

—修士学位論文—

データ駆動型制御器設計法におけるナイキスト
軌跡に基づく安定制約の拡張に関する研究

A Study on Extensions of Nyquist Stability Criterion
in Data-driven Controller Design Methods

平成30年度

三重大学大学院工学研究科
博士前期課程 電気電子工学専攻
伊達宗充

目次

第1章 緒言	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 論文の構成	2
1.3 表記	4
第2章 Noniterative Correlation-based Tuning	5
2.1 設計問題	5
2.2 補助変数法に基づくノイズの影響の軽減	8
第3章 小ゲイン定理に基づく安定制約	9
第4章 ナイキスト軌跡に基づく安定制約	12
第5章 指定されたゲイン余裕・位相余裕を確保する安定制約	16
5.1 安定余裕に対する制約	16
5.2 シミュレーション検証	19
5.2.1 シミュレーション条件	19
5.2.2 結果と考察	19
5.3 実機検証	26
5.3.1 実験条件	26
5.3.2 実験結果	27
第6章 フルパラメトライズ制御器設計への拡張	31
6.1 フルパラメトライズ化した制御器の定義	31
6.2 設計問題	32
6.3 安定制約の拡張	35
6.3.1 分母多項式調整可能なナイキスト軌跡に基づく安定制約	35
6.3.2 制御器の安定制約	37
6.4 シミュレーション検証	39

6.4.1 シミュレーション条件	39
6.4.2 結果と考察	40
第7章 結言	43
7.1 まとめと今後の課題	43
7.2 今後の課題	43
参考文献	45
謝辞	47
論文目録	48

第1章 緒言

1.1 研究の背景と目的

一般に，制御対象の数式モデルを作成し，その数式モデルを用いて制御器の設計を行うモデルベース制御器設計法は産業界を始め，多くの場面で用いられている。この手法は，制御対象の数式モデルを基にシステムの安定性や，性能を評価しながら制御器の設計を行うことが可能である。しかし，実際に制御対象を正確にモデル化することは困難であり，数式モデルと実対象との間に誤差が生じると，望みの性能が得られないばかりか，最悪の場合不安定化を引き起こす恐れがある。また，複雑な動特性を持つ制御対象に対する制御器は高次数化する問題が生じる。上記の問題に対して，近年の計算機能力の劇的な向上に伴い，制御対象の数式モデルを介さずに，入出力データを直接用いることで望みの制御器パラメータを算出するデータ駆動型制御器設計法が注目を集めている [1, 2, 3, 4, 5, 6]。この手法は，同定による制御対象の数式モデルの作成を経ずに，入出力データから直接制御器の設計を行うため，設計に要する時間やコストを省くことが可能となる。また，入出力データをそのまま設計に用いることにより制御対象の動特性を直接的に制御器設計に反映することができ，制御対象のモデル化に伴う誤差に捉われることがない。さらに，設計者があらかじめ指定した次数・構造を持つ制御器に対してパラメータを求めるため，固定次数制御器の設計にも適している。

しかし，データ駆動型制御器設計法にも克服すべき問題点がいくつかある。まず，実際の制御対象の入出力データにはほとんどの場合ノイズが重畳し，その入出力データを用いて制御器パラメータを調整した場合，最適なパラメータに対してバイアス誤差を持つ可能性がある。また，省コスト化の観点から，設計に用いる入出力データの取得回数もできるだけ少なくする必要がある。そして，この設計法では制御対象の数式モデルを用いずに制御器設計を行うため，設計後の閉ループシステムの安定性や性能を評価することが困難である。したがって，入出力データに重畳するノイズに対して不感であり，設計される閉ループシステムの安定性を保証する制御器のパラメータの調整法が望まれている。

このような背景の下、Noniterative Correlation-based Tuning (以下、NCbT と略す) が Karimi らによって提案された^[4]。NCbT は相関法に基づく評価関数を導入することでデータ取得時に重畳する雑音の影響を低減し、上述の問題の 1 つを解決している。また、制御器パラメータの調整問題を、制御器パラメータに対する凸最適化問題として記述することで 1 回の入出力データ取得により制御器パラメータの調整を可能にしておき、省コスト化も実現している。また、閉ループシステムの安定化条件を小ゲイン定理を用いて導出し、それを制御対象の入出力データを用いた安定制約として記述、最適化問題に付加することで閉ループシステムの安定化の問題も解決している^[5]。しかし、小ゲイン定理に基づく安定制約は、閉ループシステムの安定性に対する十分条件であり、制約を満たさなくても閉ループシステムを安定化する場合もある。そのため、設計結果が保守的となり、十分な制御性能が得られない可能性があり、閉ループシステムの安定性の保証に関しては十分とは言い難い。

そこで閉ループシステムの安定性に対する保守性を改善するため、ナイキスト軌跡に基づく安定制約が提案されている^[6]。初期制御器が閉ループシステムを安定化すると仮定すると、調整後の制御器によるナイキスト軌跡が臨界点をまわる回数を変えなければ閉ループシステムの安定性は維持される。この条件を満たしつつ、徐々に制御器パラメータを更新していくことで閉ループシステムの安定性を保証する。ナイキスト軌跡に基づく安定制約は閉ループシステムの安定性に対する必要十分条件となり、小ゲイン定理に見られた保守性の改善を期待できる。

しかし、開ループ軌跡を単位円内に制限しないことから、要求する性能によってはゲイン余裕・位相余裕が十分に確保されず、経年劣化による特性変動や負荷変動などの制御対象の変化に対して安定性を維持できない恐れがある。また、現在においてもゲイン余裕・位相余裕は制御系の安定余裕を表す指標として、現場において広く支持される指標である。

以上のことから、本研究では、データ駆動型制御器設計法の 1 つである NCbT においてナイキスト軌跡に基づく安定制約での指定されたゲイン余裕・位相余裕を確保する制約についても同時に課した設計問題の定式化を行う。そして、更なる制御性能向上のため、設計する制御器の分子多項式の係数を調整するだけでなく、分母多項式の係数も調整するフルパラメトライズされた制御器の設計へ拡張を行う。

1.2 論文の構成

本論文は全 7 章で構成されており、各章の内容は以下の通りである。

第 2 章 Noniterative Correlation-based Tuning (NCbT)

本研究で扱うデータ駆動型制御器設計法の 1 つである NCbT の制御器設計法について述べる。

第 3 章 小ゲイン定理に基づく安定制約

NCbT において従来用いられていた安定制約の小ゲイン定理について述べる。

第 4 章 ナイキスト軌跡に基づく安定制約

NCbT において安定制約として課したナイキスト軌跡に基づく安定制約について述べる。

第 5 章 指定されたゲイン余裕・位相余裕を確保する安定制約

文献 [6] で提案されたナイキスト軌跡に基づく安定制約に対して、指定されたゲイン余裕・位相余裕を確保する安定制約を提案する。そして、データ駆動型制御器設計法に適用し、安定余裕を確保する制御器が設計されることを確認する。

第 6 章 フルパラメトライズ制御器設計へと拡張

4 章のナイキスト軌跡に基づく安定制約を、分母多項式も調整するフルパラメトライズされた制御器設計法へと拡張する。固定次数の制御器よりも最適な制御器を導出する可能性が高く、制御性能の向上が期待できる。

第 7 章 まとめと今後の課題

本研究のまとめと今後の課題について述べる。

1.3 表記

本論文で取り扱う対象は 1 入力 1 出力システム (以下, SISO システムと略す) であるとする。また, z はシフトオペレータであり, 時間信号 $x(t)$ に対し, $zx(t) = x(t+1)$ を満たすものとする。

第2章 Noniterative Correlation-based Tuning

本章では、SISO システムに対する NCbT について述べ、NCbT の設計アルゴリズムについて述べる。

2.1 設計問題

NCbT は、制御器設計問題の 1 つであるモデル参照制御問題を、制御対象の入出力データのみを用いて解く手法である。モデル参照制御問題とは制御対象 P と設計する制御器 $C(\boldsymbol{\theta})$ で構成される閉ループシステムの特徴が、望みの特性を持つ参照モデル M に近づくように制御器を設計する設計問題である。ここで、 $C(\boldsymbol{\theta})$ は、(2.2) 式のように制御器パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ に関して線形にパラメトライズされる離散時間伝達関数とする。

$$\begin{aligned} C(\boldsymbol{\theta}) &= \boldsymbol{\beta}^T(z^{-1})\boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta} &= [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T \end{aligned} \quad (2.1)$$

$\boldsymbol{\beta}(z^{-1})$ は $C(\boldsymbol{\theta})$ の基底となる線形離散時間伝達関数ベクトルであり、(2.2) 式のように定義する。

$$\boldsymbol{\beta}(z^{-1}) = [\beta_1(z^{-1}), \beta_2(z^{-1}), \dots, \beta_n(z^{-1})]^T \quad (2.2)$$

n は制御器パラメータの数である。この問題は、参照モデルと制御対象と設計する制御器で作られる閉ループシステムとの差の 2 ノルムを最小化する問題である。このとき、モデル参照制御問題は (2.3) 式の評価関数を最小化する制御器パラメータを求める問題として定式化できる。

$$J_{MR}(\boldsymbol{\theta}) = \left\| M - \frac{PC(\boldsymbol{\theta})}{1 + PC(\boldsymbol{\theta})} \right\|_2^2 \quad (2.3)$$

データ駆動型制御器設計法では制御対象の数式モデルを用いずに時系列データから

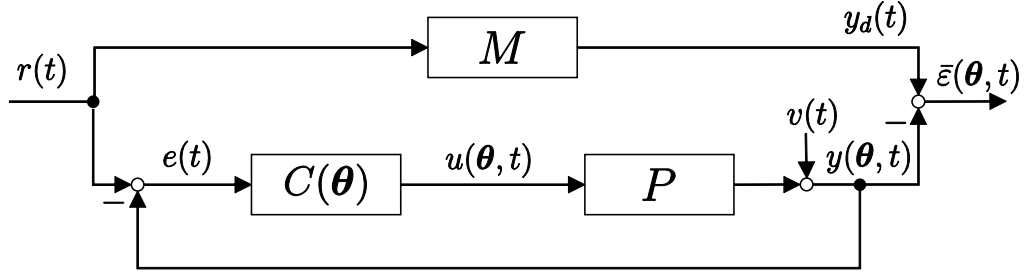


図 2.1: モデル参照制御問題

(2.3) 式に相当する評価関数を導出する必要がある。Parseval の定理によれば、 $J_{MR}(\theta)$ は時間領域において図 2.1 に示す 2 つのシステムの重み付き出力の差である $W\bar{\varepsilon}(\theta, t)$ の 2 ノルムに漸近的に一致する。適切な重み関数 W の導出については文献 (4) を参照されたい。図 2.1 において、 $r(t)$ は参照入力、 $e(t)$ は偏差、 $u(\theta, t)$ は制御入力、 $v(t)$ は制御対象で観測されるノイズ、 $y_d(t)$ は参照モデルの出力、 $y(\theta, t)$ は閉ループシステムの出力を表す。ただし、 $v(t)$ は $r(t)$ とは相関がないものとする。このとき、時間領域における評価関数 $J_s(\theta)$ は (2.4) 式のように表すことができる。ただし、 N はデータ数を表す。

$$\begin{aligned}
 J_s(\theta) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [W\bar{\varepsilon}(\theta, t)]^2 \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [W(y_d(t) - y(\theta, t))]^2 \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[W \left\{ \left(M - \frac{PC(\theta)}{1 + PC(\theta)} \right) r(t) - \frac{1}{1 + PC(\theta)} v(t) \right\} \right]^2
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

しかし、評価関数 $J_s(\theta)$ は制御器パラメータ θ に対して非線形であるため、最適解の導出が困難な設計問題である。よって、(2.5) 式の関係を満たす理想制御器 C^* を導入した凸近似を行う。参照モデルは理想制御器と制御対象で構成される閉ループシステムであるとし、(2.5) 式で表すことができるとする。

$$M = \frac{PC^*}{1 + PC^*} \tag{2.5}$$

設計する制御器は理想制御器に到達するものとする、(2.6) 式の近似が成り立ち、(2.3) 式は (2.7) 式のように近似できる。

$$\frac{1}{1 + PC(\theta)} \simeq 1 - M \tag{2.6}$$

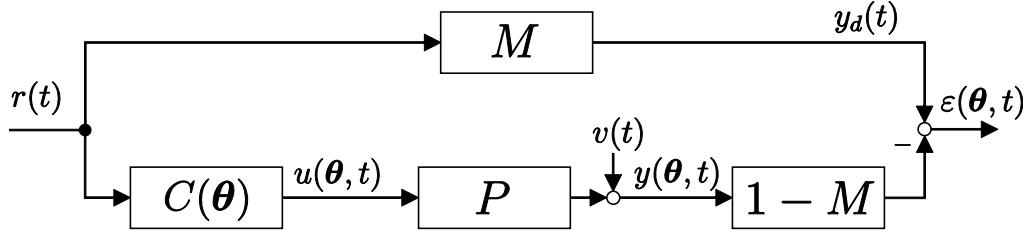
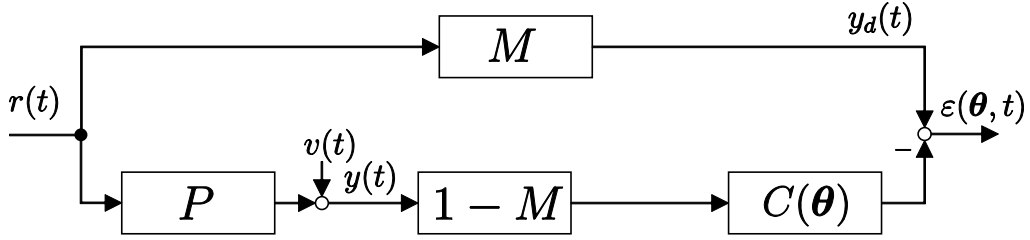


図 2.2: モデル参照制御問題の近似


 図 2.3: P と $C(\theta)$ の入れ替え

$$J_{MR}(\theta) \simeq \|M - (1 - M)PC(\theta)\|_2^2 \quad (2.7)$$

(2.7) 式は制御器パラメータに対し線形で表すことができ、(2.6) 式の近似より、図 2.1 は図 2.2 のように近似され、対応する $J_s(\theta)$ は (2.8) 式のように近似される。

$$J_s(\theta) \simeq \|W\{(M - (1 - M)PC(\theta))r(t) - (1 - M)v(t)\}\|_2^2 \quad (2.8)$$

しかし、この場合、制御入力 $u(\theta, t) = C(\theta)r(t)$ は制御器パラメータに依存しているため、評価関数を評価するために制御対象の入出力データ取得が繰り返し必要となる。そこで、SISO システムでは、ブロック線図でのブロックの入れ替えが可能なので、制御対象と制御器の位置を図 2.3 のように入れ替える。これにより制御入力は $r(t)$ となり、1 回の開ループ実験で制御対象の入出力データを取得すれば、評価関数を最小化できる。図 2.3 における評価関数は (2.9) 式となる。

$$J_s(\theta) = \|W\{(M - (1 - M)PC(\theta))r(t) - (1 - M)C(\theta)v(t)\}\|_2^2 \quad (2.9)$$

しかし、(2.9) 式の最小化により解を導出した場合、右辺の第 2 項目のノイズ $v(t)$ の影響により、最適解に対してバイアスを持った解が得られる可能性がある。そこで、この問題を解決するために NCbT では補助変数法を導入している。次節では、補助変数法に基づくノイズの影響の軽減について説明する。

2.2 補助変数法に基づくノイズの影響の軽減

図 2.3 における出力誤差 $\varepsilon(\boldsymbol{\theta}, t)$ に対し, 補助変数 $\zeta(t)$ を導入した関数 $f(\boldsymbol{\theta})$ を (2.10) 式とおく。

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \zeta(t) \varepsilon(\boldsymbol{\theta}, t) \\ \zeta(t) &= [r(t+l), r(t+l-1), \dots, r(t), \dots, r(t-l)]^T \end{aligned} \quad (2.10)$$

ここで, $\zeta(t)$ は $r(t)$ と相関を持ち, $v(t)$ と無相関な補助変数ベクトルであり, l は十分大きい整数とし, $r(t)$ の 1 周期のデータ数を T とする。また, $\varepsilon(\boldsymbol{\theta}, t)$ は, (2.11) 式のように表される。

$$\begin{aligned} \varepsilon(\boldsymbol{\theta}, t) &= Mr(t) - (1-M)C(\boldsymbol{\theta})y(t) \\ &= Mr(t) - (1-M)\boldsymbol{\beta}^T(z^{-1})\boldsymbol{\theta}y(t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

よって, (2.10) 式は, (2.12) 式に書き換えられる。

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \zeta(t) (Mr(t) - (1-M)\boldsymbol{\beta}^T(z^{-1})\boldsymbol{\theta}y(t)) \\ &= Z - Q\boldsymbol{\theta} \end{aligned} \quad (2.12)$$

ここで, Z , Q は以下で表される。

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \zeta(t) Mr(t) \\ Q &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \zeta(t) (1-M)\boldsymbol{\beta}^T(z^{-1})y(t) \end{aligned}$$

$J(\boldsymbol{\theta}) = f(\boldsymbol{\theta})^T f(\boldsymbol{\theta})$ は参照信号の 1 周期のデータ数 T を大きくすることで出力誤差の (重み付き) 二乗和と見ることができる。NCbT の設計問題は周波数領域で記述された $J_{MR}(\boldsymbol{\theta})$ を最小化するモデル参照制御問題を, 時系列データを用いて書き直し, 凸近似を行うことで $J_s(\boldsymbol{\theta})$ の最小化問題に変換している。そしてノイズの影響を低減するために補助変数法を導入し, 最終的に評価関数 $J(\boldsymbol{\theta})$ を最小化する制御器パラメータを求める問題となる。 $J(\boldsymbol{\theta})$ は $\boldsymbol{\theta}$ に対して凸であるので, $J(\boldsymbol{\theta})$ の最小解は最小二乗法により (2.13) 式のように算出することができる。

$$\boldsymbol{\theta} = (Q^T Q)^{-1} Q^T Z \quad (2.13)$$

第3章 小ゲイン定理に基づく安定制約

データ駆動型制御器設計法では，制御対象の入出力データのみを用いて制御器設計を行う。そのため，閉ループシステムの安定性を入出力データを用いて評価する必要がある。そこで，入出力データを用いた小ゲイン定理に基づく安定制約の考えが従来用いられている。本章ではNCbTにおいて閉ループシステムの安定性を保証するために従来課せられていた小ゲイン定理に基づく安定制約について説明する。

まず，設計する制御器 $C(\theta)$ と制御対象 P からなる閉ループシステムの安定性を考える。閉ループシステムを内部安定化する安定化制御器 C_s が与えられているとする。 C_s を用いると， $C(\theta)$ と P からなる閉ループシステムは図 3.1 のように表すことができる。すなわち， $C(\theta)$ による P の安定化は，安定化制御器と設計する制御器の差 $C(\theta) - C_s$ を変動とみなせば， C_s と P からなる閉ループシステムの加法的変動に対するロバスト安定化問題と解釈できる。 $C(\theta) - C_s$ の出力から入力までの伝達関数は $-P/(1 + PC_s)$ で表される。よって，図 3.1 は図 3.2 のように書き換えられ，小ゲイン定理により閉ループシステムの安定性の十分条件は (3.1) 式のように与えられる。

$$\left\| \frac{-(C(\theta) - C_s)P}{1 + PC_s} \right\|_{\infty} < 1 \quad (3.1)$$

(3.1) 式で与えられる安定制約を設計する制御器が満たすように制御器パラメータ θ を調整することで，閉ループシステムの安定性を保証することができる。しかし，(3.1) 式は，制御対象の数式モデルが用いられているため，データ駆動型制御器設計法では評価できない。そこで，取得可能なデータを用いて (3.1) 式の評価を行う。制御対象が不安定なシステムの場合でも安定なデータを取得できるように，図 3.3 のように C_s を用いて閉ループ実験を行い，データを取得する。図 3.3 のように信号 $r(t)$ を入力し，閉ループ実験を行い各時系列データ $u_1(t)$, $u_2(t)$, $y(t)$ を取得する。このとき，(2.11) 式に相当する $\varepsilon(\theta, t)$ は，(3.2) 式のように求めることができる。

$$\varepsilon(\theta, t) = Mu_2(t) - C(\theta)(1 - M)y(t) \quad (3.2)$$

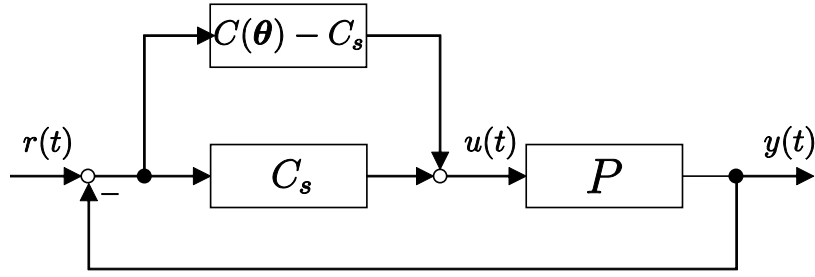
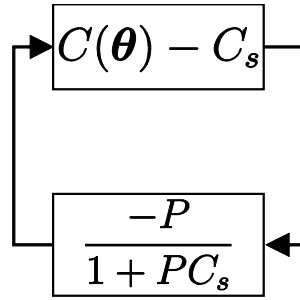

 図 3.1: 初期安定化制御器 C_s の導入


図 3.2: 小ゲイン定理

また, $\varepsilon_s(\theta, t)$ を (3.3) 式のように定義し, 取得する。

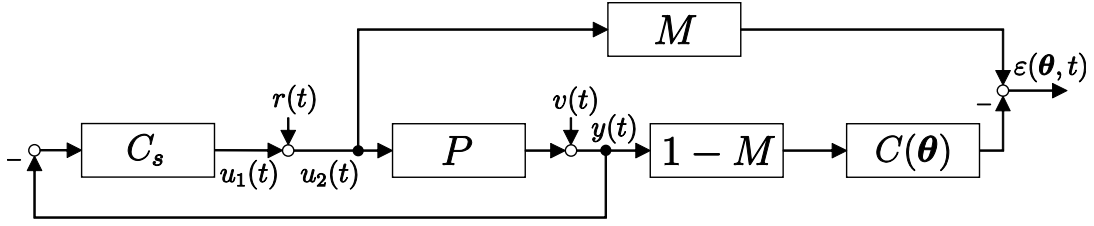
$$\begin{aligned}
 \varepsilon_s(\theta, t) &= -u_1(t) - C(\theta)y(t) \\
 &= \frac{PC_s}{1 + PC_s}r(t) - \frac{PC(\theta)}{1 + PC_s}r(t) \\
 &= \frac{-(C(\theta) - C_s)P}{1 + PC_s}r(t)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

(3.3) 式より, $r(t)$ から $\varepsilon_s(\theta, t)$ までの伝達関数が (3.1) 式で評価したい伝達関数と一致していることがわかる。よって, (3.1) 式はスペクトル解析法^[7]により, (3.4) 式のように推定できる。

$$\left| \frac{\Phi_{r\varepsilon_s}(\theta, \omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} \right| < 1 \quad \forall \omega_k \tag{3.4}$$

$$\omega_k = 2\pi k/T, \quad k = 0, \dots, (T-1)/2$$

ここで, T は入力信号の 1 周期分のデータ数であり, $\Phi_{r\varepsilon_s}$ は入力 $r(t)$ と出力誤差 $\varepsilon_s(\theta, t)$ のパワークロススペクトルの推定値, Φ_r は入力 $r(t)$ のパワースペクトルの推定値を表している。これらのスペクトルの推定値は $r(t)$ と $\varepsilon_s(\theta, t)$ の相互相関関数 $R_{r\varepsilon_s}(\theta, \tau)$,


 図 3.3: 安定化制御器 C_s を用いた閉ループ実験

$r(t)$ の自己相関関数 $R_r(\tau)$ の離散フーリエ変換から, (3.5)–(3.6) 式のように求めることができる。

$$\Phi_{r\epsilon_s}(\boldsymbol{\theta}, \omega_k) = \sum_{\tau=0}^{T-1} R_{r\epsilon_s}(\boldsymbol{\theta}, \tau) e^{-j\tau\omega_k} \quad (3.5)$$

$$\Phi_r(\omega_k) = \sum_{\tau=0}^{T-1} R_r(\tau) e^{-j\tau\omega_k} \quad (3.6)$$

$$R_{r\epsilon_s}(\boldsymbol{\theta}, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \epsilon_s(\boldsymbol{\theta}, t - \tau) r(t)$$

$$R_r(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r(t - \tau) r(t)$$

しかし, 小ゲイン定理は閉ループシステムの安定性の十分条件であるため, 調整された結果が保守的となり, 望みの特性を十分に得られない可能性がある。

第4章 ナイキスト軌跡に基づく安定制約

本章では、小ゲイン定理の保守性を低減するナイキスト軌跡に基づく安定制約について述べる。フィードバックシステムにおける開ループ伝達関数 $L(\theta)$ を (4.1) 式で定義する。

$$L(\theta) = PC(\theta) \quad (4.1)$$

$i - 1$ 回目の更新で得られた制御器パラメータ θ_{i-1} がフィードバック制御系を内部安定化するとき、(4.2) 式を満たす θ_i もまたフィードバック制御系を内部安定化する。

$$|1 + L(\theta_{i-1}, \omega_k)| > |L(\theta_{i-1}, \omega_k) - L(\theta_i, \omega_k)| \quad \forall \omega_k \quad (4.2)$$

(4.2) 式左辺は周波数点 ω_k における臨界点と $L(\theta_{i-1}, \omega_k)$ 間の距離を表しており、右辺は周波数点 ω_k における調整前後の $L(\theta_{i-1}, \omega_k)$ と $L(\theta_i, \omega_k)$ 間の更新量を表している。図 4.1 からわかるように、(4.2) 式の制約は $L(\theta_i, \omega_k)$ が、中心 $L(\theta_{i-1}, \omega_k)$ 、半径 $|1 + L(\theta_{i-1}, \omega_k)|$ の円板の内部に存在することを課す制約であり、この制約の下では $L(\theta_i)$ 、 $L(\theta_{i-1})$ が臨界点 $(-1, j0)$ をまわる回数は一致する。つまり、ナイキストの安定判別法により $C(\theta_{i-1})$ がフィードバック制御系を内部安定化するならば、 $C(\theta_i)$ も内部安定化する。よって、初期制御器 $C(\theta_0)$ がフィードバック制御系を内部安定化し、(4.2) 式を満たしながら更新されるならば、 $C(\theta_i)$ は必ず安定化制御器となる。また、 $L(\theta)$ は、図 4.2 のように利用可能な信号 $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$ 、 $y(t)$ から生成される $x(\theta, t)$ を用いてスペクトル解析法により、(4.3) 式のように推定できる。

$$\begin{aligned} L(\theta, \omega_k) &= \frac{PC(\theta)}{1 + PC_s} \bigg/ \frac{1}{1 + PC_s} \\ &= \frac{\Phi_{rx}(\theta, \omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} \bigg/ \frac{\Phi_{ru_2}(\omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} \\ &= \frac{\Phi_{rx}(\theta, \omega_k)}{\Phi_{ru_2}(\omega_k)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

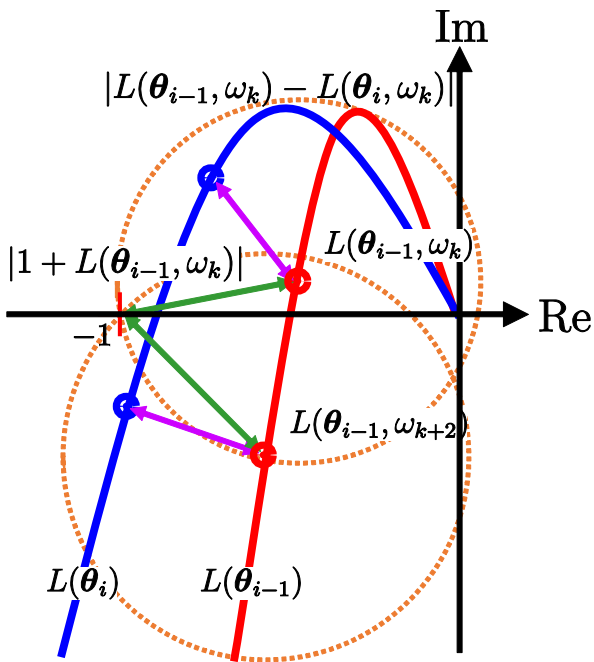


図 4.1: ナイキスト軌跡に基づく安定制約

この推定値を用いて安定制約は (4.4) 式のように入出力データを用いて書き換えることができる。

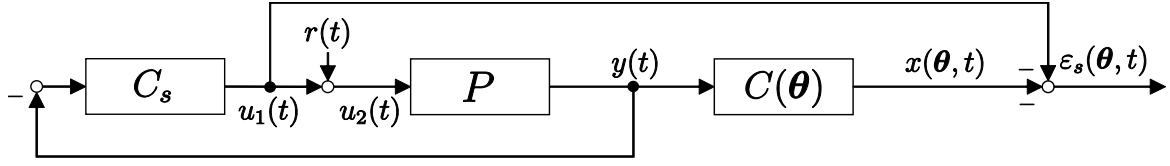
$$\left| 1 + \frac{\Phi_{rx}(\boldsymbol{\theta}_{i-1}, \omega_k)}{\Phi_{rx}(\omega_k)} \right| > \left| \frac{\Phi_{rx}(\boldsymbol{\theta}_{i-1}, \omega_k)}{\Phi_{rx}(\omega_k)} - \frac{\Phi_{rx}(\boldsymbol{\theta}_i, \omega_k)}{\Phi_{rx}(\omega_k)} \right| \quad \forall \omega_k \quad (4.4)$$

(4.4) 式における θ_{i-1} は $i-1$ 回の更新における解であるため、 i 回目の更新における制約 (4.4) 式においては定数として扱うことができ、(4.4) 式は制御器パラメータ θ_i に対して凸な制約式となる。

しかし、開ループ伝達関数 $L(\theta)$ が積分器を持つ場合、離散フーリエ変換を行うための絶対可積分の条件を満たすことができず、 $\Phi_{rx}(\theta_i, \omega_k)$ や $\Phi_{ru_2}(\omega_k)$ での推定が行えない問題が生じる。その結果、無定位性の制御対象を扱う場合やサーボ系を構成するために制御器に積分器を含ませる場合に安定制約が正しく評価されず、閉ループシステムの安定性を保証できない可能性が生じる。

この問題を解決するために、図 3.2 で与えられる小ゲイン定理に用いられる一巡伝達関数 $G(\theta)$ を考える。制御対象 P 、初期安定化制御器 C_s 、設計すべき制御器 $C(\theta)$ を以下のように多項式の比で表現する。

$$P = \frac{N_p}{D_p}, \quad C_s = \frac{N_s}{D_s}, \quad C(\boldsymbol{\theta}) = \frac{N_{\theta}(\boldsymbol{\theta})}{D_s}$$


 図 4.2: $x(\boldsymbol{\theta}, t)$ と $\varepsilon_s(\boldsymbol{\theta}, t)$ の生成

ここで、 C_s と $C(\boldsymbol{\theta})$ の分母多項式は共通で D_s であることに注意されたい。このとき、 $G(\boldsymbol{\theta})$ は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} G(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{P(C(\boldsymbol{\theta}) - C_s)}{1 + PC_s} = \frac{\frac{N_p}{D_p} \left(\frac{N_\theta}{D_s} - \frac{N_s}{D_s} \right)}{1 + \frac{N_p}{D_p} \frac{N_s}{D_s}} \\ &= \frac{N_p(N_\theta - N_s)}{D_p D_s + N_p N_s} \end{aligned} \quad (4.5)$$

(4.5) 式より $G(\boldsymbol{\theta})$ は安定であることがわかる。また、図 3.2 の閉ループシステムの特
性多項式 ϕ_G は $1 + G(\boldsymbol{\theta})$ の分子多項式であり、 $\phi_G = D_p D_s + N_p N_\theta$ となることがわか
る。本来評価したい P と $C(\boldsymbol{\theta})$ からなる閉ループシステムの特
性多項式 ϕ_L は ϕ_G と
同様に $1 + L(\boldsymbol{\theta})$ の分子多項式であるので $\phi_L = D_p D_s + N_p N_\theta$ となり、 ϕ_G と一致して
いることがわかる。この関係を用いることで、 $L(\boldsymbol{\theta})$ の軌跡の代わりに原点極を持たない
 $G(\boldsymbol{\theta})$ の軌跡を用いて P と $C(\boldsymbol{\theta})$ から成るフィードバック制御系の安定性を判別で
きる。よって、 $L(\boldsymbol{\theta}_i)$ で記述されていた (4.2) 式の安定制約は $G(\boldsymbol{\theta}_i)$ を用いて (4.6) 式の
ように書き換えることができる。

$$|1 + G(\boldsymbol{\theta}_{i-1}, \omega_k)| > |G(\boldsymbol{\theta}_{i-1}, \omega_k) - G(\boldsymbol{\theta}_i, \omega_k)| \quad \forall \omega_k \quad (4.6)$$

さらに、 $G(\boldsymbol{\theta})$ は図 4.2 のように利用可能な信号 $u_1(t)$ と $y(t)$ から生成される $\varepsilon_s(\boldsymbol{\theta}, t)$
を用いてスペクトル解析法により (4.7) 式のように推定できる。

$$G(\boldsymbol{\theta}, \omega_k) = -\frac{\Phi_{r\varepsilon_s}(\boldsymbol{\theta}, \omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} \quad (4.7)$$

この推定値を用いて (4.6) 式を書き換えると、安定制約は (4.8) 式のように記述できる。

$$\left| 1 - \frac{\Phi_{r\varepsilon_s}(\boldsymbol{\theta}_{i-1}, \omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} \right| > \left| \frac{\Phi_{r\varepsilon_s}(\boldsymbol{\theta}_{i-1}, \omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} - \frac{\Phi_{r\varepsilon_s}(\boldsymbol{\theta}_i, \omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} \right| \quad \forall \omega_k \quad (4.8)$$

(4.8) 式における $\boldsymbol{\theta}_{i-1}$ は、前回の解であるため、制約式においては定数として扱うこと
ができ、(4.8) 式はやはり制御器パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ に対して凸な制約となる。以上より、(4.8)

式を安定制約として課して最適化問題を解くことで小ゲイン定理の十分に起因する保守性の軽減が可能になる。

しかし、保守性が改善されたことにより、追従性などの性能が向上し、ナイキスト軌跡が臨界点に近づき、ゲイン余裕や位相余裕などの安定余裕が減少する可能性がある。そこで、ナイキスト軌跡に基づく安定制約に安定余裕を確保する安定制約を追加することを考える。

第5章 指定されたゲイン余裕・位相余裕を確保する安定制約

ナイキスト軌跡に基づく安定制約では、小ゲイン定理の保守性を低減する反面、安定限界に近い制御器が設計される可能性が存在する。安定余裕が十分に確保されない場合、経年劣化による特性変動や負荷変動などの制御対象の変化に対して安定性を維持できない恐れがある。そこで、ナイキスト軌跡に基づく安定制約に指定するゲイン余裕・位相余裕を確保する制約を追加する。

本章では、直接指定したゲイン余裕・位相余裕を保証するための制約を提案し、その手法について述べる。

5.1 安定余裕に対する制約

ゲイン余裕・位相余裕の評価においても安定制約と同様に周波数スペクトルの推定が必要であり、離散フーリエ変換を行う必要がある。このとき、 $L(\theta)$ に積分器が含まれていれば、安定制約と同様に絶対可積分の条件を満たすことができず、正確な推定を行うことができない。しかし、 $G(\theta)$ を用いたゲイン余裕・位相余裕の評価は難しい。これは主に、 $L(\theta)$ と $G(\theta)$ のゲイン交差周波数、位相交差周波数が一致しないためである。また、安定制約においては $\omega = 0$ における、複素平面上の無限遠点における推定精度が問題になっていたが、ゲイン余裕・位相余裕の評価は単位円付近の情報があれば十分であり、無限遠点の情報は不要である。そこで、 $\omega = 0$ における無限遠点の推定値を除いた $L(\theta_i, \omega_k)$ の推定値を用いて安定余裕を考慮する。文献 [8] では $\|W_1 S\|_\infty < 1$ を満たす感度制約をナイキスト線図上で表現している。

ここで、 S は感度関数であり、(5.1) 式で定義される。

$$S = \frac{1}{1 + L(\theta)} \quad (5.1)$$

まず、図 5.1 のように各周波数点 ω_k に対して中心を臨界点、半径 $|W_1(j\omega_k)|$ の禁止円を設け、 $L(\theta, \omega_k)$ と臨界点を結ぶ直線と垂直に禁止円に接する接線 l_k を導入した。 $L(\theta, \omega_k)$ が l_k に対して臨界点が存在しない領域に存在するとき、 $|1 + L(\theta, \omega_k)| > |W_1(j\omega_k)|$ が

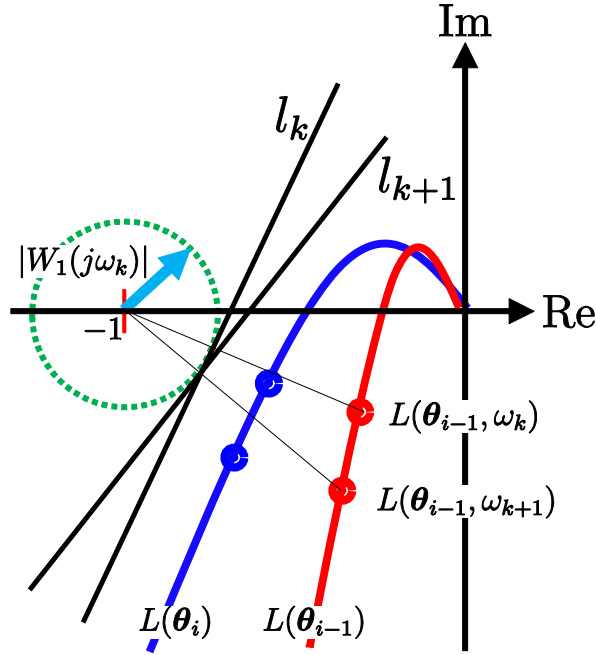


図 5.1: 安定余裕を考慮した安定制約

成り立ち，すべての周波数点でこの式が成立するとき感度制約 $\|W_1 S\|_\infty < 1$ が成り立つ。本論文ではこの考え方を利用し，禁止円を導入することでゲイン余裕・位相余裕を保証する制約を提案する^[9]。

文献 [8] のように，禁止円の中心を臨界点に固定した場合，ゲイン余裕と位相余裕を独立に指定することはできないため，図 5.2 に示すように中心 $(-\sigma, j0)$ ，半径 r_m の臨界点をその内部に含む禁止円を考える。このとき，確保したいゲイン余裕，位相余裕をそれぞれ g_m ， Φ_m とすると， σ ， r_m はそれぞれ (5.2)，(5.3) 式のように求めることができる。

$$\sigma = \frac{g_m^2 - 1}{2g_m(g_m \cos \Phi_m - 1)} \quad (5.2)$$

$$r_m = \frac{(g_m - 1)^2 + 2g_m(1 - \cos \Phi_m)}{2g_m(g_m \cos \Phi_m - 1)} \quad (5.3)$$

臨界点は禁止円の内部に含まれているため， $0 < r_m < \sigma$ ， $(\sigma - 1)^2 < r_m^2$ が成り立つことに注意されたい。 $L(\theta)$ の軌跡がこの禁止円の内部に入らなければ $20 \log_{10} g_m$ [dB] のゲイン余裕と， Φ_m [deg] の位相余裕を確保することができる。そこで，文献 [8] と同様に，各周波数点 ω_k に対して， $L(\theta_{i-1}, \omega_k)$ と禁止円の中心を結ぶ直線と垂直に禁止円に接する接線 l_k を考え， l_k に対して $L(\theta_i, \omega_k)$ と $L(\theta_{i-1}, \omega_k)$ が同じ領域に存在すればゲイン余裕 g_m と位相余裕 Φ_m が保証される。これを θ_i に対して凸な制約式として

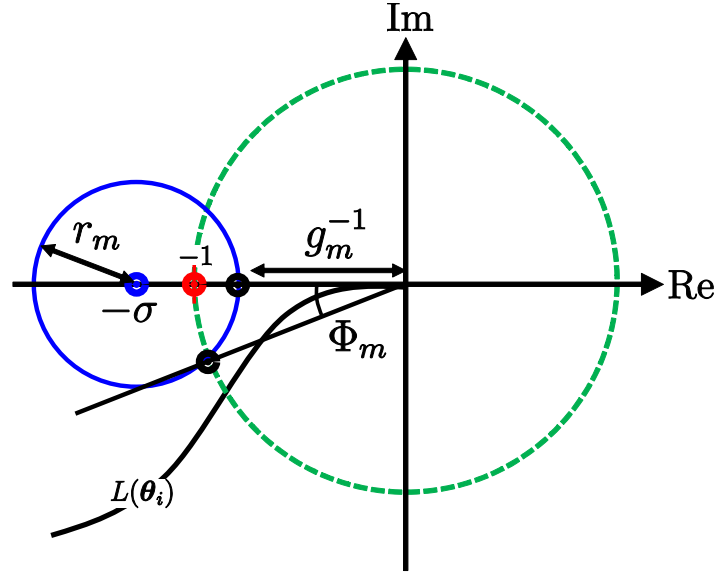


図 5.2: 禁止円条件

記述すると (5.4) 式となる。

$$\begin{aligned}
 & -\text{Im}[L(\theta_{i-1}, \omega_k)]\text{Im}[L(\theta_i, \omega_k)] + r_m|\sigma + L(\theta_{i-1}, \omega_k)| \\
 & -(\sigma + \text{Re}[L(\theta_{i-1}, \omega_k)])(\sigma + \text{Re}[L(\theta_i, \omega_k)]) < 0
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

本来, l_k は $L(\theta_i, \omega_k)$ と禁止円の中心を結ぶ直線に対する垂線として定義する必要があるが, この場合, (5.4) 式中の $L(\theta_{i-1}, \omega_k)$ をすべて $L(\theta_i, \omega_k)$ で置き換える必要がある。しかし, この制約は θ_i に対して非凸な制約となるため, 1 回前の最適化問題の解である θ_{i-1} で代用している。 $L(\theta_{i-1}, \omega_k)$ を用いることにより, 厳密にはゲイン余裕・位相余裕を保証できていないが, 解更新が収束すれば $\theta_{i-1} = \theta_i$ となり, ゲイン余裕・位相余裕を保証することができる。

5.2 シミュレーション検証

本節では、提案したナイキスト軌跡に基づく安定制約と安定余裕に対する制約の有効性をシミュレーションを通して確認する。NCbT に安定制約で小ゲイン定理に基づく安定制約を用いたものとナイキスト軌跡に基づく安定制約を付加したもの、そして、それぞれの安定制約に安定余裕を考慮したものの計 4 つで比較を行う。

5.2.1 シミュレーション条件

制御対象 P と設計に用いる参照モデル M をそれぞれ (5.5), (5.6) 式に示す。

$$P = \frac{(z - 0.9953)(z^2 - 1.989z + 0.9901)}{18(z - 0.9971)(z - 0.9993)(z^2 - 1.989z + 0.9902)} \quad (5.5)$$

$$M = \frac{0.9502}{z - 0.0498} \quad (5.6)$$

また、設計すべき制御器の構造は設計パラメータ θ に対して線形であり、(5.7) 式で定義される PID 制御器とした。

$$\begin{aligned} C(\theta) &= \beta^T(z^{-1})\theta \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_s}{1-z^{-1}} & \frac{1-z^{-1}}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_P \\ \theta_I \\ \theta_D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.7)$$

初期安定化制御器のパラメータは、試行錯誤的に $\theta_0 = [0.2, 0.4, 0.0002]^T$ として与えた。設計に用いる入力信号はサンプリング時間 $T_s = 1$ ms で、15 段のシフトレジスタで生成した振幅 5 の M 系列信号 5 周期分 (取得データ数 $N = 163835$) とし、スペクトル推定に用いる信号は過渡時の影響が小さくなっていると考えられる 4 周期目の信号とした。今回、提案した制約の有効性の確認が目的であるため、制御対象の出力にノイズ $v(t)$ は印加していない。相関係数を求めるためのデータシフト数は $l = 35$ とした。最適化問題の収束条件は、前回の評価値と現在の評価値の相対誤差が 1 % 未満であり、かつベクトル軌跡の変化量が 0.01 未満となることが 3 回連続で生じた場合とした。そして、確保すべきゲイン余裕、位相余裕は $g_m = 1/0.2$ (約 14 dB), $\Phi_m = 5\pi/12$ (75 deg) とした。

5.2.2 結果と考察

それぞれの手法で制御器設計を行った場合、いずれの場合においても閉ループシステムは安定化されていた。得られた設計パラメータと評価値を表 5.1 に示す。ナイキス

表 5.1: 各シミュレーション結果

安定制約	小ゲイン定理		ナイキスト軌跡	
安定余裕	未考慮	考慮	未考慮	考慮
設計結果	0.3951	0.3934	16.73	7.161
	0.5359	0.3456	167.0	126.8
	0.0084	0.0034	1.99×10^{-4}	-8.77×10^{-6}
評価値	278	370	0.582	188

ト軌跡に基づく安定制約を用いている場合の方が、小ゲイン定理に基づいた制約を用いている場合と比べ、安定余裕に対する制約の有無に関わらず評価値が小さくなっていることがわかる。これにより、ナイキスト軌跡に基づく安定制約を用いることで、小ゲイン定理の十分性に起因する保守性を改善できていることが確認できる。また、安定余裕に対する制約を課している場合、どちらの安定制約を課している場合についても評価値は大きくなっている。これは安定余裕に対する制約を課すことによって、 $L(\theta)$ の軌跡が臨界点からある距離を保つこととなり、達成される閉ループ特性が参照モデル M から離れてしまうためである。

次に、参照モデルとそれぞれの手法で設計した制御器を含む閉ループシステムのボード線図を図 5.3 に示す。安定制約として小ゲイン定理が用いている方は、ゲイン・位相ともに大きく参照モデルの特性から離れている。それに対し、提案したナイキスト軌跡に基づいた安定制約を用いた場合、参照モデルにかなり近づけていることが確認できる。また、いずれの安定制約の場合においても、安定余裕に対する制約を課している方が参照モデルから離れる結果となっており、上の評価値に対する結果と対応している。そして、安定制約として小ゲイン定理を用いたもので設計した場合の $G(\theta)$ の軌跡を図 5.4 に示す。安定制約として小ゲイン定理が用いられているため $G(\theta)$ の軌跡が単位円内に留められていることが確認できる。これに対して安定制約としてナイキスト軌跡に基づく安定制約を用いたもので設計した場合、図 5.5 からわかるように、 $G(\theta)$ の軌跡は単位円からかなり離れた所を通過しており、大きな制御器ゲインが選択されていることがわかる。実際、表 5.1 に示した制御器ゲインを見ても、比例ゲイン・積分ゲインが従来手法に比べかなり大きな値が選択されている。さらに、図 5.6 に図 5.5 の原点付近の拡大図を示す。安定制約としてナイキスト軌跡に基づく安定制約を用いたものでは、 $G(\theta)$ の軌跡が臨界点を左手に見るように設計することで安定性を保証している。実際、図 5.5、図 5.6 より、 $G(\theta)$ が臨界点を左手に見るように設計されてお

り，閉ループシステムの安定性が保証されていることが確認できる。

安定制約として小ゲイン定理を用いたもので設計した制御器を含む $L(\theta)$ の軌跡を図 5.7 に，その拡大図を図 5.8 に示す。図 5.7，図 5.8 から，安定余裕に対する制約を付加したことにより $L(\theta)$ の軌跡が禁止円に侵入していないことが確認できる。ゲイン余裕・位相余裕について調べてみると，安定余裕に対する制約を課していない手法ではゲイン余裕は 6.5 dB，位相余裕は 97 deg であり，位相余裕については十分に確保されているものの，ゲイン余裕は指定した 14 dB を確保できておらず， $L(\theta)$ の軌跡が禁止円の内部に侵入していることがわかる。安定余裕に対する制約を課した手法ではゲイン余裕 14 dB，位相余裕 91 deg と，ともに指定した値を満足しており， $L(\theta)$ の軌跡は禁止円の内部に侵入していない。それに対し，安定制約としてナイキスト軌跡に基づく安定制約を用いたもので設計した制御器を含む $L(\theta)$ の軌跡を図 5.9 に，その拡大図を図 5.10 に示す。安定余裕に対する制約を課していない手法ではゲイン余裕 6.4 dB，位相余裕 62 deg となった。安定制約として小ゲイン定理を用いたものの結果と比較すると，ゲイン余裕・位相余裕ともに小さな値を示しており，安定制約をナイキスト軌跡に基づく安定制約に変更したことにより， $L(\theta)$ の軌跡が臨界点に近づいていることが確認できる。安定余裕を考慮した制約を付加した提案手法においては $L(\theta)$ の軌跡が禁止円に侵入しておらず，ゲイン余裕 14 dB，位相余裕 76 deg と，ともに指定した値を満足している。

以上の結果より，提案手法では，指定されたゲイン余裕と位相余裕を確保した上で，安定性を保証し，評価関数を最小化する最適な制御器パラメータを導出することができた。

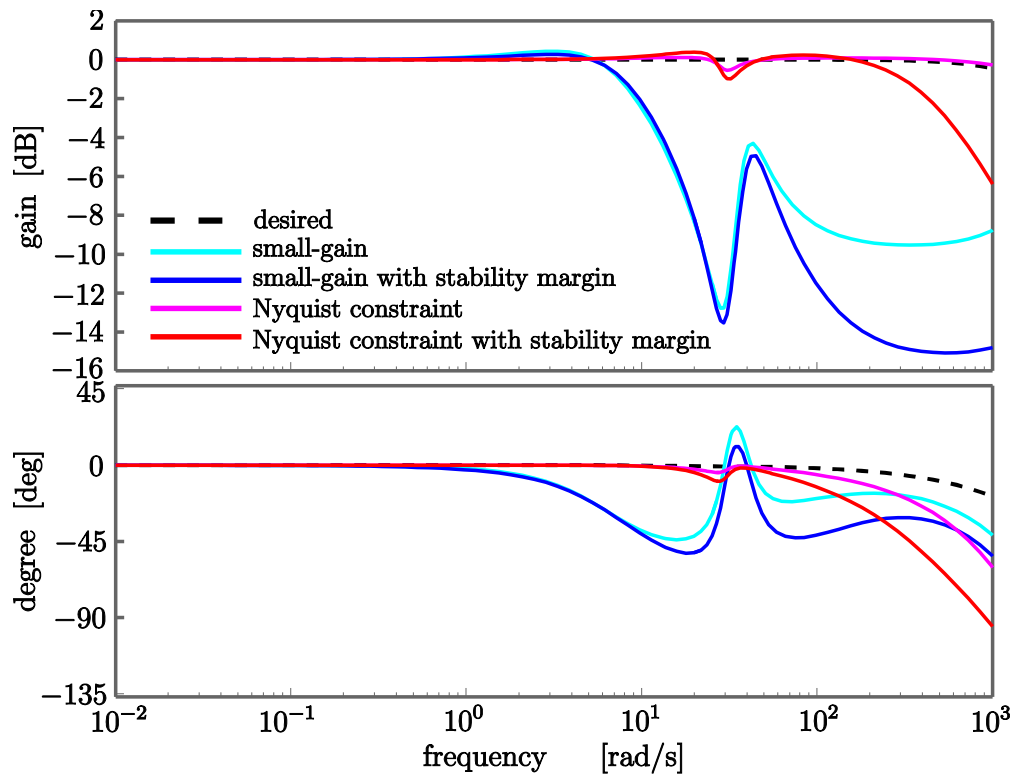


図 5.3: ボード線図

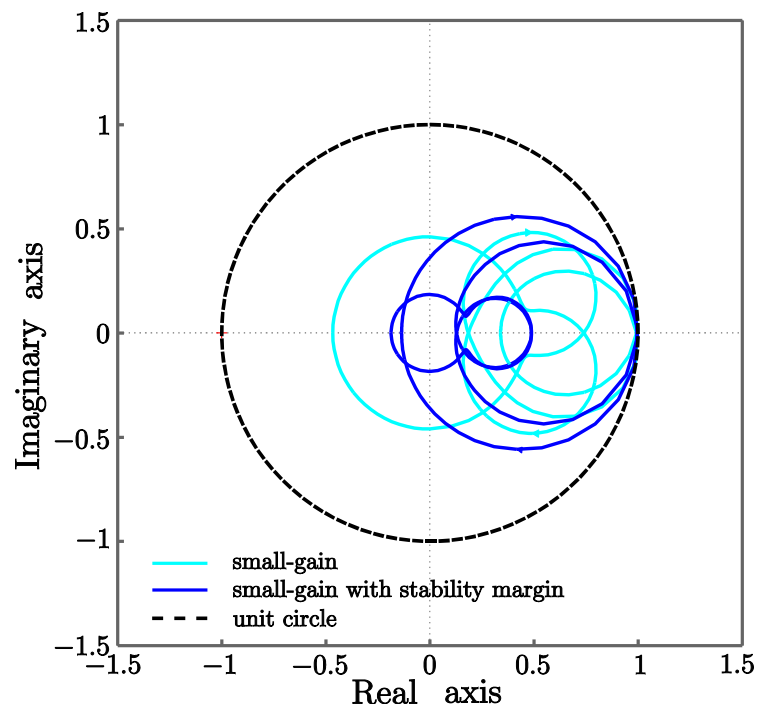


図 5.4: 小ゲイン定理における $G(\theta)$ のベクトル軌跡

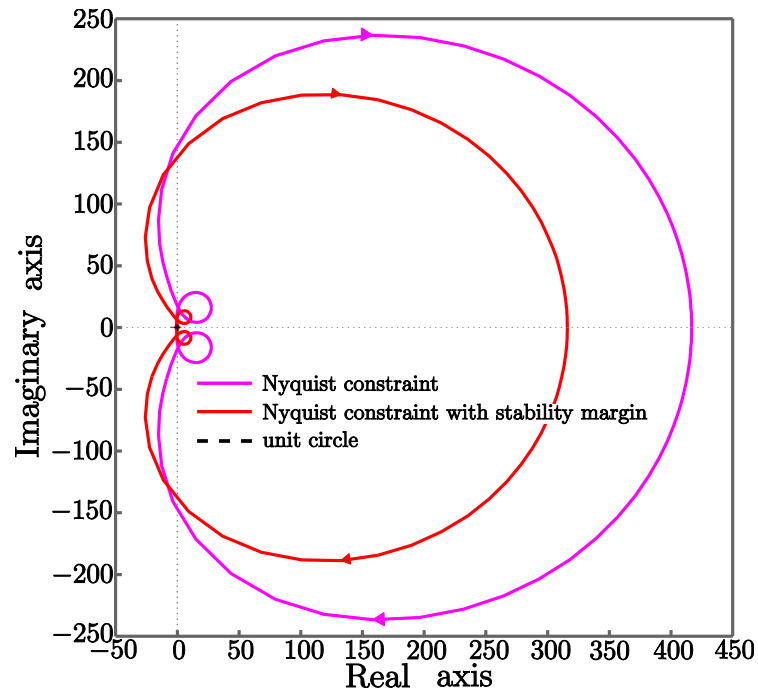


図 5.5: ナイキスト軌跡に基づく安定制約における $G(\theta)$ のベクトル軌跡

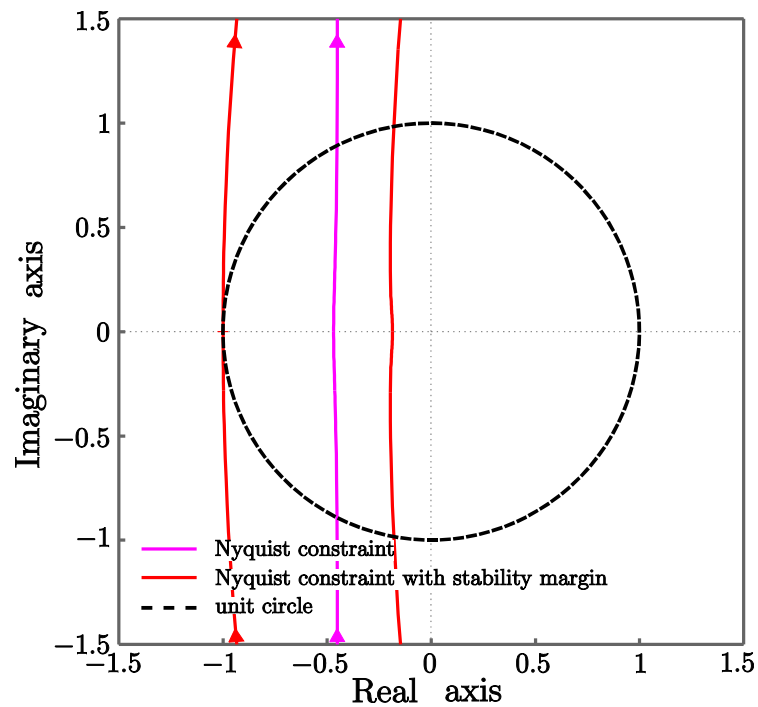


図 5.6: ナイキスト軌跡に基づく安定制約における $G(\theta)$ のベクトル軌跡の拡大図

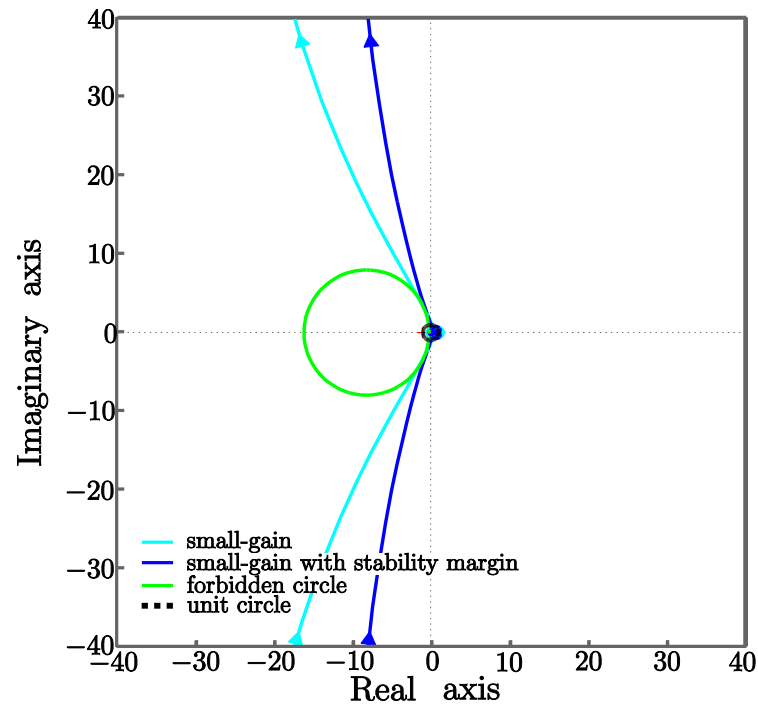


図 5.7: 小ゲイン定理における $L(\theta)$ のベクトル軌跡

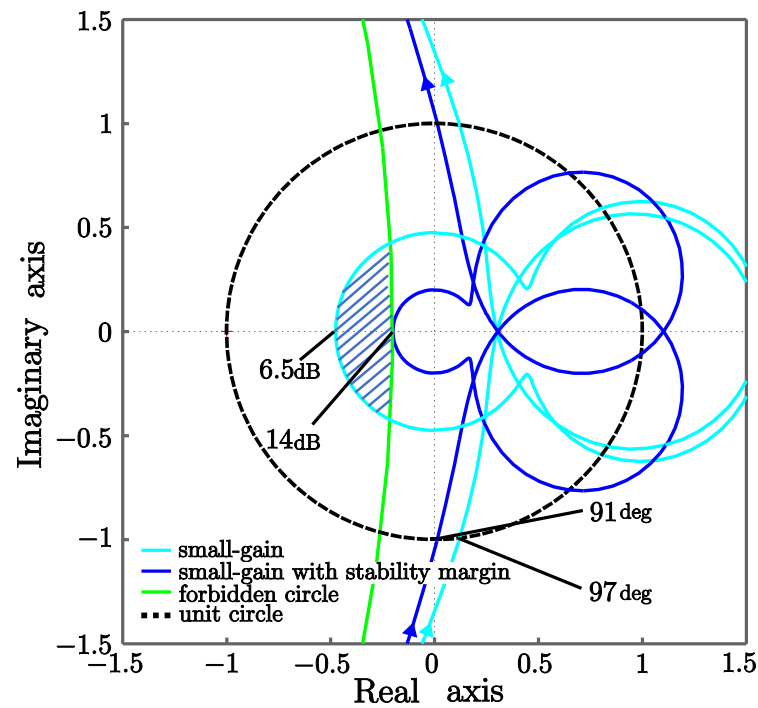


図 5.8: 小ゲイン定理における $L(\theta)$ のベクトル軌跡の拡大図

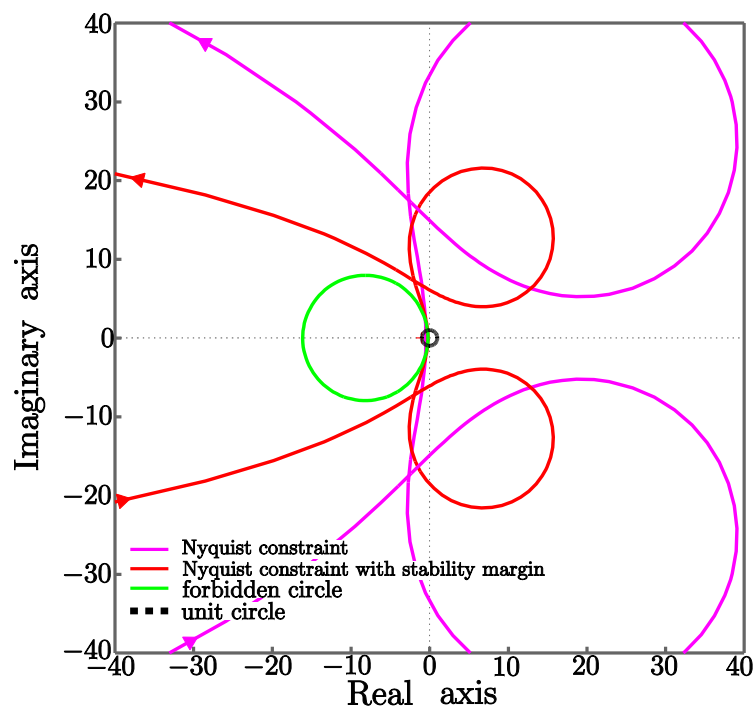


図 5.9: ナイキスト軌跡に基づく安定制約における $L(\theta)$ のベクトル軌跡

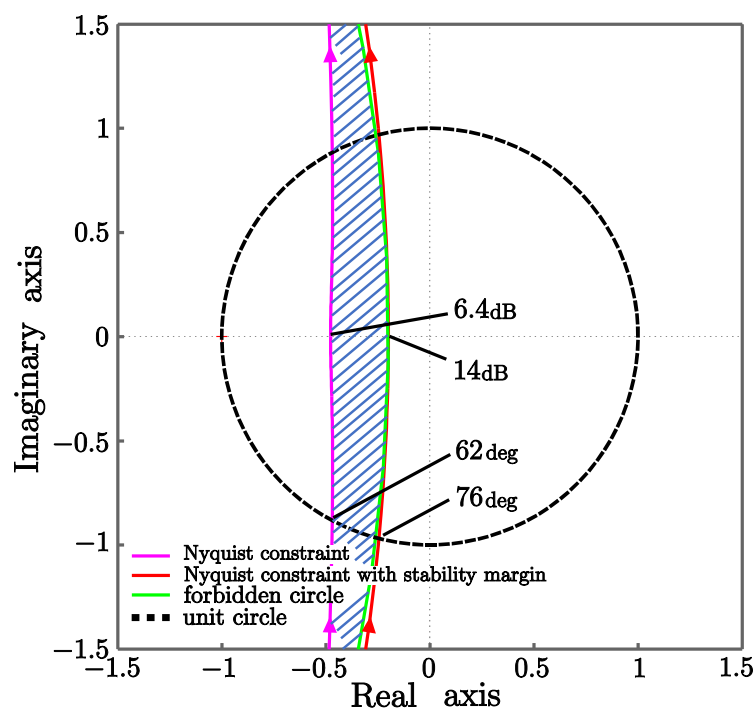


図 5.10: ナイキスト軌跡に基づく安定制約における $L(\theta)$ のベクトル軌跡の拡大図



図 5.11: 二慣性共振系実験装置

5.3 実機検証

本節では，図 5.11 に示す二慣性共振系実験装置に対して入出力データを取得し，提案手法の実システムに対する有効性を確認する。

5.3.1 実験条件

設計に用いる参照モデル，PID 制御器を (5.8)，(5.9) 式に示す。設計に用いる同定用信号には 15 段で，振幅が 5 V の M 系列信号を 5 周期 (取得データ数 $N = 163835$) とし，サンプリング時間は $T_s = 1$ ms とした。

$$M = \frac{0.09516}{z - 0.9048} \quad (5.8)$$

$$C(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_s}{1-z^{-1}} & \frac{1-z^{-1}}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_P \\ \theta_I \\ \theta_D \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

相関係数を求めるためのデータシフト数は $l = 35$ とし，初期制御器のパラメータは， $\theta_0 = [0.0375, 0.08798, -5.8168 \times 10^{-6}]$ として与えた。最適化問題の収束条件は，前回の評価値と現在の評価値の相対誤差が 1 % 未満であり，かつベクトル軌跡の変化量が 0.01 未満となることが 3 回連続で生じた場合とした。そして，確保すべきゲイン余裕，位相余裕は $g_m = 1/0.2$ (約 14 dB)， $\Phi_m = 5\pi/12$ (75 deg) とした。

表 5.2: 設計結果

安定制約	小ゲイン定理		ナイキスト軌跡	
安定余裕	未考慮	考慮	未考慮	考慮
設計結果	0.124	0.124	0.681	0.341
	0.088	0.088	0.088	0.088
	2.78×10^{-6}	2.78×10^{-6}	-2.76×10^{-4}	-3.86×10^{-5}
評価値	26.03	26.03	18.32	21.32

5.3.2 実験結果

それぞれの手法で制御器設計を行った場合の評価値を表 5.2 に示す。また、安定制約として小ゲイン定理を用いたもので設計した制御器を含む一巡伝達関数の推定値を図 5.12 に示す。併せて、安定制約としてナイキスト軌跡に基づく安定制約を用いたもので設計した制御器を含む一巡伝達関数の推定値を図 5.13 に示す。図 5.12 では、ベクトル軌跡の推定値を単位円内に収めることで安定性を保証している。ここで、表 5.2 より、小ゲイン定理では、安定余裕を考慮した場合としない場合と同じ解が導出されているため、図 5.12 における青い軌跡はピンクの軌跡と重なってしまっている。図 5.13 では、単位円内だけにベクトル軌跡の推定値をとどめる制約式ではないので、単位円外にもベクトル軌跡の推定値が描かれている。そのうえ、臨界点を越えてはいないため、安定性を保証している。つまり、両制御器とも閉ループシステムを安定化していることがわかる。また、表 5.2 より、評価値はナイキスト軌跡に基づく安定制約で設計した制御器パラメータの方が小さくなっている。また、安定余裕に対する制約を課している場合、小ゲイン定理に基づいた制約の方は、評価値が変わっていない。これは、安定余裕の制約を課さなかった場合でも、十分な安定余裕が確保されているため同じ解が導出されたためである。そして、ナイキスト軌跡に基づく安定制約の方は、評価値が大きくなっている。これは、シミュレーションと同様の結果である。次に、速度指令値を 10 rad/s から 20 rad/s に変化させた際、それぞれの手法で制御器設計を行った各閉ループシステムの応答を図 5.14 に示す。図 5.14 の応答より、閉ループシステムの応答は発散することなく、定常値に収束しており、評価値通りの性能となっていることが確認できる。最後に、安定制約として小ゲイン定理を用いたもので設計した制御器を含む開ループ伝達関数の推定値を図 5.15 に示す。併せて、安定制約としてナイキスト軌跡に基づく安定制約を用いたもので設計した制御器を含む開ループ伝達関数

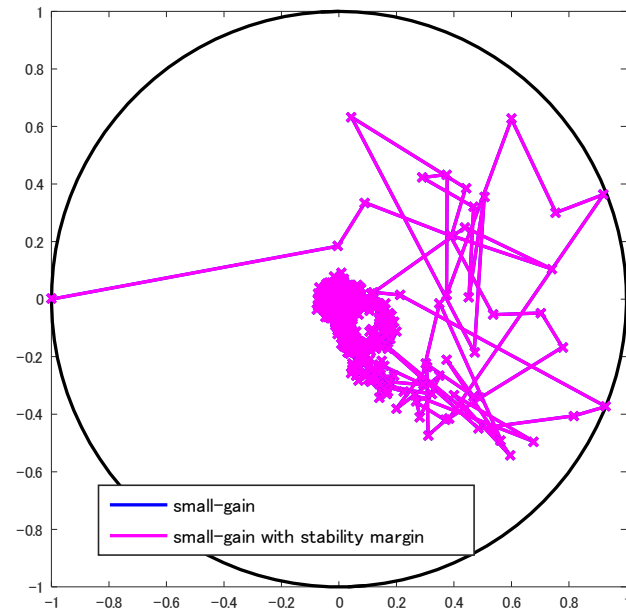


図 5.12: 小ゲイン定理における $G(\theta)$ のベクトル軌跡の推定値

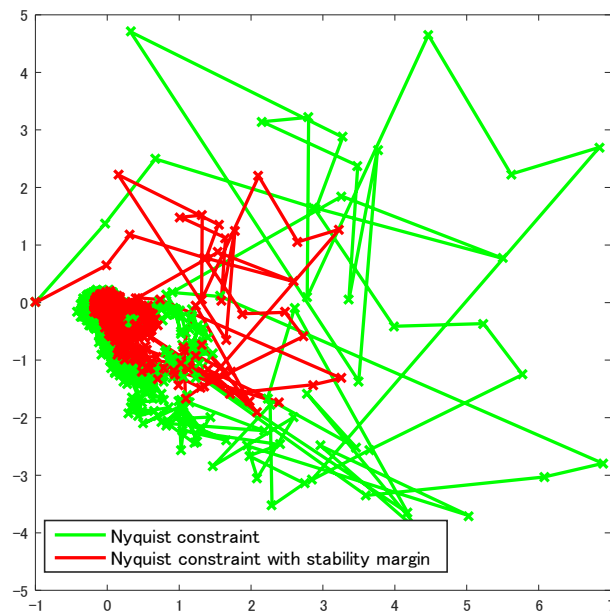


図 5.13: ナイキスト軌跡に基づく安定制約における $G(\theta)$ のベクトル軌跡の推定値

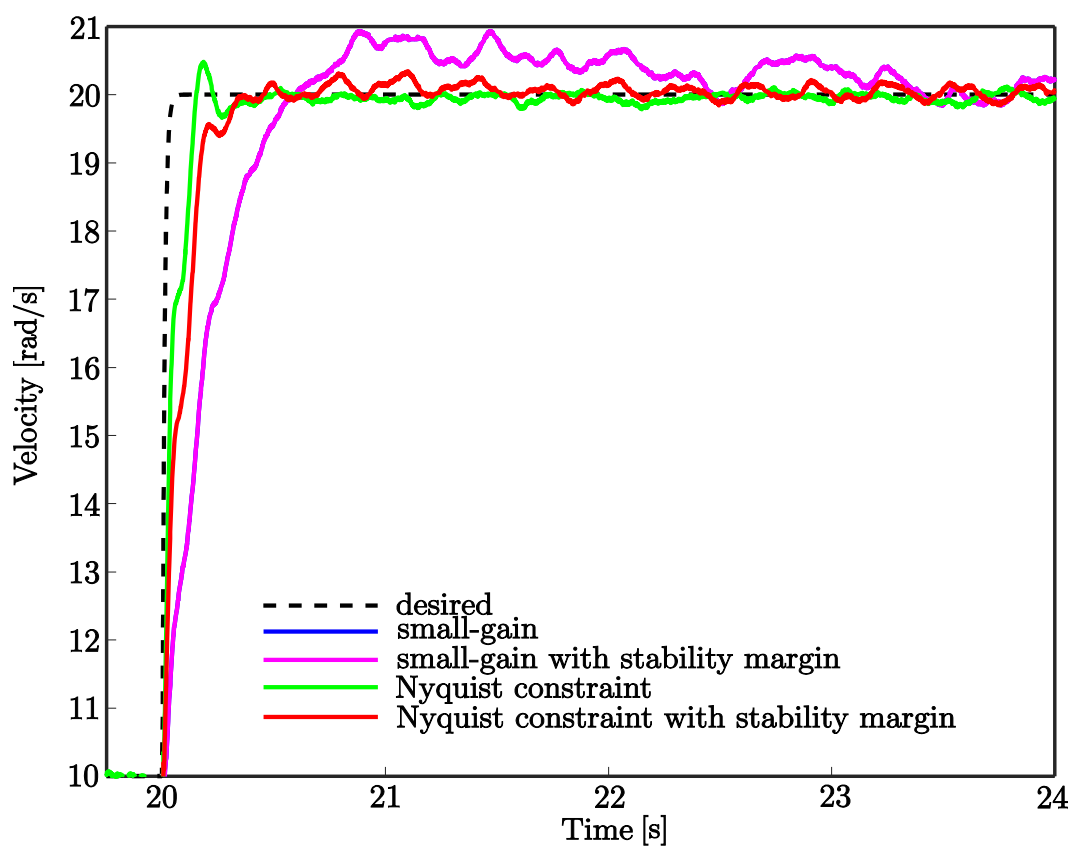


図 5.14: 実システムの速度応答

の推定値を図 5.16 に示す。点線は禁止円を示している。図 5.15, 図 5.16 より, 小ゲイン定理では十分な安定余裕が確保されていることが確認でき, ナイキスト軌跡に基づく安定制約では, 安定余裕に対する制約を課したことにより, 禁止円内に推定値が進入することなく安定余裕を確保できていることが確認できる。以上より, 二慣性共振系実験装置において, 提案手法の有効性を確認した。

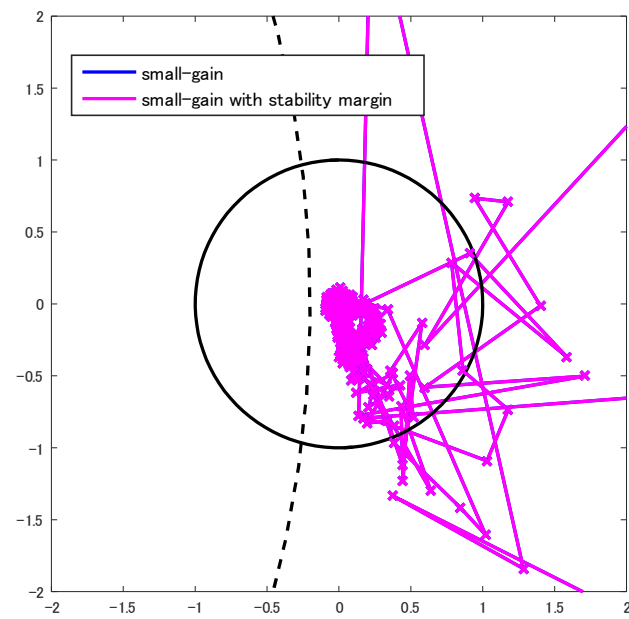


図 5.15: 小ゲイン定理における開ループ伝達関数のベクトル軌跡の推定値

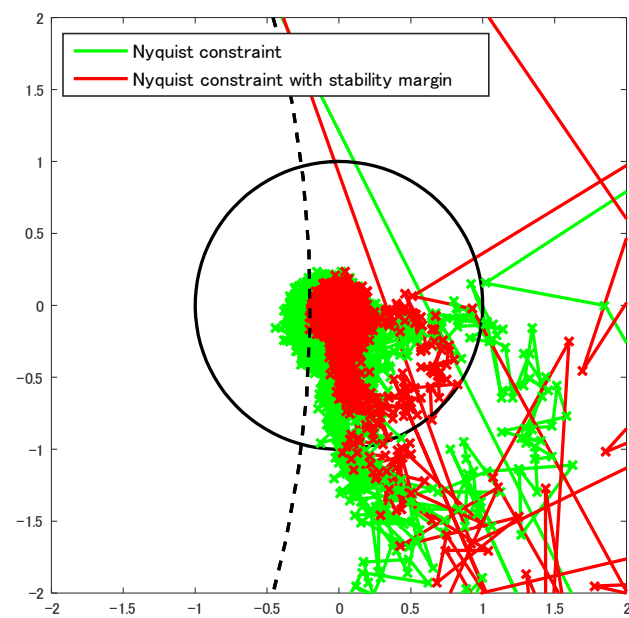


図 5.16: ナイキスト軌跡に基づく安定制約における開ループ伝達関数のベクトル軌跡の推定値

第6章 フルパラメトライズ制御器設計への拡張

前章までは，設計する制御器が分子多項式の係数を調整するものを扱ってきたが，この方法では設計パラメータを制御器に対して線形に定義することで凸最適化問題として設計問題を定式化できる反面，設計する制御器がパラメータに対して線形なクラスに限定される。そこで，更なる制御性能の向上のため，設計される制御器の範囲を拡大させる。

本章では，設計する制御器の分母多項式もパラメータ化したナイキスト軌跡に基づく安定制約の定式化を行い，シミュレーションにて提案手法の有効性を確認する。

6.1 フルパラメトライズ化した制御器の定義

本章で用いる設計する制御器の構造を (6.1) 式のように定義する。

$$C(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) = X(\boldsymbol{\rho})Y^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \quad (6.1)$$

$$X(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\rho_{n_1}z^{n_1-1} + \rho_{n_1-1}z^{n_1-2} + \cdots + \rho_1}{\phi(z)}$$

$$Y(\boldsymbol{\eta}) = \frac{(z^{n_2} + \eta_{n_2}z^{n_2-1} + \cdots + \eta_1)\varphi(z)}{\phi(z)}$$

ここで， $Y(\boldsymbol{\eta})$ の $\varphi(z)$ は積分器などの制御器に持たせたい極を設計者が指定できる項である。また， $\phi(z)$ は， $X(\boldsymbol{\rho})$ ， $Y(\boldsymbol{\eta})$ に入出力データを用いるため， $X(\boldsymbol{\rho})$ ， $Y(\boldsymbol{\eta})$ が安定かつプロパーになるようにし，その上， $Y(\boldsymbol{\eta})$ が可逆であることを前提としているため， $Y(\boldsymbol{\eta})$ がバイプロパーになるように定義する。制御器の構造を (6.1) 式と定義することで，制御器の次数や構造を設計パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ ， $\boldsymbol{\eta}$ に対して制限されることなく設計者が指定することができる。

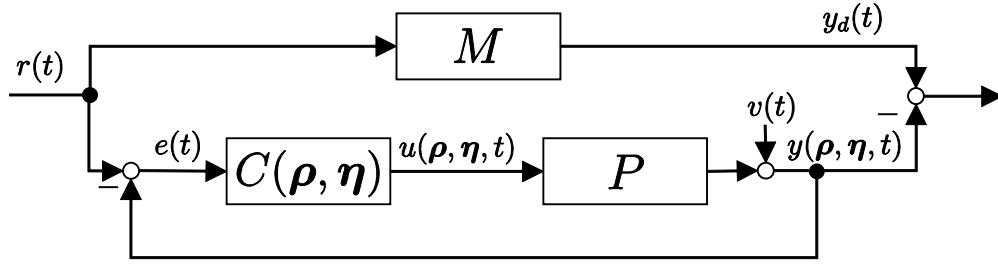


図 6.1: モデル参照制御問題

6.2 設計問題

制御器の構造を (6.1) 式とすると、2 章で記述されるような凸最適化問題として記述することができない。そこで、(6.1) 式で定義される制御器を用いたモデル参照制御問題の記述をしていく。

図 6.1 のように表される制御対象 P と設計する制御器 $C(\rho, \eta)$ で構成される閉ループシステムの特性が、望みの特性を持つ参照モデル M に近づくように制御器を設計する設計問題とする。

$$\min_{\rho, \eta, \gamma} \gamma$$

subject to

$$\left\| M - \frac{PC(\rho, \eta)}{1 + PC(\rho, \eta)} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (6.2)$$

上記の設計問題を入出力データを用いて記述していく。図 3.3 で得られる信号を用いて、擬似参照信号 $\tilde{r}(\rho, \eta, t)$ を (6.3) 式のように生成する。

$$\tilde{r}(\rho, \eta, t) = Y(\eta)u_2(t) + X(\rho)y(t) \quad (6.3)$$

このように擬似参照信号を新たに定義することで、 $\tilde{r}(\rho, \eta, t)$ は制御器パラメータ ρ, η に対して線形に定義できる。そして、図 6.2 に示されている誤差の信号を出力は (6.4) 式で表される。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{XY}(\rho, \eta, t) &= \left(M - \frac{PC(\rho, \eta)}{1 + PC(\rho, \eta)} \right) \tilde{r}(\rho, \eta, t) \\ &= M\tilde{r}(\rho, \eta, t) - \frac{PX(\rho)}{Y(\eta) + PX(\rho)} \tilde{r}(\rho, \eta, t) \\ &= M\tilde{r}(\rho, \eta, t) - X(\rho)y(t) \end{aligned} \quad (6.4)$$

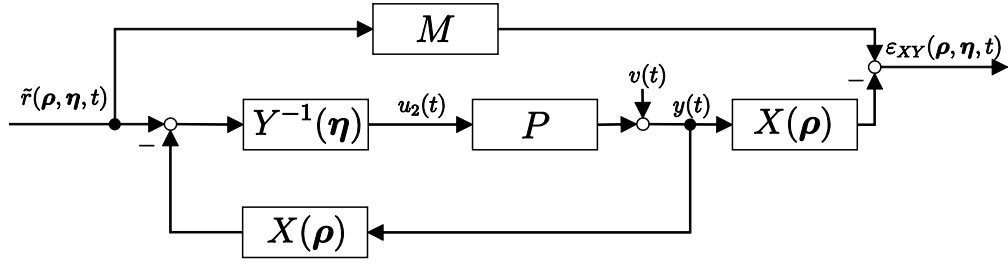


図 6.2: 擬似参照信号概念図

(6.4) 式で表される $\varepsilon_{XY}(\rho, \eta, t)$ も同様に ρ, η に対して線形に定義される。よって、評価関数の H_∞ ノルムは入出力データのエネルギー比の上限値で与えられるため、(6.5) 式のように与えられる。

$$\left\| M - \frac{PC(\rho, \eta)}{1 + PC(\rho, \eta)} \right\|_\infty = \sup_{\tilde{r} \neq 0} \frac{\|\varepsilon_{XY}(\rho, \eta, t)\|_2}{\|\tilde{r}(\rho, \eta, t)\|_2} \quad (6.5)$$

本来、(6.5) 式を用いるには無限長の入出力データのパワー比の上限値を評価すべきであるが、実際には困難であるため (6.6) 式のように 1 組のデータ長 N の入出力データを用いて評価することとする。

$$\sup_{\tilde{r} \neq 0} \frac{\|\varepsilon_{XY}(\rho, \eta, t)\|_{2[1, N]}}{\|\tilde{r}(\rho, \eta, t)\|_{2[1, N]}} < \gamma \quad (6.6)$$

ここで、(6.6) 式の上限值を与える擬似参照信号 $\tilde{r}(\rho, \eta, t)$ を最悪入力と呼ぶ。しかし、1 組の有限長のデータを用いて評価を行う場合、必ずしも最悪入力になるとは限らず、正しく H_∞ ノルムを推定できない。そこで、有限長の入出力データを m 個のバンドパスフィルタ F_j ($j = 1, \dots, m$) に通すことにより、通した入出力データ組に対して入出力信号のエネルギー比の最大値が H_∞ ノルムの推定値になると考えられる^[10]。よって、上記の考えを (6.6) 式に適用すると、(6.7) 式のように定式化できる。

$$\frac{\|F_j \varepsilon_{XY}(\rho, \eta, t)\|_{2[1, N]}}{\|F_j \tilde{r}(\rho, \eta, t)\|_{2[1, N]}} < \gamma \quad (6.7)$$

そして、(6.7) 式の両辺を二乗し、 $\gamma^2 = \bar{\gamma}$ と置き換え、変形することで (6.8) 式のような不等式を考える。

$$\|F_j \varepsilon_{XY}(\rho, \eta, t)\|_{2[1, N]}^2 - \bar{\gamma} \|F_j \tilde{r}(\rho, \eta, t)\|_{2[1, N]}^2 < 0 \quad (6.8)$$

ここで、(6.8) 式の左辺は $\bar{\gamma} > 0$ であり、 $\tilde{r}(\rho, \eta, t)$ は制御器パラメータに対して線形に定義されているため、異なる凸関数の差となっている。よって、CCCP^[11]の適用が可能

である。ここで、 $X(\boldsymbol{\rho})$, $Y(\boldsymbol{\eta})$ が (6.9), (6.10) 式の関係を満たすように $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\eta}$, $\boldsymbol{\beta}_X(z)$, $\boldsymbol{\beta}_Y(z)$ を定義する。

$$X(\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\beta}_X(z) \quad (6.9)$$

$$Y(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\beta}_Y(z) \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho} &= [\rho_{n_1} \ \rho_{n_1-1} \cdots \rho_1] \\ \boldsymbol{\eta} &= [1 \ \eta_{n_2} \cdots \eta_1] \\ \boldsymbol{\beta}_X(z) &= \frac{1}{\phi(z)} [z^{n_1-1} \cdots 1]^T \\ \boldsymbol{\beta}_Y(z) &= \frac{\varphi(z)}{\phi(z)} [z^{n_2} \cdots 1]^T \end{aligned}$$

そして、(6.11) 式のように置くと、(6.8) 式は (6.12) 式で置き換えられる。

$$\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) = F_j \boldsymbol{\beta}_X(z) y(t), \quad \boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t) = F_j \boldsymbol{\beta}_Y(z) u_2(t) \quad (6.11)$$

$$\sum_{t=1}^N [(M-1)\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) + M\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t)]^2 - \bar{\gamma} \sum_{t=1}^N [\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) + \boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t)]^2 < 0 \quad (6.12)$$

よって、CCCP の考えに基づき (6.12) 式の第 2 項目に対して前回の解 $(\boldsymbol{\rho}_{i-1}, \boldsymbol{\eta}_{i-1}, \bar{\gamma}_{i-1})$ まわりのテイラー展開の一次式 $Z_j(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \bar{\gamma}_i)$ を用いて (6.13) 式のように近似される。

$$\sum_{t=1}^N [(M-1)\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) + M\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t)]^2 - Z_j(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \bar{\gamma}_i) < 0 \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} Z_j(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \bar{\gamma}_i) &= \sum_{t=1}^N \{ \bar{\gamma}_{i-1} [\boldsymbol{\rho}_{i-1}\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) + \boldsymbol{\eta}_{i-1}\boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t)]^2 \\ &\quad + [\boldsymbol{\rho}_{i-1}\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) + \boldsymbol{\eta}_{i-1}\boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t)]^2 (\bar{\gamma}_i - \bar{\gamma}_{i-1}) \\ &\quad + 2 \sum_{k=1}^{n_1} \bar{\gamma}_{i-1} [\boldsymbol{\rho}_{i-1}\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) + \boldsymbol{\eta}_{i-1}\boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t)] \boldsymbol{\psi}_{X,j,k}(t) (\rho_{i,k} - \rho_{i-1,k}) \\ &\quad + 2 \sum_{k=2}^{n_2} \bar{\gamma}_{i-1} [\boldsymbol{\rho}_{i-1}\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t) + \boldsymbol{\eta}_{i-1}\boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t)] \boldsymbol{\psi}_{Y,j,k}(t) (\eta_{i,k} - \eta_{i-1,k}) \} \end{aligned}$$

ただし、 $Z_j(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \bar{\gamma}_i)$ における $\rho_{i,k}$, $\eta_{i,k}$ は i 回目の更新で得られる $\boldsymbol{\rho}_i$, $\boldsymbol{\eta}_i$ の第 k 要素を示し、 $\boldsymbol{\psi}_{X,j,k}(t)$, $\boldsymbol{\psi}_{Y,j,k}(t)$ は $\boldsymbol{\psi}_{X,j}(t)$, $\boldsymbol{\psi}_{Y,j}(t)$ の第 k 要素であることを示している。(6.13) 式は制御器パラメータに対して、凸の関数であり最適化計算により準最適解の導出が

可能である。得られた解を前回の解として凸近似を行い、最適化計算を繰り返し行っていくことで解が収束し、最適解の導出が可能となる。設計を行う上で必要な $i = 1$ における初期解については、(6.12) 式にそれぞれ ρ_0 , η_0 , $\bar{\gamma}_0$ を代入した際に不等式が成り立つようにする必要がある。 ρ_0 , η_0 に関しては、事前に得られているものとし、 $\bar{\gamma}_0$ は (6.14) 式から得られるものとする。

$$\bar{\gamma}_0 = \max_{1 \leq j \leq m} \frac{\sum_{t=1}^N [(M-1)\rho_0\psi_{X,j}(t) + M\eta_0\psi_{Y,j}(t)]^2}{\sum_{t=1}^N [\rho_0\psi_{X,j}(t) + \eta_0\psi_{Y,j}(t)]^2} + \delta \quad (6.14)$$

(6.14) 式の δ はマージンであり、正の実数とする。

6.3 安定制約の拡張

本節では、ナイキスト軌跡に基づく安定制約を分母多項式調整可能な制御器設計法へと拡張させる。

6.3.1 分母多項式調整可能なナイキスト軌跡に基づく安定制約

4 章のナイキスト軌跡に基づく安定制約は、(6.15) 式で表される。

$$|1 + G(\theta_{i-1})| > |G(\theta_{i-1}) - G(\theta_i)| \quad (6.15)$$

(6.15) 式において設計する制御器を $C(\theta)$ から $C(\rho, \eta)$ へと変更する。この際、 $C(\rho, \eta)$ は初期安定化制御器 C_s と構造が異なるため、以下の点に注意する。初期安定化制御器に積分器が含まれている場合には、設計する制御器に積分器を持たせて設計することとする。そして、変更させた場合、(6.16) 式のように書き表せる。

$$\left| 1 + \frac{P(C(\rho_{i-1}, \eta_{i-1}) - C_s)}{1 + PC_s} \right| > \left| \frac{P(C(\rho_{i-1}, \eta_{i-1}) - C_s)}{1 + PC_s} - \frac{P(X(\rho_i)Y^{-1}(\eta_i) - C_s)}{1 + PC_s} \right| \quad (6.16)$$

ここで、(6.16) 式の両辺を $|Y(\eta_i)|$ 倍して、計算すると (6.17) 式のように書き表せる。

$$\left| Y(\eta_i) + \frac{PC(\rho_{i-1}, \eta_{i-1})Y(\eta_i)}{1 + PC_s} - \frac{PC_sY(\eta_i)}{1 + PC_s} \right| > \left| \frac{PC(\rho_{i-1}, \eta_{i-1})Y(\eta_i)}{1 + PC_s} - \frac{PX(\rho_i)}{1 + PC_s} \right| \quad (6.17)$$

ここで、スペクトル推定を行うために、図 6.3 のようにデータを生成し、スペクトル解析法により (6.18) 式のように書き表せる。

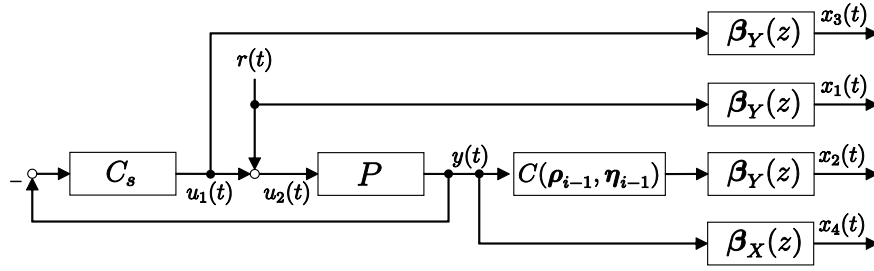


図 6.3: 各データの生成

$$\left| \frac{\Phi_{x_1 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} + \frac{\Phi_{x_2 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} - \frac{\Phi_{x_3 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} \right| > \left| \frac{\Phi_{x_2 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} - \frac{\Phi_{x_4 r}(\omega_k) \rho_i}{\Phi_r(\omega_k)} \right| \quad \forall \omega_k \quad (6.18)$$

そして, (6.18) 式の両辺を 2 乗して, まとめると (6.19) 式のように書き表せる。

$$\left| \frac{\Phi_{x_2 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} - \frac{\Phi_{x_4 r}(\omega_k) \rho_i}{\Phi_r(\omega_k)} \right|^2 - \left| \frac{\Phi_{x_1 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} + \frac{\Phi_{x_2 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} - \frac{\Phi_{x_3 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} \right|^2 < 0 \quad \forall \omega_k \quad (6.19)$$

ここで, (6.19) 式において ρ_{i-1} , η_{i-1} は前回の解であるため, 計算する際には定数として扱うことができるので (6.19) 式は制御器パラメータに対して凸な制約式となっているため, 前節と同様に CCCP が適用可能である。よって, CCCP の考え方にに基づき (6.19) 式の第 2 項目に対して前回の解 η_{i-1} まわりのテイラー展開の一次式 $Z_l(\eta_i)$ を用いて (6.20) 式のように近似される。

$$\left| \frac{\Phi_{x_2 r}(\omega_k) \eta_i}{\Phi_r(\omega_k)} - \frac{\Phi_{x_4 r}(\omega_k) \rho_i}{\Phi_r(\omega_k)} \right|^2 - Z_l(\eta_i) < 0 \quad \forall \omega_k \quad (6.20)$$

$$Z_l(\eta_i) = \left| \tilde{h}(\omega_k) \eta_{i-1} \right|^2 + 2 \operatorname{Re}[\tilde{h}(\omega_k) \eta_{i-1} \tilde{h}(\omega_k) (\eta_i - \eta_{i-1})]$$

$$\tilde{h}(\omega_k) = \frac{\Phi_{x_1 r}(\omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} + \frac{\Phi_{x_2 r}(\omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)} - \frac{\Phi_{x_3 r}(\omega_k)}{\Phi_r(\omega_k)}$$

よって, (6.20) 式を満たしながら, 最適化計算を繰り返し行っていくことで, 臨界点を回る回数を維持させながら制御器設計をすることができると考えられる。

また, 上記の制約式において, 図 6.3 より, 解の繰り返し更新を行う度に前回の解を利用したデータ生成を行う必要がある。そのため, 設計された制御器自体が不安定であると, 安定制約に必要なデータを生成できない場合がある。そこで, 制御器自体に安定制約^[12]を用いることでその問題を解決する。

6.3.2 制御器の安定制約

まず, (6.21) 式で定義されるシステムを考える。

$$\tilde{C}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{z^{n_2} + \eta_{n_2} z^{n_2-1} + \cdots + \eta_1} \quad (6.21)$$

$\tilde{C}(\boldsymbol{\eta})$ は設計される制御器の分母多項式のみを取り出したものであり, $\tilde{C}(\boldsymbol{\eta})$ が安定な極のみとなるように制約を付加することで安定な制御器を設計することができる。そして, $\tilde{C}(\boldsymbol{\eta})$ のような離散時間伝達関数で表現される可制御な SISO システムは, (6.22) 式の可制御正準形式で表現できる。

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (6.22)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -\eta_1 & -\eta_2 & \cdots & -\eta_{n_2+1} \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (6.24)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

可制御正準形式では, (6.23) 式に示すようにシステムの \mathbf{A} 行列の要素と特性方程式の係数が一対一対応する。

Lyapunov の安定定理は, (6.26) 式の離散時間 Lyapunov 不等式を成立させる正定対称行列 \mathbf{P} が存在するときに限り, 行列 \mathbf{A} は安定行列であるというもので, (6.22) 式の離散時間システムに対する安定性の必要十分条件となる。

$$\mathbf{P} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} > 0 \quad (6.26)$$

また, (6.26) 式は Schur complement により (6.27) 式と等価である。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{P} \end{bmatrix} > 0 \quad (6.27)$$

ここで, 行列 \mathbf{A} を (6.23) 式に示した可制御正準形式の \mathbf{A} 行列とすると, (6.27) 式は $\boldsymbol{\eta}$ に対して線形となる。したがって, (6.27) 式を制約として最適化に加えることで, 制御

器の安定性は保証される。しかし，この行列不等式において正定対称行列 \mathbf{P} も変数とすると \mathbf{P}^{-1} は非線形制約となる。そこで，実際の安定制約には (6.28) 式を用いて，繰り返しごとに (6.29) 式の離散時間 Lyapunov 方程式を解くことで \mathbf{P} の更新を行う。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1}^{-1} & \mathbf{A}_k \\ \mathbf{A}_k^T & \mathbf{P}_{k-1} \end{bmatrix} > 0 \quad (6.28)$$

$$\mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{A}_{k-1}^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_{k-1} = \mathbf{I} \quad (6.29)$$

なお， \mathbf{P}_{i-1} は前回のパラメータ更新で得た行列 \mathbf{A}_{i-1} から (6.29) 式によって導出される。ここで，(6.28) 式は安定性の十分条件となるが，繰り返しにより \mathbf{A} が収束した場合，必要十分条件となる。

よって，最終的に設計問題は以下の最適化問題の繰り返しによって達成される。

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \bar{\gamma}_i} \bar{\gamma}_i \\ & \text{subject to} \\ & \sum_{t=1}^N [(M-1) \boldsymbol{\rho} \psi_{X,j}(t) + M \boldsymbol{\eta} \psi_{Y,j}(t)]^2 - Z_j(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \bar{\gamma}_i) < 0 \\ & \bar{\gamma}_i > 0 \\ & \left| \frac{\boldsymbol{\Phi}_{x_{2r}}(\omega_k) \boldsymbol{\eta}_i}{\Phi_r(\omega_k)} - \frac{\boldsymbol{\Phi}_{x_{4r}}(\omega_k) \boldsymbol{\rho}_i}{\Phi_r(\omega_k)} \right|^2 - Z_l(\boldsymbol{\eta}_i) < 0 \quad \forall \omega_k \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i-1}^{-1} & \mathbf{A}_i \\ \mathbf{A}_i^T & \mathbf{P}_{i-1} \end{bmatrix} > 0 \\ & j = 1, \dots, m \end{aligned}$$

6.4 シミュレーション検証

本節では，提案した分母多項式調整可能なナイキスト軌跡に基づく安定制約の有効性をシミュレーションを通して確認する。安定制約を付加しなかった場合と安定制約を付加した場合，そして安定制約を用いた時に分子多項式のみの調整したものと分母多項式も調整したもので比較を行う。

6.4.1 シミュレーション条件

制御対象 P と設計に用いる参照モデル M ，初期安定化 PID 制御器 C_s をそれぞれ (6.30) 式，(6.31) 式，(6.32) 式に示す。

$$P = \frac{0.001002}{z - 1.003} \quad (6.30)$$

$$M = \frac{4.6788(z + 0.9355)}{100(z - 0.9048)^2} \quad (6.31)$$

$$C_s = \frac{9.74z^2 - 10.64z + 0.91}{z^2 - z} \quad (6.32)$$

設計に用いる入力信号はサンプリング時間 $T_s = 1\text{ms}$ で，14 段のシフトレジスタで生成した振幅 5 の M 系列信号 5 周期分 (取得データ数 $N = 81915$) とし，スペクトル推定に用いる信号は過渡時の影響が小さくなっていると考えられる 4 周期目の信号とした。今回も，ノイズ $v(t)$ は印加していない。設計する制御器の構造として， $n_1 = 4$ ， $n_2 = 2$ で与えられる 3 次の制御器とする。制御器分解に必要な $\phi(z)$ を (6.33) 式に，また，制御器に与える設計者の指定する極として原点極となるように $\varphi(z)$ を (6.34) 式に示す。以上より，分解後の制御器 $X(\rho)$ ， $Y(\eta)$ の $\beta_X(z)$ ， $\beta_Y(z)$ は (6.35)，(6.36) 式のように与えた。

$$\phi(z) = z^3 \quad (6.33)$$

$$\varphi(z) = z - 1 \quad (6.34)$$

$$\beta_X(z) = \begin{bmatrix} 1 & z^{-1} & z^{-2} & z^{-3} \end{bmatrix}^T \quad (6.35)$$

$$\beta_Y(z) = \begin{bmatrix} \frac{z-1}{z} & \frac{z-1}{z^2} & \frac{z-1}{z^3} \end{bmatrix}^T \quad (6.36)$$

このように $X(\rho)$ ， $Y(\eta)$ が安定かつプロパーとなり， $Y(\eta)$ がバイプロパーとなるように $\phi(z)$ を決定した。設計する制御器における初期パラメータを $\rho_0 = [12.4, -14, 2, 0]^T$ ， $\eta_0 = [1, 0, 0]^T$ のように決定した。設計に必要な初期値 $\bar{\gamma}_0$ は $\delta = 30$ として計算した。

さらにバンドパスフィルタとして 0.1 rad/s から 3140 rad/s の間で対数的等間隔に 100 区間に分割した通過域を持つ 6 次のバターワースフィルタを作成し、設計に用いた。そして、得られた解 $\bar{\gamma}_i$ が前回の解 $\bar{\gamma}_{i-1}$ の相対誤差が連続 3 回で 0.01 未満となったとき収束したと見なし、繰り返しを終了するものとする。また、安定制約を導入したことにより複雑化した評価式を計算できず、うまく更新できなかった場合は、その時の前回の解を準最適解とする。

6.4.2 結果と考察

それぞれの手法で制御器設計を行って得られた設計パラメータと評価値を表 6.1 に示す。そして、提案手法により得られた制御器 $C_{proposed}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$ を (6.37) 式に、ナイキスト軌跡に基づく安定制約を用いないで設計した制御器 $C_{conventional}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$ を (6.38) 式に、分母多項式を固定して設計した制御器 $C_{fixed}(\boldsymbol{\rho})$ を (6.39) 式にそれぞれ示す。

$$C_{proposed}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{-9.629(z + 2.26)(z - 2.22)(z - 1)}{(z + 0.922)(z - 0.567)(z - 1)} \quad (6.37)$$

$$C_{conventional}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{4.665(z - 1.003)(z + 0.953)(z + 0.579)}{(z + 0.59)(z - 0.814)(z - 1)} \quad (6.38)$$

$$C_{fixed}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{8.603(z - 3.63)(z - 2.96)(z - 0.999)}{z^2(z - 1)} \quad (6.39)$$

(6.37) 式, (6.38) 式より, 設計後の制御器に不安定極を有していないことがわかる。表 6.1 より, 分母多項式を調整している手法の方が評価値が小さくなっていることが確認できる。これは, 期待される結果どおり, 最適な制御器の構造の範囲が拡大されたため, 分子多項式のみを調整する制御器よりも良い制御器が設計できる。次に, 参照モデルとそれぞれの手法で設計した制御器を含む閉ループシステムのボード線図を図 6.4 に示す。安定制約を用いずに設計した分母多項式も調整した制御器が一番参照モデルの特性に近づいており, 次に安定制約を用いて分母多項式も調整した制御器が近づいていることが確認できる。また, 分子多項式のみを調整した制御器が参照モデルの特性から離れており, これは評価値に対する結果と対応している。そして, 設計後の制御器を含む一巡伝達関数 $G(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\eta})$ のベクトル軌跡を図 6.5 に示す。図 6.5 からわかるように, 安定制約を用いて設計した制御器では, 臨界点を左手に見るような軌跡が描かれており, 閉ループシステムの安定性が保証されている。しかし, 安定制約を用いずに設計した制御器では, 臨界点をまわるような軌跡を描いており, 不安定となってしまうことが確認できる。以上の結果より, 分母多項式調整可能なナイキスト軌

表 6.1: 各シミュレーション結果

安定制約	あり		なし		あり	
分母調整	あり		あり		なし	
パラメータ	ρ	η	ρ	η	ρ	η
設計結果	$\begin{bmatrix} -9.63 \\ 9.23 \\ 48.8 \\ -48.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.35 \\ -0.52 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4.66 \\ 2.46 \\ -4.59 \\ -2.58 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -0.22 \\ -0.48 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8.60 \\ -65.3 \\ 149 \\ -92.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
評価値	5.5×10^{-3}		1.0×10^{-8}		7.2×10^{-3}	

跡に基づく安定制約の有効性を確認でき，設計可能な制御器の範囲が拡大されたとと言える。

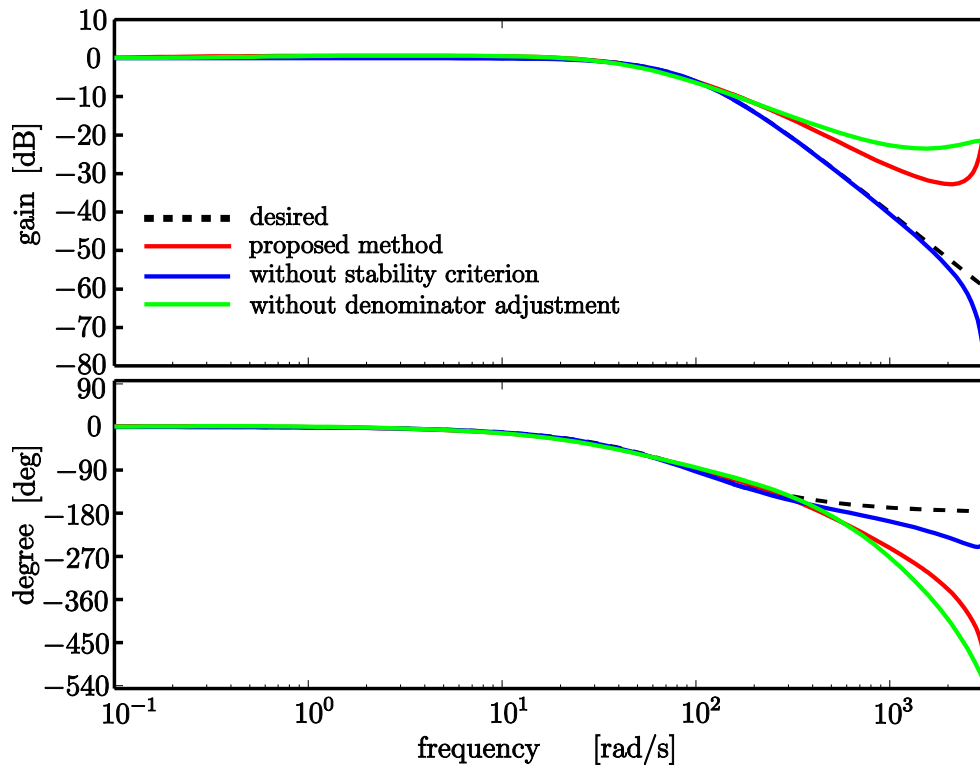


図 6.4: ボード線図

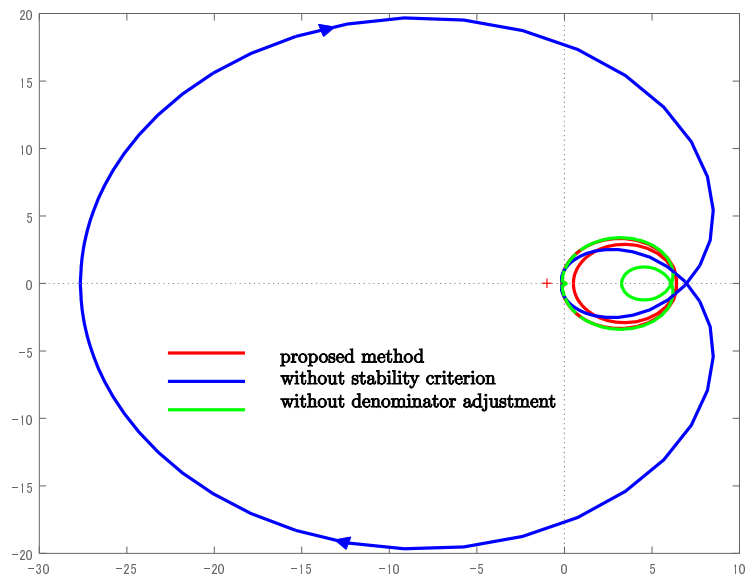


図 6.5: 一巡伝達関数 $G(\rho, \eta)$ のベクトル軌跡

第7章 結言

7.1 まとめと今後の課題

本研究では、データ駆動型制御器設計法におけるナイキスト軌跡に基づく安定制約の拡張を行った。ナイキスト軌跡に基づく安定制約は、設計後の閉ループシステムの安定性を保証し、小ゲイン定理の保守性を低減している。しかし、小ゲイン定理の保守性を低減したが故に、安定限界に近い制御器が設計される可能性がある。そのような場合、ゲイン余裕や位相余裕が確保されず、経年劣化による特性変動や負荷変動などの制御対象の変化に対して安定性を維持できない恐れがある。その問題を安定余裕を考慮したナイキスト軌跡に基づく安定制約を付加することで解決した。これにより、制御対象の入出力データで確保したい安定余裕を持った閉ループシステムを安定化する制御器を設計することができる。

次に、制御器の調整が分子多項式のみであったため、設計パラメータを制御器に対して線形に定義することができ、凸最適化問題として設計問題を定式化できていた。しかし、設計できる制御器がパラメータに対して線形なクラスに限定されていた。更なる制御性能の向上のため、設計される制御器の範囲を拡大させた。これにより、設計される制御器の範囲を拡大させ、望みの特性により近づく制御器を設計することが期待できる。

7.2 今後の課題

最後に、本節では本研究の今後の課題について述べる。本研究における課題としては分母多項式調整可能なナイキスト軌跡に基づく安定制約において大きく、以下の点が挙げられる。

第一に、分母多項式調整する際に、初期安定化制御器の極に依存してしまう点である。本研究においては、初期安定化制御器に積分器の構造があるならば、設計する制御器にも積分器の構造を持たせる必要があり、また、逆に初期制御器に積分器を持っていない場合は設計する制御器にも積分器の構造を持たせないこととしていた。分母多

項式を調整する場合は、ナイキスト軌跡に基づく安定制約の一巡伝達関数 $G(\rho, \eta)$ を導入する際に初期安定化制御器と構造が異なるため、 $G(\rho, \eta)$ のベクトル軌跡の描かれ方に注意が必要となる。上記のままであると、考慮する閉ループシステムの問題自身には問題はないが、設計される制御器のクラスが限定されないように分母多項式の調整を行っていることの長所が設計する制御器に極指定が入ることで少し弱まってしまっている。そこで、初期安定化制御器の構造にも寄らなくする必要がある。

第二に、設計問題を無限大ノルムで記述していることとそれにより設計問題が複雑化し、解の更新がうまく更新されない場合が存在する。NCbT など、データ駆動型制御器設計法の設計問題としては時系列データを用いて、2 ノルムの評価関数を用いて、最適化計算を行っている。その部分を、本研究においては、無限大ノルムの評価関数を用いて、近似を行い、準最適解として、解を導出している。従来におけるデータ駆動型制御器設計法と比較をするならば、分母多項式調整可能な制御器設計法でも、2 ノルムでの評価関数でモデル参照制御問題を記述していく必要がある。また、ナイキスト軌跡に基づく安定制約を付加した場合、設計における解の繰り返し更新の終了条件に、計算結果が悪く、うまく解を更新できない場合は、そこで、解の更新を終了し、前回の解を準最適解としていた。そこで、安定制約の評価式をより簡単なものにする必要があると考えられる。

第三に、分母多項式調整可能なナイキスト軌跡に基づく安定制約の様々な検証と実システムへの検証である。本研究においては、シミュレーション検証のみを行っており、実システムに適用してはいない。より提案手法の有効性を確認するためには、実際のシステムで確認する必要がある。そこで、実システムでの検証が必要である。

第四に、MIMO システムへの適用である。本研究においては、制御対象を SISO システムとして扱っており限定している。取り扱える制御対象を増やすことで、更なる提案手法の有効性が確認できる。そこで、本手法を MIMO システムにも適用できるよう拡張する必要がある。

参考文献

- [1] M. C. Campi, A. Lecchini, and S. M. Savaresi: “Virtual Reference Feedback Tuning: A Direct Method for the Design of Feedback Controllers”, *Automatica*, Vol.38, No.8, pp.1337–1346 (2002)
- [2] M. G. Safonov and T. C. Taso: “The unfalsified control concept and learning”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-42, No.6, pp. 843–847 (1997)
- [3] 相馬将太郎・金子修・藤井隆雄:「一回の実験データに基づく制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ—Fictitious Reference Iterative Tuning の提案」, システム制御情報学会論文誌, Vol.17, No.12, pp.528–536 (2004)
- [4] A. Karimi, K. Heusden, and D. Bonvin: “Noniterative Data-driven Controller Tuning Using the Correlation Approach”, *Proceedings of European Control Conference*, pp.5189–5195, Kos. Greece (2007)
- [5] K. Heusden, A. Karimi, and D. Bonvin: “Data-driven model reference control with asymptotically guaranteed stability”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 25, No. 4, pp.331–351 (2011)
- [6] S. Aoki, K. Yubai, D. Yashiro, S. Komada, “Data-Driven Tuning of State Feedback Gains with Stability Constraint Using Experimental Data”, *Proc. of 2016 CACS International Automatic Control Conference*, pp. 109–114 (2016)
- [7] 足立修一: MATLAB による制御のためのシステム同定, pp. 77–82, 東京電機大学出版局 (1996)
- [8] A. Karimi, G. Galdos and R. Longchamp: “Robust fixed-order H_∞ Controller Design for Spectral Models by Convex Optimization”, *Proceedings of 47th IEEE Conference on Decision and Control*, Mexico, Dec. 9-11, pp.921–926 (2008)

- [9] Y. Maeda and M. Iwasaki: “ A Feedback Controller Design Based on Circle Condition for Improvement of Disturbance Suppression ” , in Proc. 12th IEEE Int. Workshop Adv, Motion Control, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, pp. 1–6 (2012)
- [10] 佐伯正美, 濱田修, 和田信敬: “バンドパスフィルタを用いた反証に基づくPIDゲインの調整”, システム制御情報学会論文誌, Vol. 20, No. 8, pp. 347–354(2007)
- [11] A. L. Yullie: “The concave-convex procedure”, *Neural Computation*, Vol. 15, pp. 915-936(2003)
- [12] W.S. Lu: “Design of Stable Minimax IIR Digital Filters Using Semidefinite Programming”, Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems, pp.355–358 (2000)

謝辞

本研究を進めるにあたり、終始多大なる助言と適切なご指導を賜りました三重大学工学研究科准教授 弓場井 一裕 先生に厚く感謝を申し上げます。

本研究ならびに修士論文作成にあたり、検討会で、そして副査としてご意見を頂きました同大学教授 駒田 諭 先生，同大学助教授 矢代 大祐 先生に深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、日々の検討会および学生生活において、貴重なご意見を頂きました同大学助教授 石田 宗秋先生，同大学准教授 山村 直紀 先生，同大学助教授 小山 昌人 先生に心から感謝いたします。また、日頃から学生生活を通じてお世話になり、社会人として様々なご意見を頂きました同大学元教授 平井 淳之 先生，技術職員 中村 勝 氏に深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、制御理論部門データ駆動グループの先輩として、制御の基礎・基本を教え、資料作成やプレゼンテーションの技術を鍛え上げてくださいました青木 翔吾 氏，竹若 恵太 氏，堀 智貴 氏に深く感謝いたします。特に、本研究の基となる研究を実施されました 青木 翔吾 氏に重ねて感謝いたします。そして、同部門の先輩として親身にご指導頂きました 岩本 直也 氏，中村 和樹 氏，宇佐美 朋大 氏，山本 直輝 氏，同部門として苦楽をともにし切磋琢磨しあった 岡村 雅行 氏，柳川 晃佑 氏に深く感謝いたします。同部門として共に研究した 森田 晃史 君，酒徳 大雅 君，長瀬 瑛 君，堀田 敦 君，辻井 祥太郎 君，江川 和輝 君に感謝し、今後のご活躍を心より期待しております。

また、同期として、日々の研究生活を送り、鼓舞し合った 岸 寛海 君，永添 晃一郎 君，服部 優季 君，藤崎 正洋 君，冬木 貴士 君，間所 修平 君ならびに、充実した生活を送らせて頂いた電機システム研究室の皆様に感謝いたします。

最後に、大学・大学院への進学を認め、不自由なく学生生活を送らせて頂いた両親をはじめとする家族に深く感謝いたします。

論文目録

投稿論文

- (1) 伊達宗充, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭:「閉ループの安定性と安定余裕を保証する NCbT の提案」, 電気学会論文誌 C 電子・情報・システム部門誌, Vol. 139, No. 4 pp. 1-9 (2019. 4 掲載決定)

国際会議

- (1) M. Date, K. Yubai, D. Yashiro, S. Komada: “Stability Guaranteed NCbT Using Nyquist Stability Criterion”, *Proc. of International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU*, No. 1P-1, pp. 41-45 (2017.12)
- (2) M. Date, K. Yubai, D. Yashiro, S. Komada: “Stability Guaranteed NCbT Based on Nyquist Stability Criterion”, *Proc. of the 4th IEEEJ international workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization (SAMCON2018)*, TT 8-4, pp. 1-6 (2018.3)
- (3) M. Date, K. Yubai, D. Yashiro, S. Komada: “Experimental Study on NCbT Guaranteeing Gain and Phase Margins”, *Proc. of the 4th IEEEJ international workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization (SAMCON2019)* (2019.3 発表予定)

学会発表

- (1) 伊達宗充, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭:「ナイキスト安定判別を用いた安定性を保証する NCbT」, 平成 29 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会講演論文集, F3-2 (2017.9)
- (2) 伊達宗充, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭:「ナイキストの安定判別を用いた安定性を保証する NCbT」, 電気学会制御研究会資料, CT-18-019, pp. 59-64 (2018.1)

- (3) 伊達宗充, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭:「閉ループの安定性と指定された安定余裕を同時に保証する NCbT の実機検証」, 電気学会制御研究会資料, CT-19-013, pp. 53–58 (2019.1)