

# 実証的データを用いた「データの分析」の構成主義的学習<sup>†</sup>

## — グラフ関数電卓を利用して —

田中 伸明\*・田中 賢治\*\*

平成 25 年度より実施された高等学校学習指導要領において、数学科「数学 I」の学習内容として、「データの分析」が導入された。「データの分析」は統計学の基礎となるものであり、現実の事象を数学的に考察し、生徒の思考力や判断力を養うために不可欠な学習内容である。学習指導要領には、「データの分析」の目標は、「統計の基本的な考えを理解するとともに、それを用いてデータを整理・分析し傾向を把握できるようにする。」と記されている。

本稿はこの「データの分析」の学習において、様々な実証的データを用いて、現実の事象を数学的に捉え、考えさせる授業実践をもとにした、構成主義的な学習方法についての研究報告である。実際の学習指導にあたってはグラフ関数電卓を利用し、グループによる協同学習の手法を取り入れている。

キーワード：高等学校、数学 I、データの分析、実証的データ、構成主義、グラフ関数電卓

### 1. はじめに

#### (1) 高等学校数学 I 「データの分析」について

平成 25 年度より本格実施された高等学校学習指導要領において、数学科 I の内容は「数と式」、「図形と計量」、「二次関数」、「データの分析」の四項目となった。「データの分析」は、従前の学習指導要領の数学 B において取り扱われていた内容であるが、これが数学 I に採用され、必修科目として学習すべき内容となったことは意義深い。数学 I の目標は学習指導要領において次のように記されている。

「数と式、図形と計量、二次関数及びデータの分析について理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察する能力を培い、数学のよさを認識できるようにするとともに、それらを活用する態度を育てる。」<sup>1)</sup>

つまり、学習者の数学的な考え方の基礎を培うこと、さらには、学習した内容を一過性のものとせず、それを活用する態度を育てることが目指されているのである。そのために、筆者は、「基礎的な知識の習得と技能の習熟」を図るための学習方法を探索することが重要であると考える。

#### (2) 「データの分析」の学習の意義

数学 I の「データの分析」を学習するにあたって、まず統計学の基礎となる入門的な内容であることを認識し、単なる知識の習得ではなく、実践的な活用を前提とした学習となるように留意すべきである。「データの分析」

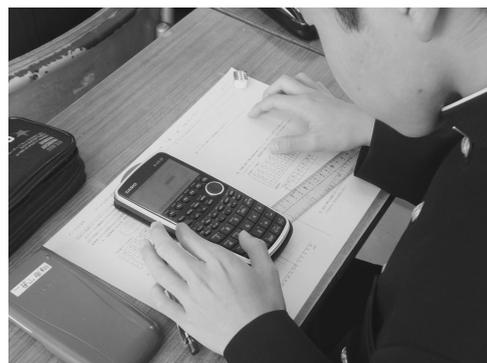
の学習目標として、学習指導要領には次のように記されている。

「統計の基本的な考えを理解するとともに、それを用いてデータを整理・分析し傾向を把握できるようにする。」<sup>2)</sup>

まず「統計の基本的な考え」とは何かを明確にし、「データを整理・分析」するための手法を具体的に示さなければならない。その上で、授業において、いかに学習者にアプローチするかを検討する必要がある。

情報化社会である現代において、溢れるデータをいかに処理し、これを分析し、その有用性を高めるかということは、あらゆる社会的場面において必要とされる。学習者がそのために、「データの分析」に関する知識や手法を正しく学び、理解することは、個々の能力を高めるだけでなく、社会全体の利益へとつながる。

本研究はこの「データの分析」の学習方法について、実証的なデータを用い、学習方法として構成主義的な学習方法を採用した。さらに実践においてグラフ関数電卓を利用し、その学習効果の検証を行うものである。



グラフ関数電卓を利用した学習の様子

\* 三重大学教育学部数学教育講座

\*\* 三重県立鳥羽高等学校数学科

## 2. 「データの分析」の学習指導

「データの分析」の学習指導の実践として、平成24年度に伊勢工業高等学校において行ったものについて述べる。これは、新学習指導要領の先行実施の中で、研究実践を行ったものである。

### 数学I「データの分析」の学習指導案

#### ○学習計画

1. 代表値 平均値・最頻値・中央値 (1時間)
2. 散布度 四分位範囲・箱ひげ図 (2時間)
3. 散布度 分散・標準偏差 (2時間)
4. 練習 グラフ関数電卓を用いた練習 (1時間)
5. まとめ 分析の実践 [公開授業] (1時間)
6. 期末テスト 2学期期末テスト (1時間)
7. 相関関係 散布図と相関関係 (2時間)

#### ○公開授業 (第7時)

期 日：平成24年11月27日

場 所：伊勢工業高等学校

内 容：数学I「データの分析」における  
グラフ関数電卓を用いた指導

使用教科書：『新版 数学I』<sup>3)</sup> 実教出版

使用機器：グラフ関数電卓 (CASIO fx-CG 20)、  
プロジェクター (CASIO XJ-M 155)

#### 展 開 案

	学習活動	指導内容	指導上の留意点	評価
導 入  5 分	分析の実践について、本時の目標を理解する  機械科の実習データについて理解する	本時の目標と機械科の実習データに関する説明を行う   ボールベアリング	ベアリングについて説明を行う (写真利用)  電卓の積極的利用を指示する	目標の理解と問題に対する関心・意欲
展 開 ①  20 分	A社のデータをもとに、度数分布表を作成し、ヒストグラムをかく 5数要約を求め、箱ひげ図をかく  プリントを作成した後、グラフ関数電卓を用いてデータ入力を行い、箱ひげ図やヒストグラムを表示し確認する	度数分布表とヒストグラム、5数要約と箱ひげ図を完成させた後、その関連性を考察させる  各自がプリントにかいた図とグラフ電卓により表示された図を比較し確認させる	2名に1台のグラフ電卓を用いて入力とグラフ作成を行う  プロジェクター表示も行う	データ分析に取り組む態度  図を正確にかく技能と表現  作成した図に対する意味の理解
展 開 ②  20 分	データをもとに、平均、分散、標準偏差を求める  B社のデータについて、5数要約と箱ひげ図を完成させる	データをもとに、平均、分散、標準偏差を求めさせる  B社のデータについて、5数要約と箱ひげ図を完成させる	平均、分散は全データから計算するように指示する  B社について、時間があれば同様に計算させる	平均、分散、標準偏差についての正しい知識と理解
ま と め 5 分	A社とB社の分析結果を比較し、どのようなことがいえるか考察する	A社とB社の分析結果を各自に考えさせるとともに、考えられることを自由に記述させる	周囲の生徒と相談してもよいことを伝え、自由に考察させる	分析結果に対する思考と判断力

板書計画



この実践における学習目標は、「代表値や散布度について意味を理解し、それらを用いてデータの分析を行い、その傾向を把握し説明すること」とした。また用いるデータは、工業高等学校において実際に使用している、金属部品であるボールベアリングの実測値を利用した。学習のねらいとして、経験に基づくデータの測定値から事象を分析し、仮説を立て、事物の真偽を判断することができることを目標としている。

また学習の中で少人数のグループ学習を取り入れ、構成主義的な学習方法を導入した。同時にグラフ関数電卓を利用することにより、より正確で、客観的な数学的思考ができるように学習を進めた。これらの内容の詳細は以下の項に述べる。

## 3. 実証的データの探索と学習効果

### (1) 実証的データについて

実証とは「確かな証拠に基づいて証明すること」<sup>4)</sup>であり、実証的データとは確かな証拠に基づいて正しく測定されたデータである。実証的なデータを用いることにより、現実の事象を目前にして、これを生きたデータとして捉えることができ、分析の意義が深まるとともに、現実世界を正確に把握するよい機会となる。またこれにより学習者の学習意欲が高まり、新たな知見を開く契機ともなる。

### (2) 実証的データの探索

教科書には一般的に扱いやすいデータが記載されていることが多いが、データ量が少なく、説明のためだけに用いられており、実証的とはいえない場合が多い。おそらくこれは、現実の様々な事象を有為なデータとして捉えるためには、それなりのデータの“量”が必要であり、教科書で扱うには紙面不足と、説明が冗長になるためだと思われる。

しかしながら、「データの分析」を「活用する態度」を養うために、現実世界の実証的なデータを扱わなければ、本来的な統計学の意味を知ることができないであろう。そのためにも実証的なデータが必要であり、教育的に扱いやすく、学習効果のあるデータの収集が必要となる。

現在はインターネットを通じて様々なデータが手に入るが、これを実際の授業で扱うにはその膨大なデータから何をとり出すか、またそこから何を読み取るかについて、事前に調査し準備する必要がある。やみくもにデータを探しても、教育的に有用性のあるデータを取得することは思いの外難しい。

できるならば、学習者の実生活に関連し、興味や関心を持つことができ、分析過程においてデータの持つ意味が明らかになるものが理想的である。指導者はそのようなデータを十分に吟味し、学習の場に提供する必要がある。

(3) 実証的データを用いた学習効果

この実践においては工業高等学校において、生徒が実測したデータを用いて学習を行った。データの処理をしやすいように、多少の加工を行ったが、生徒が実測したデータをそのまま採用した。具体的にはボールベアリングの外輪巾を、電気マイクロメータにより測定したデータを教材とした。電気マイクロメータにより、 $1\mu\text{m}$  ( $=10^{-6}\text{mm}$ ) 単位の精度で測定することができ、測定結果は実用に足る信頼度がある。



マイクロメータによる測定



ボールベアリング

このように自らが実測したデータをもとにすることにより、生徒の学習態度が実践的となり、その分析の意義が高まる。またデータの結果から何が読み取れるかを考えさせ、実際にその製品を会社として購入する場合を想定して、データを比較、検討し、現実の判断につなげることができる。実証的なデータを用いることは、生きた現実との関わりを教育の場において示す格好の機会となる。

次に示すのは実際に使用した授業プリントである。これは実測したデータをもとに、その計算処理とグラフを作成しやすいように工夫したものである。

4. 構成主義的学習の実践

(1) 構成主義とは

教育理論において「構成主義の理論」は「客観主義の理論」と対比して述べられることが多い。久保田賢一(2000)は、次のように述べている。

データの分析 ～データ分析の実践～

【分析の実践】ボールベアリングの外輪巾調べ (機械科「計測実習」のデータより)  
 次のデータは機械科3年生の計測実習において計測された数値である。  
 A社の50個のボールベアリングの外輪巾を電気マイクロメータで計測し、その製品の基準値である10.000mmからの偏差を調べると次の表のようになった。  
 (「0」は基準値である10.000mmに等しいことを意味する)

[計測データA社]

-10	-9	-9	-8	-8	-7	-6	-5	-4	-3
-3	-3	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1
-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	2	2	3	3	3
4	5	5	5	6	6	7	7	8	9

単位:  $\mu\text{m}$  (マイクロメートル  $1\mu\text{m}=10^{-6}\text{m}$ )

軸受 (じくうけ, bearing) とは機械要素のひとつで、回転または往復運動する相手部品に接して荷重を受け、軸などを支持する部品。すべり軸受の「バビツトメタル」、転がり軸受の「ボールベアリング」などがある。

(1) データから次の度数分布表を作成し、ヒストグラムをかきなさい

階級	度数
-10, -9	
-8, -7	
-6, -5	
-4, -3	
-2, -1	
0, 1	
2, 3	

階級	度数
4, 5	
6, 7	
8, 9	
合計	50

(2) 最大値、最小値、四分位数  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  を求め、5数要約を完成しなさい

	最小値	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	最大値

(3) 5数要約をもとに箱ひげ図をかきなさい

使用した教材プリント (一部)

「客観主義の理論は教授に重点が置かれ、(中略)生徒への知識・技能の伝達を効率的に行うことに関心が払われる。一方、構成主義の理論では、学習に重点が置かれ、学習者を取りまく社会的な状況、実際の日常生活に関連する意欲、他社との相互作用などの実体験を通して学習することに関心が払われる。」<sup>5)</sup>

さらに、久保田は、構成主義的教育理論における重要な視点は以下の3つであるとしている。

「①学習とは学習者自身が知識を構築していく過程である。②知識は状況に依存している。③学習は共同体の中での相互作用を通じておこなわれる。」<sup>6)</sup>

このような構成主義的教育理論に基づき、数学的な思考力と知識・技能の習得を、学習者自身が共同体(クラス)の中で構築することを目指し、本研究を進める。実践においては、グループ(二人)学習を適宜取り入れることにする。学習者の相互作用が働き、自らの経験を通して、学習成果が一人ひとりの中に「構成」されることが期待できるからである。

(2) 「データの分析」における構成主義的学習

構成主義にもとづく学習環境デザインにおいて、そのガイドラインの一要素として、「本物(authentic)の問題状況をデザインする」<sup>7)</sup>ことが必要とされる。「データの分析」において「本物の問題状況」を設定することは、最も似つ

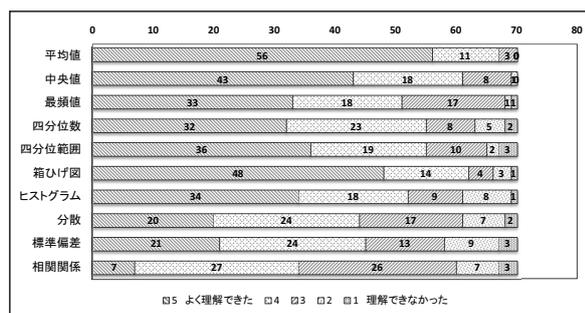
かわしく、多様な問題を考える中で不可欠かつ有用である。

例えば、今回の研究において例示している“ボールベアリングの外形巾の測定値”という問題設定は工業製品に興味のない人は何の関心も示さないかもしれない。しかし、この測定値とその分析結果が、生徒自身が将来働く場において、「ものづくり」の成果や製品の経済的効果に関わるならば、これに意義を感じないことはあり得ない。扱うデータが本物 (authentic) であればこそ、社会の誰しものがこれを無視することはできないのであり、教育の場においてもこのことは変わらない。だからこそ、学習のために提供するデータは本物 (authentic) である必要がある。

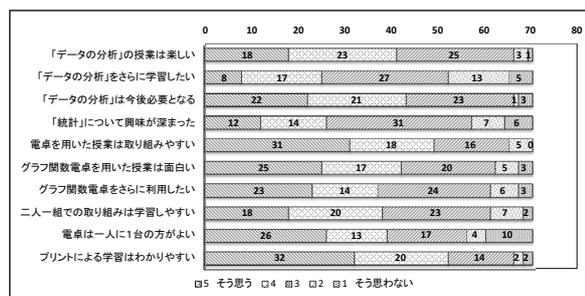
問題をデータ処理するとき、曖昧な結果を生むことも多々ある。そのような場合、得られた曖昧さに対し、それをどのように意味づけて、実社会に活かすかということが求められる。この点において、構成主義に基づき、学習者がクラスの中で意見を交換し、自らの力で結論を出すことが学習において重要な意味を持つ。自ら分析し、意見を出し合い、その結果としての成果や知見を共同体 (クラス) の中で構築するのである。

### (3) 生徒のアンケートより

「データの分析」の授業において、学習内容や学習方法などについてアンケートを行った。以下に今回の研究授業における生徒のアンケート結果を示す。学習内容の理解度については、「データの分析」の中で学ぶ数学的な知識の理解度を、授業についての感想については、授業に取り組む姿勢や意欲などについて問うた。回答数は70人で、表中の数字は人数である。



学習内容の理解度 (回答 70 人)



授業についての感想 (回答 70 人)

### [生徒の自由記述より]

- 授業で二人一組だとわからないところなど教えあえるのでとてもわかりやすい。
- グループで意見を出し合うとお互いに解答が確認できるのでよかった。
- グラフ関数電卓を使った授業が楽しかった。さらに上の機能がある電卓に驚いた。
- 分散と標準偏差は面倒な計算だと思ったが、計算のコツが分かって理解ができるようになった。

今回の授業においては、二人一組のグループ学習をベースにして学習を行い、時には四～五人の人数で相談し、クラス全体場で発表も行った。グループで取り組んだ方が、問題に対する結論を導こうとする態度に積極性が見受けられた。また、グラフ関数電卓に関しても、複数で相談した方が理解や習得が早いことが分かった。常に人と相談できる学習環境の中で、自分の意見を表明する機会を設けることが知識の構成を促すのである。学習者自身がより積極的に活動を行うことにより、学習に対する自信と発展性のある学習態度が身につくのである。

## 5. グラフ関数電卓の効果的な利用

### (1) グラフ関数電卓の学習効果

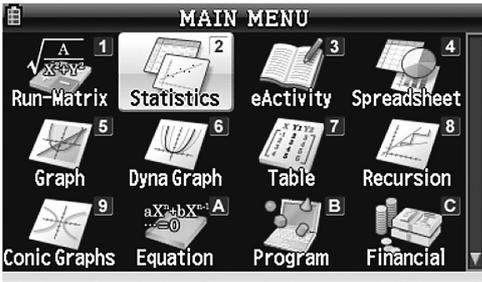
今回利用したグラフ関数電卓はCASIO fx-CG 20という製品である。これは従来の関数電卓を多機能化し、より精細なグラフ描画ができる。また統計処理においても機能的で、その結果を簡単に表示することができ、学習効果の向上が期待できる。「データの分析」で新たに導入された箱ひげ図やヒストグラムなどのグラフも作成することができ、数学 I の学習において最適な機能を有しているといえる。

授業においては、グループ (二人) 学習を促進するため、二人に一台の電卓を用意した。ただし、生徒は手持ちの簡易な電卓を持っているので、その使用は自由にさせ、グラフ関数電卓の機能を必要とするときは協同学習を意識的に行わせた。

グラフ関数電卓は、様々なグラフを簡単に作成することができる。すなわち測定したデータを、すぐに手元でグラフ化し、箱ひげ図やヒストグラムに表し、同時に平均・分散・標準偏差などを確認することができる。数学的思考とともにデータの処理を行い、これをスムーズに視覚化することで、データの分析と問題解決のための数学的思考と探求が促進される。



CASIO fx-CG 20



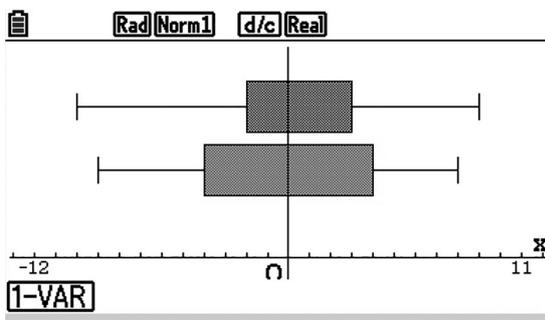
メニュー画面

(2) 「データの分析」における効果的な利用方法

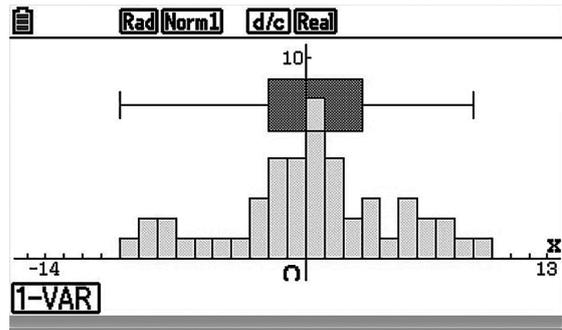
数学Ⅰの「データの分析」において、まず利用しやすいのは箱ひげ図とヒストグラムである。実際にグラフ関数電卓を使用した様子を以下に示す。

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	A	B		
1	-10	-9		
2	-9	-9		
3	-9	-9		
4	-8	-8		

表計算画面



箱ひげ図



ヒストグラムと箱ひげ図

箱ひげ図を用いれば、複数のデータを同時に重ねることができ、これらを比較することにより、データの状況の分析が容易になる。統計データは単独では意味をなさないことが多いが、比較対照することでデータの特徴や変化が理解できるのである。また、同じデータに対し、箱ひげ図とヒストグラムを表示することにより、データの散らばりや状況が多角的に理解できる。平均・分散・標準偏差などの計算値についても、単にその計算結果だけでは意味を読み取り難いが、これらのグラフとともに比較し検討することで、数値がどのような意味を持つかを理解できるようになる。

また「データの分析」の内容として、相関図や相関係数などの複雑な計算を要する場合に、グラフ関数電卓は最も力を発揮することになる。教科書においては、手による計算を前提とするため、データの量がせいぜい10個から20個程度の場合が多い。しかしながら、現実世界において、本格的にデータを分析するためにはもっと多くのデータが必要である。そのようなデータを教室において直接的に扱うために、グラフ関数電卓は最適である。またそのような学習作業を行う場合、二人以上のチームを組んで、学習を進める方が効率的で効果的である。

(3) グラフ関数電卓の積極的な利用

グラフ関数電卓の利用価値は高く、高等学校の数学の学習において利用できる場面は多い。数学は紙と鉛筆だけでできると言われるが、数学は人間の脳内の抽象的な数概念に基づき行われる学問であることは間違いない。しかしながら、膨大なデータを同時に扱う場合や、複雑な計算を即座に行いたい場合は、コンピュータなどの利用は不可欠となる。その意味においてグラフ関数電卓は最も教育の場に適したツールであり、高い教育効果も期待できるのである。

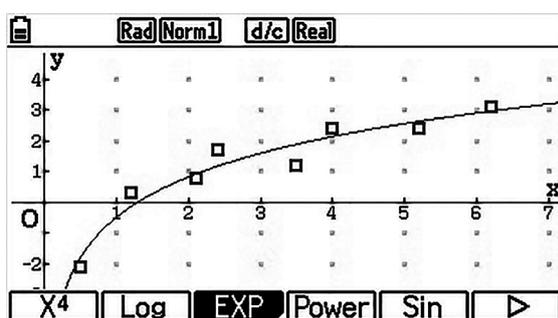
グラフ関数電卓を活用すれば、「データの分析」のみならず様々な場面で、構成主義的な学習構想が容易なものとなる。

例えば、数学Ⅱの「指数・対数」である。ここでは、「本物 (authentic)」にこだわろうとすれば、べき乗などの巨大な数値を扱ったり、常用対数や自然対数などの

数学定数を用いたりしなければならぬ。このため、今の教育現場では、些少なデータしか用いなかったり、データに用いる数値を、自然界には存在しない理想的な値に限定して生徒に与えたりすることが多い。このため、学習におけるリアリティーが削がれ、構成主義的学習が成り立ちにくいのである。その結果として、生徒にとっては、極めて難解なものとなってしまっている。

グラフ関数電卓を用いれば、「データの分析」での学習内容を「指数・対数」の学習場面に連動させ、自然界の様々なデータを処理し、これを指数・対数のグラフと関連させて考察させることもできるだろう。

以下に、グラフ関数電卓を用いた、サンプルデータの散布図を log 回帰曲線で分析した例を示す。



散布図と対数関数のグラフ、log 回帰曲線

## 6. 研究の課題と考察

「データの分析」が高等学校の必修科目である数学 I に採用されたことは、現代の情報化社会に対する統計学の重要性とその必要性が打ち出されたものと理解できる。このことを踏まえ、教育現場において、「データの分析」の目的を生徒に理解させ、その学習体験を十分に行うことが必要である。

今回の研究において、生徒が実証的なデータを扱い、実際に分析を進める中で、そのデータが示す意味をつかみ取るという活動が、生徒に数学的な思考、とりわけ統計学的な思考を育て、実践力を養うことがわかった。またその活動をサポートするツールとして、グラフ関数電卓が存在し、学習の方法として構成主義的な手法を取り入れることにより、学習効果を高めることができたと考えられる。

「データの分析」の構成主義的学習のデザインのポイ

ントは以下のようにまとめることができる。

- ① 実証的なデータを利用し、本物 (authentic) の課題設定を行う。
- ② 二人以上のグループによる協同学習を積極的に取り入れる。
- ③ 学習者相互の意見交換や発表の場を設け、データの分析に対する解釈を深め、相互に知識の構築を行い、新たな知見を得ることに努める。
- ④ グラフ関数電卓などの簡易な計算機器を利用し、データの処理や分析のために、これを積極的に活用する。
- ⑤ 学習の評価として、得た結果や結論を単に評価するのではなく、データの分析に対する思考プロセスや構築された知識や知見、および学習に取り組む姿勢を評価する。

「データの分析」において、どのようなデータに教育的に価値があり、生徒の理解度を高めることができるかということについて、今後も実践的な研究を継続していきたい。特に上記のポイント⑤で述べた学習の評価について、評価方法や評価の客観性などについて研究を進める必要がある。また数学 I の「データの分析」を始めとして、高等学校数学の様々な場面において、この研究を活用し、その教育効果について検証を行いたい。

## 参考・引用文献

- 1) 文部科学省『高等学校学習指導要領』, 2009年9月30日, p.53.
  - 2) 同上書, p.54.
  - 3) 岡本和夫『新版数学 I』実教出版
  - 4) 金田一京助『新明解国語辞典』, 三省堂, 1972年1月24日, p.474.
  - 5) 久保田賢一『構成主義パラダイムと学習環境デザイン』, 関西大学出版部, 2000年3月31日, p.14.
  - 6) 同上書, p.28.
  - 7) 同上書, p.66.
- †) 本研究は三重県教育委員会の「平成24年度新学習指導要領に対応した授業実践研究事業」の補助を受けて行い、実践研究を継続しているものである。