

—修士学位論文—

広帯域化を実現する周波数応答を用いた制御器設計に関する研究

A Study on Controller Design Method
To Achieve High Control Bandwidth
Using Frequency Response Data Sets

平成28年度

三重大学大学院工学研究科
博士前期課程 電気電子工学専攻
電機システム研究室
中村和樹

目次

第1章	緒言	1
1.1	研究背景と目的	1
1.2	論文の構成	3
1.3	表記	4
第2章	周波数応答を用いた制御器設計法	3
2.1	凸最適化による制御器設計法 [8]	3
2.2	制御仕様を保証する性能制約 [9]	5
2.2.1	制御帯域の確保	5
2.2.2	位相余裕の確保	7
2.2.3	ゲイン余裕の確保	7
第3章	提案手法	10
3.1	開ループ特性	10
3.2	安定余裕の確保	11
3.3	Concave-Convex Procedure(CCCP)	12
3.4	設計問題の定式化	13
3.5	ゲイン交差周波数を拡大化する設計問題	14
3.6	感度制約	17
第4章	制御器の分母多項式もパラメータ化したゲイン交差周波数の拡大を実現する制御器設計法	19
4.1	制御器のパラメータ化	19
4.2	安定余裕の確保	20
4.3	ゲイン交差周波数を拡大化する設計問題	20
4.4	感度制約	21
4.5	制御器の分母多項式に対する制約	23
4.6	設計問題のまとめ	24

第5章 HDDのベンチマーク問題への適用	26
5.1 制御対象	26
5.2 外乱のモデル	27
5.3 性能評価	30
5.4 設計条件	30
5.5 シミュレーション結果・考察	32
第6章 実験検証	41
6.1 実機実験	41
6.2 制御対象	41
6.3 シミュレーション条件	41
6.4 シミュレーション結果	44
6.5 実験条件	47
6.6 実験結果	48
第7章 結言	52
参考文献	54
謝辞	56
論文目録	57

第1章 緒言

1.1 研究背景と目的

精密な位置決め機構では、モーションコントロールの更なる高速・高精度化，すなわちシステムの高ゲイン化が望まれている。しかし，制御対象の特性変動が位置決め精度の劣化を招き，最悪の場合，高ゲイン化によってシステムが不安定化する恐れがある。したがって，所望の制御性能を確保しながら，ロバスト安定性を保証する制御器が必要となる。そこで，あらかじめ制御対象の数式モデルを構築し，構築したモデルを用いて様々な設計仕様を満たす制御器を設計するモデルベース制御器設計法が広く用いられている。とりわけ，混合感度法 [1] や μ 設計などのロバスト制御は，特性変動を生じる制御対象に対する有効な制御手法として知られる。

これらの手法では，数式モデルを用いることで外乱抑圧特性や制御対象の不確かさに対するロバスト性を評価できる。しかし，多共振系のような複雑な特性を持つ制御対象の精密なモデル化には多大な労力を必要とし，数式モデルが高次数化する。これは，モデルの次数に依存した制御器の高次数化に繋がる。一方，多共振系を安定化する方法の一手段として，共振周波数での開ループゲインを抑圧する方法がある。この方法では，共振特性に対してノッチフィルタを挿入するのが一般的であり，制御入力に共振周波数成分を含まないようにする。しかし，各共振周波数に対するノッチフィルタの設計は，設計者の試行錯誤を必要とする。また，共振ゲインを抑圧するため，保守的な設計となる問題がある。文献 [2] によれば，50 nm 以下の位置決め精度を超精密であると定義している。超精密位置決め制御を実現するためには，これらの保守性を緩和する制御器設計を成さなければならない。

この問題に対し，文献 [3] では共振ゲインを抑圧せず位相調整によって安定化を行っている。この手法は，位相安定化と呼ばれ，開ループ伝達関数 $L(j\omega)$ のベクトル軌跡が複素右半平面を通過するよう制御器を設計する。これにより，共振周波数帯における低感度化を実現し，安定かつ高精度な制御が可能となる。これらの特長からハードディスクドライブの位置決め [4]，プリント基板レーザ加工機で用いられるガルバノスキャナ [5] に適用され，その有効性が確認されている。これらは，位相調整によってシ

システムを安定化しているが、モデル変動を陽に考慮していない。つまり、安定余裕が確保されず、システムの安定性を損なう恐れがあった。そこで、ナイキスト線図上における安定余裕として代表とされる位相余裕、ゲイン余裕を確保する制御器設計法が提案された [6]。さらに、共振特性を持つ制御対象に対し、より高い安定性を保証するため、第 2 位相余裕を定義し、それをも確保する制御器設計法が文献 [7] が提案されている。安定余裕を確保し、システムの高ゲイン化を実現することで、高ゲイン化とロバスト安定性の双方のトレードオフ問題を容易に解決した。

一方、これらの制御器設計法は制御対象の数式モデルを必要とし、複雑な特性を有する制御対象のモデル化は非常に煩雑な作業となる。ゆえに、経験の浅い設計者にとって制御対象のモデル化および適切な制御器の設計は困難であり、熟練の設計者にとっても数式モデルや制御器が最適かどうかを知ることは困難である。

これに対し、文献 [8] では、制御対象の周波数応答のみを用いた固定構造制御器を簡易に設計する手法が提案されている。この手法は制御対象の数式モデルを必要としないため、モデル化コストを削減可能である。この制御器設計法は規範モデルを決定し、それへのマッチング問題を凸最適化問題へと定式化することで、効率的な制御器設計を達成している。しかし、規範モデルへのマッチングが完全に実現されれば、所望の制御性能を確保する制御器設計が可能となるが、必ずしもマッチングが達成される保証がなかった。これを背景として、文献 [9] では各制御性能を保証する凸制約が提案され、これを文献 [8] の手法に付加することで、制御性能を陽に考慮した制御器設計を可能にしている。これらの手法の設計問題は、望みの開ループ特性 L_d と実際の開ループ特性 L を近づける問題として定式化された。さらに、制御性能に関する制約を凸制約に近似することで、凸最適化による制御器設計を可能にしている。しかし、 L_d に対して実現困難な過度な要求を与えた場合、制御性能の劣化を招く恐れがある。さらに位相安定化を図る L_d の選定に試行錯誤を要する。そのため、 L_d のような規範となる数式モデルを必要としない制御器設計が望まれる。

本研究では、これを解決すべく規範モデルを用いず、周波数応答を用いた位相安定化を実現する制御器設計法 [10] を提案した。位相安定化を実現する設計問題が凸最適化問題として記述されている。ゆえに、これを最適化を用いて解を導出することで、効率的に位相安定化を実現し、従来までの試行錯誤要素を十分に低減することが可能となった。しかし、位相安定化によりシステムの高ゲイン化が可能とはなったが、必ずしも達成される保証はない。つまり、高速・高精度化における重要な設計指標、広帯域化と低感度化が実現される可能性が高くなるが、必ずしも達成される保証はない。こ

れらはいくまで間接的な評価でしかなかった。さらなる高速・高精度な制御を実現するためには、位相安定化や性能を確保する制約を提案するのではなく、直接的に制御性能を向上する設計問題を提案することが必要であると考えられる。

本論文では、広帯域化を直接的に実現する周波数応答を用いた制御器の最適化手法を提案する。周波数応答を用いた制御器設計法に基づくことで、以下の利点を有する。制御対象の数式モデルが不要となる。そして、制御器の次数を任意に設計者が定めることができ、また、制御対象の変動を陽に考慮することが可能となる。さらに、複数の制御指標を同時に満たす制御器設計が容易となる。

そして、周波数応答を用いた制御器設計法を根源とし、本論文の目的は以下の項目となる。ゲイン交差周波数を拡大化すること、それに伴い低感度化を実現することである。これまで、間接的な評価でしかなかった速応性の指標であるゲイン交差周波数を直接的に拡大化する。これは、制御帯域の広帯域化に繋がり、高速な位置決め制御を実現する。また、感度整形を簡易に実現する。システムの高ゲイン化に伴うロールオフ問題を簡易に解決する手法を提案する。さらに、閉ループ特性の安定性を保証すべく、位相余裕・ゲイン余裕を確保する設計問題を数式モデルを用いずに定式化する。本論文では、複数の制約式を提案するが、それらはすべて最適化問題へと定式化する。つまり、簡易に複数の設計要求を満たす制御器設計を実現する。また、規範モデルに依存しない最適化問題を解くことで、さらなる制御性能の向上が期待される。

1.2 論文の構成

本研究では、広帯域化を実現する周波数応答を用いた制御器設計法の提案を行う。なお、本論文は全 8 章で構成されており、各章の構成は以下の通りである。

第 2 章 周波数応答を用いた制御器設計法

2 章では、本研究の基盤となる文献 [8] で提案されている周波数応答を用いた制御器設計法について述べる。さらに、文献 [8] の手法を拡張した文献 [9] の手法について述べる。

第 3 章 ゲイン交差周波数を拡大化する周波数応答を用いた固定構造制御器設計

周波数応答を用いた制御器設計法をゲイン交差周波数を拡大化する設計問題へと拡張する。

第 4 章 ゲイン交差周波数を拡大化する周波数応答を用いた極調整可能な制御器設計

4 章と同様の設計問題を考える。これに，制御器の分子・分母多項式の双方をパラメータ化した制御器設計法を提案する。

第 5 章 HDD ベンチマーク問題への適用

本研究の有効性を確認するため，高速・高精度な位置決め制御の一例であるハードディスクドライブのヘッド位置決め制御器を行う。そして，ベンチマーク問題にて性能評価を行う。

第 6 章 実機実験

提案手法を二慣性共振制御装置に対し適用し，実機実験にて有効性を確認する。

第 7 章 まとめと今後の課題

本研究のまとめと今後の課題について述べる。

1.3 表記

本論文で用いられる表記を以下に示す。

- C^* : 複素数 C の複素共役転置
- $\text{Re}\{C\}, \text{Im}\{C\}$: 複素数 C の実部および虚部

第2章 周波数応答を用いた制御器設計法

本章では、提案手法の基となる文献 [8] の手法について説明する。また、文献 [8] を拡張した文献 [9] の手法について述べる。

2.1 凸最適化による制御器設計法 [8]

本節では、文献 [8] で提案された周波数応答のみを用いた固定構造制御器設計法について記す。この手法は、ロバスト性能条件を満たし、かつ $L(j\omega)$ を所望の特性 L_d に近似する手法である。

乗法的不確かさを有する制御対象において、ノミナル性能、ロバスト安定性の条件はそれぞれ (2.1), (2.2) 式のように表される。

$$|W_1(j\omega)S(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad (2.1)$$

$$|W_2(j\omega)T(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad (2.2)$$

ここで、 $S(j\omega)$, $T(j\omega)$ はそれぞれ制御系の感度関数、相補感度関数である。そして、 $W_1(j\omega)$, $W_2(j\omega)$ はそれぞれ感度特性を指定する周波数重み関数、制御対象の乗法的不確かさを定義する重み関数を示す。このとき、ロバスト性能条件は文献 [11] で導出され、(2.3) 式で表された。

$$|W_1(j\omega)| + |W_2(j\omega)L(j\omega)| < |1 + L(j\omega)| \quad \forall \omega \quad (2.3)$$

ここで、 $L(j\omega)$ は制御系の開ループ伝達関数であり、 $L(j\omega) = P(j\omega)C(j\omega)$ とする。(2.3) 式の図的解釈は図 2.1 に示すようにナイキスト線図上にて、それぞれの中心が臨界点 $(-1, j0)$ とナイキスト線図上の点 $L(j\omega)$ 、半径が $|W_1(j\omega)|$ と $|W_2(j\omega)L(j\omega)|$ の円盤 1 と 2 がすべての周波数帯において交わらないことと等価であることが知られている。

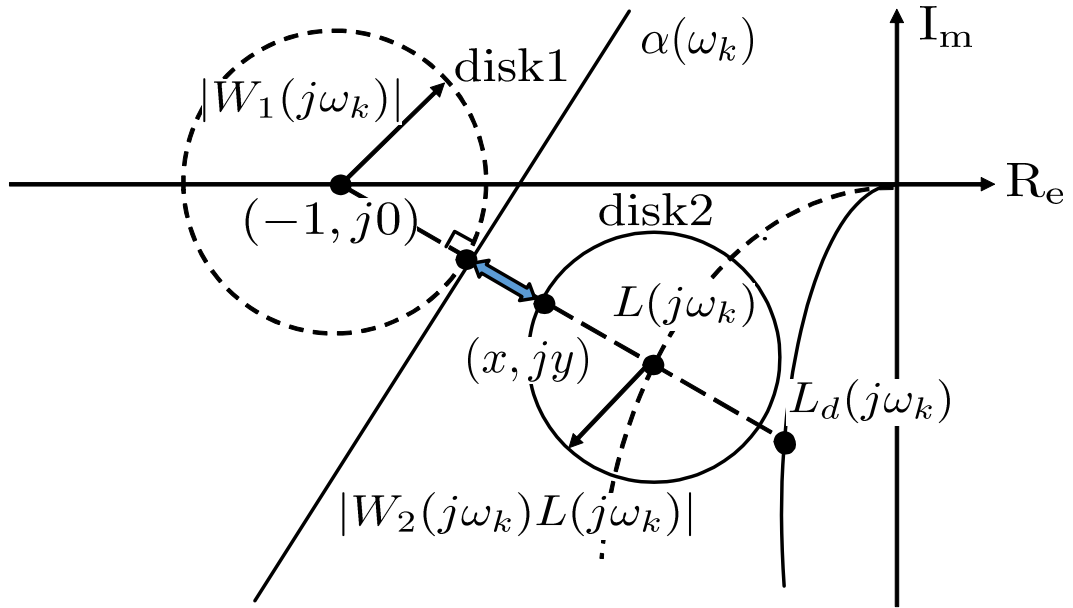


図 2.1.: ロバスト性能条件の図的解釈

そして、制御器の構造を固定し、(2.4) 式のように、制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ に対して線形に定義する。

$$C(j\omega, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\phi}(j\omega) \quad (2.4)$$

ここで、 $\boldsymbol{\rho}^T = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n]$ は n 次元の制御器パラメータベクトルであり、 $\boldsymbol{\phi}^T(j\omega) = [\phi_1(j\omega), \phi_2(j\omega), \dots, \phi_n(j\omega)]$ は制御器の基底となる安定な n 次元伝達関数ベクトルである。その際、あらかじめ定めた周波数点列 ω_k ($k = 1, \dots, N$) における開ループ特性 $L(j\omega_k)$ は (2.5) 式のように書ける。

$$L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}) = P(j\omega_k)C(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}) = P(j\omega_k)\boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\phi}(j\omega_k) \quad (2.5)$$

ここで、凸最適化に基づく制御器設計を達成すべく、設計後の制御器 $C(j\omega, \boldsymbol{\rho})$ からなる開ループ伝達関数 $L(j\omega, \boldsymbol{\rho})$ を模擬した開ループ伝達関数 $L_d(j\omega) = M(j\omega)/(1 - M(j\omega))$ を導入し、ロバスト性能条件を近似することで、ロバスト性能条件を制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ に対する凸制約として記述する。そこで、ナイキスト線図上において臨界点 $(-1, j0)$ と $L_d(j\omega_k)$ を結ぶ直線に直交した円盤 1 の接線 $\alpha(\omega_k)$ を考える。これにより、 $L(j\omega_k)$ と $L_d(j\omega_k)$ が近づくことを前提に、ロバスト性能条件を円盤 2 が接線 $\alpha(\omega_k)$ と交わらないことと置き換えることができる。そして、円盤 2 と接線 $\alpha(\omega_k)$ との最近点

(x, jy) が各周波数点 ω_k において接線 $\alpha(\omega_k)$ の下側に位置すればロバスト性能条件が満たされる。これは (2.6) 式のように定式化できる。

$$\begin{aligned} & [|W_1(j\omega_k)| + |W_2(j\omega_k)L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})|] |1 + L_d(j\omega_k)| \\ & - \text{Re}[\{1 + L_d(j\omega_k)\}\{1 + L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\}^*] < 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

そして、(2.6) 式の制約下で $|L(j\omega_k) - L_d(j\omega_k)|$ の最大値を最小化する制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ を求める以下の最適化問題を解くことで $\boldsymbol{\rho}$ を導出する。

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{\rho}} \max_k |L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}) - L_d(j\omega_k)| \\ & \text{subject to} \\ & [|W_1(j\omega_k)| + |W_2(j\omega_k)L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})|] |1 + L_d(j\omega_k)| \\ & - \text{Re}[\{1 + L_d(j\omega_k)\}\{1 + L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\}^*] < 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

(2.7) 式より、制御対象の変動時においても安定性と制御性能を保証する固定次数の制御器を設計できる。

2.2 制御仕様を保証する性能制約 [9]

前節では、文献 [8] の手法により、制御対象の周波数応答のみを用いてロバスト性能条件を満たす制御器設計が可能であることを説明した。文献 [9] では各制御性能を保証する凸制約が提案され、これを文献 [8] の手法に付加することで、制御性能を陽に考慮した制御器設計を可能にしている。本節では、文献 [9] の手法について説明する。

2.2.1 制御帯域の確保

高速な動作が必要となる制御対象では、速応性の観点から高い制御帯域を有することが求められる。ここで、制御帯域は閉ループゲイン特性 $|T(j\omega)|$ が定常ゲイン $|T(0)|$ の $1/\sqrt{2}$ になる各周波数であり、速応性の指標となっている。位相余裕 PM が $\text{PM} \leq 90^\circ$ の時、ゲイン交差角周波数 ω_{gc} と制御帯域 ω_{bw} の関係は (2.8) 式となる。

$$\omega_{gc} \leq \omega_{bw} \quad (2.8)$$

なお、ゲイン交差角周波数 ω_{gc} は開ループゲインが 0dB となる周波数点として定義される。これの図的解釈を図 2.2 に示す。

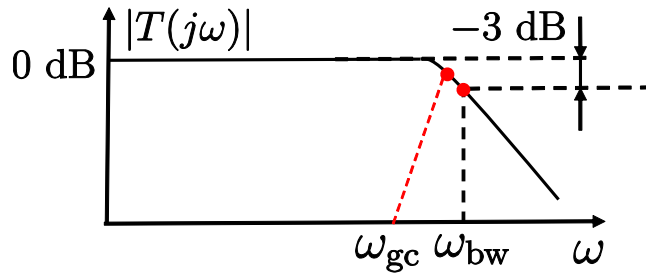


図 2.2: ゲイン交差周波数 ω_{gc} と制御帯域 ω_{bw} の関係性 (位相余裕 90 deg 以下)

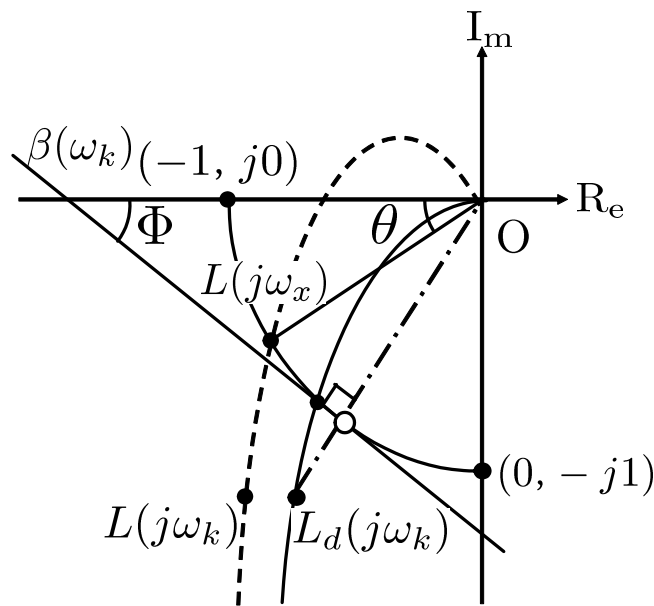


図 2.3: ゲイン交差周波数の確保

これはナイキスト線図上で表現すると開ループ伝達関数のベクトル軌跡が原点を中心とする単位円と交差する点における周波数に対応する。(2.8) 式より、ゲイン交差角周波数 ω_{gc} を大きくすることは制御帯域 ω_{bw} を高くすることとなり、システムの速応性につながる。そのため、所望のゲイン交差角周波数 ω_x 以下の周波数帯において $L(j\omega_k)$ の軌跡が単位円の外側に存在するような制約式を課すことにより、制御帯域を ω_x より高く確保することが可能である。ここで、図 2.3 に示すように $L_d(j\omega_k)$ と原点を結ぶ直線を考え、その直線に直交する単位円の接線 $\beta(\omega_k)$ を考える。この時、所望の周波数点において $L(j\omega_k)$ の座標が接線 $\beta(\omega_k)$ の下側に存在するのであれば、望みの制御帯域を確保できる。ここで、 $\beta(\omega_k)$ の下側に $L(j\omega_k)$ が位置する条件式は (2.9) 式と定式化できる。

$$\text{Re}\{L(j\omega_k, \rho)\} \sin \Phi + \text{Im}\{L(j\omega_k, \rho)\} \cos \Phi \leq -1 \quad (2.9)$$

2.2.2 位相余裕の確保

容易に特性変動が生じる制御対象に対しては、不安定化を防ぐため位相余裕を確保することが望まれる。位相余裕 θ は (2.10) 式と表現でき、所望の位相余裕 θ_d 以上の位相余裕を確保する制約式は (2.11) 式と定式化できる。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\text{Im}\{L(j\omega_{gc}, \boldsymbol{\rho})\}}{\text{Re}\{L(j\omega_{gc}, \boldsymbol{\rho})\}} \quad (2.10)$$

$$\text{Im}\{L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\} - \text{Re}\{L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\} \tan \theta_d < 0 \quad (2.11)$$

(2.11) 式の ω_k は所望のゲイン交差角周波数となる周波数点 ω_x 近傍の周波数点とする。(2.11) 式の制約式をすべての変動モデルに対して課すことで、想定される変動が生じた際も所望の位相余裕 θ_d を確保することが可能となる。

2.2.3 ゲイン余裕の確保

ゲイン余裕も前節の位相余裕と同様に、制御系のロバスト性を示す指標として広く用いられている。ここで、図 2.4 に示すように、ゲイン余裕 GM_d から定まる距離 l だけ離れる点を通る直線 ζ を考える。そして、 $L(j\omega_k)$ が実軸と交差する際に直線 ζ の下側に存在すれば、所望のゲイン余裕 GM_d を確保できると言える。したがって、各周波数点 ω_k において $L(j\omega_k)$ が直線 ζ の下側に存在するような制約式は (2.12) 式と定式化される。

$$\frac{C_x - l + 1}{C_y} \text{Im}\{L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\} - \text{Re}\{L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\} + l \leq 1 \quad (2.12)$$

$$C_x = -\cos \theta, \quad C_y = -\sin \theta, \quad l = 1 - 10^{-\frac{\text{GM}_d}{20}}$$

for $\omega_x \leq \omega_k$

2.3 節から 2.5 節で示した 3 種の制約式により、所望の制御帯域、安定余裕を確保する制御器設計が可能となる。そして、(2.6), (2.9), (2.11), (2.12) 式の制約の下で $|L(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}) - L_d(j\omega_k)|$ の最大値を最小化する $\boldsymbol{\rho}$ を求める (2.13) 式の設定問題を解くことで制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ を導出する。

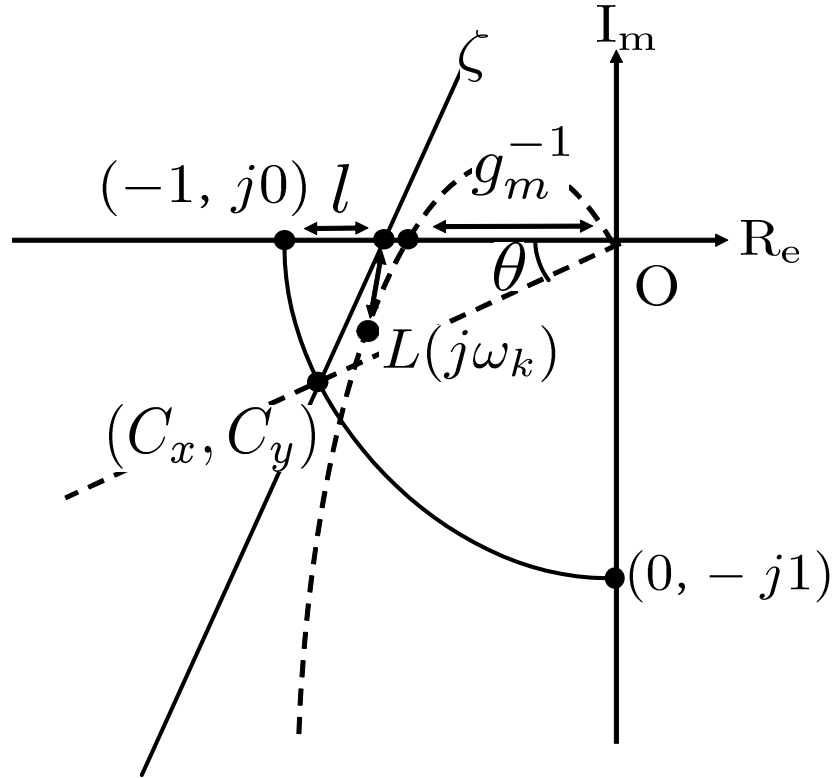


図 2.4: ゲイン余裕の確保

$$\min_{\rho} \max_k |L(j\omega_k, \rho) - L_d(j\omega_k)|$$

subject to

$$\begin{aligned} & [|W_1(j\omega_k)| + |W_2(j\omega_k)L(j\omega_k, \rho)| |1 + L_d(j\omega_k)| \\ & \quad - \text{Re}\{[1 + L_d(j\omega_k)]\{1 + L(j\omega_k, \rho)\}^*\}] < 0 \\ & \quad \text{Im}\{L(j\omega_k, \rho)\} - \text{Re}\{L(j\omega_k, \rho)\} \tan \theta_d < 0 \\ & \quad \text{Re}\{L(j\omega_k, \rho)\} \sin \Phi + \text{Im}\{L(j\omega_k, \rho)\} \cos \Phi \leq -1 \\ & \quad \frac{C_x - l + 1}{C_y} \text{Im}\{L(j\omega_k, \rho)\} - \text{Re}\{L(j\omega_k, \rho)\} + l \leq 1 \\ & \quad C_x = -\cos \theta, \quad C_y = -\sin \theta, \quad l = 1 - 10^{-\frac{\text{GM}_d}{20}} \end{aligned} \quad \text{for } \omega_x \leq \omega_k \quad (2.13)$$

このように、設計問題を制御器パラメータ ρ に対し線形関数で与えることで、凸最適化を用いて簡易に所望の制御性能を保証する制御器設計が可能である。それにより、制御性能を満たす制御器設計に伴っていた高精度なモデルの構築や制御器の精巧な作りこみを回避でき、設計に要する時間コストの大幅な削減が期待される。

この手法では、あらかじめ指定したゲイン交差周波数、位相余裕、そしてゲイン余裕が必ず確保される。これは、指定した $L_d(j\omega_k)$ と $L(j\omega_k)$ が必ずしもマッチングする保証がないため、指定した制御性能を保証するために導入された制約式である。ゆえに、制御性能が大きく規範モデルに依存する。しかしながら、規範モデルの決定に明確な指標が存在していない。さらなる高速・高精度な制御を実現するという観点においては、規範モデルの決定には試行錯誤を伴う課題があった。また、指定したゲイン交差周波数を確保する固定構造制御器設計を達成するが、適切なゲイン交差周波数を指定する際においても試行錯誤を要することが考えられる。

ゆえに、さらなる高速・高精度化を実現するためには、マッチング問題としての記述ではなく、広帯域化、低感度化を設計問題に組み込む必要がある。これらを陽に考えた制御器設計法が必要であると考えられる。

第3章 提案手法

2章で述べた手法は、すべての周波数 ω_k において、望みの特性 $L_d(j\omega_k)$ に $L(j\omega_k)$ を近づける方法であるが、所望の特性を達成し、構造上実現可能な L_d を設定するのは困難である。そこで、本研究では L_d を用いず周波数応答のみを用いた制御器設計手法を提案する。

文献[3]の手法では、位相調整によってシステムを安定化することで、高ゲインな制御器設計を達成し、制御帯域の広帯域化と低感度化を実現していた。しかし、それらはいくまで間接的な評価であった。その問題を解決すべく、高速・高精度化に重要な設計指標であるゲイン交差周波数を直接的に拡大化する設計問題を提案する。

本章では、第2章、文献[3]で提案された従来手法の問題点を解決すべく、以下の利点を有する。

- 設計問題が規範モデルに依存しない
- ゲイン交差周波数の直接的な拡大が可能である
- 感度整形を簡易に実現する
- 設計問題は周波数応答のみを用いた凸最適化問題として定式化される

3.1 開ループ特性

本章では、制御器構造を2章と同様に(3.1)式で定義する。

$$C(j\omega, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\phi}(j\omega) \quad (3.1)$$

あらかじめ取得してきた複数の変動モデルの周波数応答 $P_j(j\omega_k)$ に対し、構成される開ループ特性 $L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})$ は以下の式で表される。

$$L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}) = P_j(j\omega_k)C(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}) = P_j(j\omega_k)\boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\phi}(j\omega_k) \quad (3.2)$$

本手法では、あらかじめ制御対象の周波数応答を取得する際に、さまざまな環境や条件でデータを取得し、 j 組の周波数応答を取る。これらをすべて設計問題へと組み込むことで、取得した範囲内の制御対象の変動や環境変化に対して安定性と制御性能を保証することが可能となる。本章における開ループ特性はすべて (3.2) 式に基づき、構成される。

3.2 安定余裕の確保

本手法では、ゲイン交差周波数の拡大を図るが、高ゲイン化に伴うシステムの不安定化を招く恐れがある。そこで、本節では文献 [13] で提案されている所望の安定余裕を確保する制約式を導入することで、システムの安定性を保証する。そして、それを周波数応答を直接利用した制約式へと拡張し、制約式を最適化問題へと定式化する。

まず、所望の安定余裕として位相余裕 Φ_m 、ゲイン余裕 g_m を図 3.1 のように与える。そして、この 2 点を通り、かつ臨界点を内部に含む円盤の中心 $(-\sigma, j0)$ 及び半径 r_m は (3.3), (3.4) 式で求まる。

$$\sigma = \frac{g_m^2 - 1}{2g_m(g_m \cos \Phi_m - 1)} \quad (3.3)$$

$$r_m = \frac{(g_m - 1)^2 + 2g_m(1 - \cos \Phi_m)}{2g_m(g_m \cos \Phi_m - 1)} \quad (3.4)$$

ここで、円盤は複素平面の原点をその外側に、臨界点を内側に含むように定義し、その条件は次式で表される。

$$0 < r_m < \sigma, \quad (\sigma - 1)^2 < r_m \quad (3.5)$$

そして、この円盤内に $L_j(j\omega)$ が侵入しない条件は (3.6) 式で表される。

$$\begin{aligned} & |L_j(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma| > r_m \\ & = r_m - |L_j(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma| < 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

(3.6) 式の制約式より、位相余裕 Φ_m 、ゲイン余裕 g_m の確保が可能となる。しかし、(3.6) 式は $\boldsymbol{\rho}$ に関して非凸な関数である。そこで、文献 [8] のように凸最適化を適用できず、一意の解を導出することが困難である。これに対し、本手法では文献 [14], [15] の Convex-Concave procedure (以下 CCCP) を用いて、凸最適化により設計を行う。

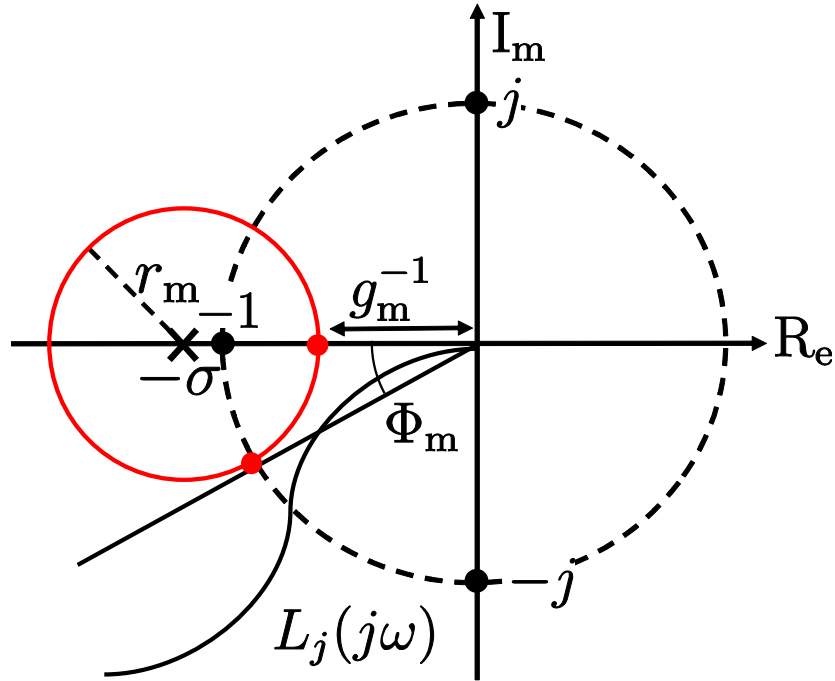


図 3.1: 円条件

3.3 Concave-Convex Procedure(CCCP)

本節では CCCP について説明する。CCCP は二つの凸関数の差で表される評価関数と制約式を含む最適化問題に対する求解アルゴリズムである。

凸関数 - 凸関数で表される (3.7) 式の制約式を考える。

$$\text{subject to } f(x) - g(x) \leq 0 \quad (3.7)$$

ここで、 $f(x)$ と $g(x)$ はそれぞれ x に関して凸関数である。(3.7) 式の左辺第 2 項 $-g(x)$ は凹関数であるため、この制約式は x に関して凸関数ではない。そこで、(3.7) 式の左辺第 2 項に対して現在の解 x_{i-1} 近傍における 1 次のテーラー展開を行うことで、(3.8) 式のように線形近似することができる。なお、 i は繰り返し回数を示す。

$$f(x) - g(x_{i-1}) - \nabla g(x_{i-1})^T(x - x_{i-1}) \leq 0 \quad (3.8)$$

なお, (3.8) 式中の $\nabla g(x)$ は, (3.9) 式を示している。

$$\nabla g(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g(x)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial g(x)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial g(x)}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

(3.8) 式は変数 x に対し凸関数で表される。ここで, 凸近似された関数は元の評価値の関数の上界を示すため, (3.8) 式を満たす解 x は (3.7) 式も満たす。よって, 新たな解 x を (3.8) 式を用いた凸最適化により導出することができる。また, 近似と凸最適化の繰り返しに対する評価値の単調収束が保証される。よって, CCCP を用いることで, 非凸な関数を凸最適化により解くことができる。

3.4 設計問題の定式化

次に CCCP に基づき設計問題の定式化を行う。ここで, (3.6) 式を以下の式で考える。

$$r_m - |L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma| = r - |g(\boldsymbol{\rho})| \leq 0 \quad (3.10)$$

なお, $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1 \ \rho_2 \ \cdots \ \rho_n]^T$, $\boldsymbol{\phi}^T(j\omega) = [1, 1/j\omega, j\omega]$ とする。そして, (3.8) 式を用いて, (3.10) 式の第 2 項 $|g(\boldsymbol{\rho})|$ の $\boldsymbol{\rho}$ の第 n 要素である ρ_n に関する偏微分を考えると, 以下の式のように求まる [15]。

$$\begin{aligned} \frac{\partial |g(\boldsymbol{\rho})|}{\partial \rho_n} &= \frac{\partial \sqrt{g(\boldsymbol{\rho})^* g(\boldsymbol{\rho})}}{\partial \rho_n} = \frac{1}{2\sqrt{g(\boldsymbol{\rho})^* g(\boldsymbol{\rho})}} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho_n} \{g(\boldsymbol{\rho}) g(\boldsymbol{\rho})^*\} \\ &= \frac{1}{2|g(\boldsymbol{\rho})|} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho_n} \{g(\boldsymbol{\rho}) g(\boldsymbol{\rho})^*\} = \frac{1}{|g(\boldsymbol{\rho})|} \operatorname{Re} \left[g(\boldsymbol{\rho}) \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho})^*}{\partial \rho_n} \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

(3.11) 式に従うと, 右辺の k_p ($n = 1$) に関する偏微分は (3.12) 式となる。

$$\frac{1}{|g(\boldsymbol{\rho})|} \operatorname{Re} \left[g(\boldsymbol{\rho}) \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho})^*}{\partial \rho_1} \right] = \frac{1}{|L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma|} \operatorname{Re} [(L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma) P(j\omega)^*] \quad (3.12)$$

同様に, 右辺の ρ_2, ρ_3 に関する偏微分は (3.13), (3.14) 式となる。

$$\frac{1}{|g(\boldsymbol{\rho})|} \operatorname{Re} \left[g(\boldsymbol{\rho}) \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho})^*}{\partial \rho_2} \right] = \frac{1}{|L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma|} \operatorname{Re} \left[(L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma) P(j\omega)^* \frac{1}{(j\omega)^*} \right] \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{|g(\boldsymbol{\rho})|} \operatorname{Re} \left[g(\boldsymbol{\rho}) \frac{\partial g(\boldsymbol{\rho})^*}{\partial \rho_3} \right] = \frac{1}{|L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma|} \operatorname{Re} [(L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma) P(j\omega)^* (j\omega)^*] \quad (3.14)$$

(3.12), (3.13), (3.14) 式より, (3.11) 式の右辺は (3.15) 式となる。

$$\frac{\partial |g(\boldsymbol{\rho})|}{\partial \rho_n} = \text{Re} \left[\frac{(L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma)}{|L(j\omega, \boldsymbol{\rho}) + \sigma|} P(j\omega)^* \boldsymbol{\phi}^T(j\omega)^* \right] \quad (3.15)$$

そして, 導出した (3.15) 式と (3.8) 式により, $\boldsymbol{\rho}$ に対して非凸な制約 (3.6) 式は (3.16) 式のように $\boldsymbol{\rho}$ に対して線形化される。

$$r_m - \text{Re} \left(\frac{(L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_{i-1}) + \sigma)^*}{|L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_{i-1}) + \sigma|} (L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_i) + \sigma) \right) \leq 0 \quad (3.16)$$

なお, i は繰り返し回数を示す。ここでは, 簡単化のため PID 制御器のような構造を用いて説明を行ったが, FIR フィルタを一例とした制御器パラメータに対し線形関数で与えられる制御器構造をとる場合であるならば, 同様の制約式を導くことができる。

3.5 ゲイン交差周波数を拡大化する設計問題

前節でナイキスト安定判別法に基づき, システムの安定性を保証する制御器設計を達成した。本節では, 本研究の本題であるゲイン交差周波数を拡大化する設計問題を提案する。これにより, システムを安定化する制御器の範囲内で広帯域化を実現する制御器設計を達成することが可能となった。2章で述べたようにナイキスト線図上でゲイン交差角周波数 ω_{gc} は $L(j\omega)$ のベクトル軌跡が原点を中心とする単位円と交差する周波数点と表現することができる。よって, 所望の周波数点 ω_x より低い周波数点 ω_k において, $L_j(j\omega_k)$ が単位円の外側に位置すれば ω_x 以上の制御帯域を確保することができる。これは, (3.17) 式の制約として定式化できる。

$$r_{gc} - |L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})| > 0 \quad (3.17)$$

なお, r_{gc} は 1 である。(3.17) 式が周波数点 ($\omega_k \leq \omega_x$) で満たされていれば, 所望のゲイン交差周波数を確保する制御器設計を達成する。しかし, 所望のゲイン交差周波数を決定する際には設計者の試行錯誤を伴う。

(3.17) 式がより高い周波数帯域まで満たされれば, より高いゲイン交差周波数を確保する制御器設計を達成できる。この条件を以下の制約式として導出した。

$$r_{gc} f(\Omega_{gc}, \omega_k) - |L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})| \leq 0 \quad (3.18)$$

$$f(\Omega_{gc}, \omega_k) = \begin{cases} 1 & (\omega_k \leq \Omega_{gc}) \\ 0 & (\omega_k > \Omega_{gc}) \end{cases}$$

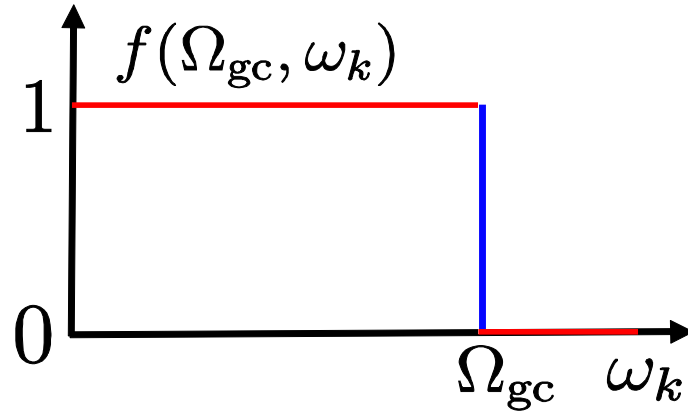


図 3.2: 関数 f

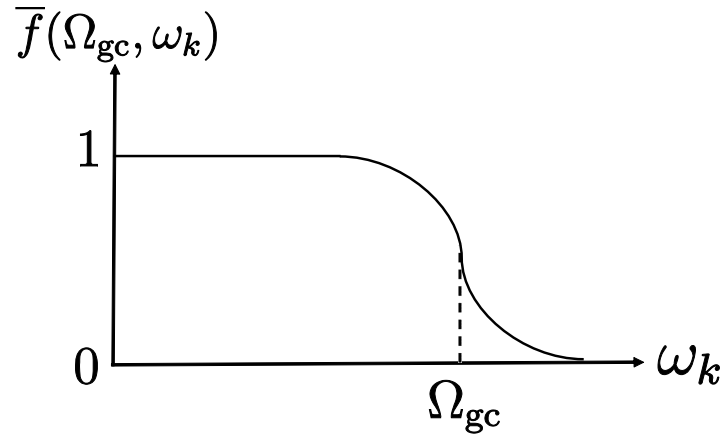


図 3.3: シグモイド関数

(3.18) 式中の関数 f の図的解釈を図 3.2 に示す。この Ω_{gc} をより高くすることで、関数 f は高い周波数帯域まで 1 を保持することとなる。これは高い周波数帯域まで (3.17) 式が高い周波数帯域まで満たされることと等価となり、結果的にゲイン交差周波数を拡大化する制御器設計を達成する。しかし、(3.18) 式中の関数 f は設計パラメータを含んでおらず、これを最大化することが不可能である。また、関数 f は非連続関数であり、 Ω_{gc} において微分不可能な関数で記述されている。ゆえに、最適化問題への記述が困難な制約式で記述されている。本論文では、これの代わりにシグモイド関数を用いる。本研究に用いるシグモイド関数を (3.19) 式に示す。

$$\bar{f}(\Omega_{gc}, \omega_k) = \frac{1}{1 + e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{gc})}} \quad (3.19)$$

(3.19) 式の図的解釈を図 3.3 に示す。本論文においては、シグモイド関数を用いることで、0 から 1 の大きさを示す連続関数で微分可能な関数を定義できた。また、設計パラ

メータ Ω_{gc} を含んでおり，最適化問題として設計パラメータを含む記述が可能となった。ここで，(3.19) 式中の α は，0 から 1 へと変化する傾斜の傾きを示している。つまり，この値が大きければ急峻，小さければ緩慢な変化となり，理想上はこの値を限りなく大きくすることが望ましい。

シグモイド関数を導入したゲイン交差周波数を拡大化する設計問題は以下の式として表される。

$$\text{maximize } \Omega_{gc} \quad (3.20)$$

subject to

$$r_{gc} \bar{f}(\Omega_{gc}, \omega_k) - |L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})| \leq 0 \quad (3.21)$$

ここで， $\boldsymbol{\rho}$ に加え， Ω_{gc} も設計パラメータとして扱っていることに注意されたい。(3.21) 式に (3.19) 式を代入すると，(3.22) 式が導出される。

$$r_{gc} \frac{1}{1 + e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{gc})}} - |L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})| \leq 0 \quad (3.22)$$

(3.22) 式の第 1 項を Ω_{gc} 近傍の線形近似，第 2 項を $\boldsymbol{\rho}$ で線形近似をし，(3.23) 式を導出する。

$$r_{gc} \times \frac{1}{e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{gc, i-1})} (\alpha \Omega_{gc, i} - \alpha \Omega_{gc, i-1} + 1) + 1} - \text{Re} \left[\frac{\{L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_{i-1})\}^*}{|L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_{i-1})|} \{L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_i)\} \right] < 0. \quad (3.23)$$

前述の左辺第 2 項の線形近似は元の制約の下界となる条件を示している。また，(3.22) 式の第 1 項の分母は $\boldsymbol{\rho}$ に対する凸関数として表現されている。それを線形近似することで，分母の下界となる条件，つまり，第 1 項の上界となる条件を導出していることとなる。よって，(3.23) 式を満たす解は，必ず (3.22) 式を満たすこととなる。しかし，左辺第 1 項に着目すると，設計パラメータが分母多項式に存在し，最適化計算による効率的な解導出が困難な関数で記述されている。これを Schur complement により，(3.24) 式として表現できる。

$$\Psi_{11} > 0, \quad \begin{pmatrix} \Psi_{11} & \sqrt{r_{gc}} \\ \sqrt{r_{gc}} & \Psi_{22} \end{pmatrix} > 0, \quad (3.24)$$

$$\Psi_{11} = e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{gc, i-1})} (\alpha \Omega_{gc, i} - \alpha \Omega_{gc, i-1} + 1) + 1,$$

$$\Psi_{22} = \text{Re} \left[\frac{\{L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_{i-1})\}^*}{|L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_{i-1})|} \{L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_i)\} \right]$$

線形近似と Schur complement により、設計パラメータに対し Linear matrix inequality (LMI) で記述することができた。ゆえに、(3.24) 式の制約の下、 Ω_{gc} を最大化する最適化問題を解くことで、ゲイン交差周波数を拡大する制御器設計を簡易に実現する。本論文においては、線形近似により導出された設計問題を解いているため、必ずしも最適解が導出されるわけではない。初期解の選択によっては、局所解に陥る恐れがある。つまり、容易に設計問題を解くことが可能となったが、必ずしも最適解に収束する保証はないということである。しかし、本論文における線形近似は一つ前の設計パラメータに対し線形近似を行っている。それは凸関数の下界となる条件を導出している。つまり、更新される解は必ず評価値が単調収束する方向にしか更新されない。そして、評価値が収束したのであれば、線形化された制約式は元の制約と一致することが保証されている。ゆえに、最適化問題を繰り返し解くことで、解を簡易に導出することができ、それが元の制約に完全に一致することが保証される点を評価し、この設計問題を用いている。

3.6 感度制約

ノミナル性能は (3.25) 式で表される。

$$|W_1(j\omega)S(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega \quad (3.25)$$

感度特性を指定する周波数重み $W_1(s)$ を設計者が指定することで、感度特性を整形することができる。しかし、本論文で提案する設計問題はゲイン交差周波数を拡大化することであり、一般的にはそれに伴い感度のゲインが抑圧されることが予想されるため、固定した周波数重み $W_1(s)$ では感度整形に寄与することが考えにくい。つまり、ロールオフ問題をまったく考慮できていない条件となる。ゆえに、本節の目的はゲイン交差周波数の拡大に伴い、感度整形をも実現することである。これを実現すべく、感度特性を指定する周波数重みを (3.26) 式で定義した。

$$W_1(s, \Omega_{gc}) = \frac{\Omega_{gc}}{s} \quad (3.26)$$

(3.26) 式を (3.25) 式へと代入すると (3.27) 式が導出される。

$$\left| \frac{\Omega_{gc}}{j\omega_k} \right| - |1 + L_j(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})| \leq 0 \quad (3.27)$$

(3.27) 式を満たす制御器を設計することで、 Ω_{gc} の点において感度特性が 0dB となるように整形される。それより低周波数域においては、感度ゲインが 0dB となる周波数点

から-20dBの傾きで感度ゲインが整形される。本論文における設計問題は Ω_{gc} を拡大することにあり、それに伴い感度特性のゲインのカットオフ周波数が拡大し、低感度化とロールオフ問題を簡易に解決することが可能となる。(3.27)式の着目すると、第1項が Ω_{gc} に対し凸関数、第2項が ρ に対し凸関数となり、二つの凸関数の差で構成された制約式で記述されている。これに対しても、第2項を前節と同様に線形近似を行い、(3.28)式を導出する。

$$\left| \frac{\Omega_{gc}}{j\omega_k} \right| - \text{Re} \left[\frac{(L_j(j\omega_k, \rho_{i-1}) + 1)^*}{|L_j(j\omega_k, \rho_{i-1}) + 1|} (L_j(j\omega_k, \rho_i) + 1) \right] \leq 0 \quad (3.28)$$

(3.28)式は、設計パラメータに関する凸関数で記述され、最適化の適用により簡易に解くことが可能となった。本節では、(3.16)、(3.24)、(3.28)式の制約下で Ω_{gc} を最大化する設計問題を凸最適化計算により解く。ゆえに、指定した位相余裕、ゲイン余裕を満たし、感度特性のロールオフ問題を解決し、さらにゲイン交差周波数を拡大化する制御器設計を簡易に実現した。

本章では、前提条件として制御器の分子多項式のみ設計パラメータを持つ、パラメータに対して線形なクラスの制御器を用いている。これは、分母多項式に設計パラメータを含ませないことで、設計問題を平易にすることが目的であった。しかし、設計される制御器はパラメータに対して線形なクラスに制限される。ゆえに、得られる制御性能は制御器のクラスに制限された制御器に依存する課題が残されている。また、微分器の設計においては擬似微分器を用いることが多いが、カットオフ周波数の決定には設計者の試行錯誤を伴う。制御対象が複雑な特性の場合においては、PID制御器にFIRフィルタを直列接続するが、制御器の極を任意に調整することが難しい。制御器の分母多項式も設計パラメータを含むことで、制御性能の向上と制御器の極を決定する手間を省くことが期待される。これらを動機として、次章では制御器の分母多項式にも設計パラメータを持たせたゲイン交差周波数を拡大化する設計問題を最適化問題として記述する。これにより、制御器の極を決定する際の労力の低減、また線形なクラスに制限されない制御器設計を達成できるため、制御性能のさらなる向上が期待される。

第4章 制御器の分母多項式もパラメータ化したゲイン交差周波数の拡大を実現する制御器設計法

前章までの手法および文献 [8], [9] の従来手法では, 制御器は設計パラメータに対し線形に定義しなければならなかった。このパラメータ化では設計される制御器の次数や構造を指定することができるが, 線形なクラスに制限され制御性能の向上の妨げとなる恐れがある。また, 擬似微分器のカットオフ周波数の決定には試行錯誤を伴った。これを解決すべく, 本章では制御器の分母多項式もパラメータ化した設計問題を最適化問題へと記述する。設計問題は, 4節で述べた問題と同じ問題を考えていく。

4.1 制御器のパラメータ化

本章で用いる制御器構造を (4.1) 式のように定義する。

$$C(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) := \frac{N(z, \boldsymbol{\rho})}{D(z, \boldsymbol{\eta})} = \frac{\rho_m z^m + \rho_{m-1} z^{m-1} \cdots + \rho_0}{z^n + \eta_{n-1} z^{n-1} \cdots + \eta_0} \quad (4.1)$$

ここで, n, m は設計される制御器の次数を示す。(4.1) 式の制御器構造の定義に基づくと, 設計される開ループ特性は (4.2) 式で表される。

$$L_j(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) = P_j(z) \frac{N(z, \boldsymbol{\rho})}{D(z, \boldsymbol{\eta})} \quad (4.2)$$

この定義に基づき, 制御器設計を達成することで, 制御器の極を決定する手間を省き, 設計者は制御器の次数を任意に指定するのみの作業が残る。ゆえに, 制御器設計における設計者の労力を大幅に低減することが期待される。

4.2 安定余裕の確保

(3.3), (3.4) 式で定義した r_m と σ を用い, それらから構成される円盤に開ループ軌跡が入らない制約式は (4.3) 式で表される。

$$r_m - \left| P_j(j\omega_k) \frac{N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})}{D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})} + \sigma \right| \leq 0 \quad (4.3)$$

この制約式が満たされれば, あらかじめ指定した位相余裕, ゲイン余裕を確保した制御器設計を達成する。次に, 制約式の分母に設計パラメータを含んでいると最適化問題として解くことができないため, 制御器の分母多項式 $D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})$ を両辺に掛ける。(4.3) 式は (4.4) 式のように書き表される。

$$r_m |D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})| - |P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}) + D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})\sigma| \leq 0 \quad (4.4)$$

(4.4) 式もまた二つの凸関数の差で構成される非線形関数で表現されている。ゆえに, 前章と同様に第 2 項に対し線形近似を行い, (4.5) 式を導出した。

$$r_m |D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})| - \operatorname{Re} \left[\frac{(P_j(j\omega_k)\overline{N}(j\omega_k) + \sigma\overline{D}(j\omega_k))^*}{|P_j(j\omega_k)\overline{N}(j\omega_k) + \sigma\overline{D}(j\omega_k)|} (P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}) + \sigma D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})) \right] \leq 0 \quad (4.5)$$

なお, $\overline{N}(j\omega_k) = N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_{i-1})$, $\overline{D}(j\omega_k) = D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta}_{i-1})$ を示している。(4.5) 式は, 制御器パラメータに対し凸関数で表現され, 凸最適化により解くことが可能となった。ゆえに, 制御器の分母多項式を調整した位相余裕, ゲイン余裕を確保する制御器設計を簡易に実現した。

4.3 ゲイン交差周波数を拡大化する設計問題

前章と同様に, ナイキスト軌跡が単位円外に位置する制約は (4.6) 式で表される。

$$r_{gc} \frac{1}{1 + e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{gc})}} - \left| \frac{P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})}{D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})} \right| \leq 0 \quad (4.6)$$

なお, 第 1 項の関数はシグモイド関数を用いた。(4.6) 式の第 2 項に制御器の分母多項式 $D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})$ を含んでいる。ゆえに, このままでは最適化問題として解くことが困難となる。そこで, 両辺に制御器の分母多項式 $D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})$ を掛ける。変形後の式は (4.7) 式で表される。

$$r_{gc} \frac{|D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})|}{1 + e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{gc})}} \leq |P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})| \quad (4.7)$$

次に, (4.7) 式を二乗し, 第 2 項を同様に制御器パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ 近傍における線形近似を行い, (4.8) 式を導出した。

$$r_{\text{gc}}^2 \frac{|D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})|^2}{(1 + e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{\text{gc}})})^2} - \{P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\}^* \{P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)\} + P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\{P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)\}^* - |P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)|^2 \leq 0 \quad (4.8)$$

下記の理由のため, 二乗を行った。(4.7) 式の第 1 項に着目すると, 制御器の分母多項式 $D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})$ と Ω_{gc} の二つのパラメータが混在している。ゆえに, 最適化問題への定式化が困難となる。そこで, 第 1 項の分母を線形近似する。さらに, Schur complement により, (4.10) 式を導出した。

$$\text{maximize } \Omega_{\text{gc}} \quad (4.9)$$

subject to

$$\begin{pmatrix} \Psi_{11} & r_{\text{gc}}D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta}) \\ r_{\text{gc}}D^*(j\omega_k, \boldsymbol{\eta}) & \Psi_{22} \end{pmatrix} > 0 \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= \{1 + e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{\text{gc}, i-1})}\}^2 \\ &\quad - 2\alpha\{1 + e^{\alpha(\omega_k - \Omega_{\text{gc}, i-1})}\}(\Omega_{\text{gc}, i} - \Omega_{\text{gc}, i-1}) \\ \Psi_{22} &= \{P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\}^* \{P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)\} + \\ &\quad P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})\{P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)\}^* - |P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)|^2 \end{aligned}$$

(4.10) 式は各パラメータに対し, LMI として記述された。ゆえに, 最適化により簡易に Ω_{gc} を最大化する設計問題を解くことができる。 Ω_{gc} を最大化するということは, ナイキスト軌跡が高い周波数帯域まで単位円外に位置することを意味する。結果的に, ゲイン交差周波数を拡大化することに繋がり, 制御帯域の広帯域化に寄与する。この設計問題の定式化により, 制御器の分母多項式も調整可能なゲイン交差周波数の拡大を実現した。

4.4 感度制約

制御器の分母多項式をパラメータ化したノミナル性能条件を (4.11) 式で表す。

$$\left| \frac{\Omega_{\text{gc}}}{j\omega_k} \right| - \left| \frac{1 + P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})}{D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})} \right| \leq 0 \quad (4.11)$$

なお、重みは前章と同様の (3.26) 式を用いた。次に、制御器の分母多項式を両辺に掛け、二乗すると (4.12) 式が導出される。

$$\left| \frac{\Omega_{\text{gc}} D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})}{j\omega_k} \right|^2 - |D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta}) + P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho})|^2 \leq 0 \quad (4.12)$$

第 2 項を線形近似し、Schur complement により (4.13) 式を導出した。

$$\begin{pmatrix} \Omega_{\text{gc}}^{-2} & D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})/j\omega_k \\ \{D^T(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})/j\omega_k\}^* & \Psi_{22} \end{pmatrix} > 0 \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{22} = & \{\bar{D}(j\omega_k) + P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)\}^* \{D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta}_i) + P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_i)\} \\ & + \{\bar{D}(j\omega_k) + P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)\} \{D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta}_i) + P_j(j\omega_k)N(j\omega_k, \boldsymbol{\rho}_i)\}^* \\ & - |\bar{D}(j\omega_k) + P_j(j\omega_k)\bar{N}(j\omega_k)|^2 \end{aligned}$$

(4.13) 式の (1,1) 要素以外は、設計パラメータに対し LMI で記述されている。次に、(4.13) 式の (1,1) 要素について近似を行う。そこで、文献 [16] に基づき、(4.14) 式の関係式を用いる。

$$\left(\frac{1}{\Omega_{\text{gc}}^2} - \frac{1}{\bar{\Omega}_{\text{gc}}^2} \right)^2 \geq 0 \quad (4.14)$$

なお、 $\bar{\Omega}_{\text{gc}}$ は一つ前の Ω_{gc} を指す。(4.14) 式の関係から、(4.15) 式を導出した。

$$\frac{1}{\Omega_{\text{gc}}^4} \geq \frac{2}{\bar{\Omega}_{\text{gc}}^2} - \frac{1}{\Omega_{\text{gc}}^4} \geq 0 \quad (4.15)$$

(4.15) 式の両辺に Ω_{gc}^2 を掛け、新たな設計パラメータ Φ を導入することで、(4.16) 式を導出する。

$$\frac{1}{\Omega_{\text{gc}}^2} \geq \frac{2}{\bar{\Omega}_{\text{gc}}^2} - \frac{\Omega_{\text{gc}}^2}{\Omega_{\text{gc}}^4} \geq \Phi > 0 \quad (4.16)$$

ここで、新たに導入した Φ は (4.16) 式の下界となり、かつ、0 より大きい値を示している。つまり、(4.13) 式の (1,1) 要素を線形パラメータ Φ を用いて下界となる条件を導出していることになる。これもまた、最適化問題へと定式化すべく、Schur complement により、(4.17) 式で記述できる。

$$\begin{pmatrix} 2\bar{\Omega}_{\text{gc}}^2 - \Phi\bar{\Omega}_{\text{gc}}^4 & \Omega_{\text{gc}} \\ \Omega_{\text{gc}} & 1 \end{pmatrix} > 0$$

$$\Phi > 0 \quad (4.17)$$

(4.17) 式は、設計パラメータに対し、LMI で記述され、容易な解の導出が可能となった。これが満たされれば、必ず (4.16) 式が満たされることとなる。そして、(4.17) 式の制約の下、(4.13) 式は (4.18) 式で表される。

$$\begin{pmatrix} \Phi & D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})/j\omega_k \\ \{D^T(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})/j\omega_k\}^* & \Psi_{22} \end{pmatrix} > 0 \quad (4.18)$$

(4.18) 式は各パラメータに対し、LMI で記述された。ゆえに、最適化により簡易な解導出を可能とした。これまでの線形近似は繰り返しに対し設計パラメータの値が収束すれば、元の関数に一致した。しかし、この設計問題は繰り返し設計を行い、設計パラメータの値が収束しても必ずしも元の関数に一致することが保証されない。本論文では、 Ω_{gc} を最大化する。つまり、(4.16) 式の左辺の値は小さくなる方向にしか解が更新されない。結果的に、近似の影響を低減する方向に制御器設計がなされるため、本論文ではこの近似を導入している。また、 Φ は下界となる条件を示している。これは、感度制約に直結し、感度が小さくなる方向への近似誤差となる。ゆえに、設計される制御器として感度ゲインが小さくなる方向に設計され、良好な制御性能を維持することが可能であると考えられる。

4.5 制御器の分母多項式に対する制約

本節では、制御器自体の安定性について述べる。本論文では、制御対象は線形時不変システムで、かつ、不安定極を持たないものに限定している。ゆえに、ナイキスト安定判別法に基づく制御器設計では、ナイキスト軌跡が臨界点を常に左に見るように設計されなければならない。これは、位相余裕、ゲイン余裕を確保し、システムを安定化する初期制御器を与えることで保証されている。しかし、制御器の分母多項式をパラメータ化することで制御器の分母多項式に不安定極を有した場合、臨界点を回る回数をその数だけ増やす必要がある。これを設計問題へと組み込むことは困難である。そこで、本節では設計される制御器の分母多項式を安定極に限定するための制約式を導入する。本論文では、文献 [17] で提案された制約式を導入する。

本手法では、 $D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})$ のベクトル軌跡のベクトル軌跡を評価し、初期解の軌跡における原点に対する回転数を制御器調整後も維持することを考える。ナイキスト安定判別の考えに基づき、軌跡の回転数が変化しなければ $D(j\omega_k, \boldsymbol{\eta})$ の不安定零点の数は変わらず、制御器の不安定極の数も変化しない。ゆえに、初期解により安定な制御器が構成される場合、制御器自体の安定性は常に維持される。この際、現在の解 $\bar{D}(j\omega_k)$ から原点に引かれた直線と直行し、原点を通る $\beta(\omega_k)$ を定義する。

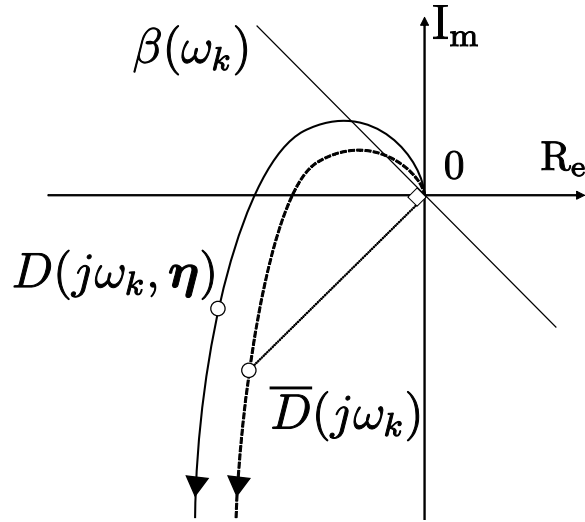


図 4.1: 制御器の安定制約

そして、全周波数点で $D(j\omega_k, \eta)$ のベクトル軌跡が $\beta(\omega_k)$ に対して下側に位置すれば、現在の解から原点を囲む回転数が保持される。すなわち、回転数は初期解から変わらない。この条件は (4.19) 式で表すことができる。

$$\begin{aligned}
 & \operatorname{Re} \{ \bar{D}(j\omega_k) \} \operatorname{Re} \{ D(j\omega_k, \eta) \} + \operatorname{Im} \{ \bar{D}(j\omega_k) \} \operatorname{Im} \{ D(j\omega_k, \eta) \} \\
 & = \operatorname{Re} \{ \bar{D}^*(j\omega_k) D(j\omega_k, \eta) \} \geq 0
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

(4.19) 式は制御器パラメータに対し線形関数に定式化された。ゆえに、安定極のみを有する初期制御器を与えれば、凸最適化計算により簡易に不安定極を持たない制御器設計を達成することが可能となった。

4.6 設計問題のまとめ

本節では、本論文の設計問題をまとめ、記述する。本論文では (4.5), (4.10), (4.17), (4.18), (4.19) 式の制約下で Ω_{gc} を最大化する設計問題を解く。これらはすべて設計パラメータに対し、最適化問題として記述されている。ゆえに、近似を導入することで、最適解が得られる保証はないが、安定性を確保しつつ、ゲイン交差周波数の拡大と感度整形を実現する極調整を可能とした制御器設計を簡易に達成することが可能となった。

本手法では設計者が周波数点列 ω_k を定義し、離散的に定義されている各周波数点 ω_k に対して制御性能を保証している。したがって、厳密な意味での制御性能を保証して

いるとは言い難い。しかしながら、近年の計算機能力の向上に伴い、周波数点数を増加させ十分細かい間隔で設計問題を考慮することで、実用上では十分な制御性能を得ることが可能であると考えられる。

第5章 HDDのベンチマーク問題への適用

本章では，文献 [4] で示されている HDD 装置の特性を表現したリファレンスモデルに対して提案手法を適用し有効性を確認する。ここで，ベンチマーク問題とは信頼度や性能を比較する問題をいう。本研究では各設計手法を同じ指標で評価するために HDD 装置の特性を表現したリファレンスモデルに基づいて制御性能の比較を行う。評価結果を文献 [4] にて示されている HDD 装置に対して一般的に用いられている PID 制御器にマルチレートノッチフィルタを付加した制御器設計例と比較することにより本手法の有効性を示す。さらに，2章で述べた文献 [9]，4章で述べたゲイン交差周波数を拡大化する固定構造制御器設計法，5章で述べた極調整を可能とした制御器設計法の4つの手法を比較する。以後，文献 [4] は，PID+notch，4章の手法は従来手法，5章で述べた手法を提案手法と表記する。

5.1 制御対象

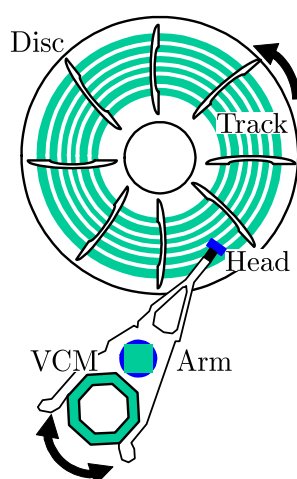


図 5.1: HDD の基本構造

HDD 装置の基本構造を図 5.1 に示す。HDD 装置はボイスコイルモータ，アーム，磁

表 5.1: 制御対象の各種パラメータ

	値	単位
入力むだ時間 T_d	1.0×10^{-5}	[s]
力定数 K_f	9.512×10^{-1}	[N/A]
等価質量 m	1.0×10^{-3}	[kg]
トラック幅 T_p	2.54×10^{-7}	[m]

気ヘッド，磁気ディスクにより構成される。そして，データの書き込み，読み出し中に磁気ヘッドを同一トラックに静止させ続ける制御をフォロイング制御という。

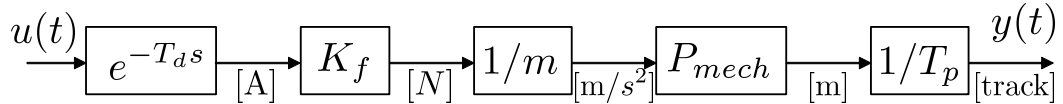


図 5.2: 制御対象のブロック線図

次に，HDD 装置のブロック線図を図 5.2 に示す。ここで，制御対象の各種パラメータ T_d ， K_f ， m ， T_p はそれぞれ入力むだ時間，力定数，等価質量，トラック幅である。このとき，制御対象の伝達関数は (5.1) 式と書き表される。

$$P(s) = \frac{K_f}{mT_p} P_{mech}(s) e^{-T_d s} \quad (5.1)$$

ここで， P_{mech} は (5.2) 式で定義されるヘッドアクチュエータの機構モデルである。

$$P_{mech}(s) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2}, \quad \omega_i = 2\pi f_i \quad (5.2)$$

(5.1) 式 of 各パラメータは表 5.1 に，(5.2) 式 of 各パラメータを表 5.2 に示す。そして，表 5.3 に P_{mech} のパラメータの変動範囲を示す。本ベンチマーク問題では，(5.2) 式における共振周波数 f_i ，減衰係数 ζ_i ，ゲイン A_i の組み合わせにより制御対象の変動を表現する

5.2 外乱のモデル

HDD 装置は常に複数の外乱が加わる制御対象である。そのため，ベンチマーク問題では起り得る外乱を図 5.3 に示すように定義し，実際の環境を模擬する。図 5.3 におい

表 5.2: P_{mech} に関するパラメータ

i	f_i [Hz]	ζ_i	A_i
1	90	0.5	1.0
2	4100	0.02	-1.0
3	8200	0.02	1.0
4	12300	0.02	-1.0
5	16400	0.02	1.0
6	3000	0.005	0.01
7	5000	0.001	0.03

表 5.3: 各パラメータの変動範囲

	最小 [%]	最大 [%]
$f_{2,3}$	-15	+15
$f_{4,5}$	-10	+10
$f_{6,7}$	-5	+5
$A_{6,7}$	-200	+0

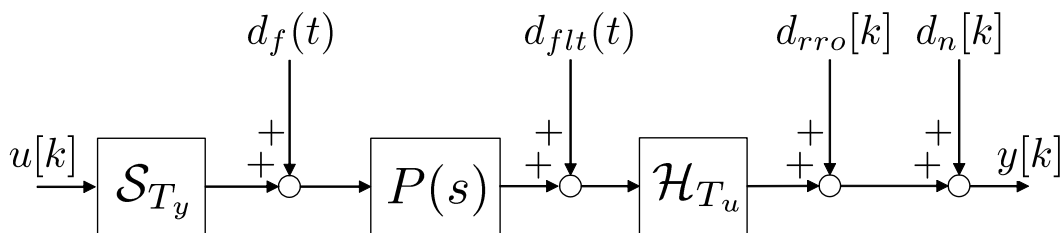


図 5.3: 外乱のモデル

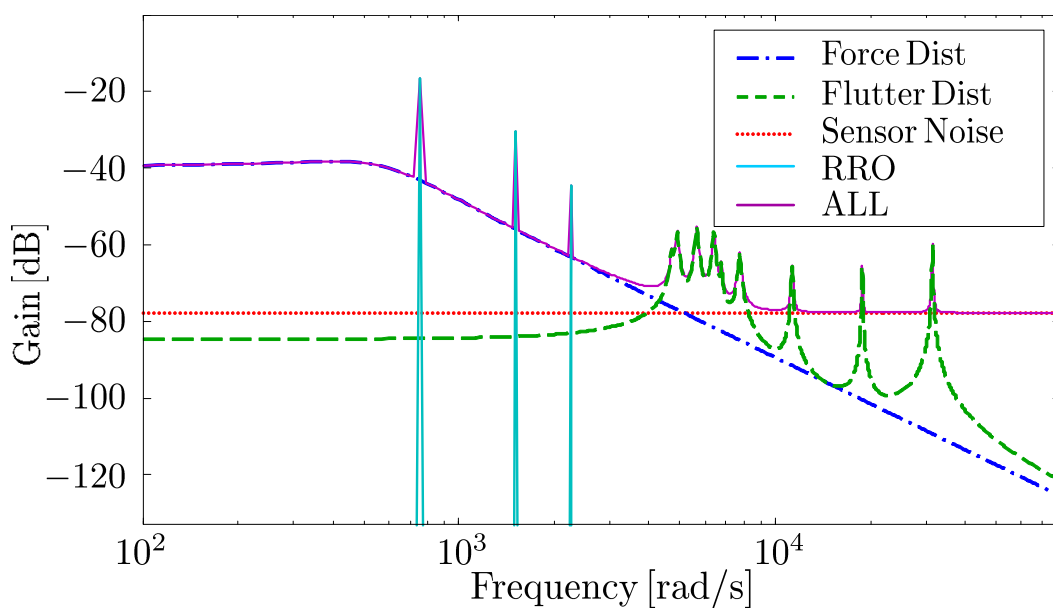


図 5.4: 外乱のゲイン線図

て、各種外乱 d_f , d_{flt} , d_n はそれぞれ力外乱，フラッタ外乱，回転同期外乱，観測ノイズであり，それぞれ以下の原因により生じる。

- 力外乱：ディスクの回転に伴う空気の流れがヘッドアームに作用することで生じる。
- フラッタ外乱：空気流によって励起されたディスク面の振動がヘッドとトラックの相対誤差として生じる。
- 回転同期外乱：ディスクの回転に同期した位置外乱であり，ディスクの偏心・ゆがみ，位置信号の書き込み誤差に起因する。

また， \mathcal{H}_{T_u} , \mathcal{S}_{T_y} はそれぞれサンプリング周期 T_u のホールド，サンプリング周期 T_y のサンプラである。そして，各種に周波数応答を図 5.4 に示す。

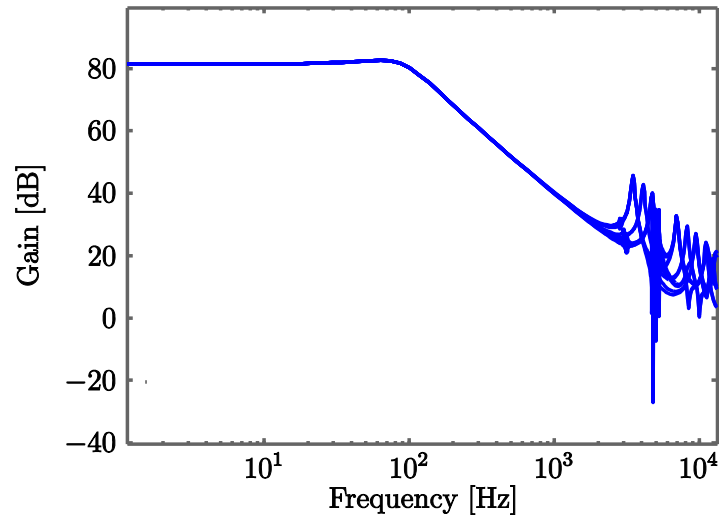


図 5.5: 制御対象のゲイン線図

5.3 性能評価

本研究では、フォロイング制御系のベンチマーク問題に対して $\pm 10\%$ のループゲイン変動を含むすべての変動モデルに対して以下を評価する。

1. 本手法において、所望の安定余裕を満たしているか
2. 各手法におけるゲイン交差角周波数、感度関数
3. 出力 $y[k]$ の非同期成分の 3σ 値

この項目を評価することで各種制御手法と制御性能の比較・検証を行う。ここで、出力 y はヘッドと目標トラック間に生じる位置誤差であり、非同期成分は HDD 装置のディスクの回転に同期しない成分である。そこで、位置誤差のばらつきを y の 3σ 値 (σ は y の標準偏差) によって評価する。

5.4 設計条件

制御対象の周波数応答はフォロイング制御系のベンチマーク問題で定義されている 10 種類の変動モデルから得るものとし、制御対象のゲイン線図を図 5.5 に示す。文献 [9] の手法における感度を指定する周波数重み W_1 を以下に示す。

$$W_1(s) = 6300/s \quad (5.3)$$

そして、文献 [9]、従来手法とともに (5.4) 式に示すような PID 制御器に 10 次の FIR フィルタを乗じたものとし、微分は擬似微分としカットオフ周波数を 10000 rad/s と

した。

$$C(z) = [K_p, K_i, K_d, \boldsymbol{\rho}_{\text{FIR}}] \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{3.788 \times 10^{-5}}{z^{-1}} \\ \frac{10000z - 10000}{z - 0.6847} \\ \boldsymbol{\phi}_{\text{FIR}} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

ここで, $\boldsymbol{\phi}_{\text{FIR}}$, $\boldsymbol{\rho}_{\text{FIR}}$ は (5.5), (5.6) 式のように定義する。

$$\boldsymbol{\phi}_{\text{FIR}}(z) = [z^{-1}, z^{-2}, \dots, z^{-10}] \quad (5.5)$$

$$\boldsymbol{\rho}_{\text{FIR}} = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{10}] \quad (5.6)$$

なお, 初期値は以下を与えた。初期値で与える制御器パラメータは文献 [9] で導出された制御器パラメータとし, 以下に示す。

$$\begin{bmatrix} K_{p0} \\ K_{i0} \\ K_{d0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.7976 \times 10^{-1} \\ 5.3818 \times 10^{-1} \\ -4.6166 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\boldsymbol{\rho}_0 = \mathbf{0} \quad (5.8)$$

提案手法の制御器構造は (5.9) 式に示す。

$$C(z, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) := \frac{N(z, \boldsymbol{\rho})}{D(z, \boldsymbol{\eta})} = \frac{\rho_m z^m + \rho_{m-1} z^{m-1} \dots + \rho_0}{z^n + \eta_{n-1} z^{n-1} \dots + \eta_0} \quad (5.9)$$

制御器の次数は, 7 次と 12 次とした。初期値は, 同様の値を与えた。すべての手法において, 周波数応答は 10^{-2} から 4.1×10^4 Hz の間で対数軸上で等間隔な 3000 点より取得する。また, $g_m = 4$ dB, $\Phi_m = 30$ deg 以上を具備することを設計仕様として定め, サンプルングタイムは $T_s = 3.7 \times 10^{-6}$ s とした。初期値で与える制御器パラメータは文献 [9] で導出された制御器パラメータとし, 以下に示す。そして, 文献 [4] で示されているマルチレートノッチフィルタは 12 次の制御器を用いる。また, 文献 [9] の手法の所望のゲイン交差角周波数を表す指定周波数 ω_{dgc} は 900 Hz を与え, ステップ毎に指定周波数を 2 Hz 増加させる。そして, 所望の開ループ特性 L_d は 6300/s を与え, これも同様に設計ごとに増加させた。

5.5 シミュレーション結果・考察

文献 [9] の手法により得られたパラメータベクトル (5.10), (5.11) 式に示す。

$$\begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.034732 \\ 0.481036 \\ -0.000687 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\rho_{\text{FIR}} = \begin{bmatrix} -0.057435 \\ 0.054215 \\ -0.035785 \\ 0.019640 \\ -0.017679 \\ -0.002352 \\ 0.013382 \\ -0.015211 \\ 0.006387 \\ 0.000981 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

従来手法により導出したパラメータベクトルを (5.12), (5.13) 式に示す。

$$\begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.019827 \\ 0.502010 \\ 0.006096 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\rho_{\text{FIR}} = \begin{bmatrix} -0.032366 \\ 0.030590 \\ -0.022177 \\ 0.014136 \\ -0.011836 \\ 0.002042 \\ 0.002129 \\ -0.004019 \\ 0.000834 \\ 0.001707 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

提案手法（12次）により導出したパラメータベクトルを (5.14), (5.15) 式に示す。

$$\boldsymbol{\eta}_{12} = \begin{bmatrix} -0.055164 \\ -0.212979 \\ 0.435510 \\ 0.235524 \\ -0.668074 \\ -0.563523 \\ 0.882392 \\ -0.287077 \\ 0.028615 \\ 0.695110 \\ -0.568925 \\ -0.921409 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\boldsymbol{\rho}_{12} = \begin{bmatrix} 0.014517 \\ -0.034965 \\ 0.033562 \\ -0.003203 \\ -0.022964 \\ 0.007669 \\ 0.024770 \\ -0.036284 \\ 0.006883 \\ 0.047540 \\ -0.067722 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

提案手法（7次）により導出したパラメータベクトルを (5.16), (5.17) 式に示す。

$$\boldsymbol{\eta}_7 = \begin{bmatrix} 0.168255 \\ -0.348211 \\ -0.076828 \\ 0.308985 \\ 0.354603 \\ 0.001604 \\ -1.408407 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\rho_7 = \begin{bmatrix} 0.001718 \\ 0.004785 \\ -0.031945 \\ 0.061475 \\ -0.065648 \\ 0.059144 \\ -0.048535 \\ 0.019014 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

各手法により得られたナイキスト線図を図 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 に示す。これらの結果から、10 種類の変動モデルに対しすべて安定性を保証していることが見て分かる。文献 [9] の手法では、規範モデルに近づく制御器が設計されるため、原点から見てナイキスト軌跡が小さくなっていることが分かる。それは、制御器ゲインが小さくなっていることを示す。文献 [3] によれば、ナイキスト軌跡が複素右半平面を通過するよう制御器を設計することで、原点に近づくことなく安定かつ高ゲインな制御器設計を達成している。提案手法はゲイン交差周波数を高く、つまり、制御器のゲインを高くしようとすることで、結果的に図 5.8, 5.9 に示す位相安定化のようなナイキスト軌跡を描いている。安定性を保証しているのであれば、低感度化などの性能向上を実現するために制御器ゲインは高いことが一般的に望まれる。文献 [9] の手法においては規範モデルを変更することで解決するが、規範モデルの決定法に明確な指標がない。結果的に、設計における試行錯誤を伴うこととなる。それに対し、提案手法は規範モデルなしに制御器設計をすることができ、その点においては設計における労力を十分に低減できていることが考えられる。

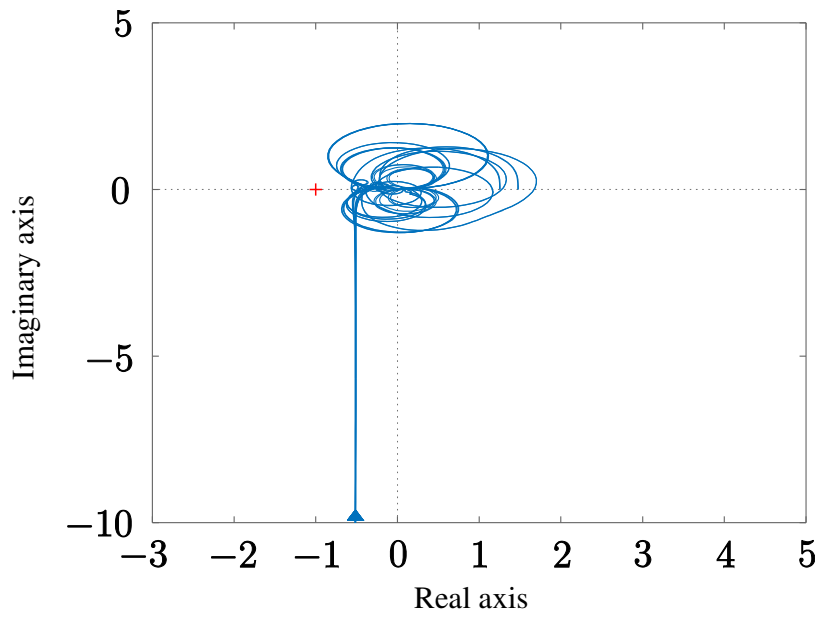


図 5.6: 文献 [9] におけるナイキスト線図

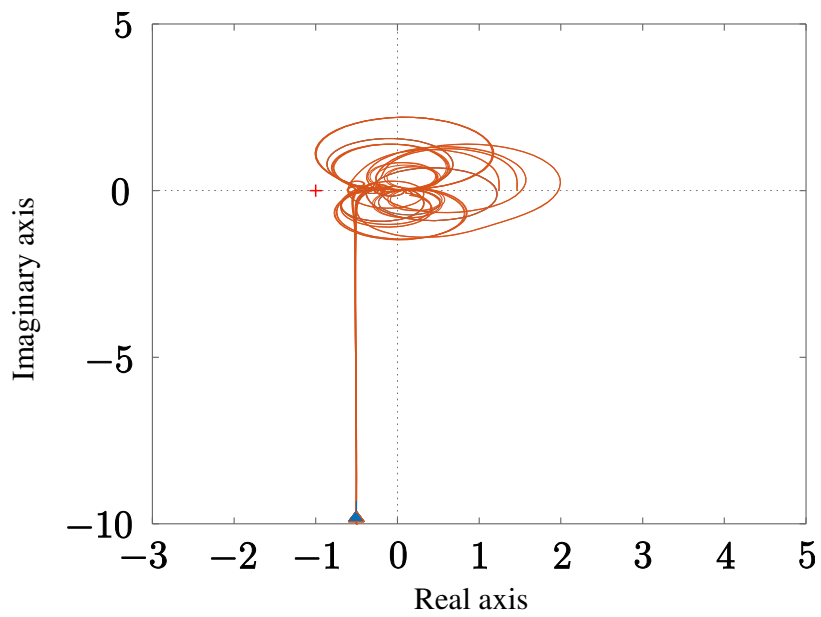


図 5.7: 従来手法におけるナイキスト線図

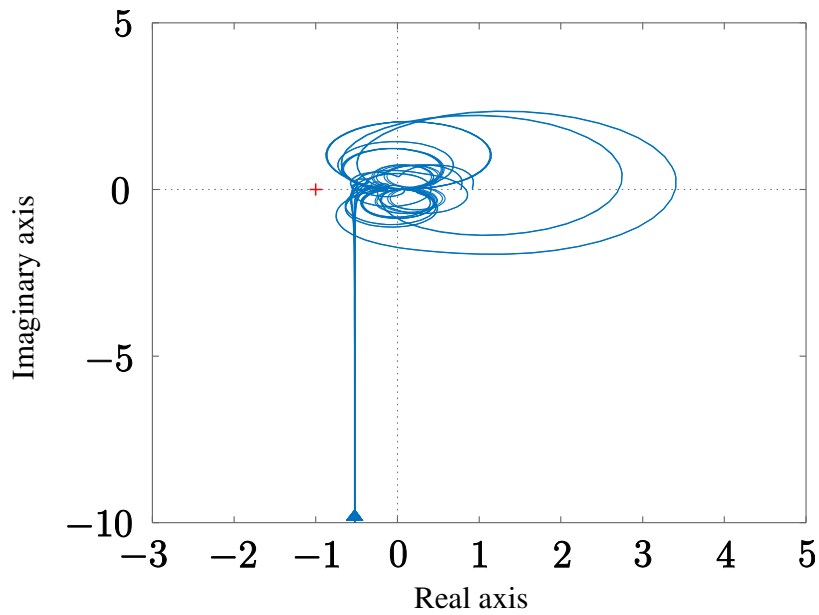


図 5.8: 提案手法 (7次) におけるナイキスト線図

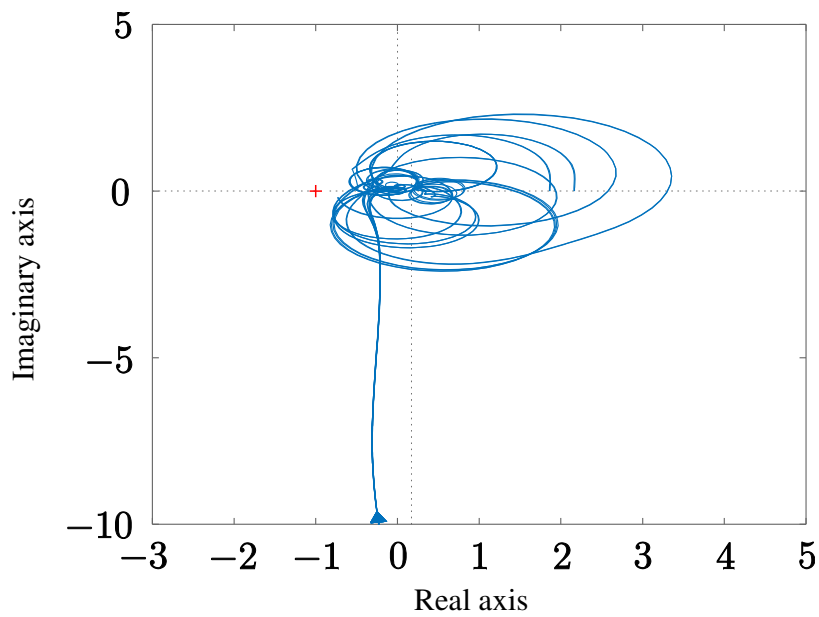


図 5.9: 提案手法 (12次) におけるナイキスト線図

次に、それぞれの手法によって得られたゲイン交差周波数を表 5.4 に示す。この結果から、提案手法 (12次) は最も高いゲイン交差周波数を確保していることが分かる。これは、制御器の分母多項式もパラメータ化したことで、同じ次数の制御器であっても

表 5.4: ゲイン交差周波数 [Hz]

	最悪値	平均値	最良値
PID+notch	1026	1053	1085
文献 [9]	1024	1048	1095
従来手法	1056	1084	1127
提案手法 (7 次)	1057	1085	1124
提案手法 (12 次)	1132	1158	1181

ゲイン交差周波数を増加できたと考えられる。また、ゲイン交差周波数を直接的に考慮する設計問題を記述したことが、大きく起因していると考えられる。提案手法 (7 次) は、従来手法とほぼ同じゲイン交差周波数を確保した。この結果から、本研究では制御器の極を決定する手間を省き、かつ同等のゲイン交差周波数を確保する制御器設計を達成できることを確認した。

次に、感度特性を図 5.10 に示す。見易さのため、10 種類の変動モデルの内のベンチマーク問題に記載されている 1 番目の制御対象から得られた感度特性を示している。また、提案手法 (7 次) は従来手法とほぼ同じ特性を示しているので省略した。これらの結果から、従来手法における感度特性は文献 [9] のそれより小さく、提案手法 (12 次) における感度特性は従来手法のそれより小さい。つまり、提案手法はすべての手法より感度特性が低くなっている。これは、ゲイン交差周波数が高く、それに伴い重み関数がローゲインになったため、結果的に低感度化が実現されたと考えられる。低周波数域においては、2 dB ほど感度が小さくなった。感度特性の無限大ノルムはいずれの手法においても大きな差異はなく、8 dB ほどとなった。それぞれの手法における感度特性を指定する重み関数 W_1 が低周波数域からゲイン交差周波数付近にしか寄与していないため、感度特性の無限大ノルムを抑圧できないと考えられる。よって、感度特性の無限大ノルムがほぼ同様の値となった。次に、(4.16) 式の近似の影響を調べる。(4.16) 式中の左辺 $1/\Omega_{gc}^2$ は 1.9456×10^{-7} を示し、 Φ は 1.932×10^{-7} の値を得た。この結果から、近似の導入による誤差はほぼないと考えられる。ボード線図上においてもほぼ完全に一致していることを確認した。本研究では、 Ω_{gc} を最大化するため、その 2 乗の逆系はおのずと小さい値となる。それに伴い、下界となる値を示す Φ は 0 より大きい値を示すため、結果的に近似の誤差を緩和する結果が得られたと考えられる。

次に、各手法によって得られた制御器の特性を図 5.11 に示す。また、ベンチマーク問題に記載されている制御器はマルチレートノッチフィルタであり、直列接続できな

いため、個々に特性を示す。

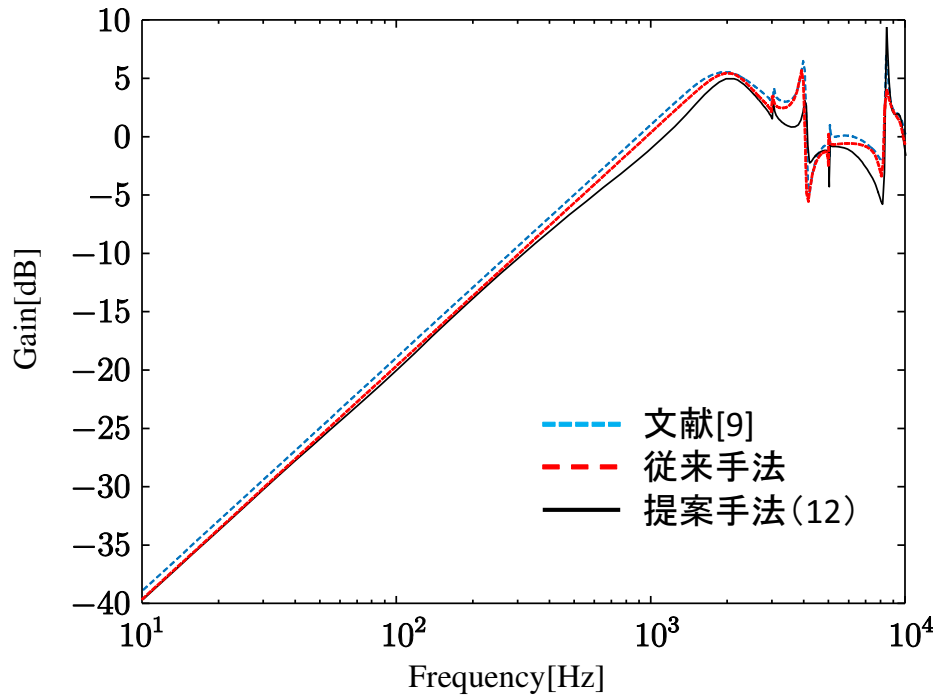


図 5.10: 感度特性

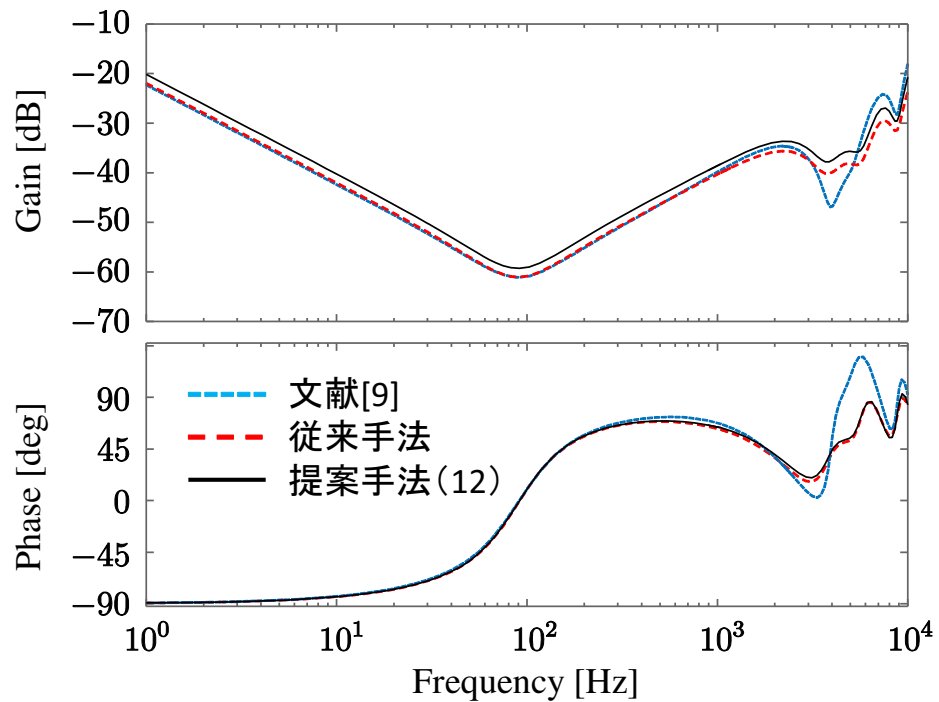


図 5.11: 制御器の特性

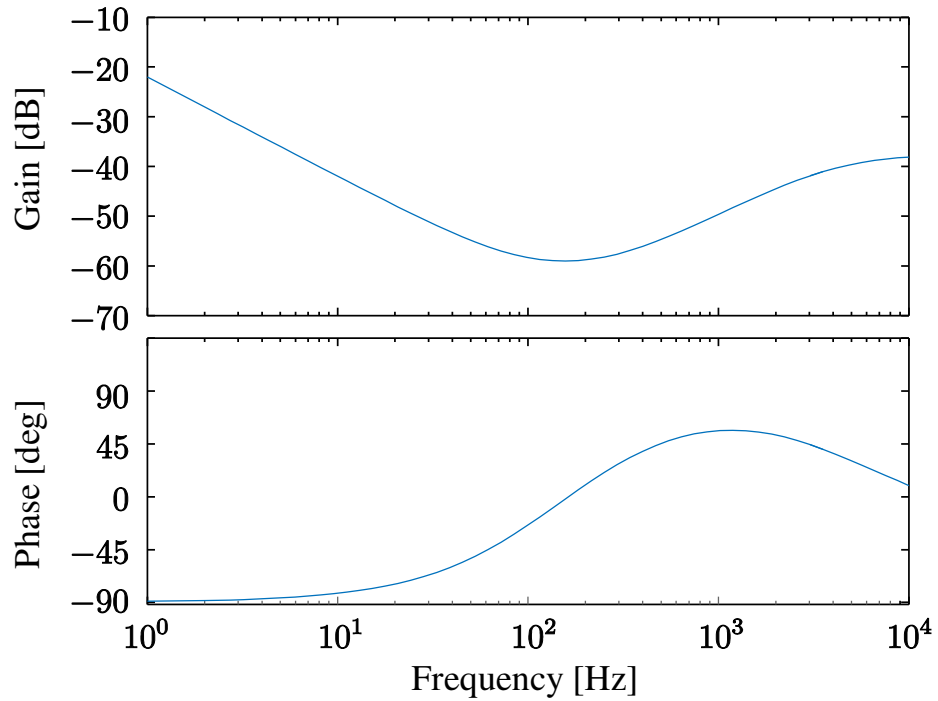


図 5.12: 文献 [4] で示されている PID 制御器

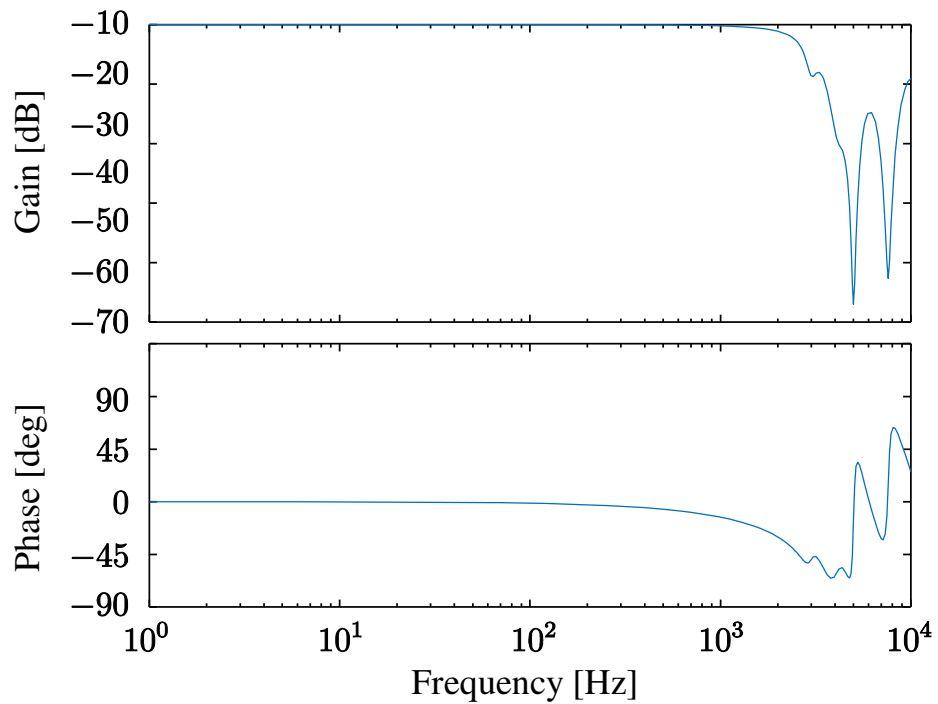


図 5.13: 文献 [4] で示されているマルチレートノッチフィルタ

表 5.5: 3σ 値

	最良値	平均値	最悪値
PID+notch[4]	9.12	9.35	9.52
文献 [9]	8.18	8.98	9.52
提案手法 (7次)	8.07	8.24	8.38
提案手法 (12次)	7.98	8.12	8.32

この結果から、提案手法は高ゲインな制御器設計を達成した。また、結果的に PID 制御器とノッチフィルタを組み合わせたような制御器のボード線図になっていることが分かる。これは、制御対象が高周波に共振特性を持ち、それに対し安定性を保証するためこのような共振ゲインを抑圧するような制御器が設計されたと考えられる。ベンチマーク問題においては、この制御器設計は設計者の手作業によって行われる。それに対し、提案手法では最適化問題を解くことで簡易に制御器設計を達成した。

次に、10 種の変動モデルに対する位置誤差の 3σ 値を表 5.5 に示す。この結果から、提案手法は精密な位置決め制御を達成していることが分かる。これは、ゲイン交差周波数を拡大化したことと、低感度化の双方を実現したことに起因すると考えられる。以上の結果から、提案手法は制御器設計における労力を十分に低減するだけでなく、良好な制御性能を得ることを可能であることを確認した。HDD においては、提案手法の有効性を確認できた。

第6章 実験検証

6.1 実機実験

本章では、二慣性共振系実験装置に対して周波数応答を取得し、提案手法の実システムに対する有効性を確認する。

6.2 制御対象

実験装置の外観を図 6.1, 6.2 に示す。この制御対象はプーリと負荷ディスクの間がバネ特性をもつベルトにより連結されており、バネによる復元力が駆動ディスクに影響し、共振特性を持つシステムとなっている。また、装置の負荷ディスクに取り付けられた負荷の位置を変更できるため、制御対象の特性変動を簡易に実現できる。この制御対象の周波数応答を取得するため、入力として駆動ディスクに接続されたモータへ (6.1) 式を与えた。なお、この制御対象は不安定極を持たないものとする。

$$v(t) = 10 \sin \left(\frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{T_c} + \omega_{\min} \right) t \quad (6.1)$$

なお、 $v(t)$ は $T_c = 200$ s 間で $\omega_{\min} = 0.001$ rad/s から $\omega_{\max} = 300$ rad/s まで周波数が連続的に変化する振幅 10 V のサインスイープ信号である。

これにより得られた入出力データを用いて MATLAB System Identification Toolbox によりプロットした制御対象の周波数応答を図 6.3 に示す。なお、錘の位置を変動させ、3 パターンの変動モデルを取得した。図 6.3 より、制御対象の共振特性は 30-50 rad/s 付近の周波数帯に表れている。この 3 種類の変動モデルを用いて、文献 [9]、従来手法、提案手法の比較を行う。

6.3 シミュレーション条件

文献 [9]、従来手法の制御器は (6.2) 式に示すような PID 制御器構造を用いる。

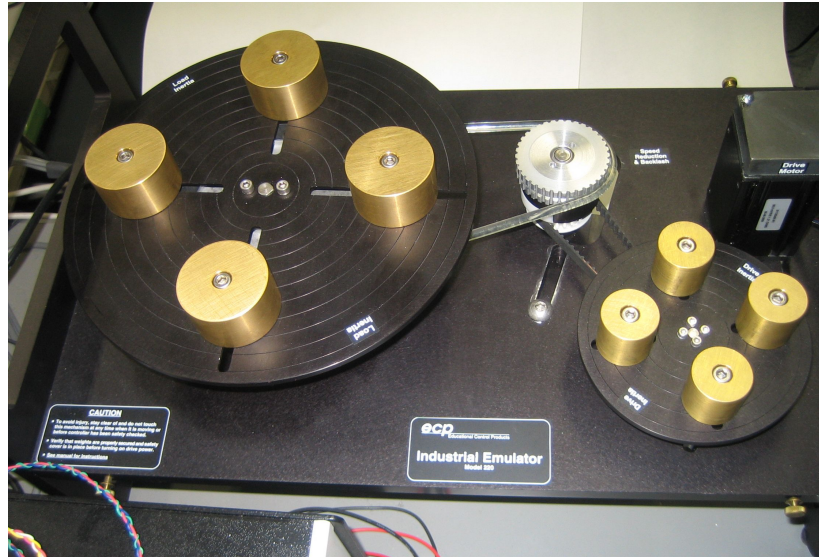


図 6.1: 実験装置

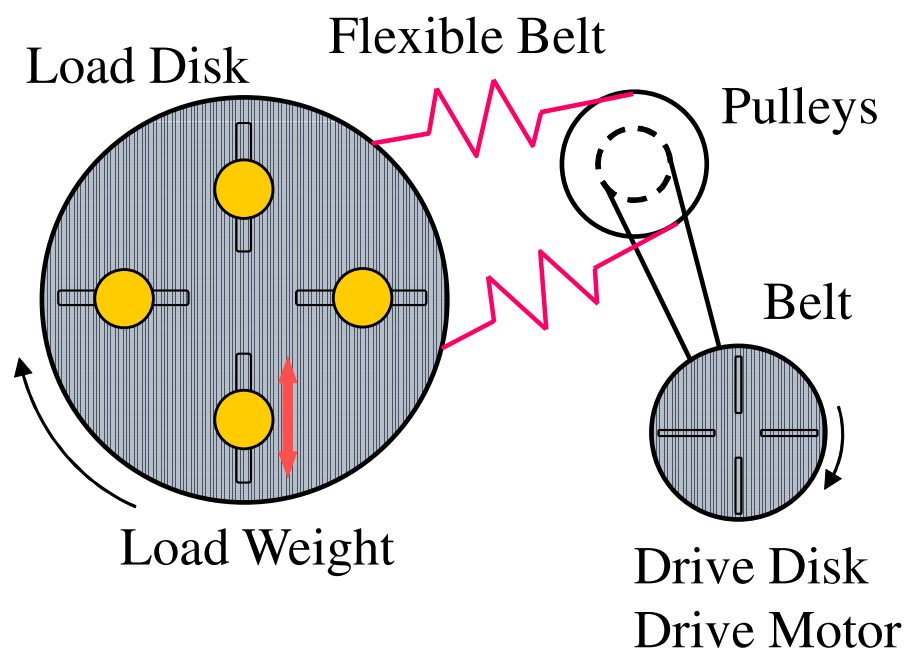


図 6.2: 模式図

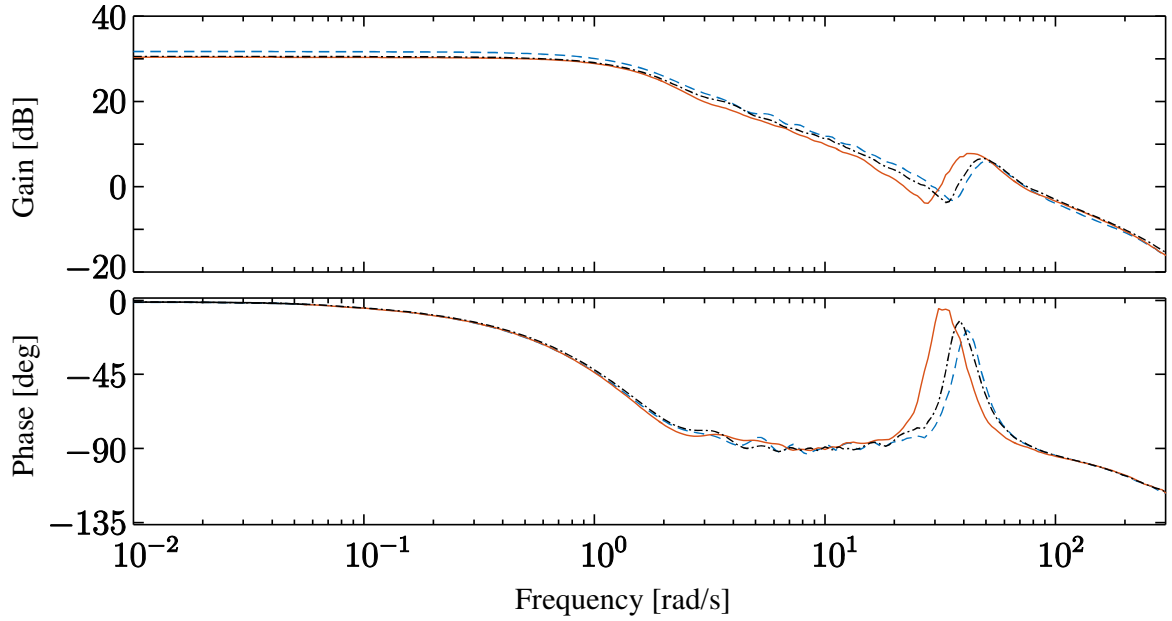


図 6.3: 二慣性共振制御装置の周波数応答

$$C(s) = [K_p, K_i, K_d] \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{0.001}{z-1} \\ \frac{0.0095}{z-0.99} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

初期値はそれぞれに 0.001 を与えた。提案手法の次数を 2 次とした。

文献 [9] において、設計に用いた重み関数 $W_1(s)$ を (6.3) 式に示す。

$$W_1(s) = \frac{\alpha}{s} \quad (6.3)$$

それぞれの手法における位相余裕及びゲイン余裕は、追従制御において用いられる制御仕様の値を参考にし、 $\Phi_m = 40 \text{ deg}$, $g_m = 10 \text{ dB}$ 以上を具備することを設計仕様として定め、サンプリングタイムは $T_s = 1 \text{ ms}$ とする。また、文献 [9] の手法における規範モデルを (6.4) 式で定義する。

$$L_d(s) = \frac{\alpha}{s} \quad (6.4)$$

なお、 α は 5 を与え、設計繰り返し毎に 1 ずつ増加させ、解けなくなった一つ前の値を設計パラメータとして決定する。また、不確かさを表す W_2 は 1 とする。

6.4 シミュレーション結果

文献 [9] の手法によって得られた制御器を (6.5) 式に示す。

$$\frac{0.1774z^2 - 0.3328z + 0.1555}{z^2 - 1.905z + 0.9048} \quad (6.5)$$

従来手法によって得られた制御器を (6.6) 式に示す。

$$\frac{1.68z^2 - 3.049z + 1.369}{z^2 - 1.905z + 0.9048} \quad (6.6)$$

提案手法によって得られた制御器を (6.7) 式に示す。

$$\frac{2.57z^2 - 4.752z + 1.369}{z^2 - 1.867z + 0.8961} \quad (6.7)$$

各手法により得られた制御器を用いて描いたナイキスト線図を図 6.4, 6.5, 6.6 に示す。制御対象は安定である。これらの結果を見ると、ナイキスト安定判別法に基づき、システムを安定化していることが分かる。文献 [9] の手法により得られたナイキスト線図は他手法に比べ、軌跡が小さくなっている。これは、規範モデルに近づける制御器設計を行うためこの結果が得られたと考えられる。また、設計された制御器は他手法と比較すると、低ゲインな制御器が予想される。これに比べ、提案手法はナイキスト軌跡が複素右半平面を通過していることが分かる。つまり、高ゲインな制御器が設計されたと予想できる。これを確認すべく、各手法により設計された制御器の周波数応答を図 6.7 に示す。この結果から、提案手法はわずかではあるが、他手法と比べ高ゲインな制御器を設計していることが分かる。提案手法は、制御器の分母多項式も設計パラメータを含んでいる。設計された制御器を確認すると、極も調整されていることが分かる。この理由より、提案手法は他手法と比べ高ゲインな制御器設計がされたと考えられる。次に、各手法により得られたゲイン交差周波数を表 6.1 に示す。この結果から、提案手法はわずかにゲイン交差周波数の拡大を実現したことが分かる。これは、上記で述べた理由と同様に、制御器の分母多項式も調整できることから、設計される制御器の自由度が増えたためだと考えられる。

各手法により得られた感度特性を図 6.8 に示す。見易さのため、 P_1 に対して得られた感度特性を示している。この結果から、提案手法はわずかに低感度化を実現していることが分かる。提案手法は、ゲイン交差周波数が高くなるほど、周波数重み W_1 のゲインとしては小さくなる。ゆえに、この低感度化が実現されたと考えられる。

このシミュレーションを通じて、提案手法は広帯域化、低感度化という面で制御性能を評価した場合、良好な制御性能を得る制御器設計を達成したと考えられる。提案

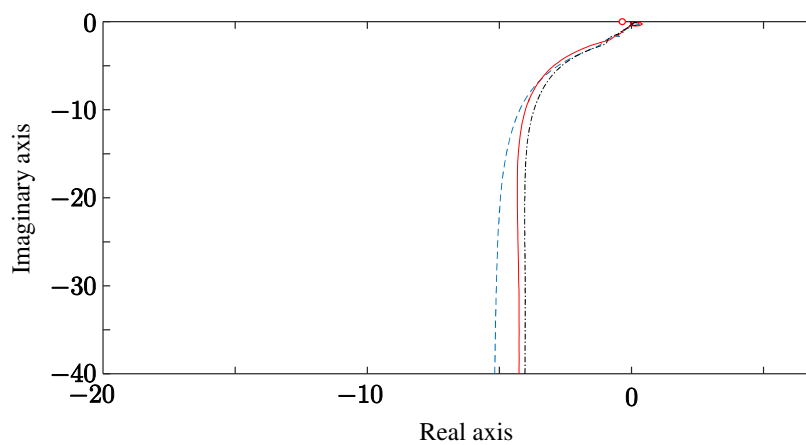


図 6.4: 文献 [9] のナイキスト線図

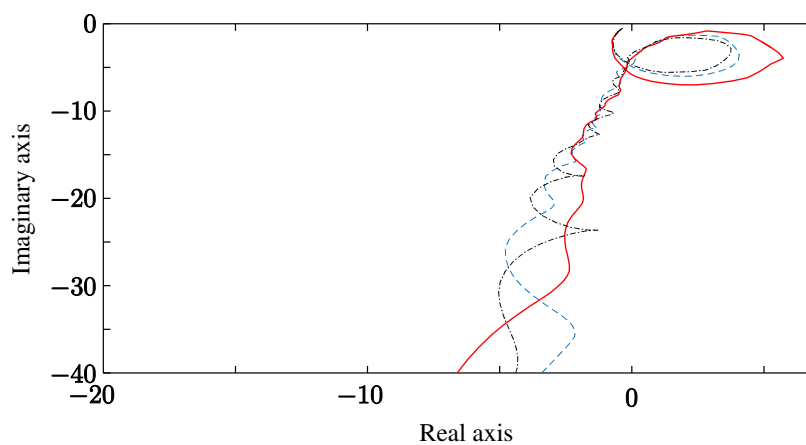


図 6.5: 従来手法のナイキスト線図

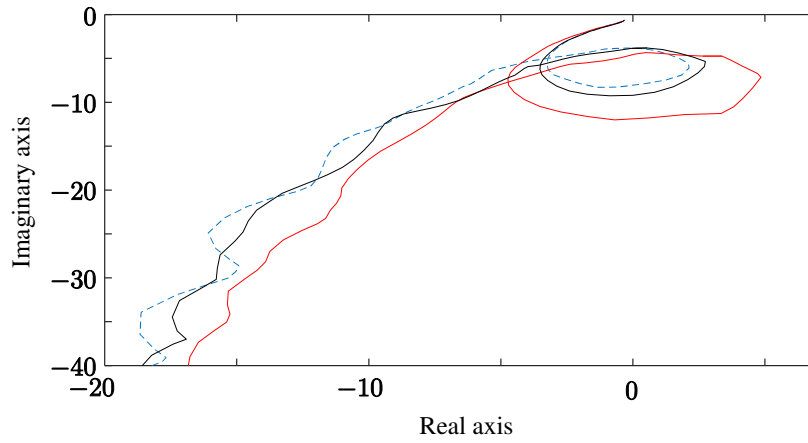


図 6.6: 提案手法のナイキスト線図

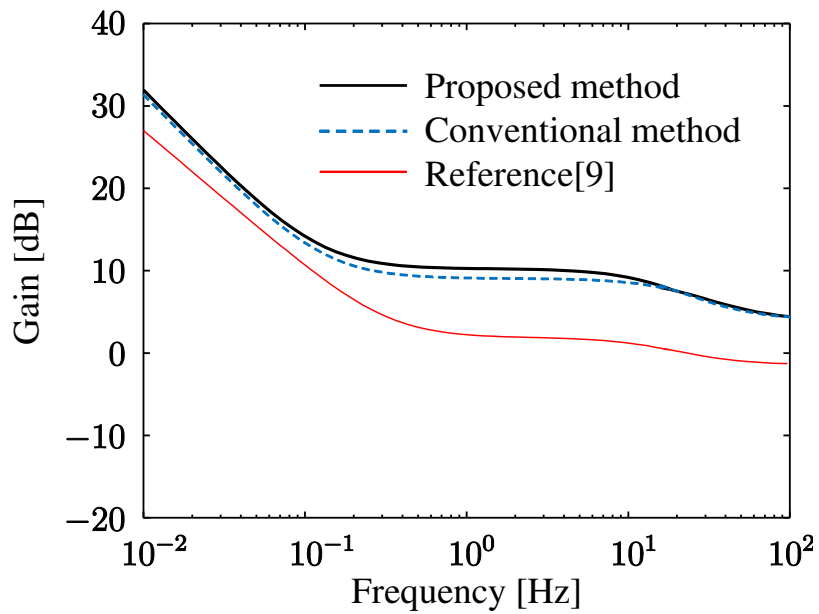


図 6.7: 設計された制御器

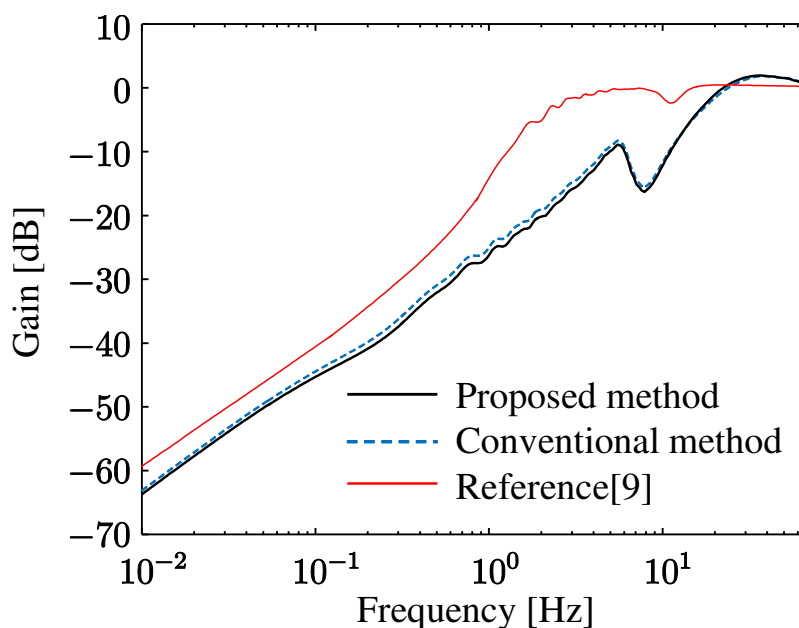


図 6.8: 感度特性

表 6.1: ゲイン交差周波数 [Hz]

	P_1	P_2	P_3
文献 [9]	8.04	7.31	8.81
従来手法	20.98	22.51	23.12
提案手法	21.69	23.39	23.70

手法によって得られた制御器を用いることで、実機実験で高速・高精度な制御が期待される。

6.5 実験条件

前節で得られた制御器を二慣性共振制御装置へ実装する。設計は3種類のすべての変動モデルに対して行った。この制御器を P_1 の錘の位置に配置した二慣性共振制御装置へ実装する。入力は10 sまで10 rad/s, 20 s以降は20 rad/sの階段状のステップ応答を $150/(150+s)$ でフィルタリングした入力を与えた。30 sで5 rad/sの外乱を印加した。

6.6 実験結果

得られた角速度応答と目標値を図 6.9, 6.10, 6.11 に示す。この結果から、各手法それぞれ目標値に概ね追従していることが分かる。次に、10 s 付近の拡大図を図 6.12 に示す。この結果から、文献 [9] と比べると、提案手法は目標値にほぼ追従していることが分かる。従来手法と提案手法の差異は図からは判断しづらい。そこで、目標値と実際の応答との平均二乗誤差を計算した。文献 [9] : 0.9, 従来手法 : 0.32, 提案手法 : 0.30 となった。この結果より、わずかではあるものの提案手法は目標値に近づいていることが分かる。提案手法と従来手法のゲイン交差周波数の差は 1 Hz ほどしかない。ゆえに、実機実験の応答からは大きな変化は見られなかったことが考えられる。制御対象を超精密サーボ系にした場合、この差はより顕著に現れると考えられる。

次に、30 s で 5 rad/s の外乱を故意的にフィードバックループに印加した場合の出力の角速度応答を図 6.13 に示す。提案手法は外乱抑圧を約 0.02 s で実現している。従来手法は約 0.2 s の時間がかかり、およそ 10 倍速く外乱抑圧を実現した。これはシミュレーションで確認したように、感度特性が大きく起因していると考えられる。提案手法は低感度化を実現したため、良好な外乱抑圧を実現したと予想される。

これらの結果から、提案手法は HDD のヘッド位置決め制御装置、二慣性共振制御装置いずれの場合においても高速・高精度な制御を実現することを確認した。また、提案手法は制御器の分母多項式に設計パラメータを含んでいる。結果的に、制御器の極は調整される。従来手法は制御器の極は設計者が設定する必要がある。また、FIR フィルタなどの設計は、設計される制御器の高次数化を招く恐れがある。それに対し、提案手法は制御器の分母多項式をも調整することで、制御器の分母多項式を設定する手間を省いている。また、それを設計する設計問題は最適化問題へと定式化されているため、制御器設計における設計者の労力を十分に低減できたと考えられる。これらの理由から、HDD、二慣性共振制御装置においては提案手法の有効性を確認できた。

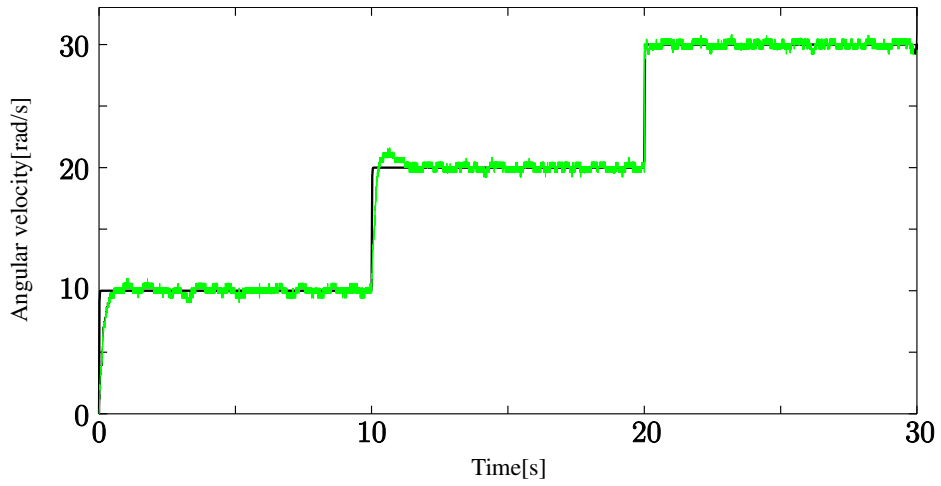


図 6.9: 文献 [9]

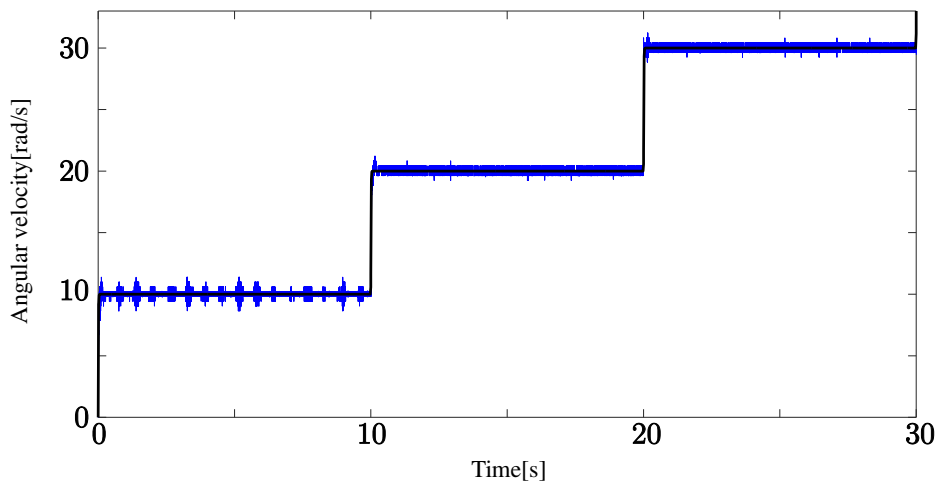


図 6.10: 従来手法

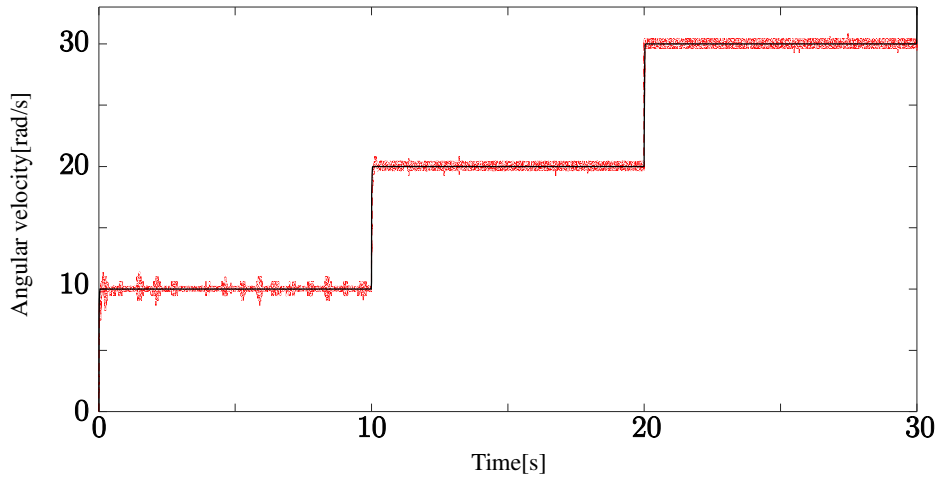


図 6.11: 提案手法

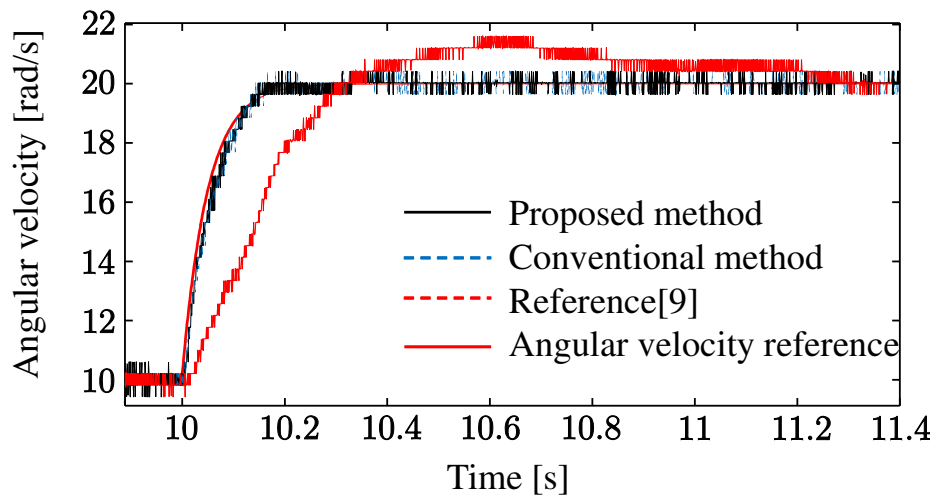


図 6.12: 角速度応答の拡大図

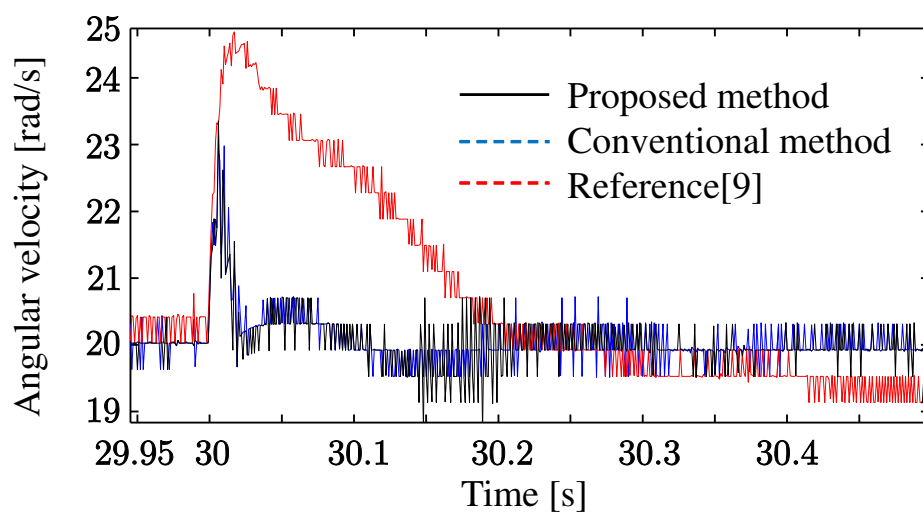


図 6.13: 外乱を印加した場合の角速度応答

第7章 結言

本研究では周波数応答を用いた直接的にゲイン交差周波数を拡大化するフルパラメトリゼーション制御器を設計した。本研究における主張は以下のとおりである。

まず、第一に制御対象の周波数応答を用いることで、制御対象の数式モデルを介さず制御器を設計できる点にある。高速・高精度な位置決め制御を実現するためには、より精密な制御対象の数式モデルが必要となる。従来の制御器設計においては、精密な制御対象のモデル化を行った後、制御器設計という手順となる。それに対し、提案手法では制御対象のモデルを介さず、制御対象の周波数応答を直接利用して制御器設計を成す。さらに、設計問題と最適化問題へと定式化することで、制御器設計における試行錯誤をも低減することが可能となった。

第二に、規範モデルが不要であることから、それを決定する際の試行錯誤を低減する点である。周波数応答を用いた制御器設計 [8], [9] は、いずれも規範モデルを必要とし、それに近似する L を設計する手法である。そして、 L と L_d が近づく前提でロバスト性能条件と制御帯域を近似した制約式を記述している。そのため、 L_d に実現困難な過度な要求を与えた場合、 L と L_d を近づけることができず、制約式の近似精度が劣化し、望みの特性を保証できない可能性がある。それに対し、本研究における目標関数はゲイン交差周波数の拡大を示すものである。つまり、規範モデルが不要である。これは、制御器設計における設計者の労力をさらに低減することに繋がる。

第三に、直接的にゲイン交差周波数を拡大化するため、高速・高精度な位置決めを実現する際の設計指標を直接評価できる点である。高速・高精度な位置決め制御を実現するために、位相補償器やノッチフィルタの設計など、さまざまな設計法がある。しかし、いずれの場合においても設計した後、ゲイン交差周波数は評価される。また、規定のゲイン交差周波数を確保する制御器設計も存在するが、ゲイン交差周波数を直接拡大化する設計問題としては記述されていない。それに対し、本研究ではゲイン交差周波数を直接的に拡大化する設計問題を提案した。ゆえに、広帯域化を間接的に評価している設計問題と比べると、本研究は十分に広帯域化が期待される。また、本研究では得られるゲイン交差周波数に応じて感度を指定する重み関数を変化させる。これは、ロールオフ問題を簡易に解決する。ロバスト性能条件を考える際の重みの決定法

に明確な指標はなく、試行錯誤を必要とされる。それと比較すると、簡易に感度整形を実現すると考えられる。その有効性は、HDDのヘッド位置決め制御、二慣性共振制御装置を通じて確認された。

今後の課題としては、以下の点が挙げられる。本研究では、制御器の分母多項式をもパラメータ化した制御器設計法を提案した。その設計問題は最適化問題へと定式化された。しかし、定式化する際に線形近似を行っている。これにより、初期解を必要とすることが問題となる。従来手法においては、制御器の分子多項式にのみ初期解を与えるのみであった。しかし、本研究では制御器の分母多項式にも初期解を与える必要がある。分母多項式を決定する手間は省くものの、安定化する制御器の分母多項式に対する初期解を与えるのは試行錯誤を伴う。PID制御器のような次数が低い場合には、大きな問題にはならないものの、HDDのような複雑な制御対象の場合、それに伴い制御器の次数が高くなり、初期解を決定することが容易ではなくなる恐れがある。ゆえに、制御器設計における労力を低減できるかどうかは、取り扱う制御対象に依る。これを解決すべく、線形近似を行わず設計問題を定式化するか、もしくは初期解を与える簡易な方法が必要となる。

参考文献

- [1] 藤森篤：「ロバスト制御」，コロナ社，2001
- [2] 精密工学会超精密位置決め専門委員会，次世代精密位置決め技術編集委員会編：次世代精密位置決め技術，フジ・テクノシステム，2000
- [3] M. Kobayashi, S. Nakagawa, T. Atsumi, and T. Yamaguchi :“High-Bandwidth Servo Control Designs for Magnetic Disk Drives”, IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Proceedings, pp.1124–1129, Como, Italy, 2001
- [4] 山口高司，平田光男，藤本博志：ナノスケールサーボ制御 高速・高精度に位置を決める技術；，東京電機大学出版社，pp. 103–115，2002
- [5] 浅野 弘一郎，白石 貴行，藤本 博志，堀 洋一：ミラーのイナーシャに応じたガルバノスキャナの広帯域フィードバック制御の基礎検討；電気学会産業計測制御研究会論文集，IIC-12，pp. 113–118，2012
- [6] 穂高一条・鈴木正之・坂本登：「指定されたゲイン余裕と位相余裕を確保するコントローラ的设计」，計測自動制御学会論文集，Vol. 35，No. 4，pp. 577–579 (1999)
- [7] 不破勝彦，加藤引幸，神藤久：「円条件を考慮したロバスト制御系の一構成法 振動制御系への応用」，電気学会論文誌C，123巻，12号，pp. 2133–2141，2003
- [8] A. Karimi, G. Galdos and R. Longchamp :“Robust fixed-order Controller Design for Spectral models by Convex Optimization”, *47th IEEE Conference on Decision and Control Proc.* of pp. 921–926, 2008
- [9] 長坂，弓場井，平井：凸最適化を用いたNyquist線図上の性能制約を満たすフォロイング制御器の設計；電気学会産業計測制御研究会論文集，IIC-11-161，2011

第 7 章 結言

- [10] K. Nakamura, K. Yubai, D. Yashiro and J. Hirai :“Controller Design for Phase Stabilization Based on Circle Condition by Using Nyquist Diagram”, *Proc. of the 2th International Workshop on Sensing Actuation, and Motion Control*, V-4, 2016
- [11] C. J Doyle, B. A. Francis and A. R. Tannenbaum, “Feedback Control Theory”, Mc Millan, New York, 1992
- [12] 杉江俊治, 藤田政之 :「フィードバック制御入門」, コロナ社, 1999
- [13] Y. Maeda and M. Iwasaki, :“A Feedback Controller Design Based on Circle Condition for Improvement of Disturbance Suppression”, in *Proc. 12th IEEE Int. Workshop Adv. Motion Control*, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, pp. 1–6, 2012
- [14] A. L. Yullie and A. Rangarajan :“The concave-convex procedure”, *Neural Computation*, Vol. 15, No. 4, pp. 915–936, 2003
- [15] M. Hast, K.J. Astrom, B. Bernhardsson, S. Boyd :“PID Design by Convex-Concave Optimization”, European Control Conference, 2013
- [16] S. Boyd, M. Hast, and K. J. Åström :“MIMO PID Tuning via Iterated LMI Restriction”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, pp. 1718–1731, 2016
- [17] S. Shinoda, K. Yubai, D. Yashiro and J. Hirai :“Fully Parameterized Multivariable Controller Design Minimizing Closed-Loop Interaction by Iterative LMI Optimization”, *Proc. of The 2nd International Workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization*, TT3-6, 2016

謝辞

本研究の実施ならびに修士論文執筆に際し、研究の方向づけから詳細に至るまで、忍耐強くご指導いただきました三重大学大学院工学研究科教授 平井 淳之先生，同大学教授 駒田 諭先生，同大学准教授 弓場井 一裕先生，同大学助教授 矢代 大祐先生に心より感謝申し上げます。弓場井 一裕先生は、研究の進捗状況，発表練習など、研究内容からそれを発表するまでを一貫してお世話していただきました。また、研究だけでなく研究室の掃除など本研究に関わらず教養を深めることができました。毎年、検討会が始まるたびに先生から頂く言葉に感銘を受けました。私生活から研究に至るまで、私にとって非常に貴重な体験をさせていただき、深く感謝申し上げます。

平井 淳之先生には、検討会や研究室生活の各場面で大変貴重な意見を頂きました。さらに、就職活動など校外活動，留学生との交流の場面において、貴重な体験をさせていただきました。平井 淳之先生のお力添えがなければ、未だに英語での会話に恐怖を覚えていたと思います。貴重な体験をさせていただき、深く感謝いたします。

駒田 諭先生には、本研究の論文作成にあたり、制御器設計の手順，英単語などをお伺いし、教養を深めることができました。深く感謝申し上げます。

矢代 大祐先生は、全体検討会や国際シンポジウムなど、学内で開催される学会で、本研究のご指導いただき、貴重な意見をいただくことができました。

本研究の遂行にあたり、同グループの先輩として親切なご指導をくださいました久保 貴之 氏，篠田 翔吾 氏に心より感謝いたします。時には厳しく、時には優しくご指導いただき、貴重な意見を頂くことができました。

研究室での生活を共に送り、時には競い合い、時には励まし合い研究を遂行してきた同期の青木 翔吾 君，岩本 直也 君，竹若 恵太 君，水谷 有輝 君，景山 達也 君，杉田 広地 君に感謝します。最後に、多くの協力をしていただき、研究生生活を充実させてくれた電機システム研究室の皆さんに深く感謝致します。

皆様の今後一層のご活躍をお祈りいたしております。最後に、大学への編入学，大学院への進学を含め、私生活から学生生活を支援して頂いた家族に心から感謝します。

論文目録

- (1) 中村和樹, 弓場井一裕, 矢代大祐, 平井淳之: 「位相安定化を実現する周波数応答を用いた制御器設計法の提案」, 第59回システム制御情報学会研究会発表講演会 (SCI'15), 124-1, 2015.5
- (2) 中村和樹, 弓場井一裕, 矢代大祐, 平井淳之: 「位相安定化を実現する制御器設計法の提案-HDD ベンチマーク問題への適用-」, 電気学会メカトロニクス制御研究会, MEC-15-26, pp. 77-82, 2015.9
- (3) K. Nakamura, K. Yubai, D. Yashiro and J.Hirai: “Controller Design for Phase Stabilization Based on Circle Condition Using Frequency Response Data ”, International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU, EP-12, 2015.12
- (4) 中村和樹, 弓場井一裕, 矢代大祐, 平井淳之: 「円条件に基づく位相安定化制御器の設計」, 電気学会メカトロニクス制御研究会, MEC-15-44, pp. 91-96, 2015.12
- (5) K. Nakamura, K. Yubai, D. Yashiro and J. Hirai: “Controller Design for Phase Stabilization Based on Circle Condition by Using Nyquist Diagram”, *Proc. of the 2th International Workshop on Sensing Actuation, and Motion Control*, V-4, 2016.3
- (6) 中村和樹, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭: 「広帯域化を実現する周波数応答を用いた制御器設計法の提案」, 電気学会メカトロニクス制御研究会, MEC-16-22, pp. 27-32, 2016.9
- (7) K. Nakamura, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Controller Design Method Achieving Maximization of Control Bandwidth By Using Nyquist Diagram”, *Proc. of 2016 International Automatic Control Conference*, pp. 44-49, 2016.11
- (8) K. Nakamura, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Fully Parameterized Controller Design Method to Achieve High Control bandwidth Using Frequency Re-

第 7 章 結言

sponse Date Sets”, International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU, 2O1-1 to 6, 2016.12

- (9) K. Nakamura, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Controller Design for Phase Stabilization Based on Circle Condition by Using Nyquist Diagram”, *Proc. of the 2th International Workshop on Sensing Actuation, and Motion Control*, (2017.3 発表予定)