(25)。

いうまでもなく、①は「タイプA」、②は「タイプB」である。7つの案のうち、「タイプA」の構成となっているものは、「九数教案」、「兵庫案」、「理大案」の3案、「タイプB」は「都数研案」および「教大付高案」の」2案である。前述したが「愛知案」の必修課程には、微分はあるが積分はない旧来の構成である。また、「四数教案」は表から省かれている。

なお、「井上（1959）」では、割愛されているが、「日数教課研」の案は、昭和34年11月1日発行の『日本数学教育会誌第41回総会特集号』に掲載された「高等学校第3分科会新教育課程（代数・微積分）報告」(26)で確認することができる。この中に、8月に名古屋で行われた第41回総会の第3分科会において、日本数学教育会教育課程委員会に所属する白石勲司(27)による「高校必修課程における微積分について」(28)と題した報告がある。

この報告では、「不定積分より積分に入る」とあり、微分の逆算による積分の導入が明記されている。これは「タイプB」である。

「井上(1959)」の記述を見ると、当時の教育課程の議論で「タイプB」が検討されるに至ったのは、以下の2つの理由によるものと捉えられる。

> ① 必修数学を9単位以上とし、そこに微積分を組み入れるという方針を貫くため、すべての高校生が学ぶ状況を考え、難関とされる内容を必修数学の中から取り除き、選択科目へ移行させる必要性があったこと。
> ② ①において、「数列の和の極限」（級数）を難関と捉え、これを回避する方策として、「微分の逆算」として積分を定義することに考えが至ったこと。また、このことにより、微分方程式への発展も容易としていること。

さらに、「井上（1959）」は、「高等学校数学の近代化と微積分の必修」として、上記のように、「必修化」に至った社会的背景にも触れている。以下に記す。

> 「微積分を必修に加えよ」という主張は、次に述べるように、前年来叫ばれてきた「高校における数学教育の近代化」の1つの具体的な姿とみてよいであろう。
>
> さて、「高校における数学教育の近代化」の必要が強く叫ばれた原因の1つは、近年我が国の産業界・経済界における飛躍的な技術革新であり、他の1つの原因は、今世紀における数学そのものの進歩発展であろう。
>
> そして我が国の科学技術の振興、将来の産業界の望ましい発展計画、その他の各方面の社会的な要求を考慮して、必要と思われる近代的な内容を取り入れ、新しい教育数学の体系を確立することの必要が叫ばれたのである。
>
> そして、上記の「必要と思われる近代的な内容」として、まず第1に必修の範囲にとり入れようとしたものが微積分の初歩である。という理由は、微積分は、数量の変化の状態を函数的に考察する場合に最も基本的なものであり、また数学と自然科学との関連という面から考えても最も基本的なものであるからである(29)。

科学技術の振興および産業界の発展というニーズと、数学そのものの進歩から、「数学教育の近代化」が叫ばれ、その「近代的な内容」の尖兵として、微積分が取り上げられ、これが高等学校において必修化に至ったことが分かる。

さらには、「新しい教育数学の体系を確立すること」

の必要性を訴えていることは、解析学や数学史に準拠した数学体系へのこだわりを捨て「タイプ B」へ移行することと関連付く。これは極めて示唆的な言及と言えよう。

続いて、昭和 35 年 3 月 1 日発行の『日本数学教育会誌第 42 巻第 3 号』を取り上げる。この号には、「高等学校数学科教育課程研究委員会中間報告」[30]が掲載されている。

この中間報告を見ると、昭和 34 年 10 月 9 日に、この委員会が発足し、さらに、委員会を A、B、C の 3 つのグループに分割し、本格的な議論に入ったことが分かる。各グループの担当は以下の通りである。

A：数学教育の意義、社会や生産との関係、高校教育と数学教育の関係、時間配当
（世話人　横地 清）
B：代数、解析の教材に関する内容や配列の検討
（世話人　三上繁太郎）
C：幾何の教材に関する内容や配列の検討
（世話人 吉田 寿）

3 つのグループには、横地、三上、吉田の各世話人がそれぞれ定められているが、大学関係の世話人として、別途、田島一郎[31]の名も記されている。

さて、微分・積分に関する事柄は B グループが担当した。B グループでは、必修の微積分に対して、以下の問題点[32]が指摘され、議論が行われたことが記されている。ただし、原典には通し番号はない。筆者が付したものである。

1.　用語・記号の問題
2.　微分で取り扱う函数の範囲（整函数を主として、分母を単項式または一次式程度の函数（ママ）・無理函数）
3.　積分を必修に入れることの可否
4.　数列と無関係に積分を微分の逆演算として導入する
5.　定積分と不定積分の関係をどうするか
6.　応用としては面積・体積（回転体だけ）および（簡単な）物理的なものを取り扱う
7.　選択の積分との体系的関連

注目すべきは「3」「4」「5」である。積分を必修とする際、それをいかに易しく教えるかが議論されたと考えられる。そこで、積分を微分の逆算とし、区分求積法を回避しつつ、原始関数で定義する不定積分を、定積分に先行して教え、不定積分の関数値の差を定積分とするアイデアが検討されたことが分かる。つまり、この B グループでの議論が、「数列と無関係に積分を微分の逆演算として導入する」と、従来の微積分の構成法を再構成し、「タイプ B」への移行に向けての方向性を与えたものと評価できる。

以上のような議論がまとめられ、昭和 35 年 3 月 28 日に、「高等学校数学科教育課程研究委員会報告」[33]（以下、「井上（1960）」）がなされた。この報告は、昭和 35 年 5 月 1 日発行の『日本数学教育会誌第 42 巻第 5 号』で知ることができる。この報告書は、全部で 9 ページにも亘る詳細なもので、報告者は、当該委員長の井上義夫である。

「井上（1960）」において、必修の微積分に関する記述を見てみたい。微積分は「a4 関数とそのグラフ」（1.5 単位）に組み入れられている。積分に関しては、以下の 2 項目[34]が記されている。

(4) 微分の逆算としての積分の導入。
(5) 積分の応用
　i) 面積・体積への応用
　ii) 理科への応用

また、上記 2 項目に、以下の註記が付されている。

(4) 積分の導入は微分の逆算による。
記号 $\int f(x)dx$を用いるが、定積分の記号
$\int_a^b f(x)dx$ は用いない。
(5) 積分の応用では、求積、物理教材においても三次までの整関数で表わされるものを取扱う。

さらに、「審議経過」[35]として、以下が記されている。

(4)の「積分の導入」の項では、微分の逆算として積分を扱うことには、特に定積分との関係に問題があった。結論としては、定積分の概念や記号にふれずに、不定積分だけを用いて、求積への応用を扱うことにした。したがって、積分定数は具体的な場面に応じて決めるということを考えている。

つまり、微分の逆算として積分を導入する行き方には、区分求積法からくる定積分との関係に問題がある。しかしながら、その問題を認めつつ、これを採用することにし、定積分の記号を扱わず、不定積分だけで求積を扱うよう工夫したのである。求積は、あくまでも「積分の応用」である。

日本数学教育会では、必修微積分の導入とその方法について、極めて活発で詳細な議論が交わされた。結果、「タイプ A」から「タイプ B」へ移行することを、問題を指摘しつつも結論として導いた。

こうした一連の議論は、当時の文部省「教材等調査研究委員会中学校高等学校数学小委員会」による「学習指導要領」の改訂に、少なからず影響を与えたものと推察できる。それは、日本数学教育会と文部省のそれぞれの委員の兼務状況からも大いに窺えることである。

昭和 35 年 6 月 16 日、「高等学校学習指導要領改訂草案」が、文部省により示される。結果的に微積分に関するものは、後に告示される「学習指導要領」の記述と全く同一のものとなる。

この「高等学校学習指導要領改訂草案」を受け、日本数学教育会研究部は、昭和 35 年 7 月 23 日、東京都高等学校数学教育研究会と共催で、「高等学校学習指導要領改訂草案に対する研究会」を開催した。文部省から、初等中等教育局中等教育課教科調査官の大野清四郎[36]が招かれている。この研究会の詳細は、昭和 35 年 9 月 1 日発行の『日本数学教育会誌第 42 巻第 9 号』で知ることができる。

改訂草案に対しては、大野から説明があった。その中で、大野は、「数学ⅡB」の微積分に関して、

> 微分法については、整関数の範囲で和、差、積まで扱い積分法については、区分求積法から入るか、微分の逆演算から入るかは、指示していない[37]。

と述べている。これは、興味を惹く言である。「学習指導要領」作成の担当者自身が、「タイプ A」、「タイプ B」どちらを取るかについては、「指示しない」と述べているのである。

もちろん、これについては、当時見解が分かれるところであったが、そんな状況下で、日本数学教育会は、一応の「タイプ B」への移行という結論を見たところであった。しかし、大野は、どちらとも見解を示していないのである。

本稿では、第 4 節において、昭和 35 年の「学習指導要領」に対して、「タイプ A」、「タイプ B」のどちらでも構成可能な「汎用性のある構成」と指摘したが、このスタンスは、当時の文部省内の「教材等調査委員会作成委員会」自身の葛藤の表れと読み取れる。

６．教科書の様相

前掲の「金子（2014）」には、当時の教科書を丹念に調査した結果、当時の教科書が「タイプ A」、「タイプ B」のどちらの構成法を採っているかが示されている。以下に「金子（2014）」に掲載された表を「表２」、「表３」として引用する。ただし、金子は、主要著者も明記しているが、ここでは外した。

表から明らかなように、昭和 26 年、31 年の「学習指導要領」下では、大日本図書の「数学Ⅲ」を除くすべてが、「タイプ A」の構成法を採用している。

一方、昭和 35 年の方は、「タイプ A」と「タイプ B」が混在していることが見て取れる。

見てきたとおり、昭和 35 年の当時は、2 つの構成法のどちらを取るかについては、議論が分かれるところであり、そのような状況を受けて、「学習指導要領」もどちらの構成でも教科書が編集され得る状況にあった。「金子（2014）」で明らかにされた教科書の様相は、そのようの状況が映し出されたものと見て良いだろう。

表２　昭和 26 年（解析Ⅱ）と昭和 31 年（数学Ⅲ）の指導要領下での教科書の状況 （金子 2014）

<table>
<tr><th></th><th>解析Ⅱ</th><th>数学Ⅲ</th></tr>
<tr><td>東京書籍</td><td></td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td>数研出版</td><td></td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td>啓林館</td><td></td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td rowspan="2">実教出版</td><td>タイプ A</td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td colspan="2">定積分の上端を x として不定積分を定義</td></tr>
<tr><td rowspan="2">好学社</td><td>タイプ A</td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td colspan="2">速度と変位の関係に言及</td></tr>
<tr><td rowspan="2">大日本図書</td><td>タイプ A</td><td>タイプ B</td></tr>
<tr><td colspan="2">速度と変位の関係に言及</td></tr>
<tr><td rowspan="2">帝国書院</td><td rowspan="2"></td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td>速度と変移の関係に言及</td></tr>
<tr><td>三省堂</td><td>タイプ A</td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td rowspan="2">日本書院</td><td>タイプ A</td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td colspan="2">速度と変位の関係に言及</td></tr>
<tr><td>昇龍堂</td><td>タイプ A</td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td rowspan="2">清水書院</td><td rowspan="2"></td><td>タイプ A</td></tr>
<tr><td>速度と変位の関係に言及</td></tr>
</table>

表3 昭和 35 年改訂の指導要領下での教科書の状況（金子 2014）

	数学ⅡA	数学ⅡB
東京書籍	タイプ B	タイプ A
数研出版	タイプ A	タイプ A
啓林館	タイプ A	タイプ A
	求積法→不定積分→定積分	
実教出版	タイプ B 区分求積法 に言及	タイプ A
学校図書	タイプ B	タイプ B
	区分求積法に言及	
大日本図書	タイプ A	タイプ A
	速度と変位の関係に言及 求積法→不定積分→定積分	
学研書籍	タイプ B	タイプ B
旺文社	タイプ A	タイプ A
	不定積分→求積法→定積分	
帝国書院	タイプ A	タイプ A
	速度と変位の関係に言及 不定積分→求積法→定積分	
三省堂（Ⅰ）	タイプ A 速度と変位 の関係に言及	タイプ B 区分求積法 に言及
三省堂（Ⅱ）	タイプ A	タイプ A
	不定積分→求積法→定積分	
昇龍堂	タイプ A	タイプ A
清水書院	タイプ A	タイプ B 区分求積法に言及

7.「微分法の逆算としての積分法」の定着

昭和 35 年の「学習指導要領」は、昭和 38 年からの 10 年間の実施年度を経ることになる。そして、昭和 45 年 10 月 15 日告示の『高等学校学習指導要領』が出されるまで、高等学校ではこれに準拠した教育が行われたのである。

当然、授業実践においても、「タイプ A」、「タイプ B」の両者の構成法が混在したわけだが、両者に対する学校現場の評価はどうであったのか。また、どちらのタイプの教科書が、高等学校現場では多く採択されたのか、興味は尽きない。だが、これに関する調査は今後の課題としたい。

昭和 45 年の『高等学校学習指導要領』[38] は、昭和 48 年度からの学年進行実施となったが、この学習指導要領では、「タイプ B」への完全移行がなされることになる。この「学習指導要領」では、数学の必修科目については、「『数学Ⅰ』または『数学一般』」と明示され、微分と積分がともに導入される「数学ⅡA」または「数学ⅡB」は選択科目となる。したがって、この改訂においては、前回の改訂時「タイプ B」への移行の契機となった「微積分の必修」は解消されたことになる。

この時、2 年次履修を想定して作られた「数学ⅡA」(5 単位)から、数列に関する一切の項目が削除され、「数学Ⅲ」履修の前提となる「数学ⅡB」(6 単位) からも「無限数列」は削除され「有限数列」のみに限定されてしまう。すなわち、「タイプ A」の構成法をとるために不可欠な「無限数列とその級数」の概念が「数学Ⅲ」へと送られたのである。これは、積分が導入される「数学ⅡA」と「数学ⅡB」で、区分求積法に触れることができなくなり、「タイプ A」による積分の構成法は不可能となったことを意味する。

昭和 45 年の『高等学校学習指導要領』第 2 章「第 3 節 数学」に定められた、「数学ⅡB」[39] の数列と微積分に関する項目を、以下に引用しておく。無限数列や級数に関する項目が一切ないことが確認できる。

二項定理、有限数列

二項定理や数列を通して数学的帰納法について理解させる。また、簡単な数列について、その特徴をとらえさせ、帰納的に定義するしかたとその意義を理解させる。

ア 二項定理

イ 簡単な数列

　等差数列、等比数列など

ウ 数学的帰納法、帰納的定義

エ 用語および記号

　二項定理、数学的帰納法、数列、一般項、等差数列、公差、等比数列、公比、Σ

微分法と積分法

微分係数と導関数の意味を理解させ、簡単な整関数の範囲で、導関数を求めたり、それを用いたりすることができるようにする。また、積分の意味を理解させ、それを簡単な整関数の範囲で応用できるようにする。

ア 微分係数の意味

イ 導関数とその計算

　関数の和・差・積の導関数

ウ 導関数の応用

　接線、関数値の増減、速度など

エ 積分の意味

オ 積分の応用

　面積、体積など

カ 用語および記号

区間、増分、Δx、極限値、lim、
微分係数、導関数、$f'(x)$、y'、$dy／dx$、
極大、極小、極値、不定積分、
積分定数、 $\int f(x)dx$、定積分
$\int_a^b f(x)dx$

このようにして、昭和 45 年の「学習指導要領」改訂により､「微分の逆演算としての積分の導入」である「タイプ B」が定着するに至った。

８．総　括

我国の高等学校数学科における微積分の構成法は、解析学や数学の歴史的展開とは異なる。それは、世界的にも特殊なものである。本来、積分法は、極限概念を用いて区分求積法により形成すべきところを､「微分法の逆演算」として定義しているのである。

本稿では、高等学校数学科では、戦後しばらくは、解析学の方法に準拠した積分の構成法を取ってきたが、科学技術の振興が謳われた昭和 30 年代、「微積分の必修化」を契機として、今日のような形態が形成されたことを明らかとなった。それは､必修化にともなって、すべての生徒が学ぶ積分から、難解とされる数列の和の極限の学習を課すことを回避させるために採用された構成法であることが分かった。

最後に、本稿のテーマに絡んで、今日の高等学校数学科の微積分教育について、4 つの問題提起をしておくことにする。

第一に、我国の微積分教育の特殊性に対する理解である。「タイプ B」への移行の契機となった「微積分の必修」は、現在の教育課程には当てはまらない。だからといって、直ちに旧来の形に戻せば良いわけではない。ただ、微分の逆演算による積分の導入は、数学教育のこうした歴史的過程を経て生まれた特殊なものであることを、少なくとも、数学教育に関わる者は、誰もがよく認識しておく必要があると考える。

第二に、計算主義への偏向である。極限の指導を上級学年に送り、区分求積を回避し、積分を微分の逆計算として導入したことにより､積分概念そのものも「計算によってのみ導かれるもの」との誤認識を、生徒に与えてしまってはいないだろうか。また、大学入試からの影響もあろうが、積分概念の獲得より、むしろ計算で正しい答を求めることのほうが重視されてはいないだろうか。その反省は、大いになされなければならない。

第三に、数学の文化性の欠損である。本稿第 1 節で述べたように、求積法から発生した積分法と、求接線法による微分法は、別個に編み出されたものであったが、微分積分学の基本定理の発見により、逆演算であることが明らかになるのである。残念ながら、今の高等学校数学では、この偉大な発見である「微分積分学の基本定理」の妙味が弾け飛んでしまっている。定理式

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(x)dx = f(x)$$

に関しても、あくまでも「定積分のひとつの性質」として扱われるため､「上端について微分すれば、関数がもとに戻る」という「受験テクニック」として教えてしまう。もちろん、これは、筆者自身の反省も大いに込めての話である。

数学は、人類が築いてきた偉大な文化遺産であるから、それを、最大限生徒に享受させる視点が必要と考える。

最後に、第四として、現在ある数学教育の改革・改善に関わるトップ・ダウン志向の問題である。本稿では、昭和 30 年代の、数学科教育課程編成に関する数学教育界の議論を取り上げた。その中で､「学習指導要領」の改訂に向けて、数多くの現場教師、学校管理職、学識者、教育行政担当者が、各地区、各団体を通じて、それぞれの案を持ち寄り、活発な議論を交わした事実に触れることになった。

もちろん、そのような流れは、今も引き継がれてはいるが、当時に比べて、その規模は相当縮小されてしまっていることは否めない。

はたして、我々今の数学教師は、先人のような教育課程編成力を有しているのか､彼らのように数学教育改革をボトム・アップの形で行う力量があるのか、トップ・ダウンを受け入れるだけの「ヒラメ教師」になってはいないか、まさに今、問われるところであろう。

註および引用･参考文献

(1) 長岡良介(1993),『数学の歴史』, 放送大学教育振興会, p.91.
(2) 不定積分 $\int_a^x f(x)dx$ を，上端，下端を省いて，$\int f(x)dx$と表すこともある．
(3) 微分積分学の基本定理には，様々な表記方法がある．
「関数 $f(x)$の原始関数を F(x)とするとき，
$\int_a^b f(x)$dx=F(b)-F(a)　が成り立つ.」
を定理命題とする数学書も多数ある．
(4) 文部科学省(2009),『高等学校学習指導要領』，東山書房，p.56.
(5) 高橋陽一郎他(2013),『詳説　数学Ⅱ』, 新興出版社啓林館，pp.189-239.
(6) 金子真隆，現，東邦大学薬学部教授.
(7) 金子真隆(2014),「積分概念の導入に関する教科書調査に

ついて―高等学校学習指導要領の変遷もふまえて―」,『東邦大学教養紀要第 46 号』, p.76.
(8) 文部省(1951),『中学校高等学校学習指導要領数学科編（試案）』, 中部図書.
(9) 前掲(8), p.139.
(10) 前掲(8), pp.157-168.
(11) 前掲(8), p.166.
(12) 文部省(1955),『高等学校学習指導要領数学科編昭和 31 年度改訂版』, 好学社.
(13) 前掲(12), pp.39-40.
(14) 『高等学校学習指導要領数学科編昭和 31 年度改訂版』では,「c 積分」の前の項目として「b 微分」がある.
(15) 文部省(1960),『高等学校学習指導要領』, 大蔵省印刷局.
(16) 前掲(15), pp.67-69.
(17) 前掲(15), p.68.
(18) 前掲(15), p.69.
(19) 前掲(15), p.69.
(20) 前掲(12), pp.39-40.
(21) 前掲(15), p.69.
(22) 井上義夫, 当時, 東京教育大学附属高等学校.
(23) 井上義夫(1959),「高等学校数学科教育課程について―日数教名古屋大会報告―」,『日本数学教育会誌第 41 巻 第 11 号』, 日本数学教育会, pp.173-178.
(24) 佐藤良一郎(1958),「全国数学教育研究大会における要望決議文を文部大臣に提出」,『日本数学教育会誌第 41 巻 第 1 号』, 日本数学教育会, p.24.
(25) 前掲(23), p175.
(26) 日本数学教育会(1959),『日本数学教育会誌第 41 回総会特集号』, pp.210-216.
(27) 白石勲司, 当時, 茨城県立取手第一高等学校.
(28) 前掲(26), pp.212-213.
(29) 前掲(23), p.175.
(30) 日本数学教育会(1960),「高等学校数学科教育課程研究委員会中間報告」,『日本数学教育会誌第 42 巻 第 3 号』, 日本数学教育会, pp.55-58.
(31) 田島一郎, 当時, 慶応義塾大学教授.
(32) 前掲(30), p57.
(33) 井上義夫(1960),「高等学校数学科教育課程研究委員会中間報告」,『日本数学教育会誌第 42 巻 第 5 号』, 日本数学教育会, pp.69-77.
(34) 前掲(33), p.72.
(35) 前掲(33), p.73.
(36) 大野清四郎, 当時, 文部省初等中等教育局中等教育課教科調査官.
(37) 日本数学教育会研究部・東京都高等学校数学教育研究会(1960),「高等学校学習指導要領改訂草案に関する研究会」,『日本数学教育会誌第 41 巻 第 1 号』, 日本数学教育会, p.162.
(38) 文部省(1970),『高等学校学習指導要領』, 大蔵省印刷局.
(39) 前掲(38), pp.60-62.