

—修士学位論文—

感度最小化のためのデータ駆動型制御器設計に関する研究

A Study on Data-Driven Controller Tuning  
for Sensitivity Minimization

平成 29 年度

三重大学大学院工学研究科  
博士前期課程 電気電子工学専攻  
電機システム研究室  
堀智貴

# 目次

|  |           |
|--|-----------|
| <b>第1章 緒言</b>                              | <b>1</b>  |
| 1.1 研究背景と目的                                | 1         |
| 1.2 論文の構成                                  | 3         |
| 1.3 表記                                     | 3         |
| <b>第2章 感度最小化を達成する固定構造制御器のデータ駆動型設計</b>      | <b>3</b>  |
| 2.1 問題設定                                   | 3         |
| 2.2 非反証性に基づく制御器設計                          | 4         |
| 2.3 バンドパスフィルタを用いた反証法                       | 6         |
| 2.4 CCCPを用いた最適化計算とアルゴリズム                   | 7         |
| 2.4.1 Concave-convex Procedure[15]         | 8         |
| 2.4.2 感度最小化のアルゴリズム                         | 8         |
| 2.5 安定性についての議論                             | 10        |
| 2.6 数値例                                    | 12        |
| 2.6.1 シミュレーション条件                           | 12        |
| 2.6.2 シミュレーション結果と考察                        | 13        |
| 2.7 実機検証                                   | 15        |
| 2.7.1 実機実験                                 | 15        |
| 2.7.2 実験条件                                 | 15        |
| 2.7.3 実験結果及び考察                             | 20        |
| <b>第3章 感度最小化を達成するフルパラメトライズ制御器のデータ駆動型設計</b> | <b>25</b> |
| 3.1 フルパラメトライズ化した制御器の定義                     | 25        |
| 3.2 定式化                                    | 26        |
| 3.3 安定性に関する議論                              | 30        |
| 3.3.1 閉ループシステムの安定性                         | 30        |
| 3.3.2 制御器の安定制約                             | 31        |

|            |                                      |           |
|------------|--------------------------------------|-----------|
| 3.4        | 数値例 . . . . .                        | 33        |
| 3.4.1      | シミュレーション条件 . . . . .                 | 33        |
| 3.4.2      | シミュレーション結果と考察 . . . . .              | 34        |
| 3.5        | 実機検証 . . . . .                       | 38        |
| 3.5.1      | 実機実験 . . . . .                       | 38        |
| 3.5.2      | 実験条件 . . . . .                       | 38        |
| 3.5.3      | 実験結果及び考察 . . . . .                   | 39        |
| <b>第4章</b> | <b>ロバスト性を考慮した感度最小化を達成するデータ駆動型設計法</b> | <b>45</b> |
| 4.1        | 設計問題の再設定及び定式化 . . . . .              | 45        |
| 4.2        | 制御対象集合全体に対する安定性 . . . . .            | 47        |
| 4.3        | 数値例 . . . . .                        | 48        |
| 4.3.1      | シミュレーション条件 . . . . .                 | 49        |
| 4.3.2      | シミュレーション結果と考察・比較1 . . . . .          | 51        |
| 4.3.3      | シミュレーション結果と考察・比較2 . . . . .          | 57        |
| <b>第5章</b> | <b>結言</b>                            | <b>65</b> |
|            | <b>参考文献</b>                          | <b>70</b> |
|            | <b>謝辞</b>                            | <b>72</b> |
|            | <b>論文目録</b>                          | <b>73</b> |

# 第1章 緒言

## 1.1 研究背景と目的

近年，制御対象の数式モデルを作成し，そのモデルを用いて制御器の設計を行うモデルベース制御器設計法が広く用いられている。この手法は，制御対象の数式モデルを基にシステムの安定性や，性能を評価しながら制御器の設計を行うことが可能である。制御器を設計する際の基本的な要求の1つとして低感度化が挙げられる。低感度化を実現する制御器を設計することで，制御対象の変動に対する相対的なシステムの変動やシステムに加わる外乱の影響を抑制することができる。さらにSISOシステムにおいて，感度関数を低周波数域において小さくすることで閉ループシステムの速応性が向上する。そのため，制御器設計における設計指標として感度関数の最小化は重要視されている。

このような低感度化を実現するモデルベース制御器設計法の1つに $H_\infty$ 制御<sup>[1, 2]</sup>がある。 $H_\infty$ 制御は閉ループシステムを内部安定化しつつ，指定された閉ループ特性の $H_\infty$ ノルムを所望の値より小さくする制御器を設計する手法である。この手法は，制御対象の数式モデルと実対象との誤差に対しても，その上限値を見積もることでモデル化誤差を考慮した設計が可能である。また，設計で用いる重み関数を適切に設定することで相補感度関数と感度関数の双方をバランスよく設計できる。しかし，実際に同定した数式モデルのモデル化誤差の上限値を知ることが困難な場合には，上限値を大きめに見積もることになり，保守的な制御器が設計される恐れがある。また，調整や実装の容易さの観点からはPID制御器のような低次数な制御器が望ましいが，制御対象の次数に依存した制御器を設計することになり，高次数化の問題が生じる。そして，数式モデル作成にかかる設計コストの問題も，モデルベース制御器設計法の大きな問題として残る。

上記の問題に対して，制御対象の数式モデルを介さずに，入出力データを直接用いることで望みの制御器パラメータを算出するデータ駆動型制御器設計法が近年盛んに研究されている<sup>[3-14]</sup>。データ駆動型制御器設計法は，同定による制御対象の数式モデルの作成を経ずに，入出力データから直接制御器の設計を行うため，設計にかかる時

間やコストを省くことが可能となる。また，入出力データに含まれる制御対象の動特性に関する情報を直接的に制御器設計に反映でき，対象のモデル化に伴う誤差に捉われない。さらに，設計者があらかじめ指定した次数・構造を持つ制御器に対してパラメータを求めるため，低次数な制御器の設計にも適している。

このような考えの下，文献 [3] では Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT) [4] を用いた感度整形手法が提案されており，文献 [5] では Noniterative Correlation-based Tuning (NCbT) [6] を用いた感度整形手法が提案されている。この 2 つの手法は望みの感度特性を記述した参照感度モデルの応答に実際の応答が近づくように制御器を調整する手法である。しかし，これらの手法において参照モデルの選定は重要であるが，適切な参照モデルの与え方は明確でない。さらに，望みの感度特性に近づけるように調整されるため，必ずしも感度関数が最小化されるわけではない。しかし，前述のように低感度化の要求に答えるためには， $H_\infty$  制御のように感度関数を直接的に評価する設計問題を考えることが望ましい。

このような要求に対し，佐伯らは Safonov らによって提案された非反証制御<sup>[7]</sup>に基づき，単一の制御対象の入出力データからオフラインで混合感度問題を反証するパラメータ空間を導出する方法を提案し，設計要求を満たす PID ゲインを求めている [8]。さらに，PID パラメータ空間において楕円体として表される最大感度制約の反証領域を線形近似することによって設計問題を線形計画問題として記述し<sup>[9]</sup>，その拡張として混合感度制約の下での一般的な動的制御器の設計問題を LMI により定式化している<sup>[10]</sup>。しかし，これらの手法において最大感度制約を満たす初期解の決定は困難であり，かつ閉ループシステムの安定性は陽には考慮されていない。文献 [11]，[12] では受動定理を用いることで最大感度制約の十分条件を導出し，PID 制御器における積分ゲインの最大化問題を線形計画問題として定式化している。この設計法においては文献 [9]，[10] の手法で行われていた線形近似が不要となり，初期解を与える必要がない上，線形計画問題を 1 回解くだけで簡易に低感度化を実現する制御器が得られる。また，受動定理を用いているため，閉ループシステムの安定性を保証することができるが，その適用は安定な制御対象に限定される。文献 [9, 10, 11, 12] の手法は最大感度制約を課しているため，感度関数の  $H_\infty$  ノルムを設計者が指定した値以下とすることは保証できるが，その最小化や  $H_\infty$  制御で見られる重みを用いた感度整形を行うことはできない。

以上の背景の下，本論文ではモデルベース制御器設計法の一つである  $H_\infty$  制御で扱われる重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムの最小化問題を扱う。一般的なモデルベース制御器設計法で扱われる制御問題を，制御対象の入出力データを用いて定式化すること

でデータ駆動型制御器設計法の応用範囲を広げることも本論文の大きな目的の一つである。閉ループシステムの安定性を保証し、感度関数の  $H_\infty$  ノルムを直接最小化する制御器の設計問題を、線形近似を用いて凸最適化問題として定式化する。また、1回の実験から得られたデータから数式モデルの作成を行うことなく、感度関数を最小化する制御器の設計を可能とする。

## 1.2 論文の構成

本研究では、感度最小化を実現するデータ駆動型制御器設計法の提案を行う。なお、本論文は全 5 章で構成されており、各章の構成は以下の通りである。

### 第 2 章 感度最小化を達成する固定構造制御器のデータ駆動型設計

$H_\infty$  制御で見られる感度最小化問題を固定構造制御器を用いたデータ駆動型制御器設計法へと拡張する。

### 第 3 章 感度最小化を達成するフルパラメトライズ制御器のデータ駆動型設計

3 章と同様の設計問題を考える。これに、制御器の分子・分母多項式の双方をパラメータ化した制御器設計法を提案する。

### 第 4 章 ロバスト性を考慮した感度最小化を達成するデータ駆動型設計法

3 章、4 章の制御器設計法を制御対象の変動を考慮した設計法へと拡張する。

### 第 5 章 まとめと今後の課題

本研究のまとめと今後の課題について述べる。

## 1.3 表記

本論文で用いられる表記を以下に示す。

時間区間  $[1, \infty]$  の離散時間信号  $w(t)$  における、 $w \in l_2$  に対し  $\|w\|_2 = \sqrt{\sum_{t=1}^{\infty} w^2(t)}$ 、 $w \in l_{2e}$  に対し  $\|w\|_{2[1,N]} = \sqrt{\sum_{t=1}^N w^2(t)}$  とする。ただし、 $l_{2e}$  とは  $l_2$  空間に属している信号を有限時間へ拡張したものである。また、本論文における議論の対象は、線形時不変で安定な 1 入力 1 出力システムに限定する。

## 第2章 感度最小化を達成する固定構造制御器のデータ駆動型設計

本章では本研究で扱う  $H_\infty$  制御で見られる感度最小化を時系列データを用いて設計する手法について説明する。

### 2.1 問題設定

まず、図 2.1 に示すフィードバックシステムを考える。ここで、 $P(z)$  は制御対象の離散時間システムであり、 $C(z, \boldsymbol{\theta})$  は (2.1) 式で表されるような、設計パラメータ  $\boldsymbol{\theta}$  に線形にパラメトライズされた  $n$  個のパラメータを持つフィードバック制御器である。ただし、 $\boldsymbol{\beta}(z)$  は制御器の基底関数である。

$$\begin{aligned} C(z, \boldsymbol{\theta}) &= \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\beta}(z) \\ \boldsymbol{\theta} &= \begin{bmatrix} \theta_1 & \cdots & \theta_n \end{bmatrix}^T \\ \boldsymbol{\beta}(z) &= \begin{bmatrix} \beta_1(z) & \cdots & \beta_n(z) \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.1)$$

ここで、一般的な  $H_\infty$  制御における低感度問題のように、図 2.1 の閉ループシステムの感度関数  $S(z, \boldsymbol{\theta})$  に対して、重み関数  $W(z)$  と正の実数  $\gamma$  を用いて (2.2) 式を満たす制御器パラメータを求める問題を考える。

$$\|W(z)S(z, \boldsymbol{\theta})\|_\infty < \gamma \quad (2.2)$$

ここで、感度関数  $S(z, \boldsymbol{\theta})$  は  $r(t)$  から  $e(t)$  もしくは  $d(t)$  から  $u(t)$  までの伝達関数として (2.3) 式のように定義される。

$$S(z, \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{1 + P(z)C(z, \boldsymbol{\theta})} \quad (2.3)$$

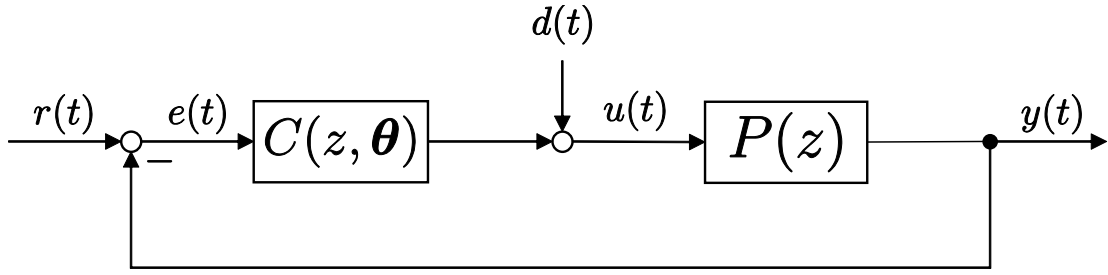


図 2.1: Feedback control system

そして、本論文では (2.2) 式を満たす最小の  $\gamma$  を与える制御器パラメータ  $\theta$  を求める以下の感度最小化問題を取り扱う。

$$\begin{aligned} & \min_{\theta, \gamma} \gamma \\ & \text{subject to} \\ & \|WS(\theta)\|_{\infty} < \gamma \end{aligned}$$

この問題を制御対象の入出力データを用いて記述し、解法を与えることが本論文の目的となる。なお、これ以降では簡単化のため各システムの  $(z)$  を省略する。

## 2.2 非反証性に基づく制御器設計

本節では、前節で説明した設計問題を時系列データを用いて記述するため、 $H_{\infty}$  ノルムの時間領域における定義に従い、非反証性に基づいた定式化を行う。

漸近安定な伝達関数  $G$  を持つシステムに対して、有界な  $l_2$  ノルムを持つ  $w(t)$  を印加した時の出力を  $z(t)$  とする。このとき、システムの初期状態が 0 であるとする、伝達関数  $G$  の  $H_{\infty}$  ノルムは誘導ノルムの定義より (2.4) 式のように表されることが知られている。

$$\|G\|_{\infty} = \sup_{w \neq 0} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} \quad (2.4)$$

つまり、 $H_{\infty}$  ノルムは入力エネルギーと出力エネルギーの比の上限値と等価であること意味している。ここで、システムの入力エネルギーと出力エネルギーの比の上限値を与える入力を本論文では、そのシステムの最悪入力と呼ぶこととする。

以上の  $H_{\infty}$  ノルムの定義より、重み付き感度関数の  $H_{\infty}$  ノルムは図 2.1 の  $r(t) = 0$  としたときの各時系列データを用いて、(2.5) 式のように与えられる。ただし、感度関数



は他にも  $r(t)$  と  $e(t)$  を用いて評価することもできるが、(2.5) 式の評価を用いた理由については 2.4.2 節で述べる。

$$\|WS(\boldsymbol{\theta})\|_{\infty} = \sup_{d \neq 0} \frac{\|Wu(t)\|_2}{\|d(t)\|_2} \quad (2.5)$$

しかし、 $u(t)$  は  $C(\boldsymbol{\theta})$  に依存しているため、(2.5) 式の関係を用いて調整された  $\boldsymbol{\theta}$  に対する重み付き感度関数の評価を行うには、実際にその制御器を実装し、入出力データ  $u(t)$ 、 $d(t)$  を取得する必要がある、オフラインで制御器を設計する問題として現実的ではない。そこで、Safonov によって提案された非反証制御<sup>[7]</sup> の考えを導入する。

非反証制御とは、制御対象の入出力データから擬似的な参照入力を求め、それを用いて評価基準を満たさない制御器を排除することで所望の制御器を得るデータベーストな制御系設計手法である。この非反証制御で用いられる擬似参照入力はデータ駆動型制御器設計法において文献 [13] で提案されている Fictitious Reference Iterative Tuning (FRIT) や文献 [14] で提案された状態フィードバックゲインの調整法などにも用いられている。ここからは非反証制御の考えを用いて、制御対象から得られたデータからオフラインで (2.5) 式を評価する手法について述べる。

まず、制御対象の入出力データ  $\{u_0(t), y_0(t)\}$  を取得する。次に、非反証制御の考えに基づき、図 2.2 のように仮想的なフィードバックシステムを考え、制御対象の入出力データが  $u_0(t)$ 、 $y_0(t)$  となるように、(2.6) 式のような擬似入力外乱  $\tilde{d}(\boldsymbol{\theta}, t)$  を生成する。

$$\tilde{d}(\boldsymbol{\theta}, t) = u_0(t) + C(\boldsymbol{\theta})y_0(t) \quad (2.6)$$

そして、重み関数  $W$  に入力  $u_0(t)$  を印加したときの出力  $Wu_0(t)$  を用いると、 $\|WS(\boldsymbol{\theta})\|_{\infty}$  は時系列データを用いて (2.7) 式のように表現できる。

$$\|WS(\boldsymbol{\theta})\|_{\infty} = \sup_{\tilde{d} \neq 0} \frac{\|Wu_0(t)\|_2}{\|\tilde{d}(\boldsymbol{\theta}, t)\|_2} \quad (2.7)$$

このように  $\tilde{d}(\boldsymbol{\theta}, t)$  が図 2.2 のフィードバックシステムに印加されると任意の制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  に対して制御対象  $P$  の入出力は  $u_0(t)$ 、 $y_0(t)$  に固定される。そのため、(2.4) 式を評価するために設計する制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  を実装してデータ取得する必要はなくなり、1 回の実験で得られた制御対象の入出力データを用いて、 $\|WS(\boldsymbol{\theta})\|_{\infty}$  の評価がオフラインで可能となる。

これより、(2.2) 式は時系列データを用いて (2.8) 式のように記述することができる。

$$\sup_{\tilde{d} \neq 0} \frac{\|Wu_0(t)\|_2}{\|\tilde{d}(\boldsymbol{\theta}, t)\|_2} < \gamma \quad (2.8)$$

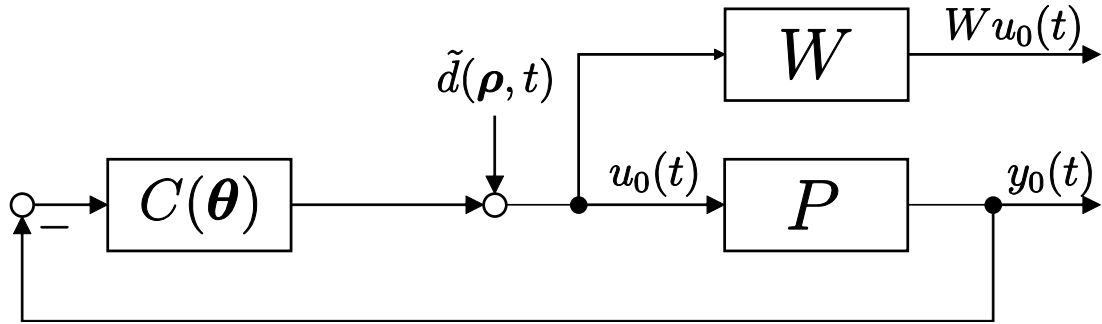


図 2.2: 擬似入力外乱の概念図

非反証制御の考えより (2.8) 式を満たす最小の  $\gamma$  を示す制御器の設計を行う。

しかし, (2.8) 式により  $\|WS(\theta)\|_\infty$  を評価するには  $\tilde{d}(\theta, t)$  として  $WS(\theta)$  の最悪入力となる時系列データを与える必要がある。本来, (2.8) 式を用いるには無限長の入出力データのパワー比の上限値を評価するべきであるが, 実際には困難であるため (2.9) 式のように 1 組のデータ長  $N$  の入出力データを用いて評価することとなる。

$$\sup_{\tilde{d} \neq 0} \frac{\|Wu_0(t)\|_{2[1,N]}}{\|\tilde{d}(\theta, t)\|_{2[1,N]}} < \gamma \quad (2.9)$$

このとき, 有限長のデータで定義された (2.9) 式は (2.8) 式の必要条件であり, 最悪入力でない  $\tilde{d}(\theta, t)$  により (2.9) 式を評価した場合, 正しくシステムの  $H_\infty$  ノルムを推定できない。次節では, この問題を解決する手法として, 佐伯らによって提案されたバンドパスフィルタを用いた反証法<sup>[8]</sup>を導入する。

## 2.3 バンドパスフィルタを用いた反証法

まず, 文献 [8] の手法を説明する際に必要となる, 適切な入出力データの選定について議論を行う。

前節で説明したように, (2.4) 式の定義より, 反証を行うデータは無限長のデータを用いて  $w \in l_2$  に対して評価基準を満たすかどうかの確認を行う必要がある。しかし, 無限長のデータを用いた評価は現実的に困難であり, 実際には有限長のデータを用いることになる。その場合,  $w \in l_{2e}$  に包含される部分集合についての非反証性しか示せていない。もちろん, (2.9) 式が成り立たなければ, (2.8) 式は成り立つことはないため, (2.8) 式の必要条件となる。よって, (2.9) 式が (2.8) 式のよい近似となる有限長の入出力データを選定する必要がある。

ここで、一般化のために伝達関数  $G$  の  $H_\infty$  ノルムを有限長の入出力データ  $w(t)$ ,  $z(t)$  を用いて評価することを考える。このとき、 $w(t)$  として、 $G$  の最悪入力を選ぶことが最も効率的な選択であるが、数式モデルもなく最悪入力を知ることは現実的でない。

これを解決する手法として文献 [8] ではバンドパスフィルタを用いた反証法が提案されている。1 組の入出力データを複数の通過域の異なるバンドパスフィルタ  $F_j$  ( $j = 1, \dots, m$ ) に通すことにより、 $F_j$  を通過した入出力データの周波数成分は  $F_j$  の通過域に集中するため、十分に大きな  $m$  をとり、通過域を狭めることで単一の周波数成分に対するエネルギー比と同等の評価を行うことができる。よって多数の  $F_j$  を通した入出力データ組に対して入出力信号のエネルギー比の最悪値 (最大値) が  $\|G\|_\infty$  の良い推定値となると考えられる。これにより、1 組の入出力データから効率よく反証を行え、大幅な設計コストの軽減が期待できる。

本手法においても (2.9) 式に対し、バンドパスフィルタを適用した (2.10) 式を用いることで 1 組の有限長のデータを用いて評価可能になると考えられる。

$$\frac{\|W F_j u_0(t)\|_{2[1,N]}}{\|F_j \tilde{d}(\boldsymbol{\theta}, t)\|_{2[1,N]}} < \gamma \quad j = 1, \dots, m \quad (2.10)$$

ただし、フィルタリング後のデータが 0 となった場合 (2.10) 式を評価できないため、入力データは使用するバンドパスフィルタの通過域の周波数成分を持つ必要があり、逆に入力データが含んでいない周波数帯域の通過域を持つフィルタを設計に用いることも好ましくない。また、文献 [8] では数値実験により、バンドパスフィルタの通過域は評価する周波数域に対して、対数目盛りで等間隔に区切ったものを使用したほうが推定が向上したことが述べられている。

## 2.4 CCCP を用いた最適化計算とアルゴリズム

前章では本論文で提案する感度最小化のためのデータ駆動型制御器設計法で扱う設計問題を示し、また評価式の時系列データを用いた定式化を行った。しかし、評価式である (2.10) 式は設計パラメータを分母に持つ非凸な関数である。そのため、解の導出が困難となり、非線形最適化手法で解の導出を行う場合、局所解に陥りやすい。そこで、本章では (2.10) 式を満たす解の導出法として、文献 [15] で提案されている最適化アルゴリズム Concave-convex Procedure (CCCP) を用いて準最適解を導出する手法および  $\gamma$  の最小化を行うアルゴリズムを説明する。

### 2.4.1 Concave-convex Procedure[15]

本節では、提案する手法で用いる最適化アルゴリズム CCCP の概要について説明する。CCCP とは異なる 2 つの凸関数の差で表された評価関数・制約式を持つ最適化問題を線形化と凸最適化計算の繰り返しにより解く最適化アルゴリズムである。

ここで、(2.11) 式のような  $\boldsymbol{\theta}$  に関する 2 つの凸関数  $f(\boldsymbol{\theta})$ ,  $g(\boldsymbol{\theta})$  の差で表された評価関数  $J_c(\boldsymbol{\theta})$  の最小値を求める問題を考える。

$$J_c(\boldsymbol{\theta}) = f(\boldsymbol{\theta}) - g(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.11)$$

$J_c(\boldsymbol{\theta})$  の最小化を行うために、(2.11) 式の非凸な関数  $-g(\boldsymbol{\theta})$  を  $k-1$  回目の最適化による解  $\boldsymbol{\theta}_{k-1}$  周りで 1 次のテイラー展開を行い、(2.12) 式のように近似する。ただし、 $k$  は繰り返し更新回数を示し、 $k=1$  では初期解  $\boldsymbol{\theta}_0$  を用いる。

$$J_c(\boldsymbol{\theta}_k) \simeq f(\boldsymbol{\theta}_k) - g(\boldsymbol{\theta}_{k-1}) - \nabla g(\boldsymbol{\theta}_{k-1})^T (\boldsymbol{\theta}_k - \boldsymbol{\theta}_{k-1}) \quad (2.12)$$

この近似により  $J_c(\boldsymbol{\theta}_k)$  は  $\boldsymbol{\theta}_k$  に関して凸関数となり、この評価関数の最小値は容易に求めることができる。そして、求まった解  $\boldsymbol{\theta}_k$  まわりで再びテイラー展開を行い、繰り返し (2.12) 式の最小化を行う。解の収束により、(2.12) 式は元の評価関数である (2.11) 式と一致し、最終的に本来最小化すべき評価関数の最小化が可能となる。また近似した (2.12) 式は凸関数の性質より (2.11) 式の上界を示すため、評価関数は繰り返しに対し単調収束が保証される。

この関係を利用することで (2.13) 式のような非凸な制約式を課して最適化問題を解くこともできる。

$$f(\boldsymbol{\theta}) - g(\boldsymbol{\theta}) < 0 \quad (2.13)$$

この不等式に CCCP を用いると近似後の関数は近似前の関数の上界となるため、初期の解が (2.13) 式の不等式を満たすとき、近似によって得られた解は必ず (2.13) 式を満たす。

以上が最適化アルゴリズムである CCCP の概要である。このように、異なる凸関数の差で表された評価関数 (2.11) 式の最小化や、制約式 (2.13) 式が課された最適化問題の準最適解を線形化と凸最適化の繰り返しにより効率的に導出することができる。

### 2.4.2 感度最小化のアルゴリズム

前節で説明した CCCP を用いて、(2.10) 式を満たす最小の  $\gamma$  を求める手法について説明する。まず、評価式である (2.10) 式の両辺を二乗して、 $\gamma^2 = \bar{\gamma}$  と置き換え、変形

することで (2.14) 式を得る。

$$\frac{1}{\bar{\gamma}} \|WF_j u_0(t)\|_{2[1,N]}^2 - \left\| F_j \tilde{d}(\boldsymbol{\theta}, t) \right\|_{2[1,N]}^2 < 0 \quad (2.14)$$

$$j = 1, \dots, m$$

$\bar{\gamma} > 0$  であり、必ず左辺は異なる凸関数の差となり、CCCP が適用可能である。ここで、この最適化問題において CCCP の適用が可能であるのは、提案手法では (2.6) 式のように  $\boldsymbol{\theta}$  に対し線形に定義された擬似入力外乱  $\tilde{d}(\boldsymbol{\theta}, t)$  を用いて  $\|WS(\boldsymbol{\theta})\|_\infty$  を評価していることに注意されたい。FRIT などで見られる擬似参照入力  $\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, t) = C^{-1}(\boldsymbol{\theta})u_0(t) + y_0(t)$  を用いても (2.14) 式と同様の式を得るが、左辺が異なる 2 つの凸関数の差として表現できず、CCCP を適用できない。また、 $\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, t)$  は  $C^{-1}(\boldsymbol{\theta})u_0(t)$  を求める必要があるため  $C(\boldsymbol{\theta})$  はバイプロパーであることが要求されるのに対し、本論文で導入した擬似入力外乱は  $C(\boldsymbol{\theta})$  がプロパーであることしか要求しない点も利点となる。

そして、CCCP の考えにより (2.14) 式の左辺第二項目に対して、前回の解  $\boldsymbol{\theta}_{i-1}$  周りの 1 次のテイラー展開を行うことで (2.14) 式は (2.15) 式のように近似される。

$$\frac{1}{\bar{\gamma}} \|WF_j u_0\|_{2[1,N]}^2 - X_j(\boldsymbol{\theta}_k) < 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (2.15)$$

$$X_j(\boldsymbol{\theta}_k) = \left\| F_j \tilde{d}(\boldsymbol{\theta}_{k-1}, t) \right\|_{2[1,N]}^2 + \left( \nabla \left\| F_j \tilde{d}(\boldsymbol{\theta}_{k-1}, t) \right\|_{2[1,N]}^2 \right)^T (\boldsymbol{\theta}_k - \boldsymbol{\theta}_{k-1})$$

(2.15) 式は制御器パラメータ  $\boldsymbol{\theta}_k$  に対して線形となり、Schur complement により (2.16) 式で与えられる Linear Matrix Inequality (LMI) に変形できる。ただし、 $\|WF_j u_0(t)\|_{2[1,N]}$  は定数なので、 $\|WF_j u_0(t)\|_{2[1,N]} = \|WF_j u_0(t)\|_{2[1,N]}^T$  となることを利用している。

$$\begin{bmatrix} X_j(\boldsymbol{\theta}_k) & \|WF_j u_0(t)\|_{2[1,N]} \\ \|WF_j u_0(t)\|_{2[1,N]} & \bar{\gamma} \end{bmatrix} > 0 \quad (2.16)$$

$$j = 1, \dots, m$$

これにより、非凸な最適化問題は最終的に (2.16) 式の  $m$  本の LMI 制約を満たす  $\bar{\gamma}$  の最小化問題と考えることができる。

以上をまとめると、提案する感度最小化問題は次の凸最適化問題の繰り返しにより

達成される。

$$\begin{aligned}
 & \min_{\boldsymbol{\theta}_k, \bar{\gamma}} \bar{\gamma} \\
 & \text{subject to} \\
 & \left[ \begin{array}{cc} X_j(\boldsymbol{\theta}_k) & \|WF_j u_0(t)\|_{2[1,N]} \\ \|WF_j u_0(t)\|_{2[1,N]} & \bar{\gamma} \end{array} \right] > 0 \\
 & j = 1, \dots, m
 \end{aligned}$$

## 2.5 安定性についての議論

本節では、提案する感度最小化手法における閉ループシステムの安定性について議論する。

先ほど説明した  $\|WS(\boldsymbol{\theta})\|_{\infty} < \gamma$  は周波数領域で考えると、(2.17) 式のように考えることができる。

$$\frac{|W(j\omega)|}{\gamma} < |1 + P(j\omega)C(j\omega, \boldsymbol{\theta})| \quad \forall \omega \quad (2.17)$$

つまり、これはナイキスト線図上において図 2.3 のように開ループ伝達関数  $L(j\omega, \boldsymbol{\theta})$  の全てが大きさ  $|W(j\omega)|/\gamma$  の円盤の外にいることを意味する。

ここで、図 2.4 のように  $P$  に対して、前回の解  $\boldsymbol{\theta}_{k-1}$  で得られるナイキスト軌跡  $L(\boldsymbol{\theta}_{k-1})$  から解を更新することを考える。このとき、臨界点を回る回転数が、 $L^A(\boldsymbol{\theta}_k)$  のような軌跡を得るには必ず円盤の内部に侵入する、もしくは円盤を飛び越える必要がある。

しかし、前回の解で線形化が行われるとき、解空間は線形な連続空間に近似されるため、最適化の間で円盤を飛び越えるような解を選択することはできない。また、CCCP の性質より近似後の制約式は元の式を上界であり、近似後の解空間は円の内部を必ず含まないため、円盤の内部に侵入することはできない。そのため、円盤の内部を通るような解は (2.16) 式の LMI を満たさない解であるため、 $L^A(\boldsymbol{\theta}_k)$  のような軌跡を描く制御器は設計されることはない。つまり、解の更新は  $L^B(\boldsymbol{\theta}_k)$  のように臨界点を回る回数が増えないように行われることがわかる。

このとき、システムの安定性はナイキストの安定判別法により開ループシステムの不安定極の数とナイキスト軌跡が臨界点を反時計周りに回る数が等しいとき、安定である。よって、初期解  $\boldsymbol{\theta}_0$  で得られる制御器がシステムを安定化し、時系列データから感度関数の  $H_{\infty}$  ノルムが十分推定されているならば、提案手法で得られる制御器でシステムは不安定化しないと考えられる。

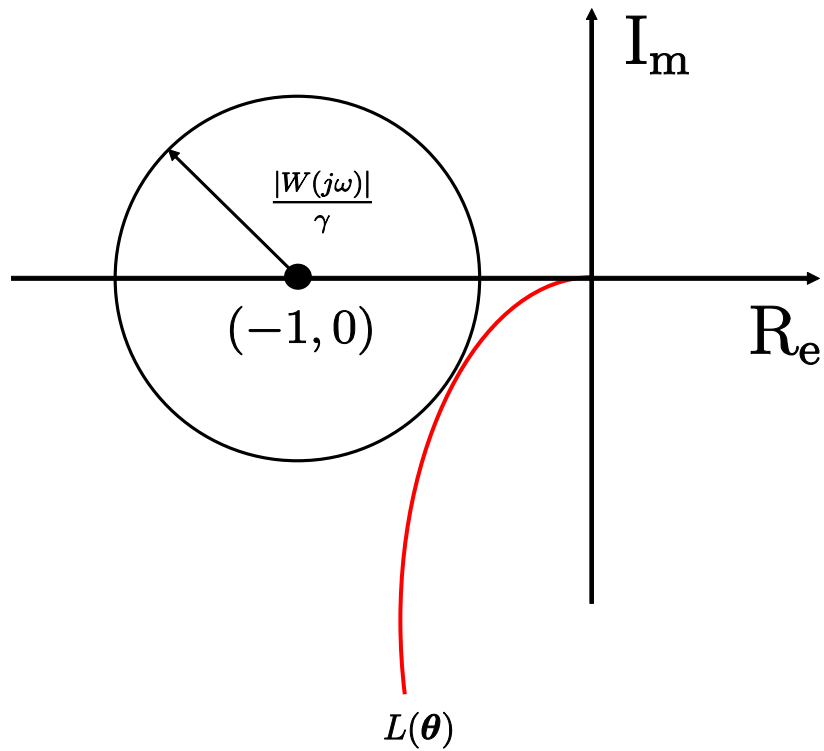


図 2.3: ナイキスト線図上における感度最小化

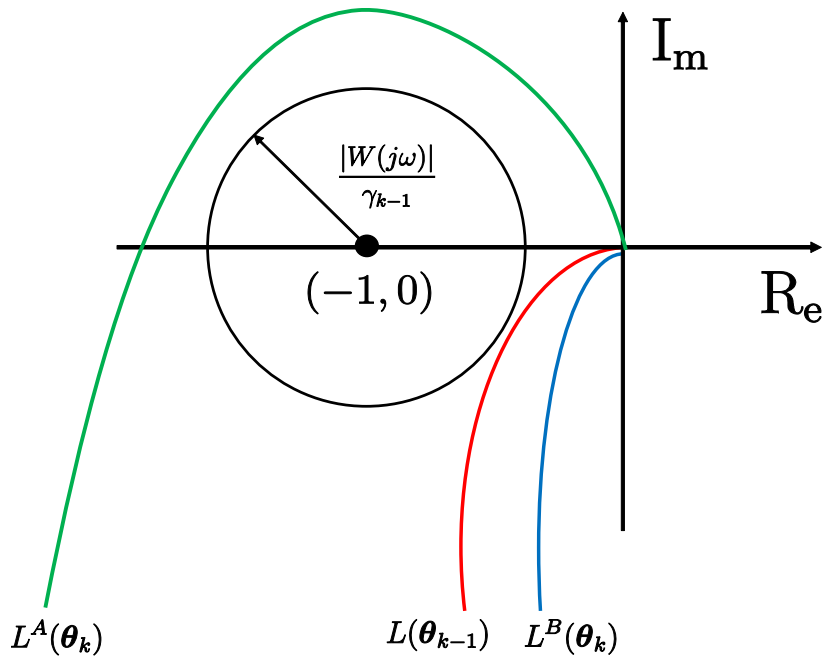


図 2.4: 最適化におけるナイキスト線図の推移

## 2.6 数値例

本章では，提案手法を二慣性共振制御装置を模擬したモデルに適用し，数値例を通して有効性を検証する。

### 2.6.1 シミュレーション条件

制御対象  $P$  は，二慣性共振制御装置を模擬した (2.18) 式のモデルをサンプリングタイム  $T_s = 10$  ms で離散化したものとする。

$$P = \frac{s^2 + 6s + (10^{1.6})^2}{(10^{0.2}s + 1)(s^2 + 14s + (10^{1.7})^2)} \quad (2.18)$$

また提案手法において，設計する制御器は (2.19) 式で表される PID 制御器とする。

$$\begin{aligned} C(\boldsymbol{\theta}) &= \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\beta}(z) \\ \boldsymbol{\theta} &= \left[ K_P \quad K_I \quad K_D \right]^T \\ \boldsymbol{\beta}(z) &= \left[ 1 \quad \frac{T_s}{1-z^{-1}} \quad \frac{1-z^{-1}}{T_s} \right]^T \end{aligned} \quad (2.19)$$

CCCP の適用に必要な初期解  $\boldsymbol{\theta}_0$  として，試行錯誤的に選択した初期安定化制御器パラメータ  $\boldsymbol{\theta}_0 = [10 \ 40 \ -0.02]^T$  を用意した。設計に使用するデータとしては，初期安定化制御器  $C_s = C(\boldsymbol{\theta}_0)$  を実装した閉ループシステムに対し，振幅 1，データ数  $N = 10000$  のステップ信号を印加した際のをそれぞれデータを使用した。さらに，バンドパスフィルタとして 0.01 rad/s から 314 rad/s の間で対数的等間隔に 100 区間に分割した通過域を持つ 6 次のバターワースフィルタを作成し，設計に用いた。また，得られた解  $\bar{\gamma}_k$  と前回の解  $\bar{\gamma}_{k-1}$  の相対誤差が連続 3 回で 0.1% 未満となったとき収束したと見なし，繰り返しを終了するものとする。提案手法における最適化計算には SDPT3<sup>[16]</sup> を用いた。これ以降のシミュレーションは同様の最適化計算により解を導出するものとする。

そして今回のシミュレーションではモデルベース制御器設計法として LMI による  $H_\infty$  制御器の設計法<sup>[2]</sup> と比較を行う。設計に用いる重み関数  $W$  は低感度化の基本的な要求である感度関数の低周波数域をより小さくするべきであることを考慮し，(2.20) 式のように与えた。

$$W = \frac{s + 25}{s + 0.001} \quad (2.20)$$

モデルベースの  $H_\infty$  制御問題においては安定な重み関数しか与えることができないため， $W$  の極として原点極の代わりに  $s = -0.001$  を与えた。また， $W$  の極は制御器の極



として表れることから、1 型サーボを構成するため、設計された制御器の  $s = -0.001$  における極を原点極に置き換えたものを LMI による  $H_\infty$  制御器とする。この極の置き換えは  $H_\infty$  制御において簡単にサーボ制御器を設計するために頻繁に用いられる手法である<sup>[17]</sup>。設計される制御器の次数は制御器の次数の和の 4 次となるため、設計された制御器をハンケルノルム近似を用いて提案手法と同じ次数となるように近似した制御器とも比較し、提案手法で得られた結果について考察する。

### 2.6.2 シミュレーション結果と考察

提案手法により得られた制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  を (2.21) 式に、モデルベース制御器設計法により得られた制御器  $C_M^*$  を (2.22) 式に、 $C_M^*$  を  $C(\boldsymbol{\theta})$  と同じ 2 次に近似した制御器  $C_M$  を (2.23) 式にそれぞれ示す。

$$C(\boldsymbol{\theta}) = 69.51 + 35.65 \frac{T_s}{1 - z^{-1}} - 0.03 \frac{1 - z^{-1}}{T_s} \quad (2.21)$$

$$C_M^* = \frac{2.46 \times 10^9 (s - 0.631)(s^2 + 14s + 2512)}{s(s + 6.21 \times 10^7)(s^2 + 5.98s + 1586)} \quad (2.22)$$

$$C_M = \frac{-108.21(s - 409.5)(s + 0.6287)}{s(s + 703.1)} \quad (2.23)$$

各手法によって得られた制御器により、実際の制御対象モデルを用いて評価した重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルム  $\|WS\|_\infty$  を表 2.1 に示す。ここで、提案手法において与えた初期安定化制御器  $C(\boldsymbol{\theta}_0)$  での  $\|WS(\boldsymbol{\theta}_0)\|_\infty$  は 5.59 であった。この初期解を与えたときの提案手法の繰り返しによって得られた制御器  $C(\boldsymbol{\theta}_k)$  による  $\|WS(\boldsymbol{\theta}_k)\|_\infty$  の推移を図 2.5 に示す。また、提案手法における初期解と設計された制御器のナイキスト軌跡を図 2.6 に示す。今回重み関数を (2.20) 式のように設定したことと、制御対象が厳密にプロパーであったため、実現可能な制御器で達成できる最小の値は  $\gamma = 1$  となり、モデルベース制御器設計法によって得られた制御器  $C_M^*$  が与えられた設計条件に対する最適解となる。これは、制御対象が変動やモデル化誤差を持っておらず、制御対象と重み関数に対して最適な次数を選択しているため得られた結果である。これに対し、提案手法において  $C(\boldsymbol{\theta})$  は PID 制御器として構造が固定されているため、達成可能な  $H_\infty$  ノルムではわずかに大きくなるものの、最適値に近い値が得られている。また、 $C_M^*$  を 2 次に低次元化した  $C_M$  も  $C(\boldsymbol{\theta})$  とほぼ同等の値を示した。 $C_M$  の方が大きな値を示した理由は、 $C(\boldsymbol{\theta})$  は設計者が与えた構造の制御器を用いて直接感度関数の最小化を行っているためだと考えられる。また、提案手法においてデータを用いて設計時に評価した  $\bar{\gamma}$

表 2.1: 重み付感度関数の  $H_\infty$  ノルム

|                 | 提案手法 | モデルベース (近似前) | モデルベース (近似後) |
|-----------------|------|--------------|--------------|
| $\ WS\ _\infty$ | 1.10 | 1.00         | 1.19         |

の値は  $\bar{\gamma} = 1.21$  であった。提案手法により設計された  $C(\theta)$  と制御対象モデルを用いて (2.2) 式を評価すると  $\gamma = 1.10$  ( $\gamma^2 = 1.21$ ) となり、制御対象の入出力データのみを用いて、本来評価したい (2.2) 式を十分に評価できていることが確認できた。また、図 2.6 を見てわかるように初期解と設計後の制御器の間に臨界点を回る回転数は変化しておらず、閉ループシステムの安定性が維持された。

次に、設計した制御器と感度関数とのゲイン線図を図 2.7, 2.8 に示す。図 2.7 より  $C_M^*$  は制御対象の共振周波数付近において、その共振特性を相殺するように特性を持っているが、 $10^0$  rad/s 以下においてはどの手法においても同等の特性を示していることがわかる。特に、 $C(\theta)$  と  $C_M$  はほぼ同一の特性を示している。図 2.8 から達成された感度関数に関しても同様の観察が得られる。

ステップ外乱印加時の感度関数の応答を図 2.9 に示す。時間応答について比較してみても、 $C_M^*$  による応答と比べれば減衰性において劣るものの、 $C(\theta)$  と  $C_M$  による応答はほぼ同等であることが確認できる。

以上により、提案手法ではモデルベース制御器設計法で扱われる設計問題を制御対象の入出力データを用いて評価し、モデルベース制御器設計法と同等の設計が行えたことが確認できた。

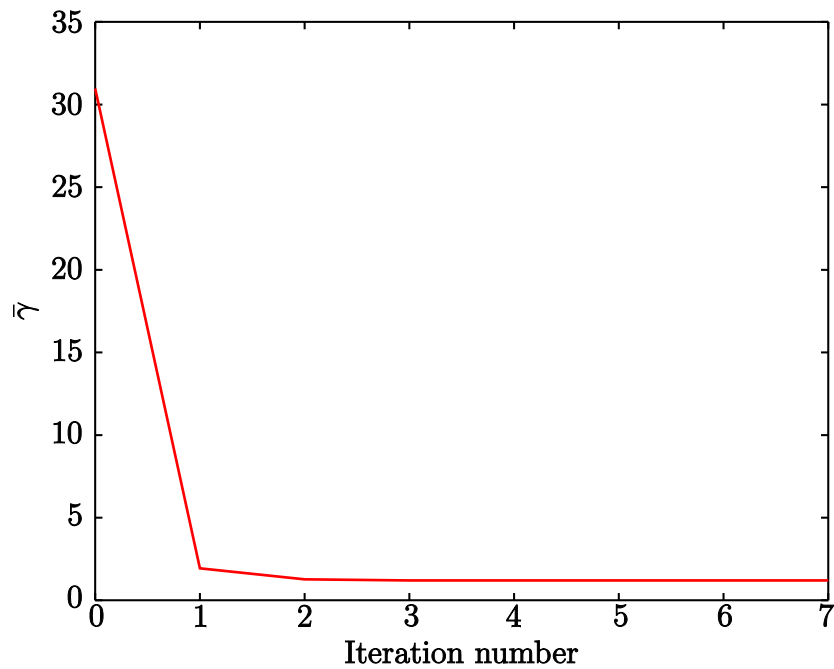


図 2.5: 繰り返しにおける評価値  $\bar{\gamma}$  の推移

## 2.7 実機検証

### 2.7.1 実機実験

本章では、二慣性共振系実験装置に対して実験データを取得し、提案手法の実システムに対する有効性を確認する。

### 2.7.2 実験条件

実験装置の外観を図 2.10, 2.11 に示す。この制御対象はプーリと負荷ディスクの間がバネ特性を持つベルトにより連結されており、バネによる復元力が駆動ディスクに影響し、共振特性を持つシステムとなっている。ここでは駆動ディスクの角速度  $\dot{\theta}_1$  の出力とし、駆動モータの入力トルクを入力とする。また、設計に必要な重み関数  $W$  を (2.24) 式に示す。

$$W = \frac{s + 40}{s + 0.001} \quad (2.24)$$

設計する制御器はシミュレーションと同様 (2.19) 式で表される PID 制御器とした。また、設計に用いる実験データとして、試行錯誤的に選択した初期安定化制御器ゲイン  $\theta_0 = [0.2 \ 0.4 \ 0.0002]$  を (2.19) 式に与えた制御器を実装し、安定化された閉ループシ

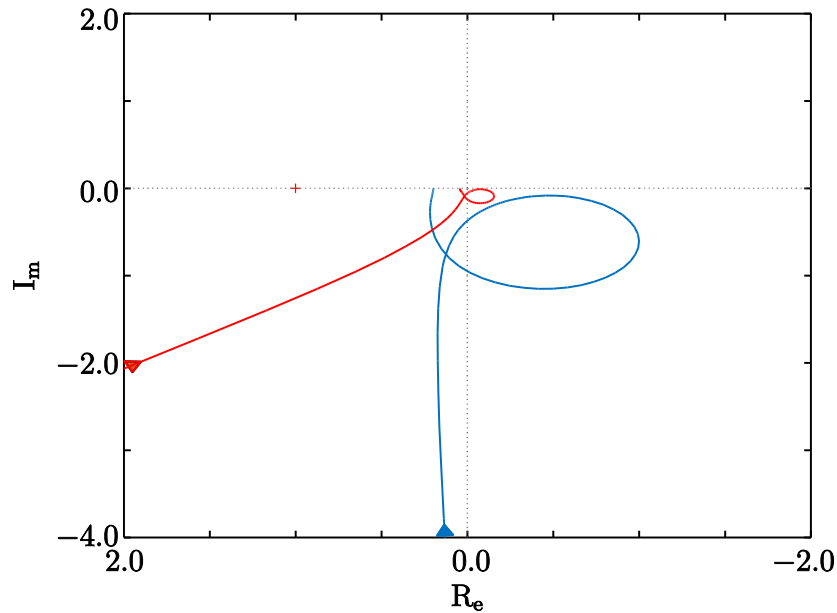


図 2.6: ナイキスト軌跡

システムに対して、30 rad/s の指令値をステップ上に印加し、サンプリングタイム 10 ms で 4000 サンプル取得した。そして、0.01 rad/s から 314 rad/s の間で対数的等間隔に 100 区間に分割し、それぞれの通過域を持つ 10 次のバンドパスフィルタを設計に用いた。繰り返しの終了条件は、 $k$  回目の更新での設計指標  $\bar{\gamma}_k$  の値と前回の値  $\bar{\gamma}_{k-1}$  の相対誤差が 3 回連続で 0.1% 未満となるまで行うものとする。また、モデルベース制御器設計法として  $H_\infty$  制御器の設計法<sup>[2]</sup> と比較を行う。制御対象の数式モデルは MATLAB System Identification Toolbox により取得した 4 次のモデルを使用した。設計に用いた数式モデルを (2.25) 式に示す。

$$P = \frac{55.476(s + 4.682)(s^2 + 9.99s + 914)}{(s + 2.935)(s + 0.6635)(s^2 + 9.871s + 1685)} \quad (2.25)$$

作成した数式モデルと取得した周波数応答のゲイン線図を図 2.12 に示す。ただし、取得した周波数応答は今回提案手法で評価した範囲である 0.01 rad/s から 314 rad/s の間の対数的等間隔な 100 点である。ただし、モデルベース制御器設計法において  $W$  の極は制御器の極として表れることから、1 型サーボを構成するため、設計された制御器の  $s = -0.001$  における極を原点極に置き換えたものを LMI による  $H_\infty$  制御器とする。そして文献 [2] で得られる制御器は連続系であるため、双一次変換により離散化し実装した結果と比較を行う。

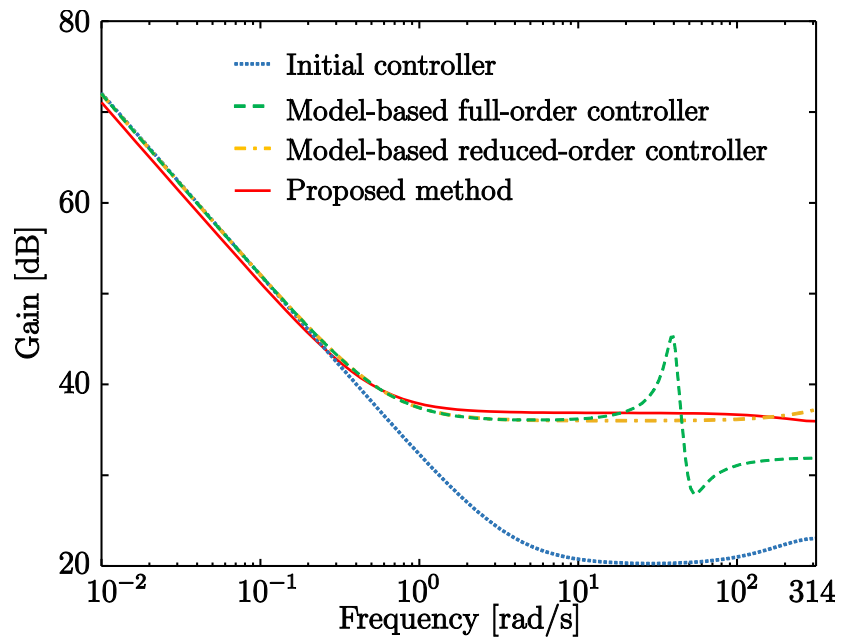


図 2.7: 制御器のゲイン線図

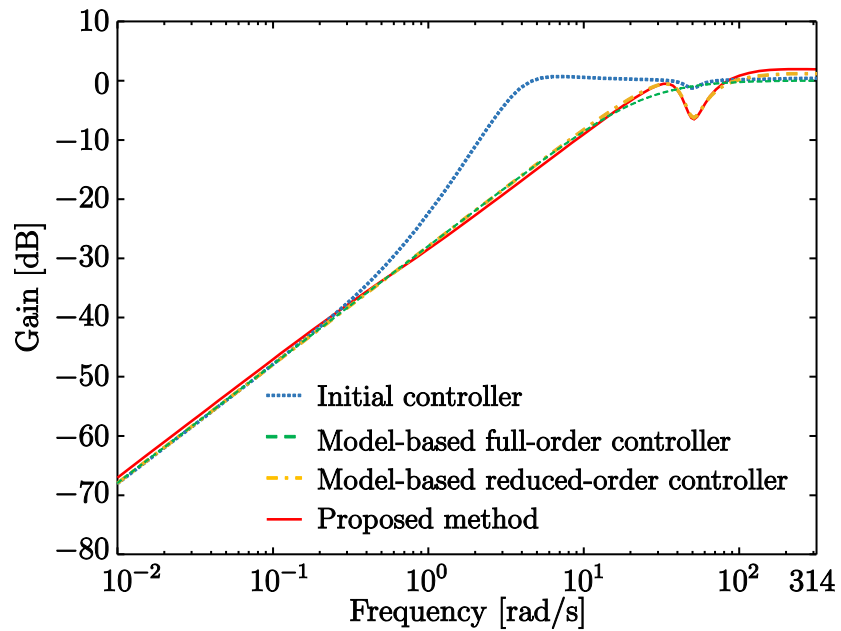


図 2.8: 感度関数のゲイン線図

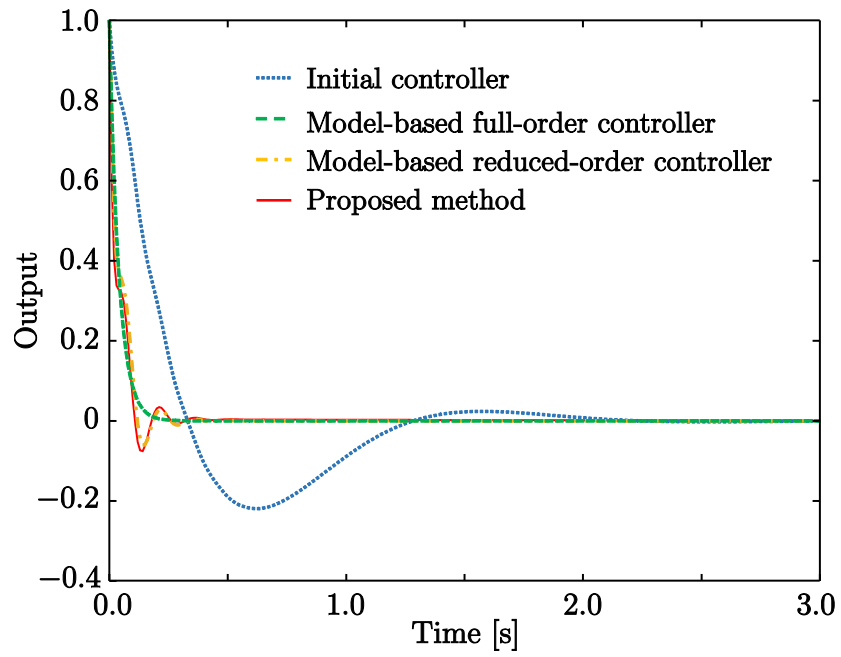


図 2.9: 出力外乱に対する出力応答



図 2.10: 制御対象全体図

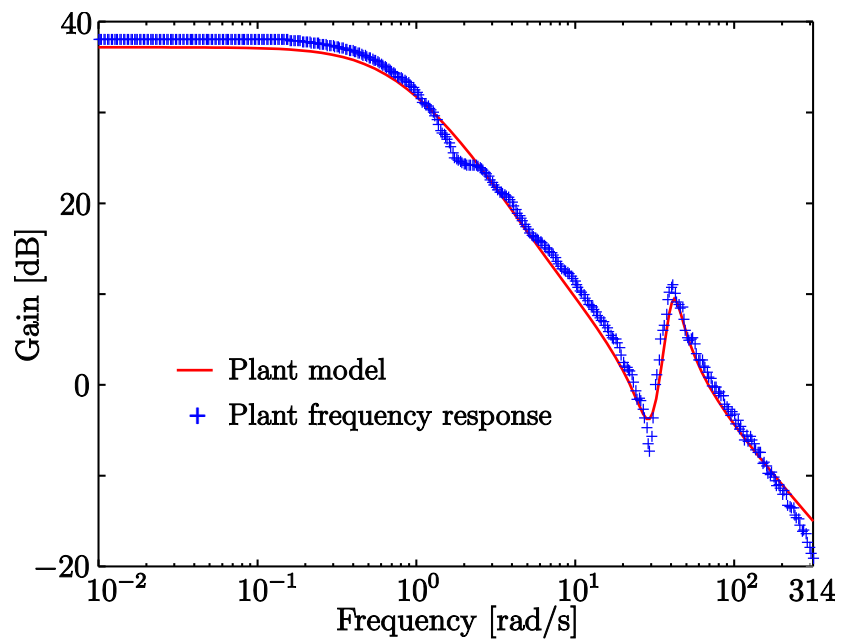
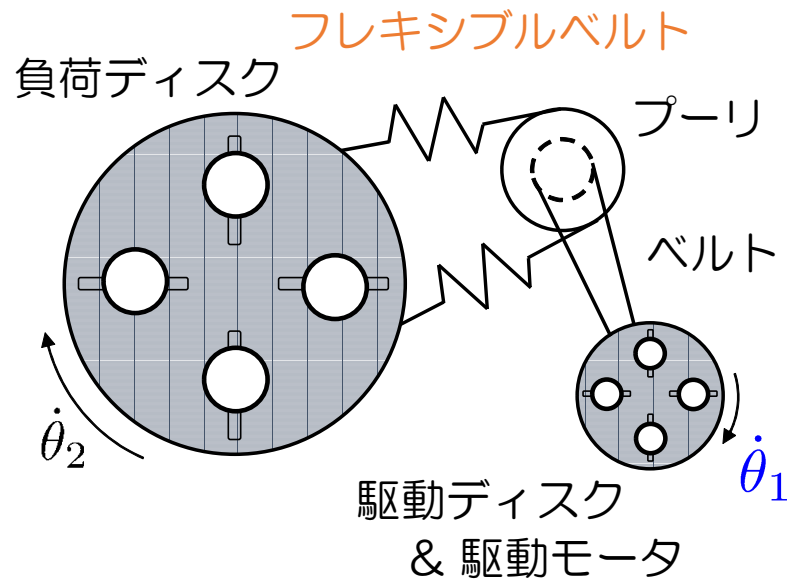


図 2.12: 制御対象のゲイン線図

### 2.7.3 実験結果及び考察

両手法によって得られた制御器と初期制御器のゲイン線図を図 2.13 に示す。シミュレーション時と同様に高周波域においてモデルベース制御器は制御対象の共振周波数付近において、その共振特性を相殺するように特性を持っているが、 $10^0$  rad/s 以下においてはどの手法においても同等の特性を示していることがわかる。

次に制御対象から取得した周波数応答から得られた重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムの推定値を表 2.2 に示す。表 2.2 をみるとわかるように提案手法はモデルベース制御器設計法と比べ、小さな値となっており、より感度最小化が達成されている。これは、取得した周波数応答と数式モデルとの間で、モデル化誤差が発生しており、モデル化誤差を含む数式モデルに対して制御器を設計したモデルベース制御器が実際の周波数応答の重み付き感度関数を最小化できていなかったためと考えられる。これを確認するために、図 2.14 に周波数応答から得られた感度関数のゲイン線図を、図 2.15 に周波数応答から得られた重み付き感度関数のゲイン線図を示す。モデルベース制御器は与えられた数式モデルに対して評価値 1 となる最適な制御器が設計されたが、図 2.14 を見るとモデルベース制御器では共振付近で完全に共振を打ち消すことができていない。そのため、図 2.15 のように共振周波数付近で重み付き感度関数が劣化している。また、1 rad/s 付近で重み付き感度関数の最大値を取っている。それに対し、提案手法では共振を打ち消すことはできてはいないが、重み付き感度関数の 1 rad/s 付近のゲインを抑えており、この差によって提案手法がより感度最小化が達成できたと考えられる。

次に、設計された制御器を実装し、速度指令値として 0 s で 10 rad/s、10 s で 30 rad/s とステップ状に変化させ、故意に 25 s から出力外乱として 10 rad/s を印加した。その際の角速度応答を図 2.16 に示し、10 s 付近の立ち上がり時の応答の拡大を図 2.17 に示し、25 s 付近の外乱印加時の応答の拡大を図 2.18 に示す。これらの図を見ると提案手法はモデルベース制御器と比べ、立ち上がりにおいても外乱印加時においても指令値への収束速度が速くなっていることがわかる。モデルベース制御器では提案手法に比べ大きく振動しているが、これは制御器が制御対象の共振を打ち消すために、その逆特性を持つように設計が行われたが制御対象の共振を完全に消すことができなかつたためだと考えられる。感度関数の共振特性は図 2.14 を見るとモデルベース制御器の方が小さくなっているが、完全に消すことができていないため、制御対象の共振だけでなく、制御器による共振が加わり、振動したのではないかと思われる。今回の設計では  $H_\infty$  制御を扱っているため、感度関数のゲイン特性のみを考えており、位相は設計で陽に考慮されていない。そのため、今回の設計結果における外乱応答の減衰率を見ると



表 2.2: 重み付感度関数の  $H_\infty$  ノルム

|                 | 初期解   | 提案手法  | モデルベース |
|-----------------|-------|-------|--------|
| $\ WS\ _\infty$ | 5.252 | 1.305 | 1.321  |

提案手法が大きくなっていることがわかる。これは図 2.14 の感度関数のゲインを見ると、カットオフ周波数が提案手法の方がより高周波にできていることがわかり、これによって外乱印加時の収束速度が良好になったのだと考えられる。

よって、設計に制御対象の入出力データのみを用いて感度最小化を行う提案手法は制御対象のモデルベース制御器設計法と比べより、良好な結果を得たことが実験により確認された。今回の結果において、取得した周波数応答などは実際の制御対象の特性を完全に一致しているとは限らず、確実に提案手法がモデルベース制御器より感度最小化を実現したと断言はできない。しかし、実際に実機に実装した結果、提案手法で設計された制御器がより良好な制御ができており、提案手法の有効性を示すには十分であると考えられる。また、モデルベース制御器設計法においても、より精密な制御対象モデルを与えることができた場合提案手法より良好な結果を得られる可能性はある。しかし、そのように精巧なモデルを得る設計者の労力に対して、一回の実験データのみで設計可能な提案手法は性能の面だけでなく、簡易性の面においてより有効である。特に、精密なモデルを作成する上で問題となりやすい制御器の高次数化に対しても、今回の実験ではモデルベース制御器は 5 次、提案手法は 2 次と低次の制御器で感度最小化を達成していることも提案手法の有効性を示している。以上より、提案手法の有効性を実機実験により示すことができたと考えられる。

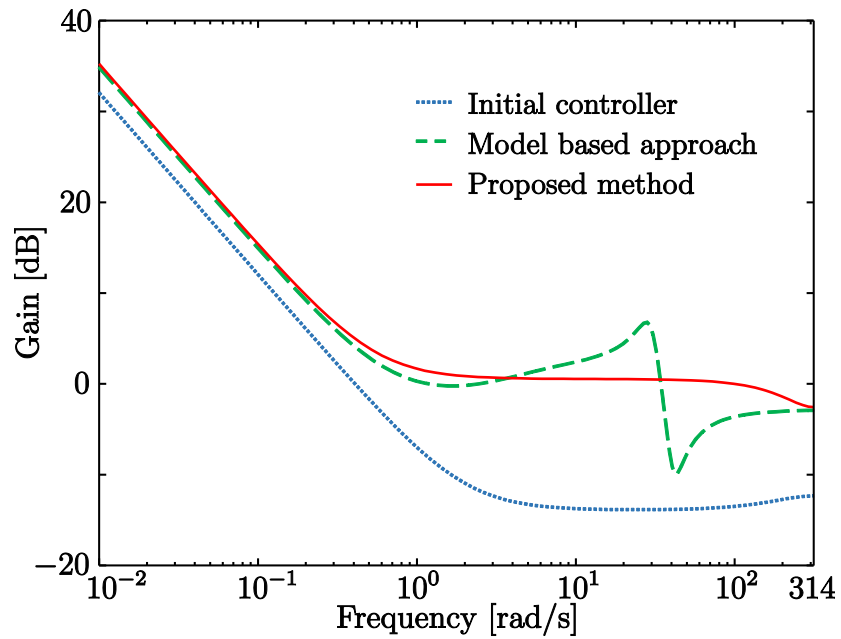


図 2.13: 制御器のゲイン線図

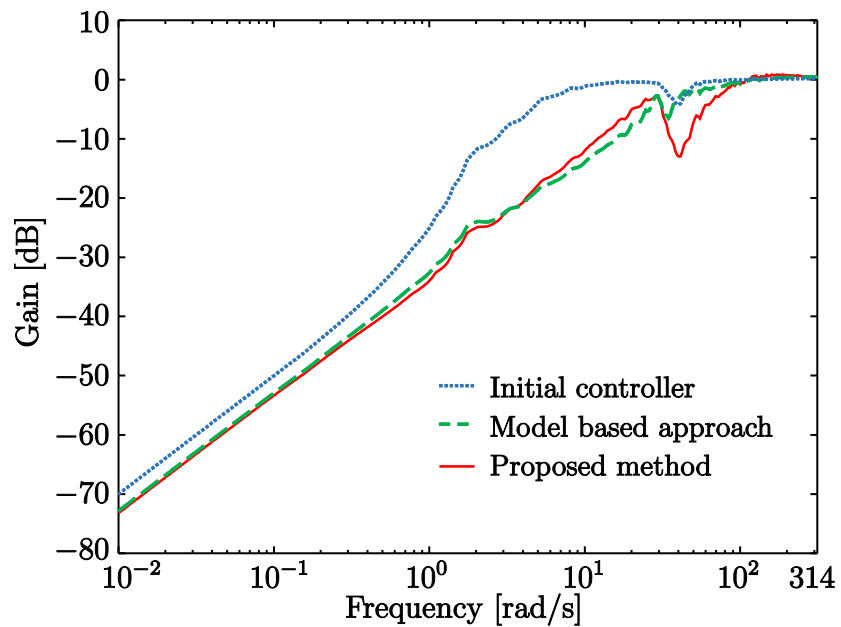


図 2.14: 感度関数のゲインの推定図

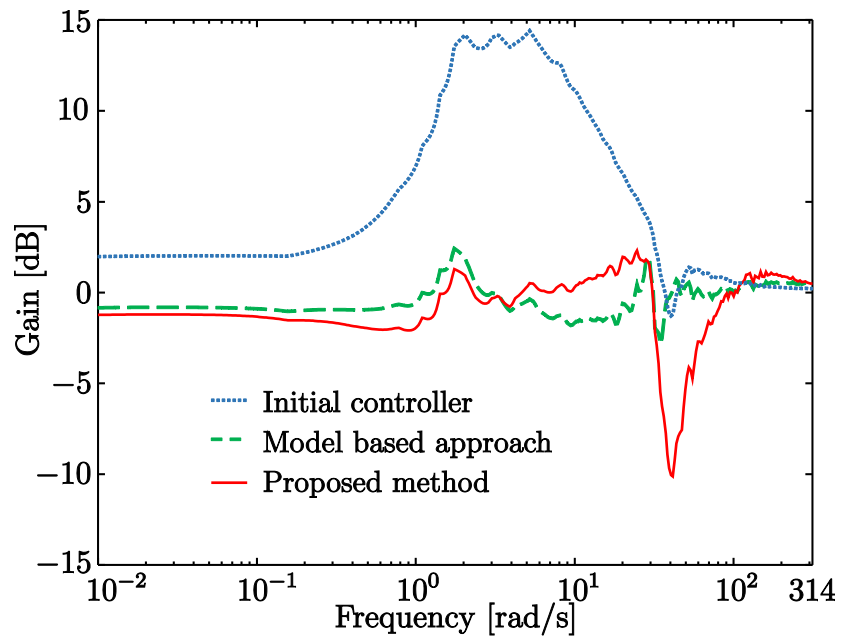


図 2.15: 重み付き感度関数のゲインの推定図

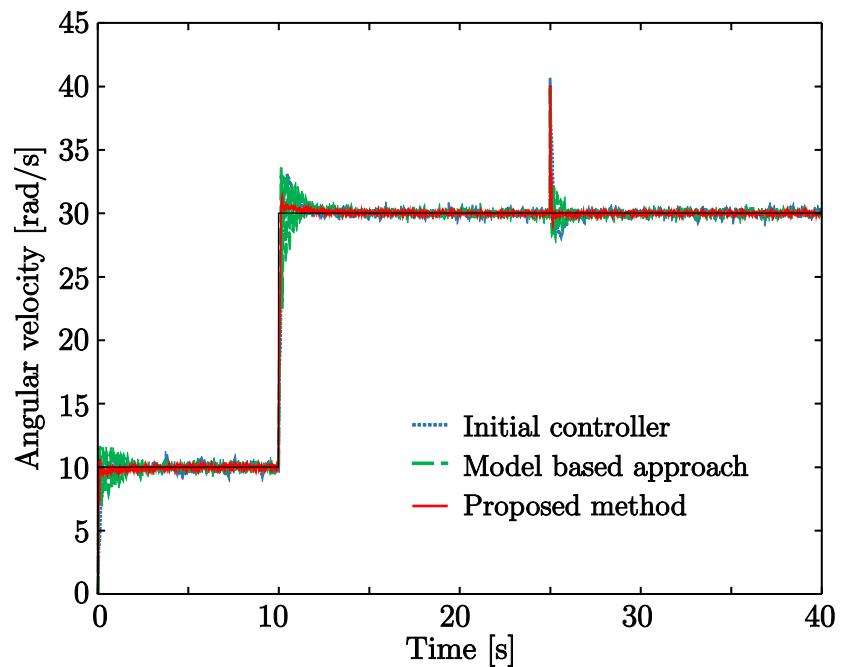


図 2.16: 感度関数のゲインの推定図

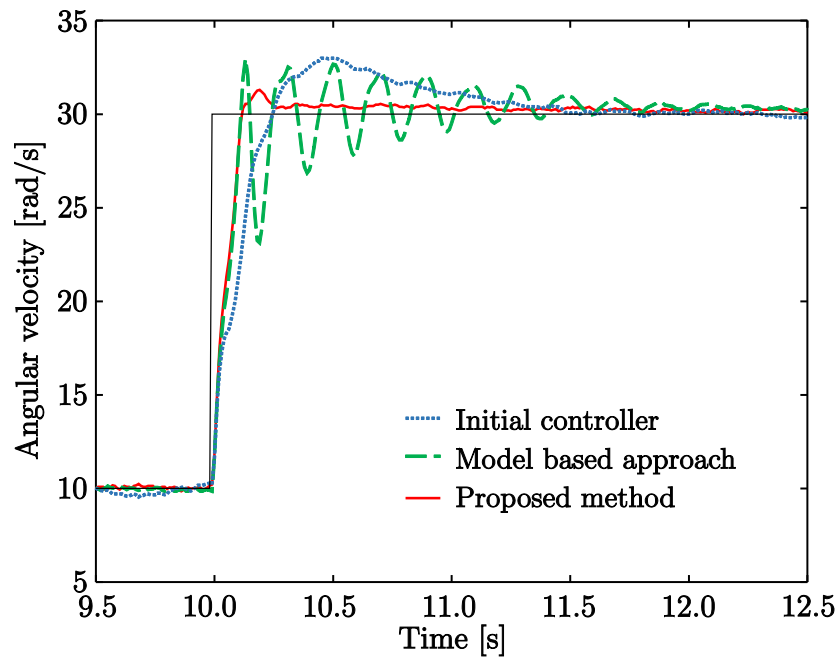


図 2.17: 10 s 付近における角速度応答

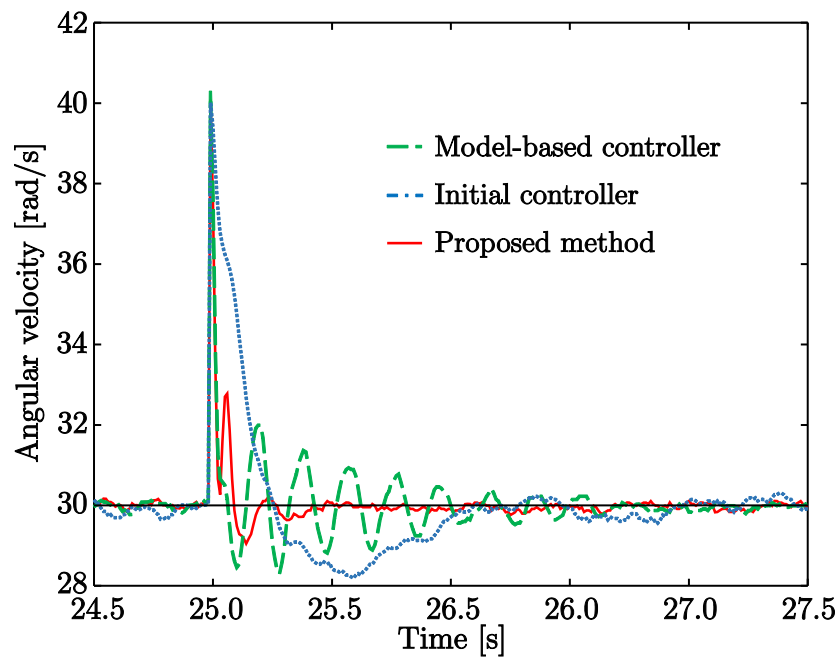


図 2.18: 25 s 付近における出力外乱に対する角速度応答

# 第3章 感度最小化を達成するフルパラメトライズ制御器のデータ駆動型設計

前章で提案した感度最小化手法において、設計する制御器は凸最適化問題として設計問題を定式化するために、設計パラメータを制御器に対して線形に定義する必要があった。このパラメータ化では制御器の次数や構造を指定することができるが、パラメータに対して線形なクラスに制限され、感度最小化の妨げとなる恐れがある。これを解決するべく、本章では制御器の分母多項式もパラメータ化した感度最小化問題を凸最適化問題へと記述する。

## 3.1 フルパラメトライズ化した制御器の定義

本章で用いる制御器の構造を (3.1) 式のように定義する。

$$C(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{\rho_{n_1} z^{n_1-1} + \rho_{n_1-1} z^{n_1-2} + \cdots + \rho_1}{(z^{n_2} + \eta_{n_2} z^{n_2-1} + \cdots + \eta_1) \varphi(z)}, \quad (3.1)$$

ただし、(3.1) 式中の  $\varphi(z)$  は設計者の設計に反映させたい極を指定する関数であり、(3.2) 式で与えられる。

$$\varphi(z) = (z^{n_3} + \xi_{n_3} z^{n_3-1} + \cdots + \xi_1) \quad (3.2)$$

$\varphi(z)$  の中の  $\xi$  を適切に選択することで、積分器などの設計者が制御器に反映させたい極を与えることができる。以上より、設計問題を以下のように定める。

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, \gamma} \gamma \\ & \text{subject to} \\ & \|WS(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})\|_{\infty} < \gamma \end{aligned}$$

しかし、(3.1) 式で定義される制御器を用いて前章と同様に擬似入力外乱を用いて設計問題を定式化したとしても、(2.14) 式は異なる2つの凸関数の差とならないため、前

章と同様に CCCP を用いて、凸最適化問題へと近似することができない。よって本章ではこの問題を解決し、凸最適化問題へと定式化する。

## 3.2 定式化

まず、制御器  $C(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$  を  $C(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) = C_X(\boldsymbol{\rho})C_D^{-1}(\boldsymbol{\eta})$  となるように任意の関数  $\phi(z)$  を用いて以下のように分解する。

$$C_X(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\rho_{n_1} z^{n_1-1} + \rho_{n_1} z^{n_1-2} + \cdots + \rho_1}{\phi(z)} \quad (3.3)$$

$$C_D(\boldsymbol{\eta}) = \frac{(z^{n_2} + \eta_{n_2} z^{n_2} + \cdots + \eta_1) \varphi(z)}{\phi(z)} \quad (3.4)$$

そして、重み付き感度関数  $WS(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$  に対し制御器  $C_D(\boldsymbol{\eta})$  を分母分子に乗じることで (3.5) 式を得る。

$$WS(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{WC_D(\boldsymbol{\eta})}{C_D(\boldsymbol{\eta}) + PC_X(\boldsymbol{\rho})} \quad (3.5)$$

ここで、制御器分解に必要な  $\phi(z)$  の満たすべき条件を説明する。まず、 $C_X(\boldsymbol{\rho})$ 、 $C_D(\boldsymbol{\eta})$  はデータを用いて調整するため、入出力データが必要となり、制御器  $C_X(\boldsymbol{\rho})$ 、 $C_D(\boldsymbol{\eta})$  が安定かつプロパーである必要がある。また、分解の際に  $C_D(\boldsymbol{\eta})$  が可逆であることを前提としているため、 $C_D(\boldsymbol{\eta})$  がバイプロパーである必要もある。よって、この2つを満たすよう  $\phi(z)$  を選択すればよい。このような制御器構造の分解と感度関数の変形は後に述べる凸最適化への近似にて必要となる。

次に、(3.5) 式で与えられた重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムを制御対象の入出力データのみを用いて記述する提案手法について説明する。まず、制御対象の入出力データ  $u_0(t)$ 、 $y_0(t)$  を取得する。次に、図 3.1 のように制御対象の入出力データを用いて、新たに擬似入力外乱  $\tilde{d}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, t)$  を (3.6) 式のように生成する。

$$\tilde{d}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, t) = C_D(\boldsymbol{\eta})u_0(t) + C_X(\boldsymbol{\rho})y_0(t) \quad (3.6)$$

このように擬似入力外乱を新たに定義することで、 $\tilde{d}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, t)$  は設計パラメータ  $\boldsymbol{\rho}$ 、 $\boldsymbol{\eta}$  に対して線形に定義されることに注意されたい。そして、重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムは入出力データのエネルギー比の上限値で与えられるため (3.7) 式のように与えられる。

$$\|WS(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})\|_\infty = \sup_{\|\tilde{d}\|_2 \neq 0} \frac{\|WC_D(\boldsymbol{\eta})u_0(t)\|_2}{\|\tilde{d}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, t)\|_2} \quad (3.7)$$

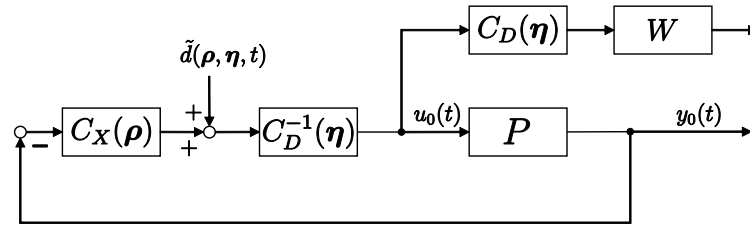


図 3.1: 擬似入力外乱概念図

そして 1 組のデータ長  $N$  の入出力データを用いて評価を行うために,  $m$  個のバンドパスフィルタ  $F_j$   $j = 1, \dots, m$  を用い, (3.7) 式を (3.8) 式のように定式化する。

$$\frac{\|F_j W C_D(\boldsymbol{\eta}) u_0(t)\|_{2[1,N]}}{\|F_j \tilde{d}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, t)\|_{2[1,N]}} < \gamma \quad (3.8)$$

$$j = 1, \dots, m$$

そして, (3.8) 式の両辺を二乗し,  $\gamma^2 = \bar{\gamma}$  と置き換え, 変形することで (3.9) 式のような不等式を考える。

$$\|F_j W C_D(\boldsymbol{\eta}) u_0(t)\|_{2[1,N]}^2 - \bar{\gamma} \|F_j \tilde{d}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, t)\|_{2[1,N]}^2 < 0 \quad (3.9)$$

$$j = 1, \dots, m$$

(3.9) 式の左辺は  $\bar{\gamma} > 0$  であり, さらに  $\tilde{d}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, t)$  は設計パラメータに対して線形に定義されているため, 異なる凸関数の差となり, CCCP<sup>[15]</sup> を適用可能である。ここで,  $C_X(\boldsymbol{\rho})$ ,  $C_D(\boldsymbol{\eta})$  が (3.10), (3.11) 式の関係を満たすように  $\boldsymbol{\rho}$ ,  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $\boldsymbol{\beta}_X(z)$ ,  $\boldsymbol{\beta}_D(z)$  を定義する。

$$C_X(\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\beta}_X(z) \quad (3.10)$$

$$C_D(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\beta}_D(z) \quad (3.11)$$

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{n_1} & \rho_{n_1-1} & \cdots & \rho_1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & \eta_{m_2} & \cdots & \eta_1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\boldsymbol{\beta}_X(z) = \frac{1}{\phi(z)} \begin{bmatrix} z^{n_1-1} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3.14)$$

$$\boldsymbol{\beta}_D(z) = \frac{\varphi(z)}{\phi(z)} \begin{bmatrix} z^{n_2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3.15)$$

そして,  $\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) = F_j \boldsymbol{\beta}_X y_0(t)$ ,  $\boldsymbol{\psi}_{D,j}(t) = F_j \boldsymbol{\beta}_D u_0(t)$ ,  $\boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(t) = W F_j \boldsymbol{\beta}_D u_0(t)$  と置くと, (3.9) 式は (3.16) 式のように書き換えられる。

$$\sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\psi}_{D,W}(t)]^2 - \bar{\gamma} \sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\psi}_{D,j}(t) + \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\psi}_{X,j}(t)]^2 < 0 \quad (3.16)$$

$$j = 1, \dots, m$$

よって, CCCP の考えに基づき (3.16) 式の第2項目に対して前回の解  $\boldsymbol{\rho}_{k-1}$ ,  $\boldsymbol{\eta}_{k-1}$ ,  $\bar{\gamma}_{k-1}$  まわりの多変数のテイラー展開の一次式  $Z_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k)$  を用いて (3.17) 式のように近似される。

$$\sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(t)]^2 - Z_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k) < 0 \quad (3.17)$$

$$j = 1, \dots, m$$

$$\begin{aligned} Z_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k) &= \sum_{t=1}^N \left\{ \bar{\gamma}_{k-1} [\boldsymbol{\eta}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_D(t) + \boldsymbol{\rho}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_X(t)]^2 \right. \\ &+ [\boldsymbol{\eta}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{D,j}(t) + \boldsymbol{\rho}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{X,j}(t)]^2 (\bar{\gamma}_k - \bar{\gamma}_{k-1}) \\ &+ 2 \sum_{i=1}^{n_1} \bar{\gamma}_{k-1} [\boldsymbol{\eta}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{D,j}(t) + \boldsymbol{\rho}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{X,j}(t)] \boldsymbol{\psi}_{X,j,i}(t) (\rho_{k,i} - \rho_{k-1,i}) \\ &\left. + 2 \sum_{i=2}^{n_2} \bar{\gamma}_{k-1} [\boldsymbol{\eta}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{D,j}(t) + \boldsymbol{\rho}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{X,j}(t)] \boldsymbol{\psi}_{D,j,i}(t) (\eta_{k,i} - \eta_{k-1,i}) \right\} \end{aligned}$$

ただし,  $Z_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k)$  における  $\rho_{k,i}$ ,  $\eta_{k,i}$  は  $k$  回目の更新で得られる  $\boldsymbol{\rho}_k$ ,  $\boldsymbol{\eta}_k$  の第  $i$  要素を示し,  $\boldsymbol{\psi}_{X,j,i}(t)$ ,  $\boldsymbol{\psi}_{D,j,i}(t)$  は  $\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t)$ ,  $\boldsymbol{\psi}_{D,j}(t)$  の第  $i$  要素であることを示す。(3.17) 式はパラメータに対して, 凸な制約式であり最適化計算により, 準最適解の導出が可能である。そして, 繰り返し解を更新し最適化を行うことで, 感度最小化が実現される。

ここで, 本章で提案されるフルパラメトライズ制御器を用いた感度最小化手法では, 前章で提案された固定構造制御器を用いた感度最小化とは異なり  $\bar{\gamma}$  も第二項目に含まれ, 近似する必要のある変数となっていることに注意されたい。前章では  $\bar{\gamma}$  を第一項目に含め, Schur complement によって制約式を LMI へと拡張している。このように異なる近似の方法を取った理由は計算コストの軽減である。もし, 前章と同様に変形を行うと (3.16) 式は (3.18) 式のように変形され, 第2項目に対して前回の解  $\boldsymbol{\rho}_{k-1}$ ,  $\boldsymbol{\eta}_{k-1}$  まわりの多変数のテイラー展開の一次式  $Z'_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k)$  を用いると (3.19) 式のように変形できる。ただし,  $Z'_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k)$  は  $Z_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k)$  の右辺第2項目を消去し,  $\bar{\gamma}_{k-1}$  を消去し



た形で表される。

$$\frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\psi}_{D,W}(t)]^2 - \sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\psi}_{D,j}(t) + \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\psi}_{X,j}(t)]^2 < 0 \quad (3.18)$$

$$j = 1, \dots, m$$

$$\frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(t)]^2 - Z'_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k) < 0 \quad (3.19)$$

$$j = 1, \dots, m$$

ここで、前章の(2.15)式との重要な違いとして、第1項目にパラメータ  $\boldsymbol{\eta}_k$  の2乗値が存在することである。これによって、この式を Schur complement によって LMI へと変形すると(3.20)式のように変形される。

$$\begin{bmatrix} Z'_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k) & \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(1) & \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(2) & \cdots & \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(N) \\ \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(1) & & & & \\ \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(2) & & & & \\ \vdots & & & \bar{\gamma} \mathbf{I}_N & \\ \boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(N) & & & & \end{bmatrix} > 0 \quad (3.20)$$

ただし、 $\mathbf{I}_N$  は  $N$  行  $N$  列の単位行列である。(3.20)式は  $N+1$  行  $N+1$  列の LMI となっており、データ数  $N$  が大きくなるにつれこの制約式は過大な計算コストを要求する設計問題となる。そのような問題を避けるために、提案手法では(3.17)式のように  $\bar{\gamma}$  も第2項目に含め近似を行っている。これにより、制約式は  $j$  本の凸な不等式となり、事前に必要な初期解が1つ多くなるがデータ数によって著しく設計コストが大きくなることはない。

最後に、設計を行う上で必要な  $k=1$  での初期解の選定について述べる。今回の設計問題において初期解が満たすべき条件は(3.16)式にそれぞれ  $\boldsymbol{\rho}_0$ ,  $\boldsymbol{\eta}_0$ ,  $\bar{\gamma}_0$  を代入した際に不等式が成り立つことである。そこで、提案手法においては初期制御器パラメータ  $\boldsymbol{\rho}_0$ ,  $\boldsymbol{\eta}_0$  が事前に得られているものとし、 $\bar{\gamma}_0$  を(3.21)式から得るものとする。

$$\bar{\gamma}_0 = \max_{1 \leq j \leq m} \frac{\sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta}_0 \boldsymbol{\psi}_{D,W}(t)]^2}{\sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta}_0 \boldsymbol{\psi}_{D,j}(t) + \boldsymbol{\rho}_0 \boldsymbol{\psi}_{X,j}(t)]^2} + \delta \quad (3.21)$$

(3.21)式の  $\delta$  は(3.9)式中の不等式を満たすためのマージンであり、正の実数であればどのような値でもよいが非常に大きな値を選択すると解の収束速度が劣化する可能性がある。

以上より、分母多項式もパラメータ化した制御器の調整を凸最適化問題として解くことが可能になる。

### 3.3 安定性に関する議論

本節では設計した制御器を実装した安定性及び設計される制御器の安定性について議論を行う。

#### 3.3.1 閉ループシステムの安定性

本章で提案した分母多項式をパラメータ化した制御器設計法は前章で説明した固定構造制御器を用いた感度最小化手法と同様の設計問題を扱っている。そのため、設計中における開ループ伝達関数のナイキスト軌跡についても同様の議論が行える。詳細な説明は前章で説明したので省略するが、本章の手法において感度最小化が行われると臨界点を回る回転数が変化しないことが保証される。

そのため、閉ループシステムの安定性は以下の3つの条件が満たされるときに保証される。

- 条件1:  $k = 1$  のときに必要となる初期パラメータを用いた初期制御器が閉ループシステムを安定化する。
- 条件2: 設計後の制御器  $C(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$  の不安定極の数が初期制御器  $C(\boldsymbol{\rho}_0, \boldsymbol{\eta}_0)$  から変化しない。
- 条件3: 制御対象が不安定極を持たない。

条件1に関しては、前節でも言及したように前提として初期制御器のパラメータは事前に与えられているものとするため、条件1は常に満たされているとする。条件2に関しては、閉ループシステムの安定性はナイキスト軌跡が臨界点のまわりを反時計回りにまわる回数が開ループ伝達関数の不安定極の個数と等しいとき安定となるので、設計の前後で開ループ伝達関数の不安定極の数が変化しないことが閉ループシステムの安定となる条件であることを示している。これについては、次節で説明する設計する制御器が不安定極を持たないように安定制約を付加することで常に満たされるような設計を行う。

条件3については制御対象と制御器の不安定な極零相殺について考えると必要な条件である。まず、制御対象の不安定零点と制御器の不安定極が相殺される可能性を考える。この場合、次節で説明する制御器の安定制約によって必ず制御器安定な極のみを持つため、そのような不安定な極零相殺は必ず起きないことが保証される。次に、制御対象の不安定極と制御器の不安定零点が相殺される可能性を考える。この場合、制御器の零点には制約が何も課されていないため、不安定な極零相殺が起こる可能性が

存在する。よって、現状この手法は安定な制御対象の場合のみ必ず安定性が保証される手法であり、不安定な対象の場合閉ループシステムが不安定化する可能性がある。

以上の議論より、本手法は制御対象が安定なシステムであり、かつ制御対象を安定化する初期制御器が存在すれば閉ループシステムを安定化しつつ、感度最小化を実現できる。

### 3.3.2 制御器の安定制約

本手法で用いる安定制約は、文献 [18] で提案されたものであり、可制御正準システムに基づいたパラメトリゼーションと Lyapunov の安定定理に基づいて記述される。

まず、(3.22) 式で定義されるシステムを考える。

$$\tilde{C}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{z^{n_2} + \eta_{n_2} z^{n_2-1} + \cdots + \eta_1} \quad (3.22)$$

$\tilde{C}(\boldsymbol{\eta})$  は設計される制御器の調整される制御器の分母多項式の調整されるパラメータのみを取り出したものであり、 $\tilde{C}(\boldsymbol{\eta})$  が安定な極のみとなるように制約を付加することで、設計後の不安定極の数が初期制御器と等しくなるため、条件 2 を満たすことができる。そして  $\tilde{C}(\boldsymbol{\eta})$  のような離散時間伝達関数で表現される可制御な SISO システムは (3.23) 式の可制御正準形式で表現できる<sup>[19]</sup>。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -\eta_1 & -\eta_2 & \cdots & -\eta_{n_2+1} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3.25)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

可制御正準形式では、(3.24) 式に示すようにシステムの  $\mathbf{A}$  行列の要素と特性方程式の係数が一対一対応する。

Lyapunov の安定定理は、(3.27) 式の離散時間 Lyapunov 不等式を成立させる正定対称行列  $\mathbf{P}$  が存在するときに限り、行列  $\mathbf{A}$  は安定行列であるというもので、(3.23) 式の

離散時間システムに対する安定性の必要十分条件となる。

$$\mathbf{P} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} > 0 \quad (3.27)$$

また, (3.27) 式は Schur complement により (3.28) 式と等価である。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{P} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.28)$$

ここで, 行列  $\mathbf{A}$  を (3.24) 式に示した可制御正準形式の  $\mathbf{A}$  行列とすると, (3.28) 式は  $\boldsymbol{\eta}$  に対して線形となる。したがって, (3.28) 式を制約として最適化に加えることで, 制御器の安定性は保証される。しかし, この行列不等式において正定対称行列  $\mathbf{P}$  も変数とすると  $\mathbf{P}^{-1}$  は非線形制約となる。そこで, 実際の安定制約には (3.29) 式を用いて, 繰り返しごとに (3.30) 式の離散時間 Lyapunov 方程式を解くことで  $\mathbf{P}$  の更新を行う。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1}^{-1} & \mathbf{A}_k \\ \mathbf{A}_k^T & \mathbf{P}_{k-1} \end{bmatrix} > 0 \quad (3.29)$$

$$\mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{A}_{k-1}^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_{k-1} = \mathbf{I} \quad (3.30)$$

なお,  $\mathbf{P}_{k-1}$  は前回のパラメータ更新で得た行列  $\mathbf{A}_{k-1}$  から (3.30) 式によって導出される。ここで, (3.29) 式は安定性の十分条件となるが, 繰り返しにより  $\mathbf{A}$  が収束した場合, 必要十分条件となる<sup>[18]</sup>。

安定制約の導入により, 最終的に設計問題は以下の最適化問題の繰り返しによって達成される。

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k} \bar{\gamma}_k \\ & \text{subject to} \\ & \sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j}(t)]^2 - Z_j(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k) < 0 \\ & \bar{\gamma}_k > 0 \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1}^{-1} & \mathbf{A}_k \\ \mathbf{A}_k^T & \mathbf{P}_{k-1} \end{bmatrix} > 0 \\ & j = 1, \dots, m \end{aligned}$$

## 3.4 数値例

本節では、提案手法を二慣性共振制御装置を模擬したモデルに適用し、数値例を通して有効性を検証する。

### 3.4.1 シミュレーション条件

制御対象  $P$  は、前章と同様に二慣性共振制御装置を模擬した (2.18) 式のモデルをサンプリングタイム  $T_s = 10$  ms で離散化したものとする。また、設計に用いる重み関数  $W$  を (3.31) 式に示す。

$$W = \frac{s + 30}{s + 0.001} \quad (3.31)$$

提案手法において、設計する制御器の構造として、 $n_1 = 5$ ,  $n_2 = 3$ ,  $n_3 = 1$  で与えられる4次の制御器とする。制御器分解に必要な  $\phi(z)$  を (3.32) 式に、また、制御器に与える設計者の指定する極として原点極となるように  $\xi_1 = -1$  と選択し  $\varphi(z)$  を (3.33) 式に示す。以上より、分解後の制御器  $C_X(\boldsymbol{\rho})$ ,  $C_D(\boldsymbol{\eta})$  の  $\boldsymbol{\beta}_X(z)$ ,  $\boldsymbol{\beta}_D(z)$  は (3.34), (3.35) 式のように与えた。

$$\phi(z) = z^4 \quad (3.32)$$

$$\varphi(z) = z - 1 \quad (3.33)$$

$$\boldsymbol{\beta}_X(z) = \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & z^{-2} & z^{-3} & z^{-4} \end{bmatrix}^T \quad (3.34)$$

$$\boldsymbol{\beta}_D(z) = \begin{bmatrix} \frac{z-1}{z} & \frac{z-1}{z^2} & \frac{z-1}{z^3} & \frac{z-1}{z^4} \end{bmatrix}^T \quad (3.35)$$

このように  $C_X(\boldsymbol{\rho})$ ,  $C_D(\boldsymbol{\eta})$  が安定かつプロパーとなり、 $C_D(\boldsymbol{\eta})$  がバイプロパーとなるように  $\phi(z)$  を決定した。

また、比較する手法の1つ目として前章で提案した固定構造制御器を用いた感度最小化手法を用いる。こちらの手法では、次数を揃えるためにPID制御器に2次のFIRフィルタを加えた (3.36) 式で表される制御器とする。

$$\begin{aligned} C_{fixed}(\boldsymbol{\theta}) &= \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\beta}(z) \\ \boldsymbol{\theta} &= \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 \end{bmatrix}^T \\ \boldsymbol{\beta}(z) &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_s}{1-z^{-1}} & \frac{1-z^{-1}}{T_s} & z^{-1} & z^{-2} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3.36)$$

設計に用いる初期安定化制御器は (3.37) 式を与え、それぞれの初期パラメータを (3.38)–(3.40) 式のように決定した。

$$C_s = \frac{12.4z^2 - 14z + 2}{z^2 - z} \quad (3.37)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} 10 & 40 & 0.02 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} 12.4 & -14 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$(3.41)$$

そして設計に必要な初期値  $\bar{\gamma}_0$  は  $\delta = 1$  として計算した。設計に使用するデータとしては、初期安定化制御器  $C_s$  を実装した閉ループシステムに対し、振幅1、データ数  $N = 10000$  のステップ信号を印加した際のデータを使用した。さらに、バンドパスフィルタとして  $0.01 \text{ rad/s}$  から  $314 \text{ rad/s}$  の間で対数的等間隔に 100 区間に分割した通過域を持つ 6 次のバターワースフィルタを作成し、設計に用いた。また、得られた解  $\bar{\gamma}_k$  が前回の解  $\bar{\gamma}_{k-1}$  の相対誤差が連続3回で 0.1% 未満となったとき収束したと見なし、繰り返しを終了するものとする。

また本シミュレーションにおいても文献 [2] のモデルベース制御器設計法と比較を行う。今回も同様に 1 型サーボを構成するため、設計された制御器の  $s = -0.001$  における極を原点極に置き換えたものを LMI による  $H_\infty$  制御器とする。

### 3.4.2 シミュレーション結果と考察

提案手法により得られた制御器  $C_{fully}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$  を (3.42) 式に、前章手法で得られた固定構造制御器  $C_{fixed}(\boldsymbol{\theta})$  を (3.43) 式に、モデルベース制御器設計法により得られた制御器  $C_{Model}$  を (3.44) 式にそれぞれ示す。

$$C_{fixed}(\boldsymbol{\theta}) = -24634 + 41.89 \frac{T_s}{1 - z^{-1}} + 247.2 \frac{1 - z^{-1}}{T_s} + 24723z^{-1} + 4.26z^{-2} \quad (3.42)$$

$$C_{fully}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{50.32z^3 - 132.5z^2 + 125.8z - 43.47}{z^3 - 2.788z^2 + 2.728z - 0.9404} \quad (3.43)$$

$$C_{Model} = \frac{1.172 \times 10^9 (s - 0.631)(s^2 + 14s + 2512)}{s(s + 2.46 \times 10^7)(s^2 + 5.986s + 1587)} \quad (3.44)$$

各手法によって得られた制御器により、実際の制御対象モデルを用いて評価した重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルム  $\|WS\|_\infty$  を表 3.1 に示す。この初期解を与えたときの提案手法

表 3.1: 重み付感度関数の  $H_\infty$  ノルム

|                 | 提案手法<br>(フルパラメトライズ制御器) | 提案手法<br>(固定構造制御器) | モデルベース |
|-----------------|------------------------|-------------------|--------|
| $\ WS\ _\infty$ | 1.00                   | 1.13              | 1.00   |

の繰り返しによって得られた制御器  $C(\boldsymbol{\theta}_k)$  による  $\|WS(\boldsymbol{\theta}_k)\|_\infty$  の推移を図 3.2 に示す。今回のシミュレーションにおいても、実現可能な制御器で達成できる最小の値は  $\gamma = 1$  となり、モデルベース制御器設計法によって得られた制御器  $C_{Model}$  が与えられた設計条件に対する最適解である。それに対し、フルパラメトライズ制御器を用いて設計した提案手法において最小値である 1 となった。つまり、最小化できる重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムの限界まで最小化できたことがわかる。

次に、設計した制御器と感度関数とのゲイン線図を図 3.3, 3.4 に示す。図 3.3 より  $C_{Model}$  と  $C_{fully}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$  がほぼ同等の性能を持っており、提案手法では最適な制御器が設計されている。また、設計する制御器  $C_{fully}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$  は設計前に 4 次の制御器として設計を行ったのに対し、設計後の制御器は 3 次となり、最適な構造に対して冗長な自由度が最終的に打ち消されて最小実現となったと考えられる。また、固定構造制御器  $C(\boldsymbol{\theta})$  を用いた感度最小化ではフルパラメトライズ制御器に比べ、自由度が足りず最小値を取ることができていない。もし事前に制御器の分母多項式を最適なものに指定できればこちらの手法においても最小値を取ることが可能であるが、制御対象の数式モデルを用いずにそのように指定することは困難であり、また分母多項式の設定を考慮しなくて良いフルパラメトライズ制御器で設計を行う方が有効である。

以上により、提案手法ではモデルベース制御器設計法で扱われる設計問題を制御対象の入出力データを用いて評価し、モデルベース制御器設計法と同等の設計が行えたことが確認できた。

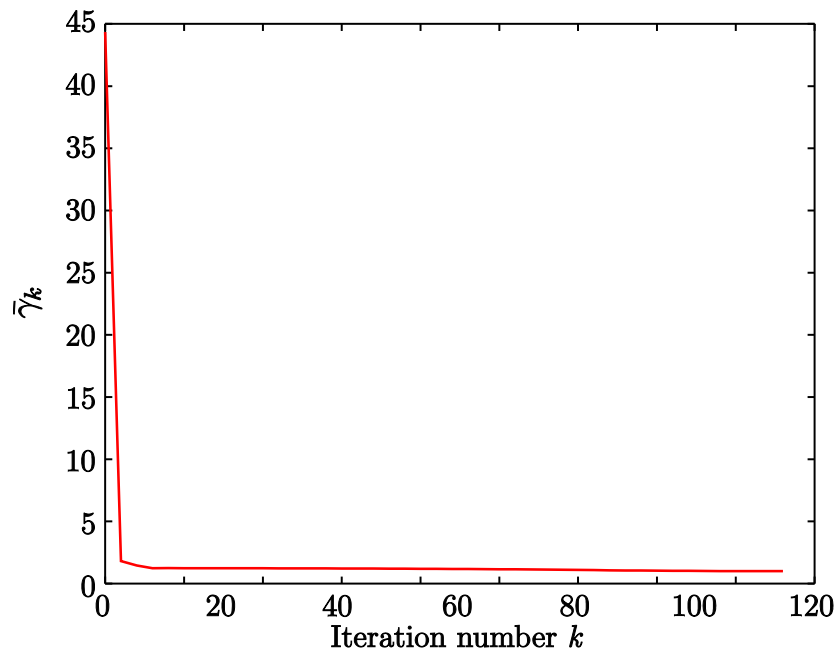


図 3.2: 繰り返しにおける評価値  $\bar{\gamma}$  の推移

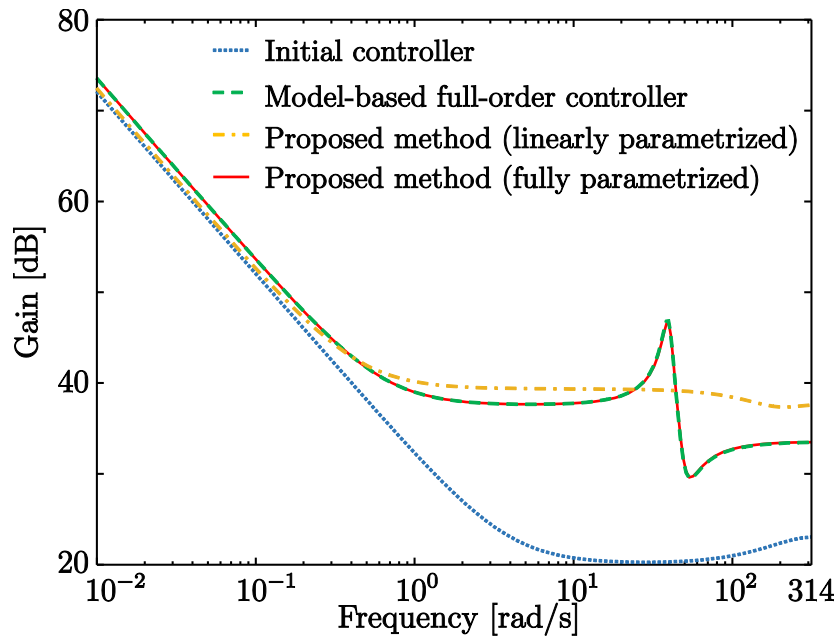


図 3.3: 制御器のゲイン線図



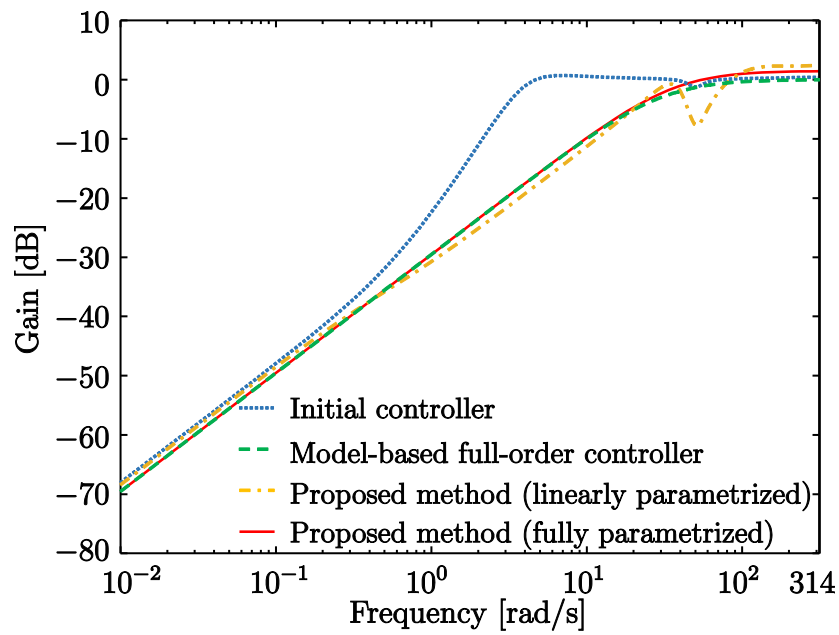


図 3.4: 感度関数のゲイン線図

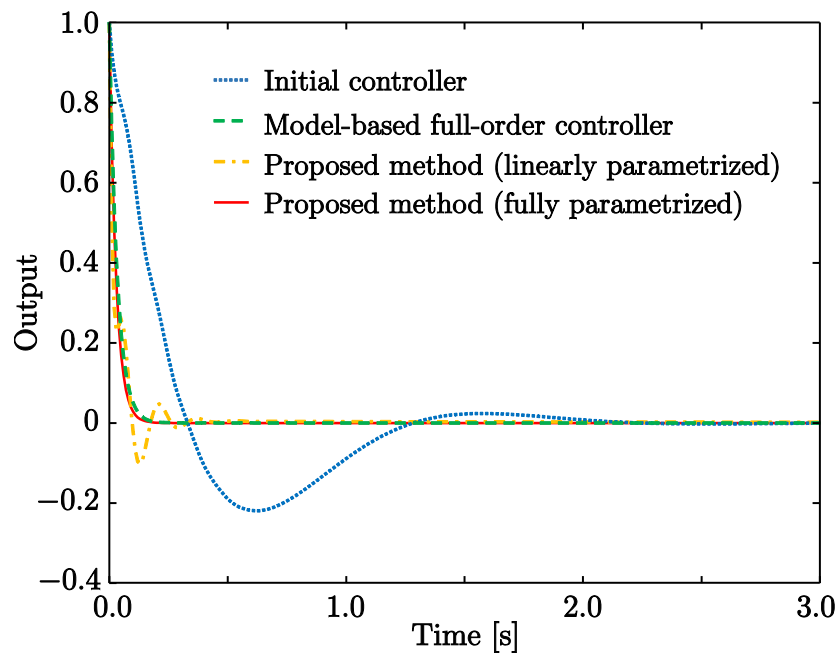


図 3.5: 出力外乱に対する出力応答

## 3.5 実機検証

### 3.5.1 実機実験

本章では、二慣性共振系実験装置に対して実験データを取得し、提案手法の実システムに対する有効性を確認する。

### 3.5.2 実験条件

実験装置は2章と同様のシステムとする。そして、設計に用いた実験データ及び重み関数、バンドパスフィルタの構造・通過帯域、繰り返しの終了条件も同様のものとした。提案手法のフルパラメトライズ制御器の構造として、 $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 1$ ,  $n_3 = 1$  で与えられる2次の制御器とする。制御器分解に必要な  $\phi(z)$  を (3.45) 式に、また、制御器に与える設計者の指定する極として原点極となるように  $\xi_1 = -1$  と選択し  $\varphi(z)$  を (3.46) 式に示す。以上より、分解後の制御器  $C_X(\rho)$ ,  $C_D(\eta)$  の  $\beta_X(z)$ ,  $\beta_D(z)$  は (3.47), (3.48) 式のように与えた。

$$\phi(z) = z^2 \quad (3.45)$$

$$\varphi(z) = z - 1 \quad (3.46)$$

$$\beta_X = \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & z^{-2} \end{bmatrix}^T \quad (3.47)$$

$$\beta_D = \begin{bmatrix} \frac{z-1}{z} & \frac{z-1}{z^2} \end{bmatrix}^T \quad (3.48)$$

設計に用いる初期安定化制御器は2章と同様のものを用い、それぞれの初期パラメータを (3.50), (3.51) 式のように決定した。

$$C_s = \frac{0.2z^2 - 14z + 2}{z^2 - z} \quad (3.49)$$

$$\rho = \begin{bmatrix} 0.224 & -0.24 & 0.02 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$(3.52)$$

そして初期値  $\gamma_0$  を  $\delta = 1$  として計算して用いた。

比較の手法はモデルベース制御器設計法及び2章で提案した固定構造制御器の感度最小化法とする。実験条件は2章と同様のものであるため、これらの結果は2章の実機実験の結果と同様のものである。

表 3.2: 重み付感度関数の  $H_\infty$  ノルム

|                 | 初期解   | 提案手法<br>(フルパラメトライズ制御器) | 提案手法<br>(固定構造制御器) | モデルベース |
|-----------------|-------|------------------------|-------------------|--------|
| $\ WS\ _\infty$ | 5.252 | 1.292                  | 1.305             | 1.321  |

### 3.5.3 実験結果及び考察

両手法によって得られた制御器と初期制御器のゲイン線図を図 3.6 に示す。フルパラメトライズ制御器を用いた制御器と固定構造制御器の設計により得られた制御器がほぼ同じ特性をもつことがわかる。次に制御対象から取得した周波数応答から得られた重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムの推定値を表 3.2 に示す。表 3.2 をみると固定構造制御器に比べフルパラメトライズ制御器はわずかではあるものの重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムを小さくできていることがわかる。

これを確認するために、図 3.7 に周波数応答から得られた感度関数のゲイン線図を、図 3.8 に周波数応答から得られた重み付き感度関数のゲイン線図を示す。図 3.7, 3.8 を見ると 2 つの感度特性の間にほぼ違いはない。これは、2 つの間の  $H_\infty$  ノルムの値が 0.013 しか変わらないため大きな違いがでなかったものと考えられる。

次に、設計された制御器を実装し、速度指令値として 0 s で 10 rad/s, 10 s で 30 rad/s とステップ状に変化させ、故意に 25 s から出力外乱として 10 rad/s を印加した。その際の 10 s 付近の立ち上がり時の応答の拡大を図 3.9 に示し、25 s 付近の外乱印加時の応答の拡大を図 3.10 に示す。これらの図を見てもフルパラメトライズ制御器と固定構造制御器の結果はほぼ変わらないことがわかった。ただし、重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムは外乱入力への最悪値に対する抑圧特性であるため、必ずしもステップ外乱に対する影響に大きく反映されるわけではないため、正確な判断を決定することができない。

以上の結果により、フルパラメトライズ制御器と固定構造制御器の結果は周波数応答の結果のみを見るとより低感度化を達成したが、大きく有効性を確認できる結果とはならなかった。この原因としては今回は設計する制御器は 2 次であり積分器は固定であるため、2 つの制御器の自由度として、分母多項式のパラメータの 1 つしか変わらないため、大きく変化しなかったのだと考えられる。

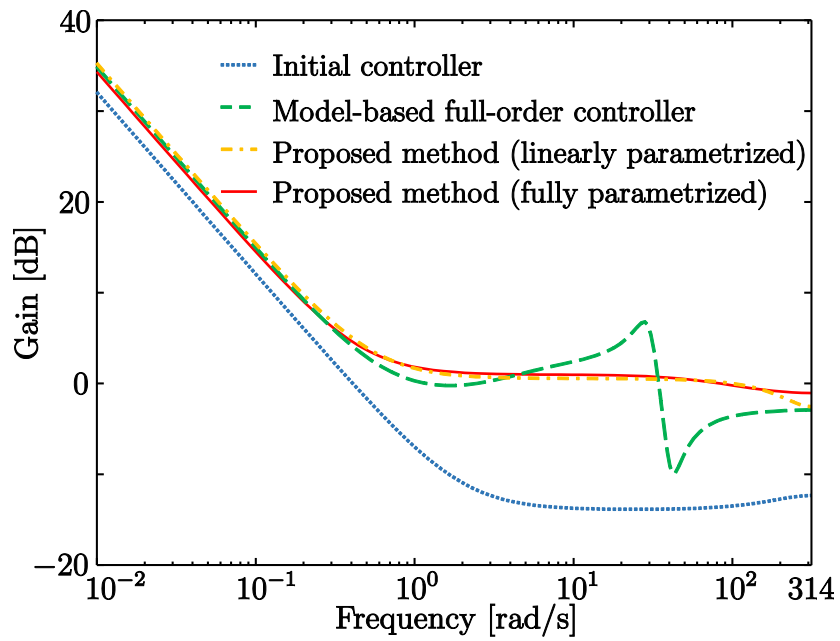


図 3.6: 制御器のゲイン線図

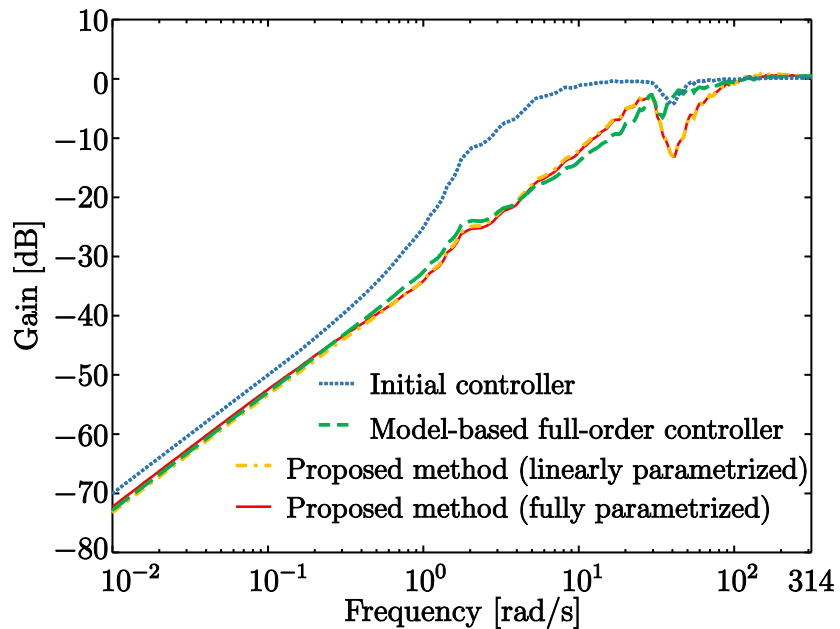


図 3.7: 感度関数のゲインの推定図

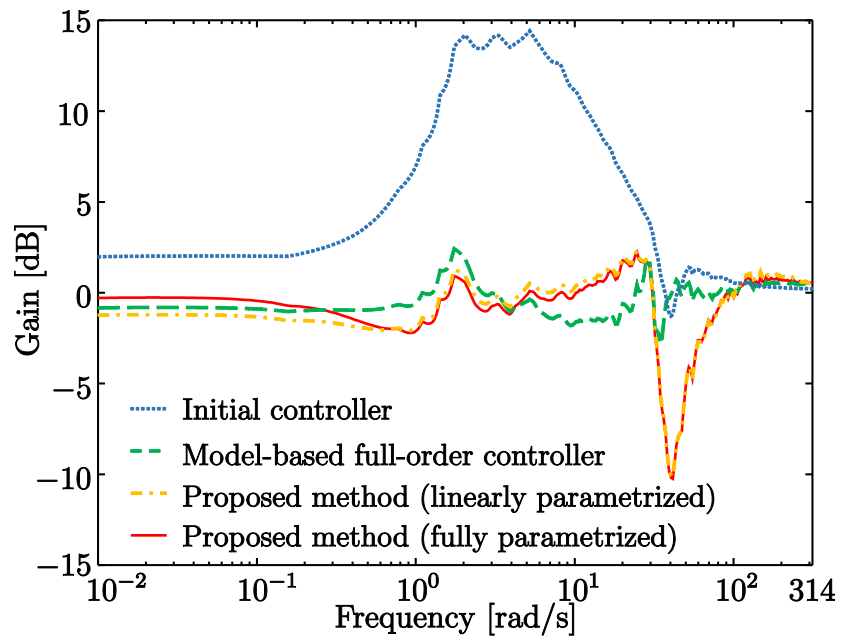


図 3.8: 重み付き感度関数のゲインの推定図

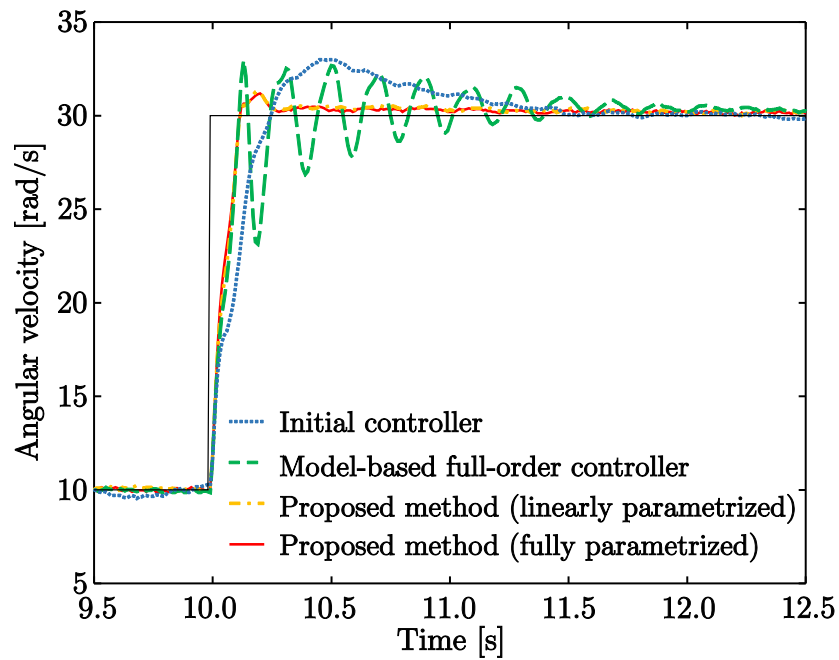


図 3.9: 10 s 付近における角速度応答

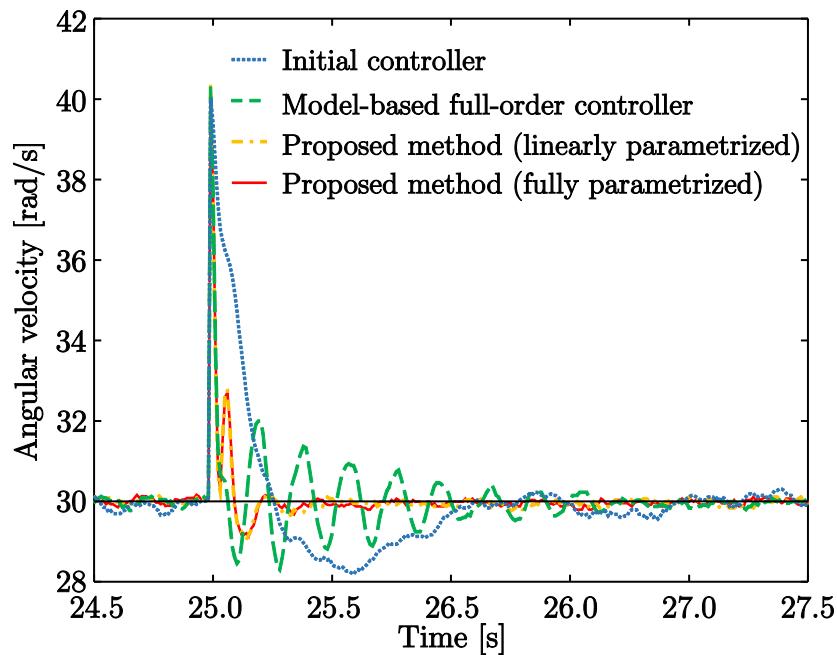


図 3.10: 25 s 付近における出力外乱に対する角速度応答

そのような結果を踏まえ、2つの制御器を共に5次として設計を行ったがどちらの制御器も不安定化してしまった。そのため、不安定化してしまった原因を想像の域をでない範囲ではあるが考察する。大きな原因として重み付き感度関数の推定精度によるものだと考えている。推定精度が劣化しているとき、起こる問題として臨界点を中心とする円盤を飛び越えてしまうことである。例えば、今回の設計で使用した初期解は  $\gamma = 5.252$  であるため、40 rad/s より高周波域での円盤の半径は約0.2である。これは、推定値が実際の値よりも0.2以上異なる場合、推定点は円盤を飛び越えていなくても実際は円盤を飛び越えているという可能性や、円盤を飛び越えていない前回の解で得られる推定値が既に円盤を飛び越えているという可能性がある。よって、推定に誤差が存在することで提案手法は円盤を飛び越えてしまい、不安定化する可能性があると考えられる。

では、今回示した実験結果のように2次の制御器の場合不安定化しなかったにも関わらず、5次の制御器を用いた場合不安定化してしまったのかを考察する。これは、制御器の自由度が増えたことによる感度特性の推定の難易度の増加と推定の誤差及び、隣り合う2つのバンドパスフィルタ間の特性が推定できていないためだと現状考えている。推定の精度に関して、提案手法で1つ問題として抱えているものが複雑な特性を持つ伝達関数の推定の困難さである。提案手法ではバンドパスフィルタなどを用いることなるべく良好な重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムの推定を行っているが、ゲイン

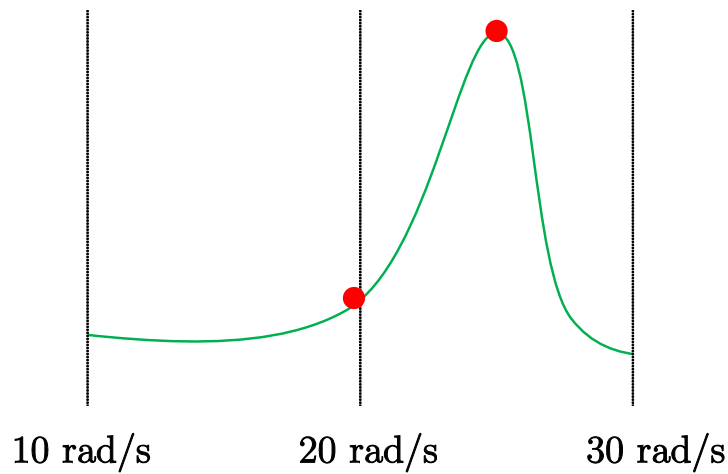


図 3.11: 推定点間の特徴

特性が複雑な場合その推定は困難となってしまう。これはモデルベース制御器設計法における制御対象モデルの同定で考えたときにおいても、制御対象の特性が複雑であればあるほど正確なモデルの同定が困難となる問題として考えるとわかりやすい。提案手法は設計する制御器を含む重み付き感度関数の推定を行っているため、制御器の構造を複雑にすればするほど重み付き感度関数の特性も複雑となり、推定の誤差が大きくなる可能性がある。よって、先ほど説明したように推定の誤差によって円盤を飛び越える可能性が制御器の自由度が高いほど増加すると考えられる。また、もうひとつの問題として、推定点間の特性を評価できていないことである。もし、完全に重み付き感度関数をデータから完全に推定できたとしても各バンドパスフィルタ間の特性は評価できない。そのため、図 3.11 のように 10 rad/s から 30 rad/s の間にこのような特性を持つと考え、10 rad/s から 20 rad/s、20 rad/s から 30 rad/s の通過域を持つ 2 つのバンドパスフィルタによってその領域の  $H_\infty$  ノルムが完全に推定できたとする。その場合、図 3.11 中に示された 2 点を推定することになる。このとき、2 つの点間の特性が大きく変化しているがこの間の特性を提案手法は全く評価していないことになる。これは仮に重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムの推定のみを考える上では最大値を推定できているため全く問題とはならない。しかし、これに円盤を飛び越えないという条件も踏まえて考えると大きな問題となる。この 2 つの間のゲインや位相が大きく変化するという事はナイキスト軌跡上で、開ループ伝達関数のこの 2 点は複素平面上を大きく変化していることになる。よってその間のナイキスト軌跡が円盤を飛び越える可能性は十分にある。よって繰り返し更新を行っていく間で円盤を飛び越え閉ループシステムが不安定化したと考えられる。提案手法では感度最小化問題を扱っており、

感度関数を小さくするために、基本的にハイゲイン化が求められる。これは、ナイキスト軌跡が原点からの距離を大きくするように解を更新したいという要求と考えることもできる。そのため、臨界点を中心とした円盤が感度最小化の妨げとなる。よって、円盤を飛び越えるために2点の間の特性を大きく変化させ、円盤を飛び越えるように調整されやすい問題と考えられる。また、実際にこのような特性を持つ場合が存在するかどうかを考えると、制御器の分母多項式を調整するフルパラメトライズ制御器を用いた提案手法は共振特性を含む特性を制御器に反映させることができ、図3.11のような特性を持つ制御器を設計することは不可能ではない。また、図3.11のような特定の周波数においての急な変化をしなくても、2点の値が大きく異なれば円盤を飛び越えることは可能である。そのため、次数を増やし、自由度が増加した5次の制御器を用いて設計を行った場合不安定化を招いたと考えている。実際に3次の制御器（固定構造はPID制御器+1次のFIRフィルタ）を用いて設計を行うとより自由度の高いフルパラメトライズ制御器のみ不安定化し、固定構造制御器は閉ループシステムを安定化した。以上より、提案手法で設計した制御器を実装したシステムは不安定化してしまったと現状考察している。

実験結果をまとめるとフルパラメトライズ制御器を用いた制御器設計法では固定構造制御器を用いた場合と比べわずかであるがより感度最小化を実現した。しかし、推定の精度や推定点間影響によって閉ループシステムの安定性を保証できない可能性があるという問題点が見つかった。現状として、これらの問題に対して有効な手段は考えられておらず、提案手法の実用性の観点を見るとこれらの問題を解決する必要がある。



# 第4章 ロバスト性を考慮した感度最小化を達成するデータ駆動型設計法

ここまでに提案した感度最小化手法は  $H_\infty$  制御で扱われる低感度化問題を制御対象の入出力データを用いて行う手法であった。そして、固定構造制御器やフルパラメトライズ制御器の設計問題を CCCP を用いて凸最適化問題へと近似し、容易に準最適解を導出する手法を説明した。しかし、ここまでの設計問題では制御対象の特性が変動しないことを前提とし、1回の実験で取得したデータのみを用いて設計を行った。そのため、ノミナル性能のみを考慮した設計であり、制御対象の特性が変動した場合性能が劣化する可能性があった。そこで、本章では制御対象の変動時のデータを複数回の実験で取得することで、閉ループシステムのロバスト性を考慮した制御器設計法へと拡張する。

## 4.1 設計問題の再設定及び定式化

本章では制御対象  $P$  の変動を含めた制御対象集合  $\mathcal{P}$  に対して保証されるロバスト性能の向上を目指す。ここで、制御対象集合  $\mathcal{P}$  に属するすべての  $\tilde{P}$  に対して以下の2つが満たされるとき、ロバスト性能が保証される。

1.  $\tilde{P}$  に対して内部安定性が保証される
2.  $\|W\tilde{S}\| < 1, \forall \omega, \forall \tilde{P} \in \mathcal{P}$

そして、本研究では感度最小化を目的とした制御器設計を行うため、制御対象  $P$  が集合  $\mathcal{P}$  に属するすべての  $\tilde{P}$  に変動すると想定し、 $\tilde{P}$  に対する (2.2) 式を (4.1) 式のように与える。

$$\|W(z)\tilde{S}(\rho)\|_\infty < \gamma \quad \forall \omega, \forall \tilde{P} \in \mathcal{P} \quad (4.1)$$

そこで、以降は (4.1) 式を満たす最小の  $\gamma$  を与える制御器パラメータを求める以下の感度最小化問題を考える。

$$\begin{aligned} & \min_{\gamma} \gamma \\ & \text{subject to} \\ & \|W\tilde{S}\|_{\infty} < \gamma \end{aligned}$$

ここで、仮定として制御対象集合  $\mathcal{P}$  が  $P_p$  ( $p = 1, \dots, l$ ) のように変動モデルを持つとする。このとき、それぞれの制御対象の入出力データ  $u_p(t)$ ,  $y_p(t)$  を  $l$  回の実験で取得できたとすると、前章までに定式化した評価式を連立して評価することで上記と同様の問題を扱う。

よって 2 章で説明した固定構造制御器を用いた (4.1) 式的设计問題は時系列データを用いて (4.2) 式のように表される。

$$\frac{\|WF_j u_p(t)\|_{2[1,N]}}{\|F_j(u_p(t) + C(\boldsymbol{\theta})y_p(t))\|_{2[1,N]}} < \gamma \quad (4.2)$$

$$j = 1, \dots, m$$

$$p = 1, \dots, l$$

そして、(4.2) 式を CCCP により凸最適化問題へと近似する。よって満たす最小の  $\gamma$  を与える制御器パラメータの導出を行う。

以上をまとめると、固定構造制御器を用いたロバスト性を考慮した感度最小化問題は次の凸最適化問題の繰り返しにより達成される。

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{\theta}_k, \bar{\gamma}} \bar{\gamma} \\ & \text{subject to} \\ & \begin{bmatrix} X_{j,p}(\boldsymbol{\theta}_k) & \|WF_j u_p(t)\|_{2[1,N]} \\ \|WF_j u_p(t)\|_{2[1,N]} & \bar{\gamma} \end{bmatrix} > 0 \\ & j = 1, \dots, m \\ & p = 1, \dots, l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{j,p}(\boldsymbol{\theta}_k) &= \|F_j(u_p(t) + C(\boldsymbol{\theta}_{k-1})y_p(t))\|_{2[1,N]}^2 \\ &+ \left( \nabla \|F_j(u_p(t) + C(\boldsymbol{\theta}_{k-1})y_p(t))\|_{2[1,N]}^2 \right)^T (\boldsymbol{\theta}_k - \boldsymbol{\theta}_{k-1}) \end{aligned}$$

また、同様に 3 章で提案したフルパラメトライズ制御器を用いたロバスト性を考慮した感度最小化問題は次の凸最適化問題の繰り返しにより達成される。

$$\begin{aligned}
 & \min_{\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k} \bar{\gamma}_k \\
 & \text{subject to} \\
 & \sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\psi}_{D,W,j,p}(t)]^2 - Z_{j,p}(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k) < 0 \\
 & \bar{\gamma}_k > 0 \\
 & \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1}^{-1} & \mathbf{A}_k \\ \mathbf{A}_k^T & \mathbf{P}_{k-1} \end{bmatrix} > 0 \\
 & j = 1, \dots, m \\
 & p = 1, \dots, l
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{j,p}(\boldsymbol{\rho}_k, \boldsymbol{\eta}_k, \bar{\gamma}_k) &= \sum_{t=1}^N \left\{ \bar{\gamma}_{k-1} [\boldsymbol{\eta}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_D(t) + \boldsymbol{\rho}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_X(t)]^2 \right. \\
 &+ [\boldsymbol{\eta}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{D,j,p}(t) + \boldsymbol{\rho}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{X,j,p}(t)]^2 (\bar{\gamma}_k - \bar{\gamma}_{k-1}) \\
 &+ 2 \sum_{i=1}^{n_1} \bar{\gamma}_{k-1} [\boldsymbol{\eta}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{D,j,p}(t) + \boldsymbol{\rho}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{X,j,p}(t)] \boldsymbol{\psi}_{X,j,p,i}(t) (\rho_{k,i} - \rho_{k-1,i}) \\
 &\left. + 2 \sum_{i=2}^{n_2} \bar{\gamma}_{k-1} [\boldsymbol{\eta}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{D,j,p}(t) + \boldsymbol{\rho}_{k-1} \boldsymbol{\psi}_{X,j,p}(t)] \boldsymbol{\psi}_{D,j,p,i}(t) (\eta_{k,i} - \eta_{k-1,i}) \right\}
 \end{aligned}$$

ただし、 $\boldsymbol{\psi}_{D,W,j,p}(t)$ 、 $\boldsymbol{\psi}_{D,j,p}(t)$ 、 $\boldsymbol{\psi}_{X,j,p,i}$ 、 $\boldsymbol{\psi}_{D,j,p}(t)$ 、 $\boldsymbol{\psi}_{D,j,p,i}(t)$  の下添え字の  $p$  は入出力データ  $u_p(t)$ 、 $y_p(t)$  を用いて生成されたデータ列であることを示す。

以上より、ロバスト性を考慮した感度最小化手法を実現することができる。

## 4.2 制御対象集合全体に対する安定性

本節では、ロバスト性能条件の満たすべき条件である閉ループシステムの内部安定性について説明する。

固定構造制御器とフルパラメトライズ制御器での安定性については同様の考えが可能であるので、固定構造制御器を元に考える。2 章で説明したように本研究で考える感度最小化問題は周波数領域で考えることで複素平面のナイキスト軌跡を考えることができる。そして今回の変動を考慮した感度最小化では図 4.1 のように開ループ伝達関数  $L_p(j\omega)$  の全てが大きさ  $|W(j\omega)|/\gamma$  の円盤の外にいることを意味する。

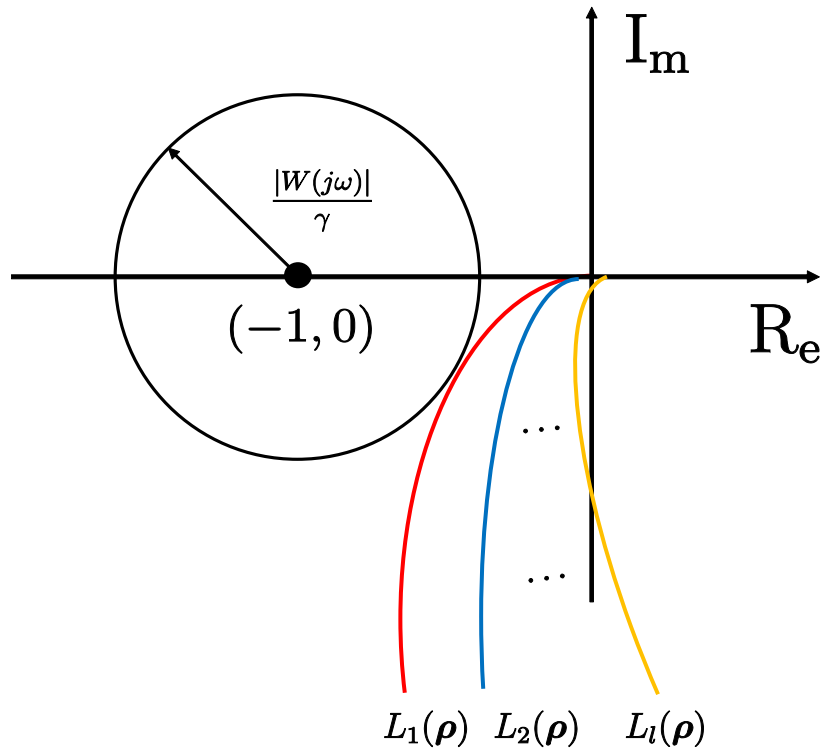


図 4.1: ナイキスト線図上における感度最小化

そして、CCCP による近似，繰り返し最適化を行っていく上で臨界点を回る回転数  
 が変化しない。この議論は全ての制御対象  $P_p$  ( $p = 1, \dots, l$ ) に対して同様の議論が行  
 える。よって，初期パラメータで得られる制御器が制御対象を得られるならば制御対  
 象集合全体の安定性が保証される。ただし，制御対象が不安定極を持つ場合，不安定  
 な極零相殺によって内部安定性が保証されない可能性があるため，制御対象が安定な  
 場合にのみ保証される。また，初期解はそれぞれの制御対象に対して独立に設定でき，  
 それぞれの制御対象を安定化する初期制御器パラメータを個々に用いても良い。

### 4.3 数値例

本章では，提案手法を二慣性共振制御装置を模擬したモデルに適用し，数値例を通  
 して有効性を検証する。

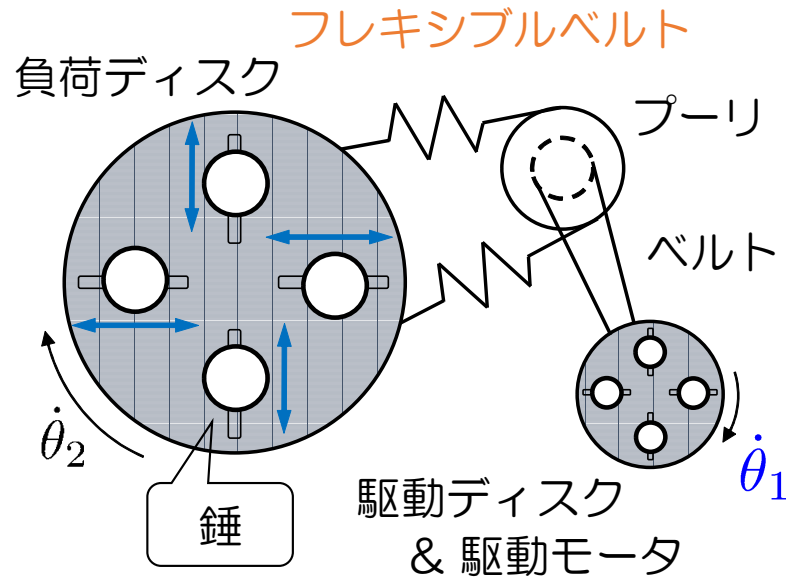


図 4.2: 制御対象概念図

### 4.3.1 シミュレーション条件

制御対象  $P$  は、二慣性共振制御装置を模擬したものであり、3 種の変動を想定した (4.3)–(4.5) 式のモデルをサンプリングタイム  $T_s = 10 \text{ ms}$  で離散化したものとする。

$$P_1 = \frac{5188.9(s^2 + 10.01s + 1798)}{(s + 58.5)(s + 0.06)(s^2 + 17.74s + 3036)} \quad (4.3)$$

$$P_2 = \frac{5508(s^2 + 10.82s + 1142)}{(s + 68)(s + 0.06)(s^2 + 16s + 2323)} \quad (4.4)$$

$$P_3 = \frac{5320(s^2 + 6.279s + 894)}{(s + 76)(s + 0.06)(s^2 + 10.92s + 1764)} \quad (4.5)$$

ここでは、図 4.2 のように負荷ディスクにある 4 つの錘の位置が変動したことを想定し、錘の位置が全て外側、内側、中心にあったものとし 3 つの特性に変動したとする。また、設計に用いる重み関数  $W$  を (4.6) 式に示す。

$$W = \frac{s + 30}{s + 0.001} \quad (4.6)$$

今回のシミュレーションでは本章で説明した固定構造制御器を用いた手法とフルパラメトライズ制御器を用いた手法を用いて 3 つの比較を行う。1 つ目は固定構造制御器を用いて 2 章のように 1 つの制御対象モデルに対してのみ設計を行った場合と変動を考慮して設計した場合の比較である。2 つ目はフルパラメトライズ制御器を用いて 3 章の

ように 1 つの制御対象モデルに対してのみ設計を行った場合と変動を考慮して設計した場合の比較である。

フルパラメトライズ制御器の構造として,  $n_1 = 6$ ,  $n_2 = 4$ ,  $n_3 = 1$  で与えられる 5 次の制御器とする。制御器分解に必要な  $\phi(z)$  を (4.7) 式に, また, 制御器に与える設計者の指定する極として 4 章と同様に原点極となるように (3.33) 式と同じ形で与えた。以上より, 分解後の制御器  $C_X(\boldsymbol{\rho})$ ,  $C_D(\boldsymbol{\eta})$  の  $\boldsymbol{\beta}_X(z)$ ,  $\boldsymbol{\beta}_D(z)$  は (4.8), (4.9) 式のように与えた。

$$\phi(z) = z^4 \quad (4.7)$$

$$\boldsymbol{\beta}_X = \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & z^{-2} & z^{-3} & z^{-4} & z^{-5} \end{bmatrix}^T \quad (4.8)$$

$$\boldsymbol{\beta}_D = \begin{bmatrix} \frac{z-1}{z} & \frac{z-1}{z^2} & \frac{z-1}{z^3} & \frac{z-1}{z^4} & \frac{z-1}{z^5} \end{bmatrix}^T \quad (4.9)$$

また, 固定構造制御器の構造は次数を揃えるために PID 制御器に 3 次の FIR フィルタを加えた (4.10) 式で表される制御器とする。

$$C_{fixed}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\beta}(z) \quad (4.10)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 \end{bmatrix}^T$$

$$\boldsymbol{\beta}(z) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_s}{1-z^{-1}} & \frac{1-z^{-1}}{T_s} & z^{-1} & z^{-2} & z^{-3} \end{bmatrix}^T$$

設計に用いる初期安定化制御器は (4.11) 式を与え, それぞれの初期パラメータを (4.12)–(4.14) 式のように決定した。

$$C_s = \frac{0.82z^2 - 0.6z - 0.2}{z^2 - z} \quad (4.11)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -0.002 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} 0.82 & -0.6 & -0.2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$(4.15)$$

そして設計に必要な初期値  $\bar{\gamma}_0$  は  $\delta = 1$  として計算した。設計に使用するデータとしては, 初期安定化制御器  $C_s$  を実装した閉ループシステムに対し, 振幅 1, データ数  $N = 40000$  のステップ信号を印加した際のをそれぞれデータを使用した。さらに, バンドパスフィルタとして 0.01 rad/s から 314 rad/s の間で対数的等間隔に 100 区間に分割した通過域を持つ 6 次のバターワースフィルタを作成し, 設計に用いた。また, 得られた解  $\bar{\gamma}_k$  が前回の解  $\bar{\gamma}_{k-1}$  の相対誤差が連続 3 回で 0.1% 未満となったとき収束したと見なし, 繰り返しを終了するものとする。

表 4.1: 設計結果 (固定構造制御器)

|              | $\ WS_1\ _\infty$ | $\ WS_2\ _\infty$ | $\ WS_3\ _\infty$ |
|--------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 提案手法         | 1.220             | 1.222             | 1.275             |
| $P_1$ のみを最小化 | 1.116             | 1.469             | 1.649             |
| $P_2$ のみを最小化 | 1.177             | 1.184             | 1.329             |
| $P_3$ のみを最小化 | 1.256             | 1.236             | 1.125             |

### 4.3.2 シミュレーション結果と考察・比較 1

固定構造制御器を用いた際の各制御対象ごとの重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムの値を表 4.1 に示す。また、提案手法で得られたそれぞれの制御器のゲイン線図を図 4.3 に示し、各制御器パラメータ  $\theta$  を表 4.2 に示す。表 4.1 を見ると、各制御対象に対してそのデータのみを用いて設計した場合が重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムがそれぞれ一番最小化できていることがわかる。しかし、全ての制御対象に対してみると、変動を考慮した制御器設計法で得られた制御器が制御対象集合全体に対する重み付き感度関数の最悪値を一番小さくできていることがわかる。

今回のシミュレーションで得られた、制御対象  $P_1$  における感度関数  $S_1$  のゲイン線図を図 4.4 に、制御対象  $P_2$  における感度関数  $S_2$  のゲイン線図を図 4.5 に、制御対象  $P_3$  における感度関数  $S_3$  のゲイン線図を図 4.6 に示し、それぞれの重み付き感度関数  $WS_1$ ,  $WS_2$ ,  $WS_3$  のゲイン線図を図 4.7, 4.8, 4.9 に示し、外乱応答に対する抑圧特性を図 4.10, 4.11, 4.12 に示す。感度関数のゲイン線図ではあまり違いが見られないが、重み付き感度関数のゲイン線図を見ると、制御対象  $P_1$  に対して  $P_1$  のデータのみを用いて最小化した結果は図 4.7 のように複数変動を評価した結果に比べ高周波域のゲインを小さくできており、良好な結果を得られている。しかし、制御対象  $P_2$  に対して  $P_1$  のデータのみを用いて最小化した結果は図 4.8 のように複数変動を評価した結果に比べ低周波域のゲインが大きくなっている。このような結果は各制御対象とその対象に対して感度最小化した制御器の全ての重み付き感度関数に見られ、提案手法が制御対象集合全体に対し感度最小化が実現されていることがわかる。

表 4.2: 制御器パラメータ  $\theta$

|              | $\theta_1$ | $\theta_2$ | $\theta_3$ | $\theta_4$ | $\theta_5$ | $\theta_6$ |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 提案手法         | -37.52     | 0.0392     | 0.3962     | 37.65      | 1.128      | -0.3568    |
| $P_1$ のみを最小化 | -11.99     | 0.0386     | 0.1369     | 11.93      | 0.952      | -0.3769    |
| $P_2$ のみを最小化 | -11.35     | 0.0378     | 0.1320     | 11.41      | 0.998      | -0.3405    |
| $P_3$ のみを最小化 | -8.718     | 0.0400     | 0.1087     | 8.919      | 1.080      | -0.3598    |

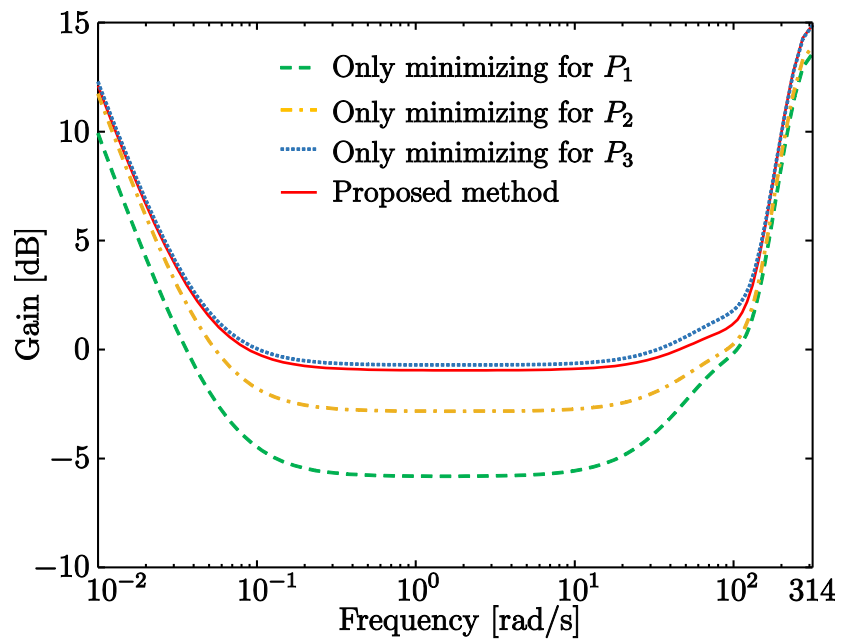


図 4.3: 各制御器のゲイン線図



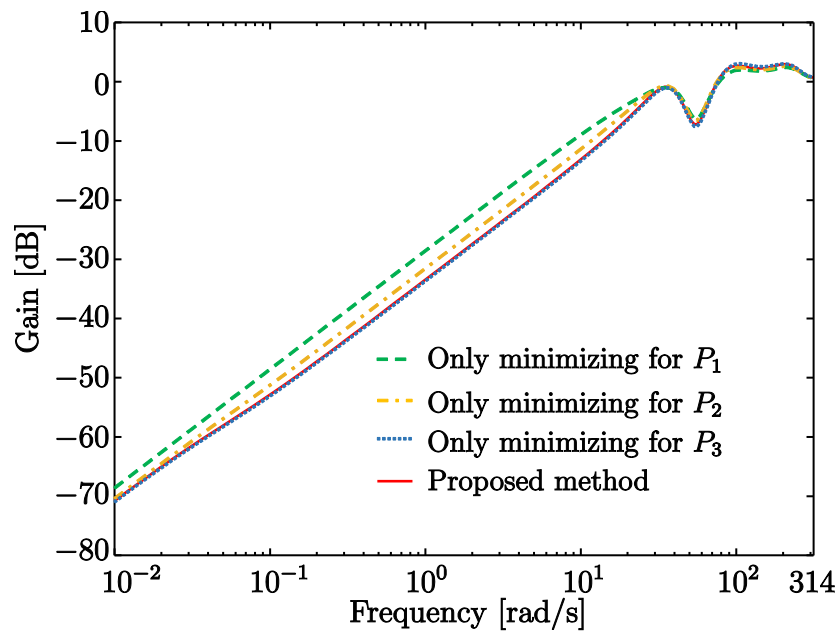


図 4.4:  $S_1$  のゲイン線図

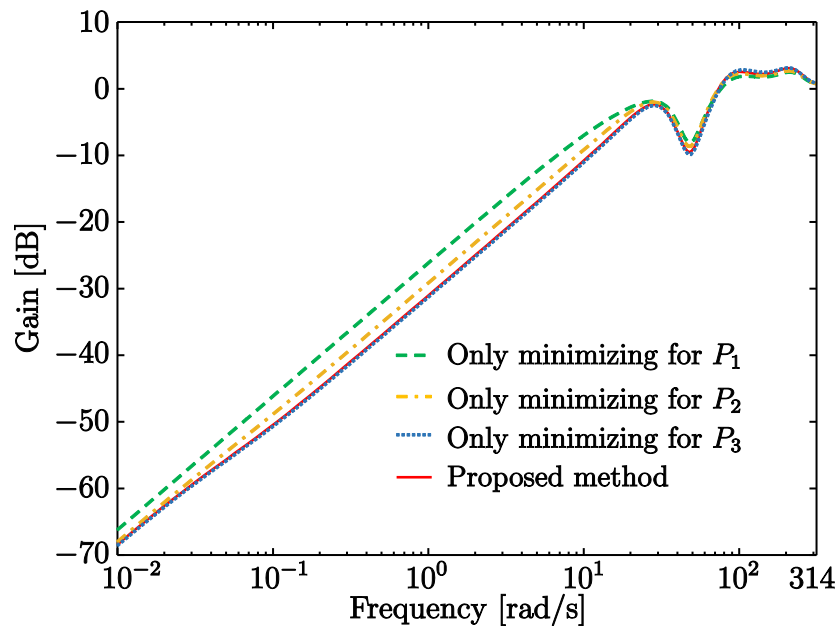


図 4.5:  $S_2$  のゲイン線図

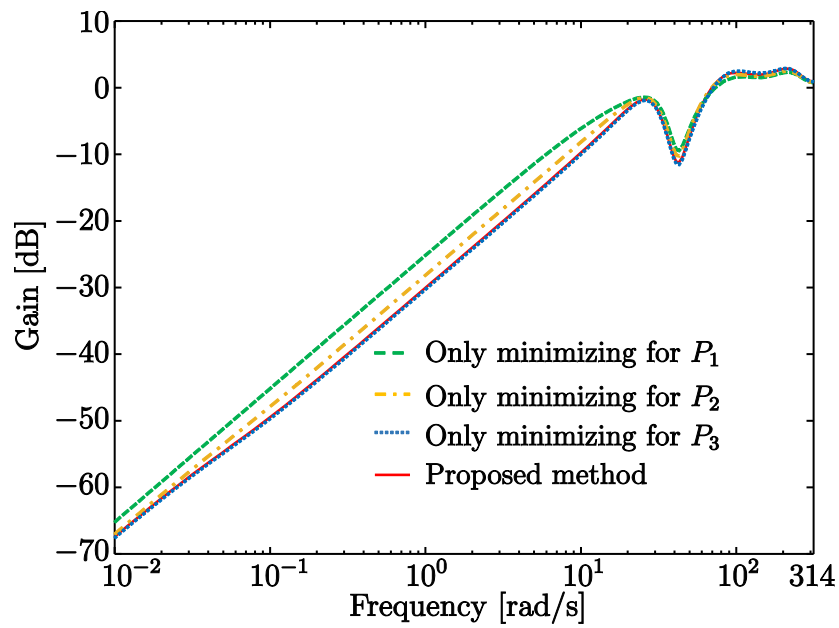


図 4.6:  $S_3$  のゲイン線図

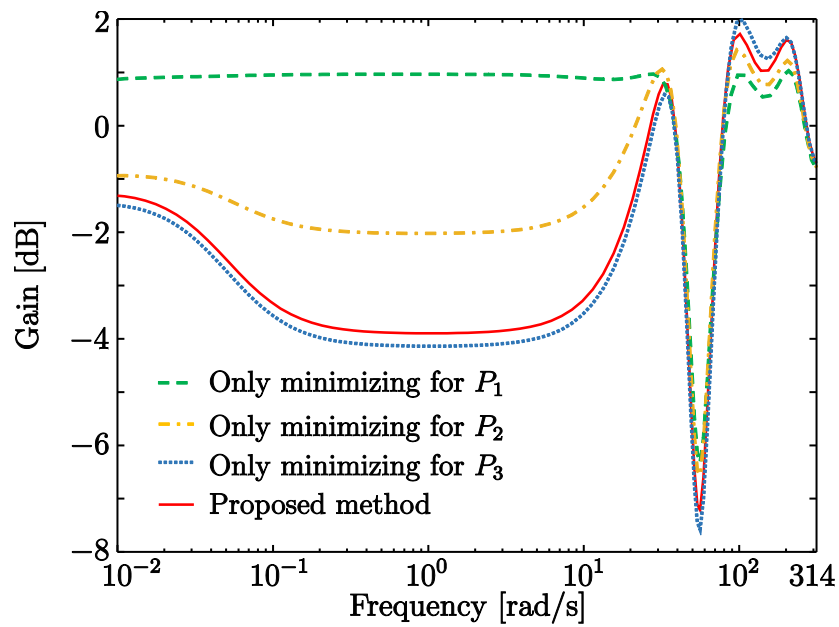


図 4.7:  $WS_1$  のゲイン線図

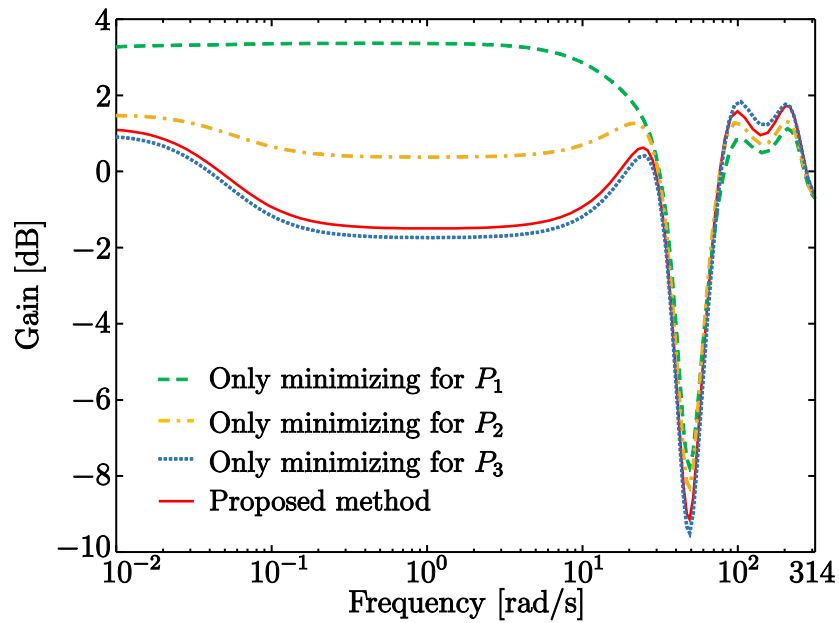


図 4.8:  $WS_2$  のゲイン線図

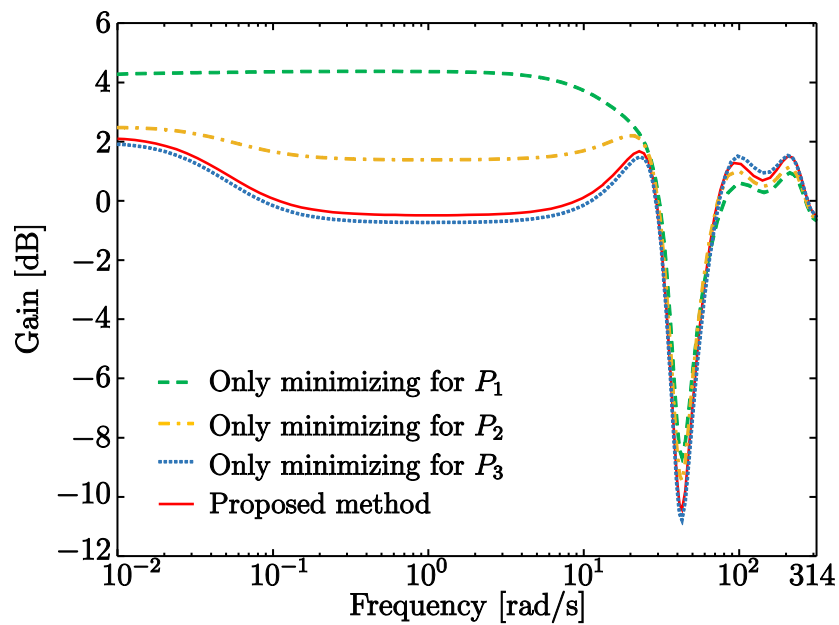


図 4.9:  $WS_3$  のゲイン線図

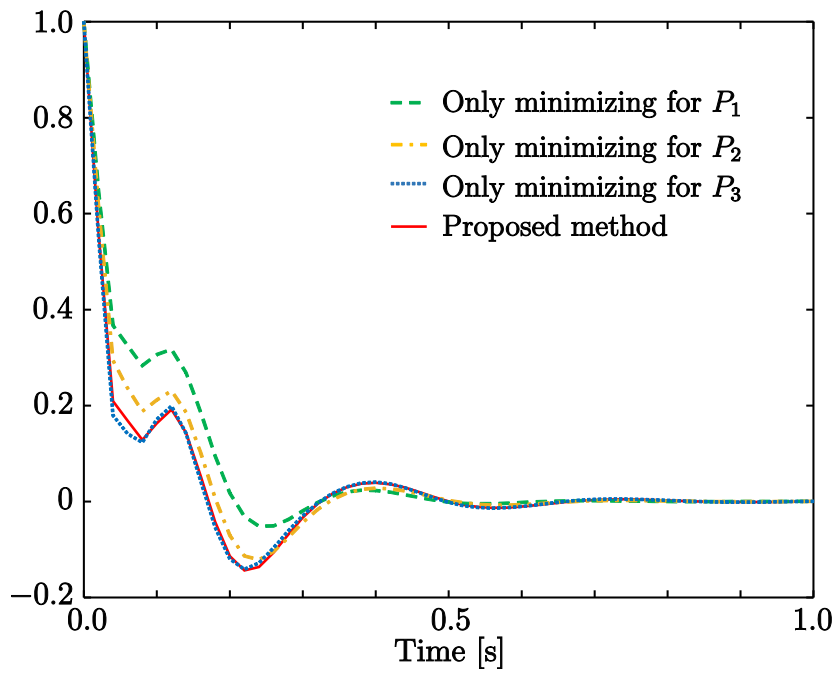


図 4.10:  $S_1$  の出力外乱に対する出力応答

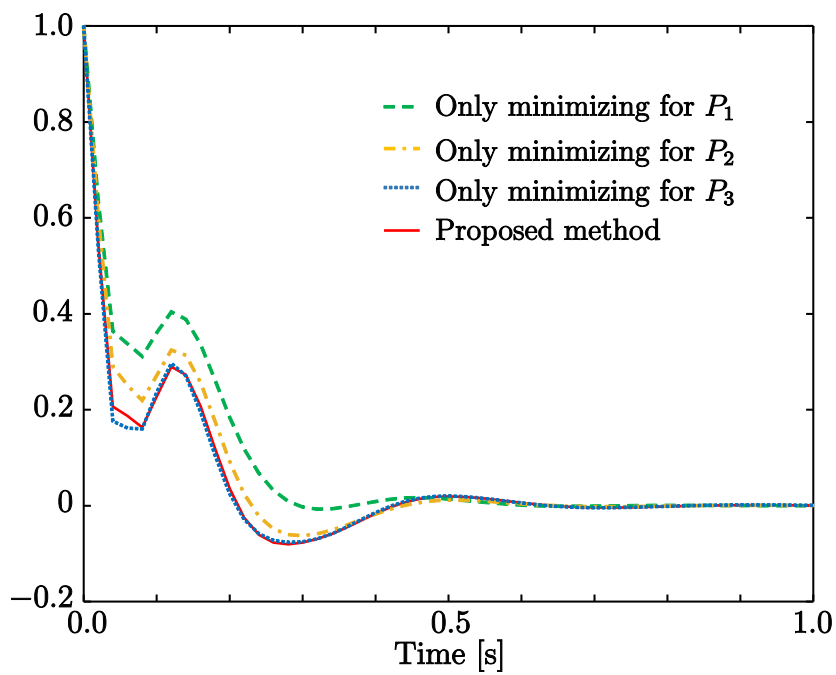


図 4.11:  $S_2$  の出力外乱に対する出力応答

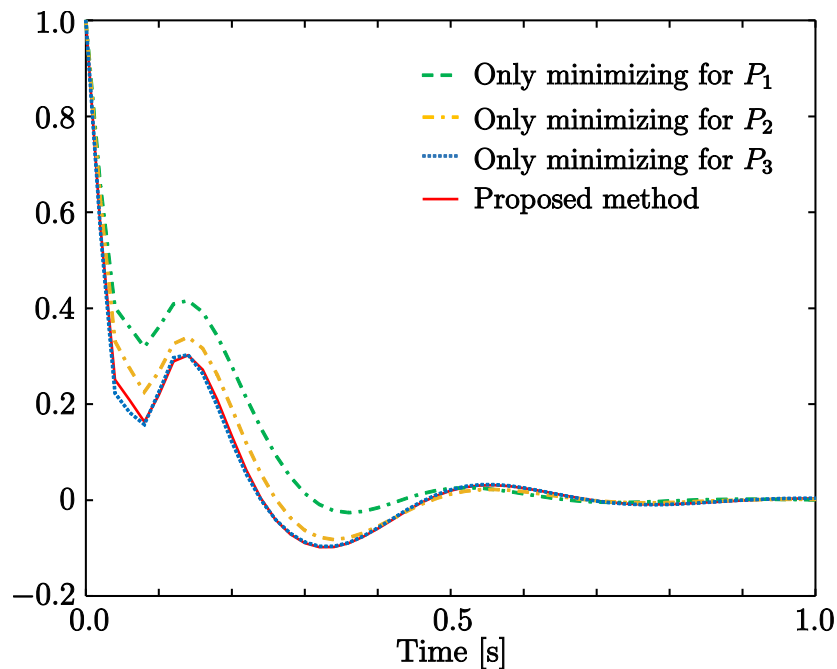


図 4.12:  $S_3$  の出力外乱に対する出力応答

### 4.3.3 シミュレーション結果と考察・比較 2

フルパラメトライズ制御器を用いた際の各制御対象ごとの重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムの値を表 4.3 に示す。また、提案手法で得られたそれぞれの制御器のゲイン線図を図 4.13 に示し、各制御器パラメータ  $\rho$  を表 4.4 に、 $\eta$  を表 4.5 示す。表 4.3 を見ると、各制御対象に対してそのデータのみを用いて設計した場合が重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムがそれぞれ最小値である 1 まで最小化できていることがわかる。しかし、全ての制御対象に対してみると、固定構造と同様に変動を考慮した制御器設計法で得られた制御器が制御対象集合全体に対する重み付き感度関数の最悪値を一番小さくできていることがわかる。

今回のシミュレーションで得られた、制御対象  $P_1$  における感度関数  $S_1$  のゲイン線図を図 4.14 に、制御対象  $P_2$  における感度関数  $S_2$  のゲイン線図を図 4.15 に、制御対象  $P_3$  における感度関数  $S_3$  のゲイン線図を図 4.16 に示し、それぞれの重み付き感度関数  $WS_1$ ,  $WS_2$ ,  $WS_3$  のゲイン線図を図 4.17, 4.18, 4.19 に示し、外乱応答に対する抑圧特性を図 4.20, 4.21, 4.22 に示す。各感度関数の図に見られるように、制御対象の共振周波数が変動したことにより、使用したデータの制御対象のみを最小化した場合は設計要求として与えた重み関数  $W$  の特性とほぼ同等の性能が確保されているのに対し、異なる特性に変動した制御対象に実装された場合、共振を打ち消すことができず、性

表 4.3: 設計結果 (フルパラメトライズ制御器)

|              | $\ WS_1\ _\infty$ | $\ WS_2\ _\infty$ | $\ WS_3\ _\infty$ |
|--------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 提案手法         | 1.193             | 1.083             | 1.097             |
| $P_1$ のみを最小化 | 1.000             | 1.431             | 2.693             |
| $P_2$ のみを最小化 | 5.873             | 1.000             | 1.563             |
| $P_3$ のみを最小化 | 2.985             | 2.482             | 1.000             |

表 4.4: 制御器パラメータ  $\rho$

|              | $\rho_6$ | $\rho_5$ | $\rho_4$ | $\rho_3$ | $\rho_2$ | $\rho_1$ |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 提案手法         | 2.011    | -4.975   | 3.537    | 0.628    | -1.709   | 0.509    |
| $P_1$ のみを最小化 | 1.445    | -3.760   | 3.189    | -0.263   | -0.961   | 0.350    |
| $P_2$ のみを最小化 | 1.389    | -3.539   | 2.703    | 0.246    | -1.157   | 0.358    |
| $P_3$ のみを最小化 | 1.465    | -3.713   | 2.604    | 6.928    | -1.457   | 0.408    |

能が大きく劣化していることがわかる。フルパラメトライズ制御器を用いた場合には、固定構造制御器を用いた場合と比べ、自由度が高く制御対象の共振を打ち消すように制御器が逆特性を持つように設計が行われている。そのため、変動により共振周波数が変化していったことで性能が大きく劣化してしまう。それに対し、変動を考慮した手法では各制御対象の共振を完全に打ち消すことができていないが、全ての制御対象の共振周波数のズレを考慮して感度最小化が達成されていることがわかる。特に、図 4.20 を見ると、制御対象  $P_3$  に対して設計した制御器を実装した結果不安定化しており、そのほかの結果においても共振を打ち消すことができず、大きく振動が出ている。このように、制御対象の変動を考慮することで、制御対象の変動時にも安定化及び性能を保証できていることがわかる。

以上より、変動を考慮した感度最小化手法を実現したことが確認でき、特に自由度の高いフルパラメトライズ制御器を用いた設計においてより有効性があることがわかった。

表 4.5: 制御器パラメータ  $\eta$

|                          | $\eta_4$ | $\eta_3$ | $\eta_2$ | $\eta_1$ |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|
| Considering perturbation | -0.396   | -1.088   | 0.396    | 0.431    |
| Minimizing $P_1$         | -0.414   | -0.974   | 0.472    | 0.378    |
| Minimizing $P_2$         | -0.407   | -1.109   | 0.401    | 0.421    |
| Minimizing $P_3$         | -0.422   | -1.203   | 0.400    | 0.478    |

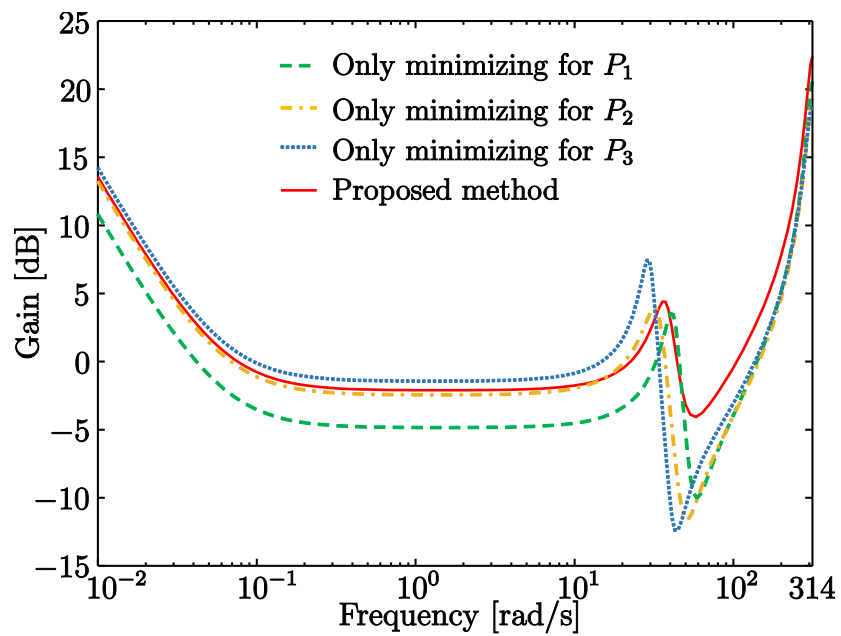


図 4.13: 各制御器のゲイン線図

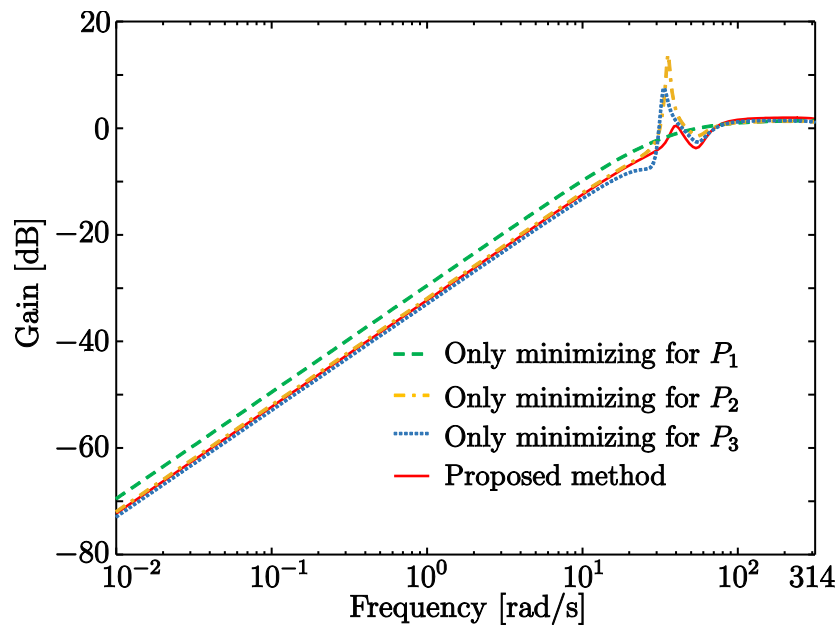


図 4.14:  $S_1$  のゲイン線図

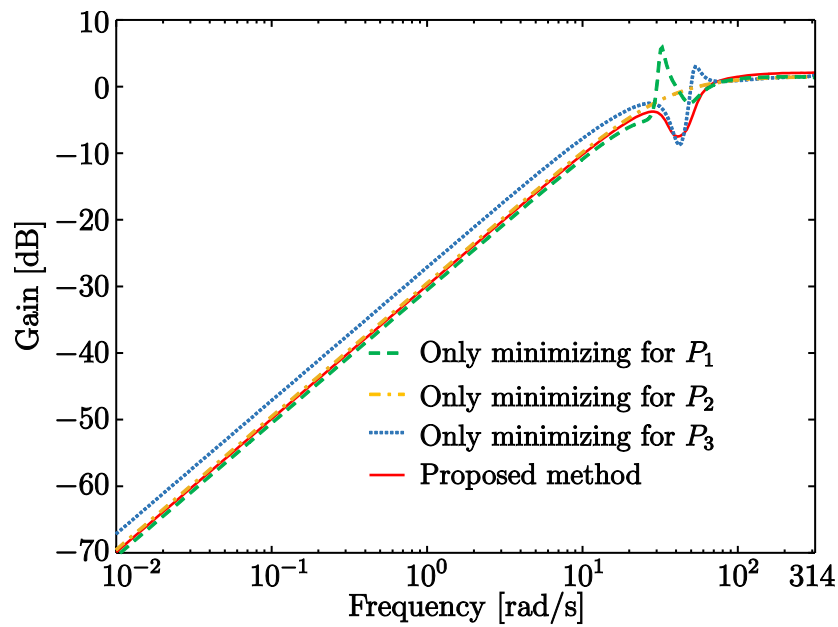


図 4.15:  $S_2$  のゲイン線図



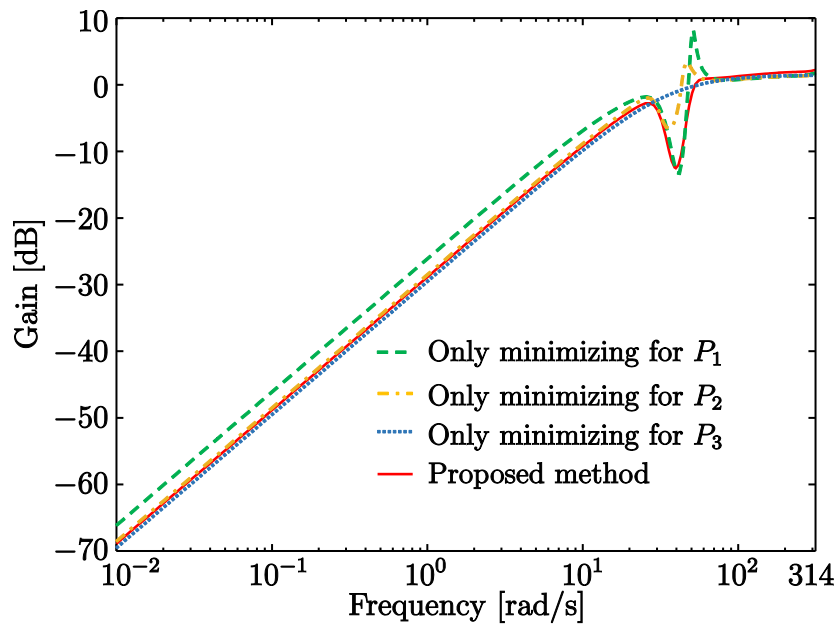


図 4.16:  $S_3$  のゲイン線図

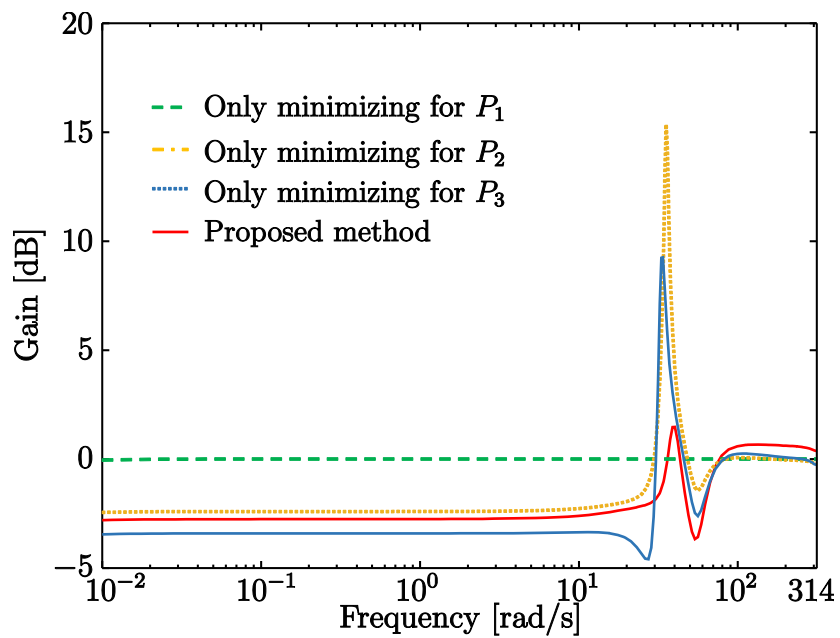


図 4.17:  $WS_1$  のゲイン線図

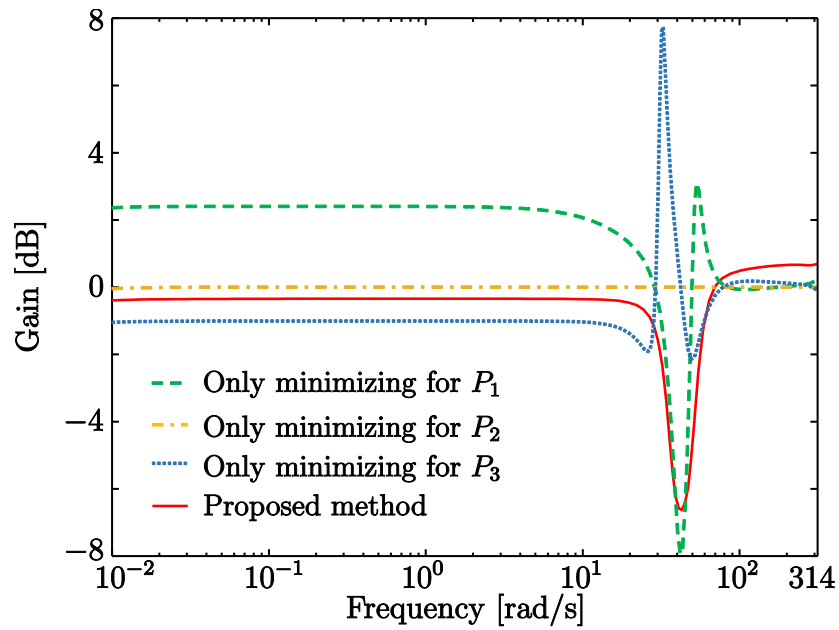


図 4.18:  $WS_2$  のゲイン線図

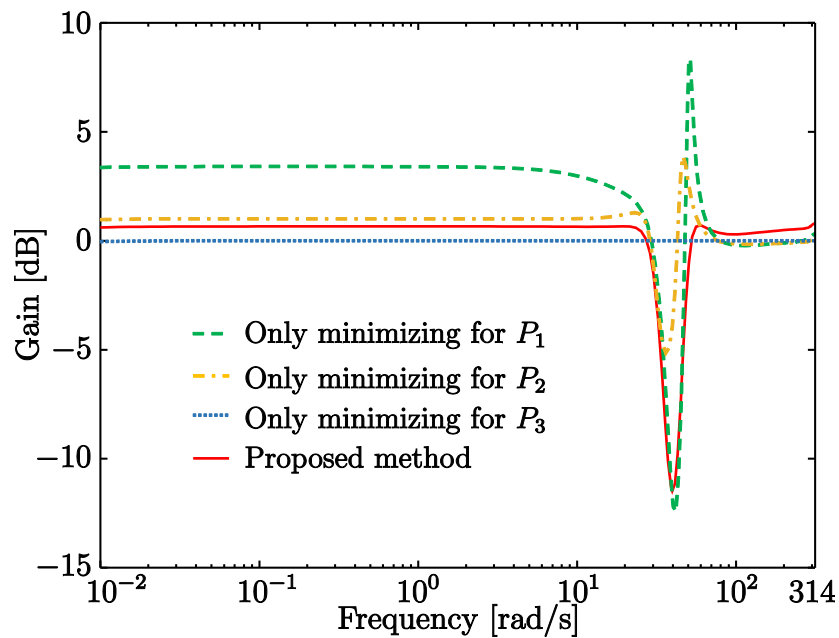


図 4.19:  $WS_3$  のゲイン線図

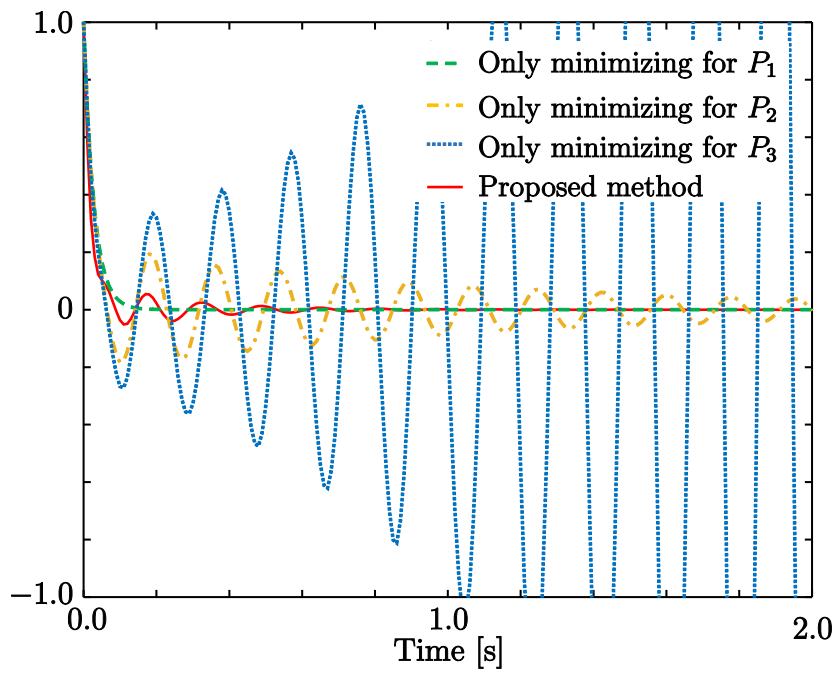


図 4.20:  $S_1$  の出力外乱に対する出力応答

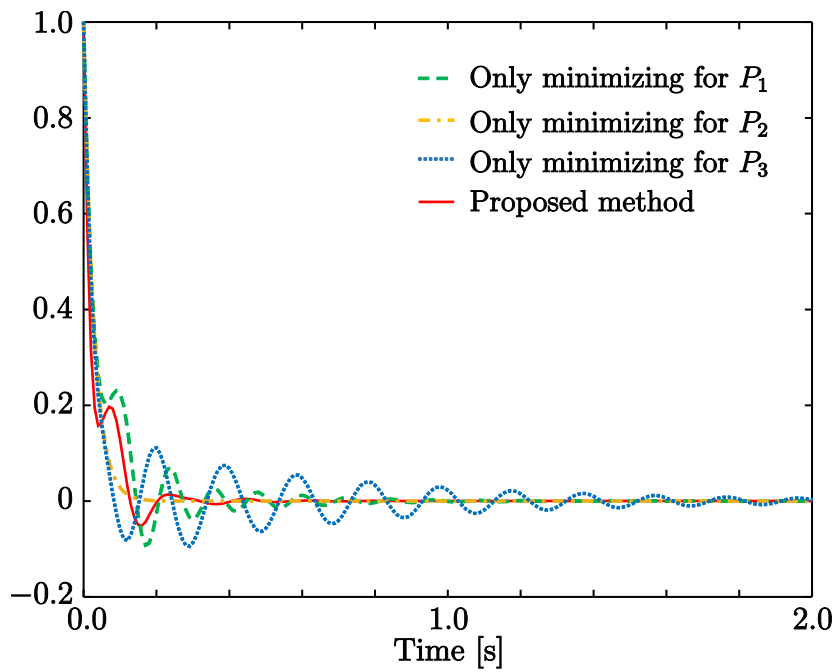


図 4.21:  $S_2$  の出力外乱に対する出力応答

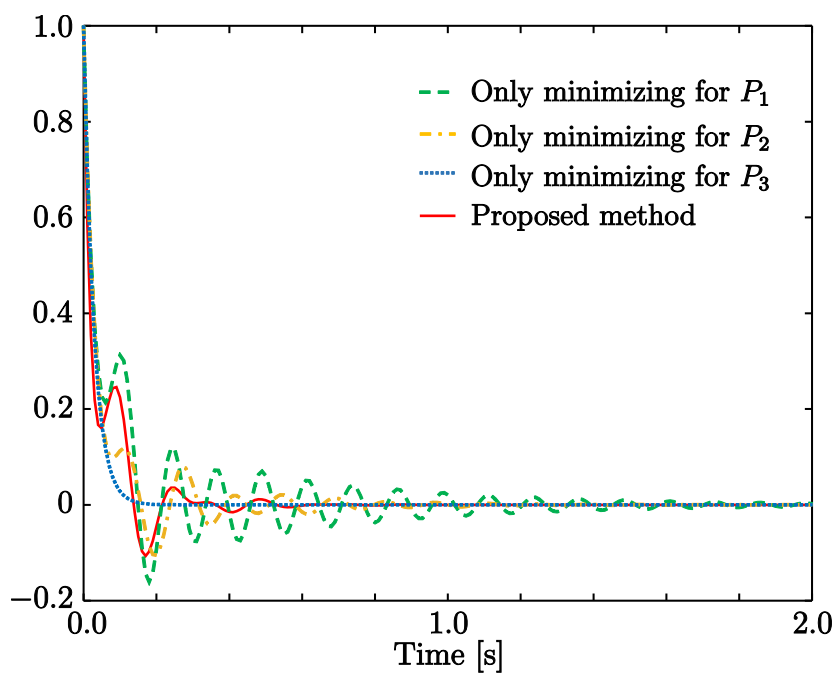


図 4.22:  $S_3$  の出力外乱に対する出力応答

## 第5章 結言

本研究では感度最小化のためのデータ駆動制御器設計法を提案した。本研究における主張は以下のとおりである。

まず、第一に制御対象の時系列データを用いることで、制御対象の数式モデルを介さず制御器を設計できる点にある。従来の制御器設計においては、精密な制御対象のモデル化を行った後、制御器設計という手順となる。それに対し、提案手法では制御対象のモデルを介さず、制御対象の時系列データを直接利用して制御器設計が可能である。そのため、設計を行う上でのモデル化誤差の影響を考える必要がなく、より設計者の労力の低減が期待される。

第二に、提案手法は多くのデータ駆動型制御器設計法とは異なり、モデルベース制御器設計法で扱われる  $H_\infty$  制御の設計問題を直接データを用いて記述している点である。従来のデータ駆動型制御器設計法の多くはモデル参照制御問題という望みの特性に近づくような制御器の設計問題を取り扱っており、有効性を示している。しかし、この設計法は望みの特性を持つ参照モデルの決定に煩雑さが存在する。制御対象の達成できる性能に対して参照モデルの決定が必要であり、本来望む性能に対してどこまで実現することが可能かというバランスを取る必要がある。それに対し、提案手法はモデルベース制御器設計法と同じく設計する制御器の閉ループ特性を実際に評価しており、参照モデルの決定の必要はない。そのため、従来のデータ駆動型制御器設計法の多くと比べ、設計を行う上での煩雑さが軽減されている。

第三に、任意次数の固定構造の制御器及びフルパラメトライズされた制御器のどちらを用いた場合においても非凸な設計問題となる感度最小化問題を凸最適化問題として設計できる点である。モデルベース制御器設計法では制御対象の次数に依存した制御器の設計は簡易に可能であるが、任意次数の制御器の設計となると非凸な設計問題となり、設計問題が複雑化する。それに対して、提案手法は任意次数の制御器の設計を凸最適化問題へと近似したことにより、そのような設計問題の複雑さを回避することが可能である。さらに、設計問題の近似を解の収束に伴い、元の評価式と一致し、近似誤差の影響も受けにくい。そして、その有効性は、二慣性共振制御装置を通じて、安定性について一部問題が残るものの、確認することができた。

今後の課題としては以下の点が挙げられる。まず、実機実験で得られた結果である閉ループシステムの安定性の問題である。3章の実験の考察で触れたが大きな要因として推定の誤差と推定点間の特性の変化を考えている。

推定点間の問題については、フィルタの数を増やすことで軽減することも可能であるが、フィルタの数を増やすと、設計問題の計算コストの増加に繋がる。実際にフィルタの数を1000個でプログラムを実行すると、いくつもの解範囲から最小値を見つける問題が困難であり、設計できないという結果が出る場合も存在し、またフィルタを増やしても不安定化する場合もあった。そのため、安易にフィルタの数を増やすことで解決できる問題では無く、推定点間の特性も考慮した設計を行う必要があると考えている。

推定の誤差の問題の解決に関しても一番直接的で簡易に行える対策として、実験で取得するデータの種類を変えることである。制御対象の同定の問題を考えても、制御対象から得られるデータは今回の実験で使用したステップ信号よりも、M系列信号やスイープ信号、マルチサイン信号など複数の周波数情報を含むデータを閉ループ実験で取得するなどして得る方がよりよい推定を得られる可能性は高い。しかし、これは提案手法がデータ駆動型制御器設計法であることを考えると解決策とはならない。たとえ、そのようにより良条件な実験データを得られる場合には、信頼度の高い制御対象の周波数応答が得られる。もし仮に、そのような周波数応答が得られる場合には提案手法で扱う設計問題は容易に周波数応答で記述することができる。そのため、本手法がデータ駆動型制御器設計法である意義が薄れてしまうのである。文献[8]などでも提案された手法においても、設計に用いるデータにステップ信号の過渡応答などを用いており、簡単に周波数応答の取得が困難な場合に有効なことを強調しており、本手法においても同様の利点を得ることは重要である。また、どのような実験データを用いるとより推定の精度が良いのか判断するのも困難となる可能性も高く、ステップ応答など簡易に得られるデータから設計可能である利点は大きい。以上より、推定精度の向上のみを考えるならば、より好条件な実験データを用いることが解決へと繋がるが、本手法の意義を考える上でこれは適した解決策とは断言できない。

また、シミュレーションにおいてはステップ信号とM系列信号を用いた場合で推定に違いがほとんど出ないことは確認している。そのため、取得データに含まれるノイズの軽減が推定精度の向上に繋がる可能性は考えられる。よって、データ駆動型制御器設計法で頻繁に用いられる相関法を本手法に導入することで解決できる可能性を検討している。

ここまでの検討事項は主に推定精度を向上を目的とした解決策であった。しかし、実験の考察で説明したように推定が正しいものでも不安定化する可能性があり、また、実験において完全に推定を行うことは様々な要因から現実的ではなく、推定の誤差が許容される値も重み関数の選択などから変動し、推定精度を限界まで向上したとしても、閉ループシステムが不安定化する可能性は十分に起こりえる。そこで、推定精度の観点ではなく、システムの安定性の観点から解決を検討した。まず、ひとつとして重み付き感度関数の推定精度に依らない新たな安定制約の導入が挙げられる。新たな安定制約を導入することで、推定に誤差が出ていたとしても、安定性は保証することが可能である。推定の誤差が発生していると感度最小化の観点から見るとあまり好ましくないが、本来、提案手法は重み付き感度関数の  $H_\infty$  ノルムさえ推定されていれば感度最小化の実現は可能であるので、感度最小化と安定性を別々に考えると、推定誤差の許容は大きく緩和されるため、閉ループシステムの安定性を保証するというだけでなく推定誤差に対する問題の緩和に繋がる。特に、シミュレーションの域ではあるが例えば、制御対象の共振に対し、点間の特性が大きく異なる場合や推定に誤差がある場合でも、感度最小化が繰り返し行われる間に、その共振の特性を抑えるように制御器が設計されるため、点間の特性は近づく傾向にあり、評価している周波数区間の特性があまり変化しないので推定の精度も向上する傾向がある。よって、不安定化の問題さえ解決されれば繰り返し最適化により推定精度及び点間の考慮も容易になる傾向がある。ただし、制御対象のデータのみを用いて安定性を評価することはかなり困難な問題であり、現状策は考えれていない。

また、直接的な解決策ではないが設計問題の変更が挙げられる。本手法で扱う感度最小化問題は基本的にハイゲイン化が求められる設計問題であり、円盤を飛び越えて制御器ゲインを大きくするように更新がされやすい。そのため、感度最小化以外の問題を扱うにおいては、不安定化しにくい可能性がある。もちろんこれは安定性の問題が直接解決されるわけではないが、不安定化しやすい設計問題を扱わないことで、多少の推定誤差や点間の影響を緩和することは可能となる。本手法では  $H_\infty$  ノルムで評価される設計問題ならば扱うことが可能であるので、例えば混合感度問題を扱うことを考える。混合感度問題の設計問題は (5.1) 式の制約を満たす最小の  $\gamma$  を与える問題である。

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (5.1)$$

この問題を考えることで単純に感度関数を最小化するだけでは  $\gamma$  が小さくならず、円

盤を飛び越えて不安定化して感度最小化を実現する可能性が低くなるのではないかと考えている。さらにこの問題は対ノイズ特性を評価しているため、閉ループシステムのノイズに対する抑圧特性にも設計者の要求を反映させることができる。また、ロバスト安定条件でもあるため、得られた推定の不確かさに対しても  $W_2$  によって考慮することができ、不安定化する可能性の低減できるのではないかと考えられる。この設計問題は、現在の設計問題に、現在の制約式に用いるデータを少し変更するだけで、簡単にデータのみを用いて固定構造制御器、フルパラメトライズ制御器のどちらも制約式を記述することは可能である。よって、設計問題の変更によって、不安定化する可能性を低減することも今後の方針として考えられる。

以上が安定性についての問題と現在考えられる解決案である。ここで、安定性についての課題である制御対象が安定でない不安定な極零相殺が発生する問題にも触れておく。もし、先ほど検討したように異なる安定制約を導入する場合にはこれを考慮したものが望ましい。そして、現在の安定性の議論と同じ考えを用いる場合、解決策としては制御器の零点を安定なものだけに限定する制約を付加するのが一番簡単である。それを実現するひとつの案として制御器構造を (5.2) 式のように定義する方法がある。

$$C(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}, \alpha) = \frac{\alpha(z^{n_1} + \rho_{n_1}z^{n_1-1} + \cdots + \rho_1)}{(z^{n_2} + \eta_{n_2}z^{n_2-1} + \cdots + \eta_1)\varphi(z)} \quad (5.2)$$

そして、前回のパラメータ  $\alpha_{k-1}$  に固定し  $\boldsymbol{\rho}_k$  を調整パラメータとして最小化を行い、次に  $\boldsymbol{\rho}_{k-1}$  を固定し、 $\alpha_k$  を調整パラメータとして最小化を行う手法である。このとき  $\tilde{C}(\boldsymbol{\rho}_k)$  を (5.3) 式のように定義し、提案手法中に用いた制御器の安定制約を用いることで制御器は不安定零点を持たないことが保証される。

$$\tilde{C}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{z^{n_1} + \rho_{n_1}z^{n_1-1} + \cdots + \rho_1} \quad (5.3)$$

よって制約式を設計問題に組み込むことで制御対象が不安定極を持つ場合にも不安定な極零相殺を起こすことが無く、不安定な制御対象に適用が可能となる。ただし、この制御器構造を用いると CCCP を用いた際の繰り返しだけでなく双線形性を利用した繰り返し加わり解の収束に影響を与えてしまい、また、 $\alpha$ 、 $\boldsymbol{\rho}$  のどちらをパラメータとして最適化を行う場合も CCCP の線形近似が必要となり、得られる解の最適性を考えると、局所最適値が得られてしまう可能性が高まる問題がある。また、不安定零点を持たない制約を付加した場合、制御器自体の自由度を限定してしまうこととなり、十分な感度最小化が実現されないという問題も起こりえる。そのため、不安定極を持たない制約式を簡易に設定すること自体は十分可能であるが制約を導入することによる



解の最適性と自由度の低下を考えると、この問題はとても煩雑なものになることが予想される。

最後にフルパラメトライズ制御器の設計に必要な  $\phi(z)$  の選定の問題について示す。まず、最初に言えることとして、提案手法で考えられている式において  $\phi(z)$  は相殺されていることにより、どのような値としても設計には影響はない。しかし、本手法では有限長のデータを用いて設計を行うため、必ずしも影響がないと断言できない。例として、推定精度の向上のために使用しているバンドパスフィルタを用いている (2.9), (2.10) 式を見ると、2つの式は同じバンドパスフィルタが分母分子ともに存在するため、式上では完全に同じ式である。しかし、この2つの式を用いて得られる推定の結果は大きく異なる。これは、有限長のデータを用いているため、本来評価すべき (2.8) 式の部分集合しか推定できていないことに起因する。よって、式上では相殺されるはずの  $\phi(z)$  が推定の精度に影響を与える可能性も十分にありえる。現状、 $\phi(z)$  の最適な構造は見つけてはいないが、全バンドパスフィルタの通過域のゲインが大きく変化しないように設計に用いる周波数域においては大きくゲイン変化しないことが望まれると考えている。ただし、ここまでの議論はあくまで推測の域をはず、理論的に証明される条件ではないため、断定はできず  $\phi(z)$  の選択について今後より検討するべきである。本論文の全シミュレーションおよび実験においては  $\phi(z) = z^{n_2+n_3}$  として与えており、設計に用いる周波数であまりゲイン変化しないものを用いている。シミュレーションにおいて固定構造制御器の場合と推定の誤差が大きく発生したことはなく、実機実験においても固定構造制御器ほぼ同じ特性の制御器を設計したことより、この選択において大きな欠陥が見つかった例は現状存在しない。

## 参考文献

- [1] K. Glover and J. C. Doyle: “State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_\infty$  norm bound and relations to risk sensitivity”, *Systems & Control Letters*, Vol.11, No.8, pp.167–172 (1988)
- [2] P. Gahinet and P. Apkarian: “A linear matrix inequality approach to  $H_\infty$ -control”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol.4, No.4, pp. 421–448 (1994)
- [3] M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savaresi: “An application of the virtual reference feedback tuning method to a benchmark problem”, *European Journal of Control*, No.9, No.1, pp.66–76 (2003)
- [4] M. C. Campi, A. Lecchini, and S. M. Savaresi: “Virtual Reference Feedback Tuning: A Direct Method for the Design of Feedback Controllers”, *Automatica*, Vol.38, No.8, pp.1337–1346 (2002)
- [5] 石将崇・弓場井一裕・矢代大祐・平井淳之: 「モデルフリー制御器設計法による感度制約を用いた感度関数の整形」, 電気学会産業計測制御研究会論文集, pp.19–24 (2013)
- [6] A. Karimi, K. v. Heusden and D. Bonvin: “Noniterative Data-driven Controller Tuning Using Correlation Approach”, *Proc. of European Control Conference*, pp.5189–5195 (2007)
- [7] M. G. Safonov and T. C. Taso: “The unfalsified control concept and learning”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-42, No.6, pp. 843–847 (1997)
- [8] 佐伯正美・濱田修・和田信敬: 「バンドパスフィルタを用いた反証に基づくPIDゲインの調整」, システム制御情報学会論文誌, Vol.20, No.8, pp.347–354 (2007)

- [9] M. Saeki: “Model-free PID controller optimization for loop shaping”, *Proc. of the 17th IFAC World Congress*, Vol.41, No.2, pp.4958–4963 (2008)
- [10] M. Saeki and Y. Sugitani: “Partial tuning of dynamical controllers by data-driven loop-shaping”, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol.4, No.1, pp.71–76 (2011)
- [11] 佐伯: 「過渡応答データに基づく PID 制御器の直接設計」, 電学論 C, Vol.131, No.4, pp.722-725 (2011)
- [12] M. Saeki: “Data-driven loop-shaping design of PID controllers for stable plants”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol.28, No.12, pp.1325–1340 (2013)
- [13] 相馬将太郎・金子修・藤井隆雄: 「一回の実験データに基づく制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ—Fictitious Reference Iterative Tuning の提案」, システム制御情報学会論文誌, Vol.17, No.12, pp.528-536 (2004)
- [14] 金子修・宮島健・山本茂: 「全状態オブザーバを併用した積分型サーボ系に対する制御器とモデルの FRIT ベースド同時更新」, システム制御情報学会論文誌, Vol.27, No.3, pp.122-131 (2014)
- [15] A. V. Yullie: “The concave-convex procedure”, *Neural Computation*, Vol.15, No.4, pp.915–936 (2003)
- [16] Toh, Kim-Chuan, Michael J. Todd, and Reha H. Tutuncu: “On the Implementation and Usage of SDPT3 - A Matlab Software Package for Semidefinite-Quadratic-Linear Programming, version 4.0”, *Handbook on semidefinite, conic and polynomial optimization. Springer, Boston, MA*, pp.715–754 (2012)
- [17] 羅正華・劉康志: ロバスト最適制御, コロナ社 (1997)
- [18] W.S. Lu: “Design of Stable Minimax IIR Digital Filters Using Semidefinite Programming”, *Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp.355–358 (2000)
- [19] K. Zhou J. Doyle and K. Glover: “Robust and Optimal Control”, Prentice Hall (1995)

# 謝辞

本研究の実施ならびに修士論文執筆に際し、研究の方向づけから詳細に至るまで、忍耐強くご指導いただきました三重大学大学院工学研究科教授 平井 淳之先生，同大学教授 駒田 諭先生，同大学准教授 弓場井 一裕先生，同大学助教授 矢代 大祐先生に心より感謝申し上げます。弓場井 一裕先生は、研究の進捗状況や学会発表、投稿論文などにおいて自分の考えが足りなかった点を厳しくご指摘頂き、また、知識不足だった点を補って頂きました。そのような日々のご指導のおかげで、投稿論文や学会発表では発表賞も頂くことができ、深く感謝申し上げます。

平井 淳之先生には、検討会や研究室生活の各場面で大変貴重な意見を頂きました。特に、就職活動では社会人としての様々なアドバイスを頂きました。平井 淳之先生のお力添えのおかげで、今の自分があると思います。本当に深く感謝いたします。

本研究の遂行および修士論文の作成にあたり、日々の検討会、そして副査として貴重なご意見を頂きました同大学教授 石田 宗秋先生，同大学助教授小山 昌人先生に深く感謝申し上げます。お二方には、学内の発表会で様々な意見を頂き、自分の研究の問題点などを見つめる大変貴重な機会となりました。

本研究の遂行にあたり、グループの先輩として親切なご指導をくださいました青木 翔吾氏，竹若 恵太氏及び後輩として共に研究を進めてきた伊達 宗充君，柳川 晃佑君，前田 合喜君に心より感謝いたします。研究室での生活を共に送り、時には競い合い、時には励まし合い研究を遂行してきた同期の山本 直輝君，宇佐美 朋大君に感謝します。最後に、多くの協力をしていただき、研究生活を充実させてくれた電機システム研究室の皆さんに深く感謝致します。

皆様の今後一層のご活躍をお祈りいたしております。最後に、大学への編入学，大学院への進学を含め、私生活から学生生活を支援して頂いた家族に心から感謝します。

# 論文目録

## 投稿論文

- (1) 堀智貴, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭: 「非反証制御に基づく感度最小化のためのデータ駆動型制御器設計」, 電気学会論文誌 C(電子・情報・システム部門誌), Vol.137, No.10, pp.1364–1372, 2017

## 国際会議

- (1) T. Hori, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Data-Driven Controller Tuning for Sensitivity Minimization”, *Proceedings of 2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, pp. 132–137, 2016. 11
- (2) T. Hori, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Sensitivity Minimization Based on Input/Output Data”, *Proceedings of International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU*, 2P7, pp. 1–6, 2016. 12
- (3) T. Hori, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Fully Parametrized Data-driven  $H_\infty$  Controller Tuning for Sensitivity Minimization”, *Proceedings of International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU*, 1O2, pp. 7–12, 2017. 12
- (4) T. Hori, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Fully Parametrized  $H_\infty$  Controller Tuning for Sensitivity Minimization Using Input/Output Data”, *Proc. of the 4th IEEEJ international workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization*, (2017.3 発表予定)

## 学会発表

- (1) 堀智貴, 川戸裕貴, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭: 「感度最小化のためのデータ駆動型制御器設計」, 平成 28 年電気・電子・情報システム部門大会講演論文集, pp.21–26, 2016. 8

## 第 5 章 結言

- (2) 堀智貴, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭:「安定性を考慮した 4SID 法に基づく制御器の直接設計」, 平成 28 年度電気電子情報関係学会東海支部連合大会講演論文集, A2-2, 2016. 9
- (3) 堀智貴, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭:「ロバスト性を考慮した感度最小化のためのデータ駆動型制御器設計」, 電気学会メカトロニクス制御研究会資料, MEC-17-021, pp. 33–38, 2017. 12