

—修士学位論文—

データ駆動型制御器設計における閉ループシステムの安定性を保証する解更新法に関する研究

A Study on Controller Parameter Update Ensuring  
Closed-loop Stability for Data-driven Controller  
Tuning Method

平成30年度

三重大学大学院工学研究科  
博士前期課程 電気電子工学専攻  
柳川 晃佑

# 目次

第1章 緒言	1
1.1 研究背景と目的	1
1.2 論文の構成	2
1.3 表記	3
第2章 Fictitious Correlation based Tuning (FCbT)	4
2.1 問題設定	4
2.2 FCbT の評価関数	4
第3章 小ゲイン定理に基づく安定制約	8
3.1 安定性の判別方法	8
3.2 安定制約のガウス・ニュートン法への適用	11
第4章 ナイキスト軌跡に基づく解更新法	14
4.1 ナイキスト軌跡に基づく安定制約 <sup>[9]</sup>	14
4.2 安定制約のガウス・ニュートン法への適用	16
第5章 シミュレーション	20
5.1 シミュレーション1	20
5.1.1 シミュレーション条件	20
5.1.2 結果・考察	21
5.2 シミュレーション2	26
5.2.1 シミュレーション条件	26
5.2.2 結果・考察	26
第6章 結言	32
6.1 まとめ	32
6.2 今後の課題	32

参考文献	34
謝辞	36
論文目録	37

# 第1章 緒言

## 1.1 研究背景と目的

制御対象である機械を速く正確に動作させるためには、機械への入力を決定する制御器の設計が重要である。近年広く用いられる制御器設計法として、モデルベース制御器設計法がある。モデルベース制御器設計法では、制御対象の入出力データを取得し、取得したデータから制御対象のモデリングを行い、得られたモデルを用いて制御器を設計するが、この設計法にはいくつかの問題点がある。まず、制御対象のモデルを作るためにモデルの構造やパラメータなどを決めなくてはならないが、決め方によってはモデル化誤差が生じてしまう。そのため、制御器をうまく設計できないときには制御対象のモデルを作り直さなければならず、時間や金銭的なコストが多くかかってしまう可能性がある。また、制御系の演算速度やコスト等の関係で制御器が扱える次数に制限がある場合が多いため、低次数な制御器設計が望まれるが、モデルベース制御器設計法では制御対象が複雑な特性を有している場合にはそのモデルの次数は高くなり、それに依存して高い次数の制御器が設計されてしまう問題がある。

上記の問題を解決できる手法として、制御対象のモデルを必要としない設計法であるデータ駆動型制御器設計法の研究が盛んに行われている。この設計法では制御対象の入出力データのみを用いて制御器を設計できるため、モデル化誤差を考慮する必要がなく、モデル作成に伴う煩雑な作業を行う必要がない。さらに、制御器の構造を設計者が任意に決定できるため、制御系に実装可能な次数の制御器を指定して設計することができる。以上のように、データ駆動型制御器設計法はモデルベース制御器設計法におけるいくつかの問題点を回避でき、現在までに Iterative Feedback Tuning <sup>[1]</sup> (以下、IFT と略する) や Virtual Reference Feedback Tuning <sup>[2]</sup> (以下、VRFT と略する), Iterative Correlation-based Tuning <sup>[3]</sup> (以下、ICbT と略する), Noniterative Correlation-based Tuning <sup>[4]</sup> (以下、NCbT と略する), Fictitious Reference Iterative Tuning <sup>[5]</sup> (以下、FRIT と略する) などが提案されてきた。IFT や ICbT では、非線形最適化手法により評価関数の勾配を求めて制御器パラメータを更新していくことで、準最適な制御器パラメータを導出している。しかし、評価関数の勾配などを求めるためには制御器パラ

メータの更新ごとに閉ループシステムのデータ取得実験を行う必要があり、時間や金銭的なコストが多くかかってしまう問題点がある。一方で、VRFT や NCbT では一度のデータ取得実験を行うことで最小二乗法を用いて制御器パラメータを求めており、より低いコストで制御器パラメータを求めることができる。しかし、これらの手法では評価関数を近似しており、最適な解が導出できるとは限らない。これらの手法がある中で、FRIT は制御器設計に対するアイデアとして疑似参照信号<sup>[6]</sup>を導入し、一回のデータ取得実験を行うことで評価関数の近似を行うことなく制御器パラメータの導出を可能としている。

そのような背景の下、若山らは ICbT に対して疑似参照信号を導入した Fictitious Correlation-based Tuning <sup>[7]</sup> (以下、FCbT と略する) を提案した。この手法は疑似参照信号を用いており、FRIT と同様に一回のデータ取得実験を行うことで制御器設計を行えるため、運用中のシステムの再調整を時間や金銭的なコストをかけることなく行うことができる。また、評価関数の近似を行うことなく制御器パラメータを導出するため、適切な初期パラメータを設定することで評価関数の近似を行う手法よりも閉ループシステムの特性を望みの特性に近づけることができる。さらに、ICbT と同様に補助変数法を用いているため、雑音による制御器パラメータへの影響をある程度低減することができる。ただし、FCbT を用いて制御器を設計するだけでは閉ループシステムが安定になるとは限らないため、FCbT における安定性の判別方法として小ゲイン定理を用いる手法が松尾らによって提案された<sup>[8]</sup>。この手法により、設計された閉ループシステムが安定となることを保証している。

小ゲイン定理により閉ループシステムの安定性を保証することができるが、小ゲイン定理に基づく安定制約は閉ループシステムの安定性に対する十分条件であり、制約を満たさなくても閉ループシステムを安定化する場合もある。そのため、設計された閉ループシステムが保守的となり制御性能が制限される可能性がある。そこで、本研究ではナイキスト軌跡に基づいた安定制約を非線形最適化手法に組み込むことで、小ゲイン定理による保守性を低減する新たな解更新法を提案する。そして、その有効性をシミュレーションにて示す。

## 1.2 論文の構成

本論文は、全 6 章で構成されており、各章の内容は以下の通りである。

## 第 2 章 Fictitious Correlation based Tuning (FCbT)

本研究で扱う設計手法である FCbT について説明し，その有効性を示す。

## 第 3 章 小ゲイン定理に基づく安定性判別

従来の小ゲイン定理を用いた安定判別法について説明し，ガウス・ニュートン法への適用方法を示す。

## 第 4 章 ナイキスト軌跡に基づく解更新法

本研究で扱うナイキスト軌跡に基づく安定制約<sup>[9]</sup>について説明し，ガウス・ニュートン法への適用方法を提案する。

## 第 5 章 シミュレーション

提案手法を二慣性共振系に適用し，シミュレーションにて有効性を確認する。

## 第 6 章 結言

本研究のまとめと今後の課題について述べる。

## 1.3 表記

本論文で用いる表記を以下に示す。 $z$  はシフトオペレータであり， $t$  番目の離散時刻における離散時間信号  $x(t)$  に対して  $z^{-1}x(t) = x(t-1)$  と表記する。以後，簡単のため  $t$  番目の離散時刻を時刻  $t$  と表記する。調整すべきパラメータを  $\rho$  とし， $i$  回目の繰返し更新におけるパラメータを  $\rho_i$  と表記する。 $E[\cdot]$  は期待値を表す。

# 第2章 Fictitious Correlation based Tuning (FCbT)

本章では、本研究で扱う FCbT について説明し、その有効性を示す。

## 2.1 問題設定

FCbT では、データ駆動型制御器設計法で一般的に扱われる設計問題であるモデル参照制御問題を解くことで、制御器パラメータを導出する。未知な制御対象  $P$  とパラメータ  $\rho$  に線形にパラメトライズされた制御器  $C(\rho)$  により構成される閉ループシステムと、望みの特性を記述した参照モデル  $M$  の差の 2 ノルムを最小化する制御器パラメータ  $\rho$  を調整する問題を考える。この問題は (2.1) 式の評価関数の最小化問題として定式化される。

$$J_{\text{MR}}(\rho) = \left\| M - \frac{PC(\rho)}{1 + PC(\rho)} \right\|_2^2 \quad (2.1)$$

本研究では制御対象のモデルは用いず、制御対象に関して得られる情報は制御入力  $u(t)$  と観測雑音が重畳した出力  $y(t)$  のみであるので、これらのデータを使って  $J_{\text{MR}}(\rho)$  を最小化する制御器パラメータ  $\rho$  を求める問題を考える。 $J_{\text{MR}}(\rho)$  の最小化問題は、図 2.1 において  $v(t) = 0$  のとき  $\|\varepsilon(\rho, t)\|_2^2$  を最小化する問題と漸近的に等価である。このとき  $\varepsilon(\rho, t)$  は (2.2) 式で表される。

$$\varepsilon(\rho, t) = \left[ M - \frac{PC(\rho)}{1 + PC(\rho)} \right] r(t) - \frac{1}{1 + PC(\rho)} v(t) \quad (2.2)$$

## 2.2 FCbT の評価関数

$\|\varepsilon(\rho, t)\|_2^2$  の最小化問題は  $\rho$  に対して非線形となるため、非線形最適化手法を用いて解を導出する必要がある。一般的には、 $\rho$  を更新するたびに入出力データを取得し、評

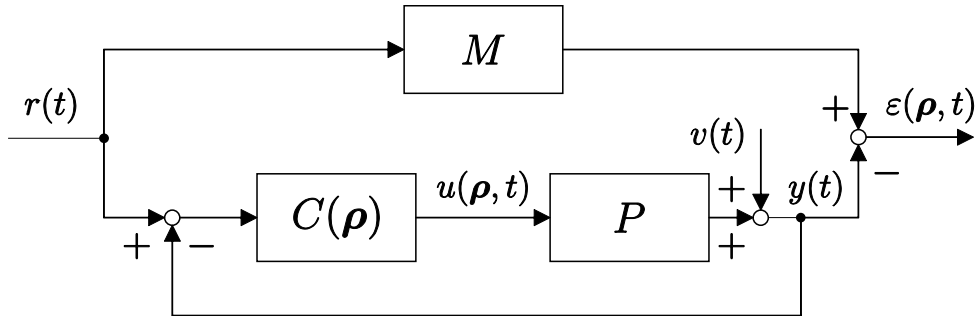


図 2.1: モデル参照制御問題

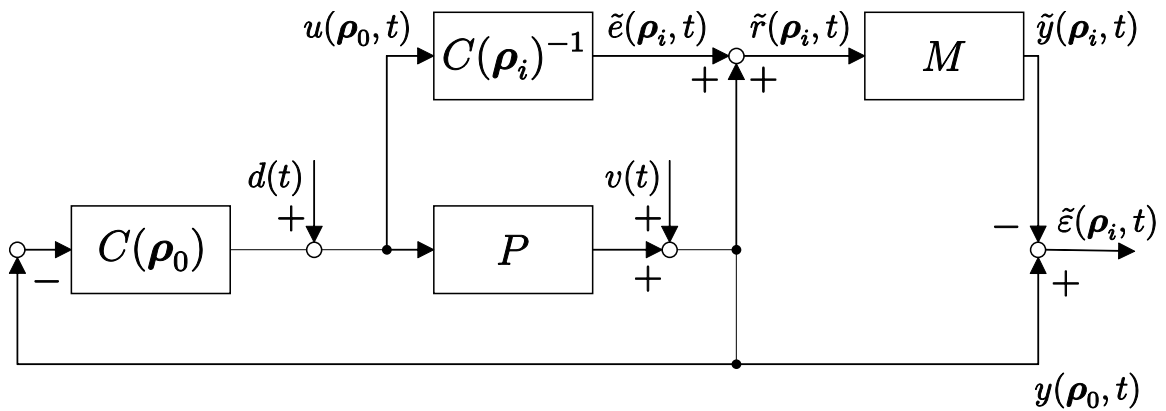


図 2.2: 誤差信号の生成

価関数の勾配などを推定する必要があるが、FCbT ではそれを回避するために疑似参照信号  $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  を導入している。

$$\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t) = C(\boldsymbol{\rho}_i)^{-1}u(\boldsymbol{\rho}_0, t) + y(\boldsymbol{\rho}_0, t) \quad (2.3)$$

ここで、 $\boldsymbol{\rho}_0$  は閉ループシステムを安定化する初期の制御器パラメータとする。 $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  を用いて疑似的な出力誤差  $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  を図 2.2 のように生成すると、(2.4) 式のように表され、参照モデルと設計する閉ループシステムの差を表現することができる。

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}_i, t) &= y(\boldsymbol{\rho}_0, t) - M\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t) \\ &= \left[ \frac{PC(\boldsymbol{\rho}_i)}{1 + PC(\boldsymbol{\rho}_i)} - M \right] \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t) + \left[ 1 - \frac{PC(\boldsymbol{\rho}_i)}{1 + PC(\boldsymbol{\rho}_i)} \right] v(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

図 2.2 において  $v(t) = 0$  のとき、(2.4) における  $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  を最小化したときの最適解は、図 2.1 の  $\varepsilon(\boldsymbol{\rho}, t)$  を最小化したときの最適解に近づく。しかし、実際には  $v(t) = 0$  ではないので、(2.3) 式の  $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  と (2.4) 式の  $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  で構成される関数  $f(\boldsymbol{\rho}_i)$  を導入し、雑



音  $v(t)$  の影響を補助変数法で低減する。

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}_i) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{\rho}_i, t) \otimes \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}_i, t) \quad (2.5)$$

$$\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{\rho}_i, t) = [\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t+l), \dots, \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t), \dots, \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t-l)]^T \quad (2.6)$$

補助変数ベクトル  $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  は (2.6) 式のように定義する。そして、(2.5) 式の二乗和をとり、(2.7) 式の評価関数  $J(\boldsymbol{\rho}_i)$  を得る。

$$J(\boldsymbol{\rho}_i) = \mathbf{f}^T(\boldsymbol{\rho}_i) \mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}_i) = \sum_{\tau=-l}^l Q^2(\tau) \quad (2.7)$$

評価関数  $J(\boldsymbol{\rho}_i)$  は  $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  と  $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  を用いて表され、初期の入出力データを用いて評価することができる。そのため、制御器のパラメータを更新するたびに実験をして制御対象の入出力データを取得する必要がない。 $Q(\tau)$  は (2.8) 式のように表すことができ、 $\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  と  $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  との間の相互相関関数を表している。

$$Q(\tau) = E\{\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}_i, t) \tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t-\tau)\} \quad (2.8)$$

$\tilde{r}(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  と雑音が無相関であれば、(2.8) 式のように期待値をとることで、雑音の影響を低減することができる。以上より、FCbT では (2.7) 式を最小化する制御器パラメータ  $\boldsymbol{\rho}_i$  を求める。(2.7) 式の評価関数  $J(\boldsymbol{\rho}_i)$  は制御器パラメータ  $\boldsymbol{\rho}_i$  に対して非線形であるため、非線形最適化法の一つであるガウスニュートン法を利用して解を導出する。ガウスニュートン法では評価関数  $J(\boldsymbol{\rho}_i)$  の勾配が 0 で評価値が最小となるような解を探索する。

(2.7) 式の評価関数  $J(\boldsymbol{\rho}_i)$  に対して局所最適な制御器パラメータ  $\tilde{\boldsymbol{\rho}}^*$  を以下のように求める。

$$\tilde{\boldsymbol{\rho}}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\rho}_i} J(\boldsymbol{\rho}_i) \quad (2.9)$$

$\tilde{\boldsymbol{\rho}}^*$  は、非線形最適化法の一つであるガウスニュートン法を解くことによって得られる。

$$\boldsymbol{\rho}_{i+1} = \boldsymbol{\rho}_i - \gamma_i \mathbf{R}^{-1} \left. \frac{\partial J(\boldsymbol{\rho})}{\partial \boldsymbol{\rho}} \right|_{\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\rho}_i} \quad (2.10)$$

$\mathbf{R}$  はヘッセ行列であり、近似的に以下のように得る。

$$\mathbf{R} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\rho})}{\partial \boldsymbol{\rho}} \right|_{\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\rho}_i} \left( \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\rho})}{\partial \boldsymbol{\rho}} \right|_{\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\rho}_i} \right)^T \quad (2.11)$$

(2.10) 式中の  $\gamma$  はステップ幅を決定するパラメータであり，評価関数が大きくなるように解が更新されてしまう場合や，安定性を保証できないと判断された場合には， $\gamma_{i+1} = \alpha\gamma_i$  ( $\alpha < 1$ ) とする。このアルゴリズムについては 3 章で詳しく説明する。

## 第3章 小ゲイン定理に基づく安定制約

(2.7) 式における評価関数  $J(\boldsymbol{\rho})$  を最小化することで解が得られるが、その解が閉ループシステムを安定化させるとは限らないため、FCbT に対して小ゲイン定理を用いて安定性を判別する手法が提案された<sup>[8]</sup>。本章では、文献 [8] で提案された小ゲイン定理に基づく安定判別法を説明し、その問題点について述べる。その後、本研究で扱う小ゲイン定理を用いた安定判別法について説明し、その問題点について述べる。

### 3.1 安定性の判別方法

制御器  $C(\boldsymbol{\rho})$  と制御対象  $P$  によって構成される閉ループシステムは、制御器  $C(\boldsymbol{\rho})$  と理想制御器  $C^*$  の差を加法的な変動とみなすと図 3.1 のように書き換えることができる。ここで、 $w$  から閉ループシステムを通して  $w$  に戻ってくるまでの一巡伝達関数を  $G^*(\boldsymbol{\rho})$  とおくと、 $G^*(\boldsymbol{\rho})$  は (3.1) 式で表される。

$$G^*(\boldsymbol{\rho}) = \frac{P(C^* - C(\boldsymbol{\rho}))}{1 + PC^*} \quad (3.1)$$

閉ループシステムの安定性の十分条件は、小ゲイン定理より  $G^*(\boldsymbol{\rho})$  が安定で、(3.2) 式を満たせばよいことが知られている。

$$\begin{aligned} \|G(\boldsymbol{\rho})\|_\infty &= \left\| \frac{P(C^* - C(\boldsymbol{\rho}))}{1 + PC^*} \right\|_\infty \\ &= \|M - (1 - M)PC(\boldsymbol{\rho})\|_\infty < 1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

(3.2) 式を評価するためには図 3.2 において  $w(\boldsymbol{\rho}, t)$  から  $z(\boldsymbol{\rho}, t)$  までの伝達関数の最大値を算出できればよい。しかし、制御対象のモデルは未知であり、取得している情報は  $u(\boldsymbol{\rho}_0)$ ,  $y(\boldsymbol{\rho}_0)$  のみである。そこで、疑似参照信号のアイデアより  $w(\boldsymbol{\rho}, t) = C^{-1}(\boldsymbol{\rho})u(\boldsymbol{\rho}_0)$  として  $w(\boldsymbol{\rho}, t)$  を生成すると、 $z(\boldsymbol{\rho}, t)$  は  $z(\boldsymbol{\rho}, t) = Mw(\boldsymbol{\rho}, t) - (1 - M)y(\boldsymbol{\rho}_0)$  と求めることができる。この操作により、 $w(\boldsymbol{\rho}, t)$  と  $z(\boldsymbol{\rho}, t)$  を初期の入出力データを使って表現することができる。そして、(3.2) 式は入出力データの 2 ノルムの比を用いて (3.3) 式のように書き換えることができる。

$$\|G(\boldsymbol{\rho})\|_\infty \simeq \max_t \frac{\|z(\boldsymbol{\rho}, t)\|_{L_2[0,t]}^2}{\|w(\boldsymbol{\rho}, t)\|_{L_2[0,t]}^2} < 1, \quad \forall t \quad (3.3)$$

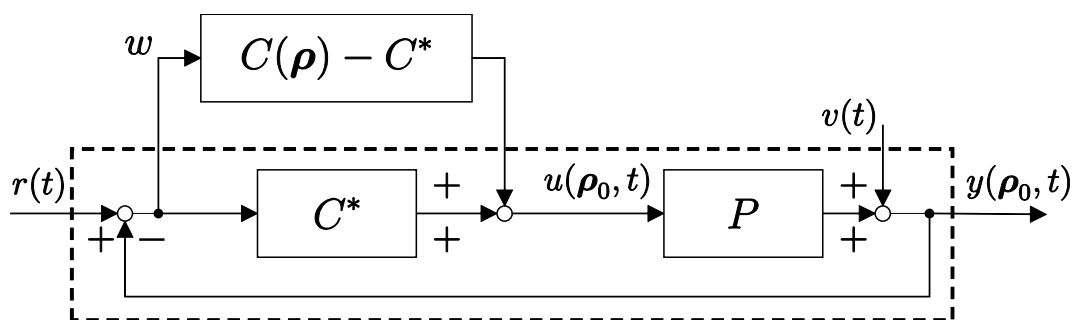


図 3.1:  $C(\rho) - C^*$  を加法的な変動とみなした閉ループシステム

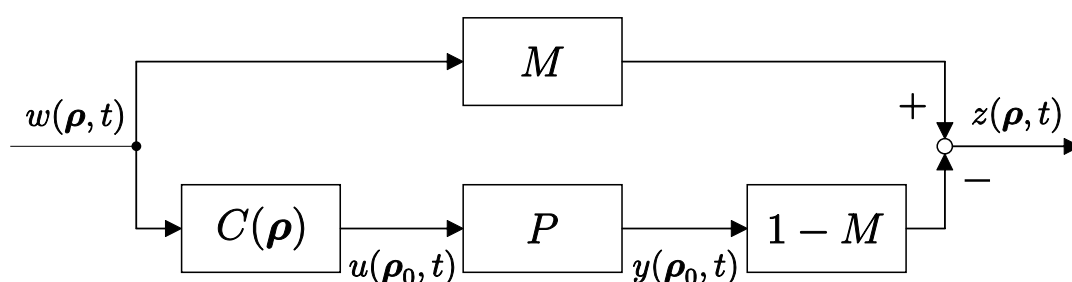


図 3.2:  $C(\rho) - C^*$  を加法的な変動とみなした閉ループシステム

従来の FCbT では (3.3) 式を満たしているか確認し，それによって安定性の判別を行っていた。しかし，この手法はある程度理想制御器に近いものを初期制御器に設定する必要がある。なぜなら，初期制御器が理想制御器から遠いものである場合，(3.3) 式が最初から満たされないために制御器のパラメータを更新できない場合が起こりうるからである。(3.3) 式を満たすように初期パラメータや制御器の構造，参照モデルなどを試行錯誤的に決定する必要があるため，設計する際の時間的なコストが問題となる。また，4 章で示す提案手法では一巡伝達関数をスペクトル解析によって周波数領域で推定したものを使用しており，従来の時間領域で判別する小ゲイン定理との比較が難しい。これらの点から，本論文では制御器  $C(\rho)$  と初期制御器  $C(\rho_0)$  を加法的な変動とみなしたときの一巡伝達関数を考え，それをスペクトル解析によって周波数領域で推定することによって，小ゲイン定理を満たすかどうかを判別する。

制御器  $C(\rho)$  と制御対象  $P$  によって構成される閉ループシステムは，制御器  $C(\rho)$  と初期制御器  $C(\rho_0)$  の差を加法的な変動とみなすと図 3.3 のように書き換えることができる。ここで， $w$  から閉ループシステムを通過して  $w$  に戻ってくるまでの一巡伝達関数

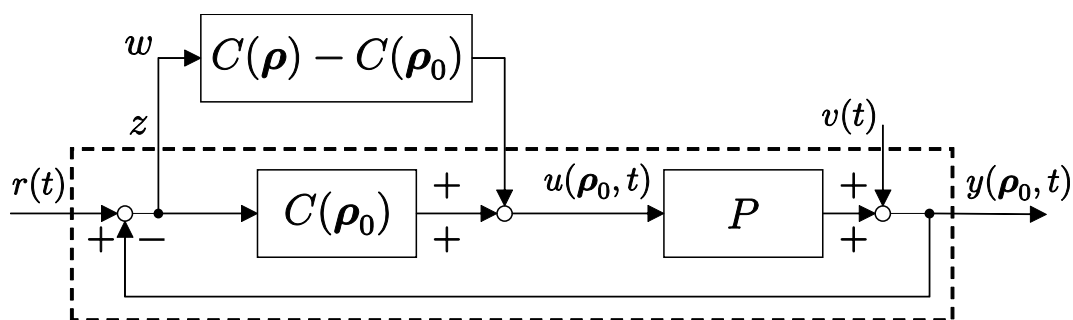


図 3.3:  $C(\rho) - C(\rho_0)$  を加法的な変動とみなした閉ループシステム

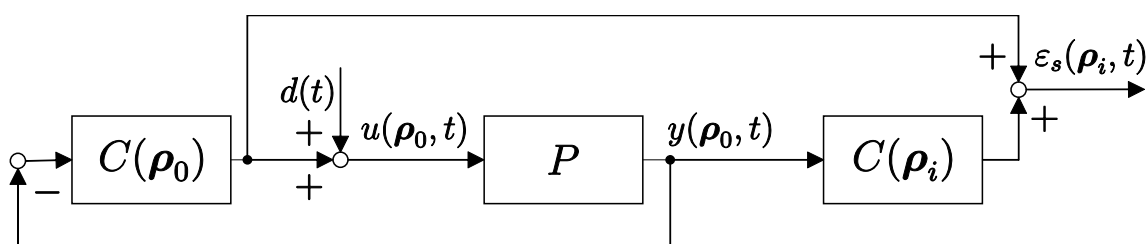


図 3.4:  $\varepsilon_s(\rho_i, t)$  の生成

を  $G(\rho)$  とおくと,  $G(\rho)$  は (3.4) 式で表される。

$$G(\rho) = \frac{P(C(\rho_0) - C(\rho))}{1 + PC(\rho_0)} \quad (3.4)$$

閉ループシステムの安定性の十分条件は, 小ゲイン定理より  $G(\rho)$  が安定で, (3.5) 式を満たせばよいことが知られている。

$$\|G(\rho)\|_\infty < 1 \quad (3.5)$$

しかし,  $G(\rho)$  は制御対象のモデル  $P$  を含んでおり, このままではデータ駆動型制御器設計法に適用できない。そこで, スペクトル解析法<sup>[10]</sup> により  $G(\rho)$  を推定することを考える。図 3.4 で示すように, 初期の閉ループシステムにおいて取得したデータを用いて  $\varepsilon_s(\rho_i, t)$  を生成する。このとき, 外乱入力  $d(t)$  から  $\varepsilon_s(\rho_i, t)$  までの伝達関数は (3.4) 式の  $G(\rho_i)$  に一致する。そこで, スペクトル解析法を用いると (3.5) 式は (3.6) 式のように記述できる。

$$\left| \frac{\Phi_{d\varepsilon_s}(\rho_i, \omega_k)}{\Phi_d(\omega_k)} \right| < 1 \quad \forall \omega_k \quad (3.6)$$

$$\omega_k = 2\pi k/T, \quad k = 0, \dots, (T-1)/2$$

ここで、 $T$  は入力信号の 1 周期分のデータ数である。スペクトル推定値は図 3.4 における  $d(t)$  と  $\varepsilon_s(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  の相互相関関数  $R_{d\varepsilon_s}(\boldsymbol{\rho}_i, \tau)$  と、 $d(t)$  の自己相関関数  $R_d(\tau)$  の離散フーリエ変換から、(3.7)–(3.10) 式のように求めることができる。

$$\Phi_{d\varepsilon_s}(\boldsymbol{\rho}_i, \omega_k) = \sum_{\tau=0}^{T-1} R_{d\varepsilon_s}(\boldsymbol{\rho}_i, \tau) e^{-j\tau\omega_k} \quad (3.7)$$

$$\Phi_d(\omega_k) = \sum_{\tau=0}^{T-1} R_d(\tau) e^{-j\tau\omega_k} \quad (3.8)$$

$$R_{d\varepsilon_s}(\boldsymbol{\rho}_i, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d(t+\tau) \varepsilon_s(\boldsymbol{\rho}_i, t) \quad (3.9)$$

$$R_d(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d(t+\tau) d(t) \quad (3.10)$$

このように一巡伝達関数  $G(\boldsymbol{\rho})$  を推定することで、データ駆動型制御器設計においても小ゲイン定理に基づく評価が可能となる。しかし、小ゲイン定理を満たすように制御器パラメータを更新させることは  $G(\boldsymbol{\rho})$  のベクトル軌跡を複素平面において単位円内に制限することを意味する。そのため、設計結果が保守的となり望みの制御性能を得られない可能性がある。

## 3.2 安定制約のガウス・ニュートン法への適用

先行研究では、ガウス・ニュートン法によってパラメータを更新するたびに小ゲイン定理に基づいて安定性を判別している。そのアルゴリズムを図 3.5 に示す。 $\gamma$  は収束速度を調整する 1 未満のステップ幅であり、この定数に安定性判別の結果を反映させる。設計された制御器  $C(\boldsymbol{\rho}_i)$  を用いたときに  $\|G(\boldsymbol{\rho})\|_{\infty} \geq 1$  となった場合、最後に  $\|G(\boldsymbol{\rho})\|_{\infty} < 1$  となった制御器  $C(\boldsymbol{\rho}_{i-i_s})$  に対してステップ幅  $\gamma$  を小さくして作り直す。つまり、図 3.5 のように  $\gamma_{i+1} = \alpha\gamma_i$  ( $\alpha < 1$ ) とする。このような手順をオフラインで繰り返すことにより、安定なパラメータを導出できる。現在の評価値  $J(\boldsymbol{\rho}_i)$  が前回の評価値  $J(\boldsymbol{\rho}_{i-1})$  よりも大きくなっていった場合も同様に  $\gamma_{i+1} = \alpha\gamma_i$  ( $\alpha < 1$ ) として更新しなおすが、図 3.5 では省略している。 $\gamma$  が小さくなれば収束は遅くなってしまいうので、文献 [11] を参考にし、(3.6) 式が満たされており、かつ  $\gamma < 1$  ならば、 $\gamma_{i+1} = \frac{1}{\alpha}\gamma_i$  ( $\alpha < 1$ ) と

して前回よりも大きい  $\gamma$  を出発値として用いる。これにより、ある程度収束を早めることができる。最終的に、評価値の相対誤差が十分小さい定数  $\epsilon$  よりも小さくなったらパラメータが十分収束していると判断して終了する。ただ、 $\alpha$  は設計者が決める定数であり、値を決めるための指標はない。そのため、適切な  $\alpha$  を決めることができなければパラメータの更新のし直しが多くなり、収束するまでの時間が長くなることが考えられる。

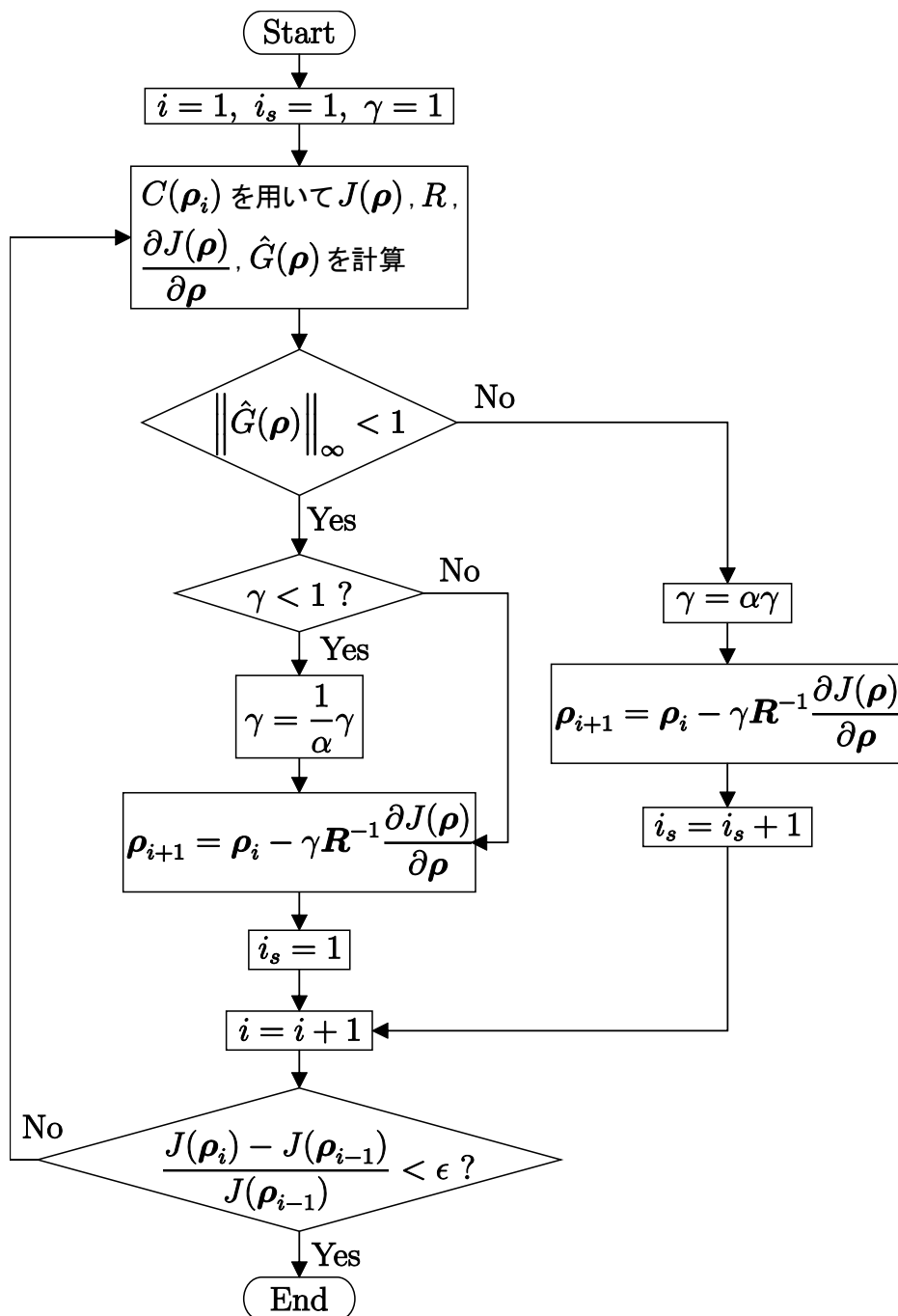


図 3.5: 安定性判別のアルゴリズム



## 第4章 ナイキスト軌跡に基づく解更新法

先行研究では小ゲイン定理に基づいた安定性判別を行っていたが、小ゲイン定理は保守的な安定制約であり、設計した閉ループシステムの制御性能が低下する可能性がある。そこで、より保守性を低減するようなナイキスト軌跡に基づく安定制約を導入することを考える。本章では、ナイキスト軌跡に基づく安定制約について説明し、小ゲイン定理の保守性を低減できることを示す。その後、ナイキスト軌跡に基づく安定制約をガウス・ニュートン法に組み合わせることで、安定性を保証する解更新について提案する。

### 4.1 ナイキスト軌跡に基づく安定制約<sup>[9]</sup>

フィードバックシステムにおける開ループ伝達関数は(4.1)式で表されるものとする。

$$L(\boldsymbol{\rho}_i) = PC(\boldsymbol{\rho}_i) \quad (4.1)$$

ここで、 $i + 1$ 回目の更新で得られた制御器パラメータ  $\boldsymbol{\rho}_{i+1}$  が(4.2)式を満たすとき、 $\boldsymbol{\rho}_{i+1}$  で得られるナイキスト軌跡と前回の解  $\boldsymbol{\rho}_i$  で得られるナイキスト軌跡の臨界点を回る回数が等しいことが保証される。

$$|1 + L(\boldsymbol{\rho}_i, \omega_k)| > |L(\boldsymbol{\rho}_i, \omega_k) - L(\boldsymbol{\rho}_{i+1}, \omega_k)| \quad \forall \omega_k \quad (4.2)$$

(4.2)式の図的解釈を Fig. 4.1 に示す。(4.2)式の左辺は各周波数点における臨界点と  $L(\boldsymbol{\rho}_i)$  のベクトル軌跡との距離を示しており、右辺は各周波数点における  $L(\boldsymbol{\rho}_i)$  と  $L(\boldsymbol{\rho}_{i+1})$  のベクトル軌跡の調整前後における変化量を表している。どの繰返しにおいても(4.2)式を満たしている場合、初期制御器  $C(\boldsymbol{\rho}_0)$  を含んだ  $L(\boldsymbol{\rho}_0)$  のベクトル軌跡と  $i$  回目に更新される制御器  $C(\boldsymbol{\rho}_i)$  を含んだ  $L(\boldsymbol{\rho}_i)$  のベクトル軌跡の臨界点を回る回数は維持される。よって、初期制御器が閉ループシステムを安定化するならば、臨界点を回る回数が増減せず、ナイキスト軌跡に基づく安定判別法により閉ループシステムの安

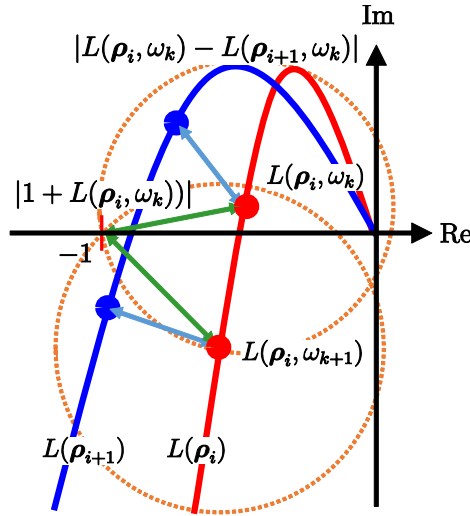


図 4.1: ナイキスト軌跡に基づく安定制約

定性は維持される。しかし、開ループ伝達関数が積分器を含む（原点極を持つ）場合、開ループ伝達関数のベクトル軌跡が無限遠方から描かれるので、ゼロ周波数点において制約式が評価できず、安定性を保証できない可能性がある。そこで文献 [9] の考えに基づき、一巡伝達関数を導入する。一巡伝達関数は (4.3) 式で表されるものとする。

$$G(\rho_i) = \frac{P(C(\rho_i) - C(\rho_0))}{1 + PC(\rho_0)} \quad (4.3)$$

上記の伝達関数  $G(\rho)$  は積分器を有さない関数となるため、ベクトル軌跡が無限遠方から描かれることがない。また、制御器が線形に表されていれば  $1/(1+L(\rho))$  と  $1/(1+G(\rho))$  の極は一致するため、一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡が臨界点を回る回数を維持すれば、閉ループシステムの安定性も維持される。そこで、 $L(\rho)$  で記述されていた (4.2) 式は  $G(\rho)$  で置き換えると (4.4) 式になる。

$$|1 + G(\rho_i, \omega_k)| > |G(\rho_i, \omega_k) - G(\rho_{i+1}, \omega_k)| \quad \forall \omega_k \quad (4.4)$$

この (4.4) 式を常に満たしながら解を更新していけば、閉ループシステムの安定性は維持される。また、(4.4) 式は一巡伝達関数  $G(\rho_i)$  のベクトル軌跡が単位円より外に描かれることを許しており、ベクトル軌跡が単位円内に制限される小ゲイン定理に比べて保守性を低減できると考えられる。

## 4.2 安定制約のガウス・ニュートン法への適用

(4.4) 式を満たしながらパラメータを更新していくことで、閉ループシステムの安定性を保証する新たな解更新法を提案する。

まず、設計する制御器が (4.5) 式のように線形に表されるとする。

$$C(\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\rho} \quad (4.5)$$

ここで  $\boldsymbol{\phi}$  は基底関数であり、制御器の構造を決めるものである。このとき、(4.4) 式は (2.10) 式、(4.3) 式および (4.5) 式を用いて (4.6) 式のように変形できる。

$$|1 + G(\boldsymbol{\rho}_i)| \cdot \left| \frac{P\boldsymbol{\phi}^T}{1 + PC(\boldsymbol{\rho}_0)} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial J(\boldsymbol{\rho})}{\partial \boldsymbol{\rho}} \Bigg|_{\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\rho}_i} \right|^{-1} > \gamma_i \quad (4.6)$$

(4.6) 式の左辺は安定性を保証できる  $\gamma$  の上限とみなすことができる。そこで、この上限に推定誤差に対するマージンとして定数  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) をかけて  $\gamma_{\max}$  を生成する。

$$\gamma_{\max} = \beta \cdot \min \left( \left| 1 + G(\boldsymbol{\rho}_i) \right| \cdot \left| \frac{P\boldsymbol{\phi}}{1 + PC(\boldsymbol{\rho}_0)} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial J(\boldsymbol{\rho})}{\partial \boldsymbol{\rho}} \Bigg|_{\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\rho}_i} \right|^{-1} \right) \quad \forall \omega_k \quad (4.7)$$

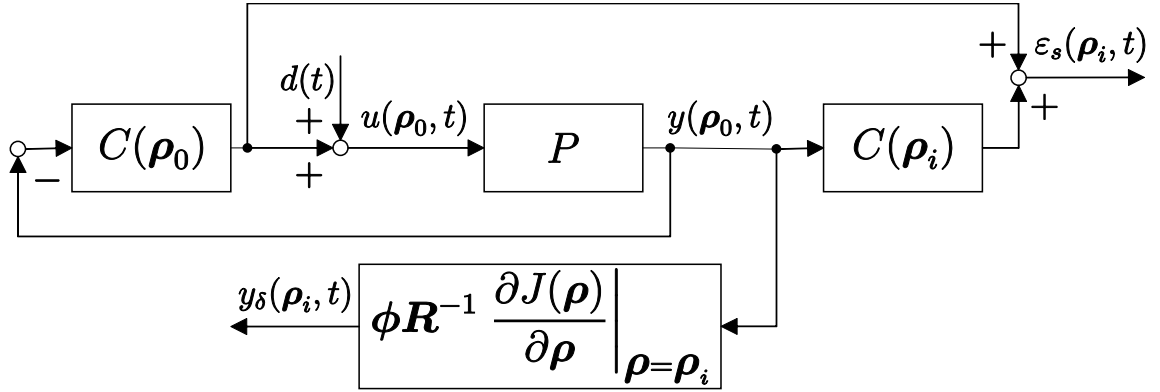
この  $\gamma_{\max}$  をガウス・ニュートン法の更新式である (2.10) 式の  $\gamma$  に代入してパラメータを更新していけば、閉ループシステムの安定性を維持しながら制御器を設計することができる。しかし、 $\gamma_{\max}$  には制御対象のモデル  $P$  が含まれているので、このままではデータ駆動型制御器設計法に用いることができない。そこで、スペクトル推定を行うことで  $\gamma_{\max}$  の推定値を求める。まず、図 4.2 のようなブロック線図を考え、 $\varepsilon_s(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  と  $y_\delta(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  を生成する。このとき、 $d(t)$  から  $\varepsilon_s(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  までの伝達関数は (3.4) 式で表される一巡伝達関数  $G(\boldsymbol{\rho}_i)$  と一致する。また、 $d(t)$  から  $y_\delta(\boldsymbol{\rho}_i, t)$  までの伝達関数は (4.8) 式の  $\delta(\boldsymbol{\rho}_i)$  で表される。

$$\delta(\boldsymbol{\rho}_i) = \frac{P\boldsymbol{\phi}}{1 + PC(\boldsymbol{\rho}_0)} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial J(\boldsymbol{\rho})}{\partial \boldsymbol{\rho}} \Bigg|_{\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\rho}_i} \quad (4.8)$$

$G(\boldsymbol{\rho}_i)$  と  $\delta(\boldsymbol{\rho}_i)$  を推定できれば  $\gamma_{\max}$  を推定することができる。そこで、 $G(\boldsymbol{\rho}_i)$  と  $\delta(\boldsymbol{\rho}_i)$  に対してスペクトル解析法<sup>[10]</sup>を用いると (4.7) 式は (4.9) 式のように記述できる。

$$\gamma_{\max} = \beta \cdot \min \left( \left| 1 + \frac{\Phi_{d\varepsilon_s}(\boldsymbol{\rho}_i, \omega_k)}{\Phi_d(\omega_k)} \right| \cdot \left| \frac{\Phi_{dy_\delta}(\boldsymbol{\rho}_i, \omega_k)}{\Phi_d(\omega_k)} \right|^{-1} \right) \quad \forall \omega_k \quad (4.9)$$

$$\omega_k = 2\pi k/T, \quad k = 0, \dots, (T-1)/2$$


 図 4.2:  $\varepsilon_s(\rho_i, t)$  と  $y_\delta(\rho_i, t)$  の生成

ここで、 $T$  は入力信号の 1 周期分のデータ数である。これらのスペクトル推定値は図 4.2 における  $d(t)$  と  $\varepsilon_s(\rho_i, t)$  の相互相関関数  $R_{d\varepsilon_s}(\rho_i, \tau)$ 、 $d(t)$  と  $y_\delta(\rho_i, t)$  の相互相関関数  $R_{dy_\delta}(\rho_i, \tau)$ 、 $d(t)$  の自己相関関数  $R_d(\tau)$  の離散フーリエ変換から、(4.10)–(4.15) 式のように求めることができる。

$$\Phi_{d\varepsilon_s}(\rho_i, \omega_k) = \sum_{\tau=0}^{T-1} R_{d\varepsilon_s}(\rho_i, \tau) e^{-j\tau\omega_k} \quad (4.10)$$

$$\Phi_{dy_\delta}(\rho_i, \omega_k) = \sum_{\tau=0}^{T-1} R_{dy_\delta}(\rho_i, \tau) e^{-j\tau\omega_k} \quad (4.11)$$

$$\Phi_d(\omega_k) = \sum_{\tau=0}^{T-1} R_d(\tau) e^{-j\tau\omega_k} \quad (4.12)$$

$$R_{d\varepsilon_s}(\rho_i, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d(t+\tau) \varepsilon_s(\rho_i, t) \quad (4.13)$$

$$R_{dy_\delta}(\rho_i, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d(t+\tau) y_\delta(\rho_i, t) \quad (4.14)$$

$$R_d(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d(t+\tau) d(t) \quad (4.15)$$

(4.9) 式で表された  $\gamma_{\max}$  はパラメータを更新するたびに計算される。そのため、パラメータを更新するたびに  $\gamma_{\max}$  をガウス・ニュートン法の更新式である (2.10) 式の  $\gamma$  に代入していけば、閉ループシステムの安定性を保証しながら制御器を設計することができると考えられる。提案手法のアルゴリズムを図 4.3 に示す。小ゲイン定理を用いる場合との主な違いは  $\gamma_{\max}$  を計算していることと  $\|G(\boldsymbol{\rho})\|_{\infty} < 1$  かどうかを評価していないことである。小ゲイン定理を用いる場合はガウス・ニュートン法のステップ幅  $\gamma$  に  $\alpha$  をかけるなどして  $\gamma$  を変化させていたが、 $\alpha$  は設計者が任意に設定するものであり、値を決定するための指標はなかった。また、常に一定の倍率でしか  $\gamma$  を変化させられないため、更新しなおす回数が多くなる可能性がある。一方、提案手法では閉ループシステムの安定性を保証するという指標を用いて、計算により導出した  $\gamma_{\max}$  を  $\gamma$  として用いており、 $\alpha$  を設定する必要がない。また、更新ごとに一巡伝達関数  $G(\boldsymbol{\rho})$  のベクトル軌跡と臨界点との距離をもとに  $\gamma$  を計算しており、 $\gamma$  の変化の倍率は  $\alpha$  を使うよりも大きくなることも考えられる。つまり、 $\gamma$  を  $\alpha$  倍するより、 $\gamma_{\max}$  を用いたほうが急峻に  $\gamma$  を変化させることができ、繰返し回数が低減できる可能性がある。そして繰返し回数を低減できれば、設計にかかる時間的なコストを小さくすることができる。

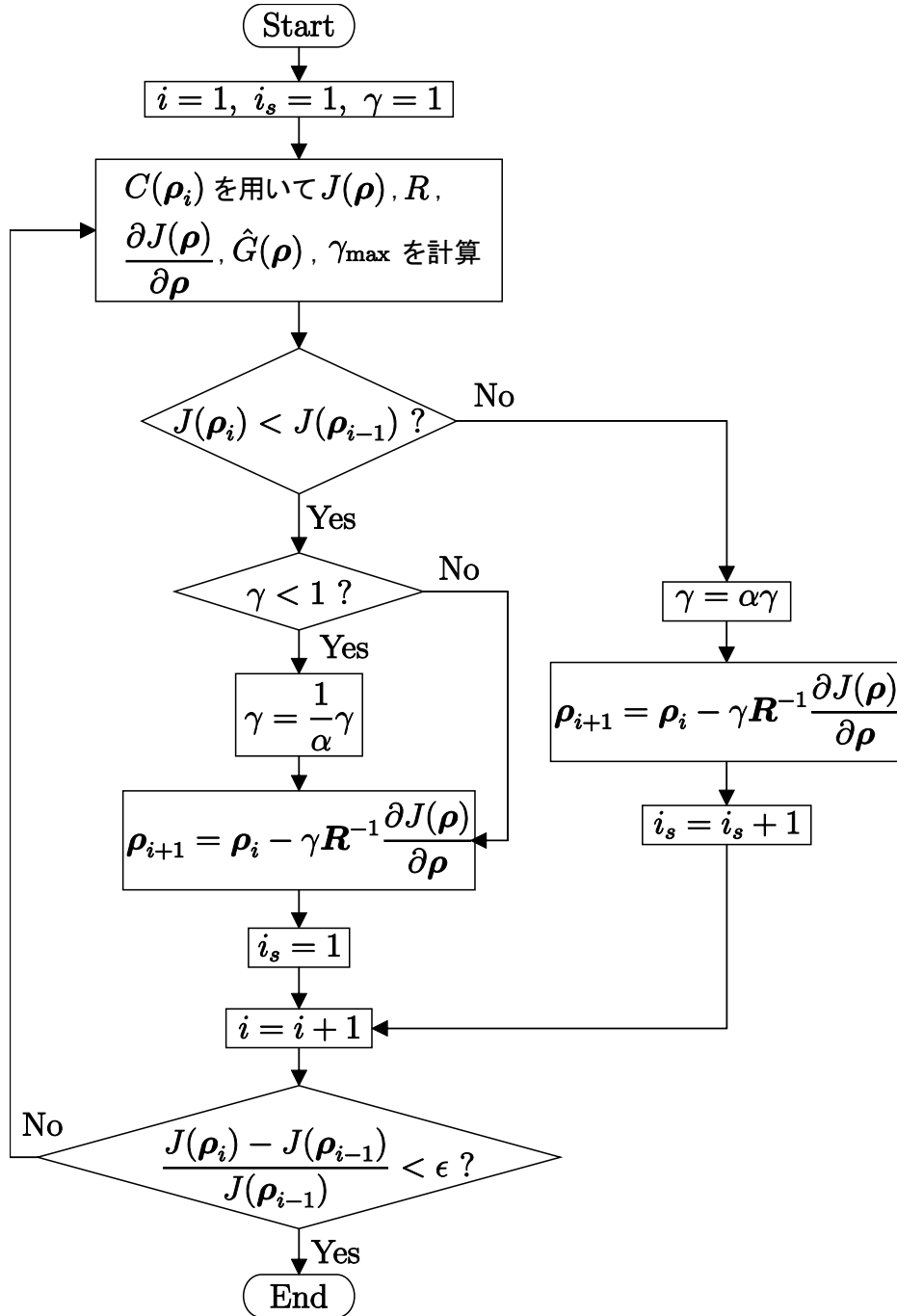


図 4.3: 提案手法のアルゴリズム

# 第5章 シミュレーション

本章では、ナイキスト軌跡に基づく安定性を保証した解更新法を提案手法とし、その有効性を示す。シミュレーション1では提案手法により安定性を保証できることを示し、シミュレーション2では提案手法により小ゲイン定理の保守性を低減できることを示す。

## 5.1 シミュレーション1

このシミュレーションでは、FCbTにおいて安定制約を付加せずに解を求めた場合と、提案手法を用いて解を求めた場合を比較し、提案手法により安定性を維持できていることを示す。

### 5.1.1 シミュレーション条件

サンプリングタイムは0.001 sとした。制御対象を  $P$ 、参照モデルを  $M$  とし、それぞれ (5.1) 式と (5.2) 式で表されるとする。

$$P = \frac{0.055502(z - 0.9953)(z^2 - 1.989z + 0.9901)}{(z - 0.9971)(z - 0.9993)(z^2 - 1.989z + 0.9902)} \quad (5.1)$$

$$M = \frac{0.017523(z + 0.8752)}{(z - 0.8187)^2} \quad (5.2)$$

$P$  は二慣性共振系を模擬したものであり、 $M$  は  $\left(\frac{200}{s+200}\right)^2$  を離散化したものである。制御器の構造はPI制御器とし、(5.3) 式で表されるとする。

$$C(\boldsymbol{\rho}) = \left[ 1 \quad \frac{T_s}{1-z^{-1}} \right] \begin{bmatrix} \rho_P \\ \rho_I \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

初期の制御器パラメータ  $\boldsymbol{\rho}_0$  は以下のように設定した。

$$\boldsymbol{\rho}_0 = \begin{bmatrix} 0.025 \\ 0.07 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

表 5.1: 設計結果

	without constraint	with proposed constraint
$J(\boldsymbol{\rho})$	3.756	$3.575 \times 10^6$
Stability	unstable	stable

提案手法では一巡伝達関数  $G(\boldsymbol{\rho})$  などを推定するため、全周波数においてパワーを持っている信号を用いて制御対象の入出力データを取得することが望ましい。線形システムの同定を行う場合には取り扱いの簡単さから 2 値信号が利用されることが多いため、入力信号  $d(t)$  は疑似白色 2 値信号 (PRBS: Peseudo Random Binary Signal) [10] とした。PRBS を生成するシフトレジスタは 15 段とし、この信号を 5 周期繰り返した振幅 5 の信号とした。なお、このシミュレーションでは閉ループシステムが不安定化しやすいように意図的にパラメータを設定しており、 $\gamma < 1$  であったとしても収束を早めるために  $\gamma_{i+1} = \frac{1}{\alpha} \gamma_i$  ( $\alpha < 1$ ) とするような操作は行っていない。 $\gamma_{\max}$  に推定誤差のマージンとしてかける定数  $\beta$  は  $\beta = 0.8$  とした。(2.6) 式の補助変数  $\zeta$  におけるデータシフト数  $l$  は  $l = 50$  とした。また、収束条件として評価値の相対誤差が  $10^{-6}$  以下になったときにプログラムを終了させるように設定した。

### 5.1.2 結果・考察

設計した結果、評価値  $J(\boldsymbol{\rho})$  と安定性は表 5.1 のようになった。安定制約を用いないほうが評価値が小さいが、閉ループシステムが不安定になっている。一方で、提案手法を用いた場合にはほとんど更新されないために評価値が大きいままだが、閉ループシステムは安定となった。安定制約を用いずに設計した結果、得られた制御器パラメータは以下ようになった。

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} 1.713 \\ 4.838 \times 10^{-2} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

そして、制約を付加しない場合の一巡伝達関数  $G(\boldsymbol{\rho})$  のベクトル軌跡は図 5.1 のようになった。 $G(\boldsymbol{\rho})$  のベクトル軌跡が臨界点を越えていることから、閉ループシステムが不安定化していることが分かる。一方、提案手法を用いて設計した結果、得られた制御器パラメータは以下ようになった。

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} 5.019 \times 10^{-2} \\ 5.539 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$



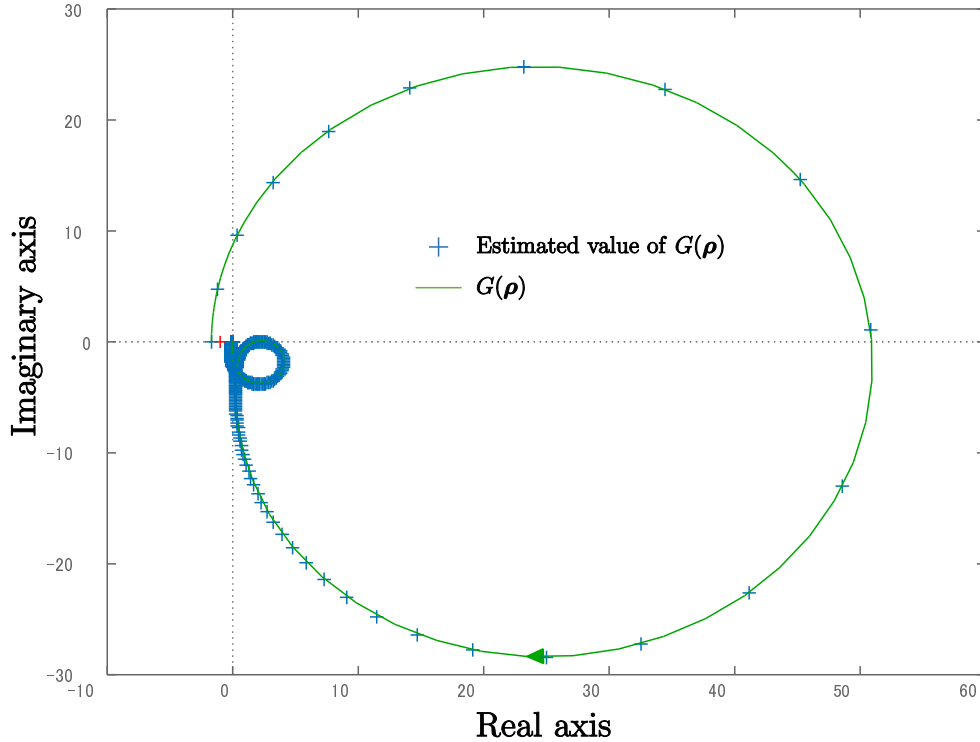


図 5.1: 一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡 (制約なし)

また、提案手法を用いた場合の一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡は図 5.2 のようになった。 $G(\rho)$  のベクトル軌跡が臨界点にかなり近くなっているが臨界点は超えておらず、提案手法によって安定性を維持できていることが分かる。次に、制約を付加しない場合と提案手法を用いた場合のステップ応答を図 5.3 に示す。制約を付加しない場合、最初のうちは参照モデルの応答に近づいているが時間がたつにつれてだんだん離れていってしまっており、閉ループシステムが不安定であることが読み取れる。一方で、提案手法を用いた場合には安定な閉ループシステムが設計できたが参照モデルの応答から大きくずれてしまっている。一見定常誤差のように見えるが、積分ゲイン  $\rho_1$  が  $5.539 \times 10^{-9}$  とかなり小さいが 0 ではないため、十分に時間がたてば参照モデルの応答の定常値に落ち着くと考えられる。このような性能のよくない結果になってしまった原因について、各更新ごとの  $\gamma$  の値を示している図 5.4 とその拡大図である図 5.5 を用いて説明する。制約を付加しない場合には 13 回目までだんだん小さくなり、それ以降は一定値となり 352 回目で更新を終了している。13 回目までに  $\gamma$  が変化しているの

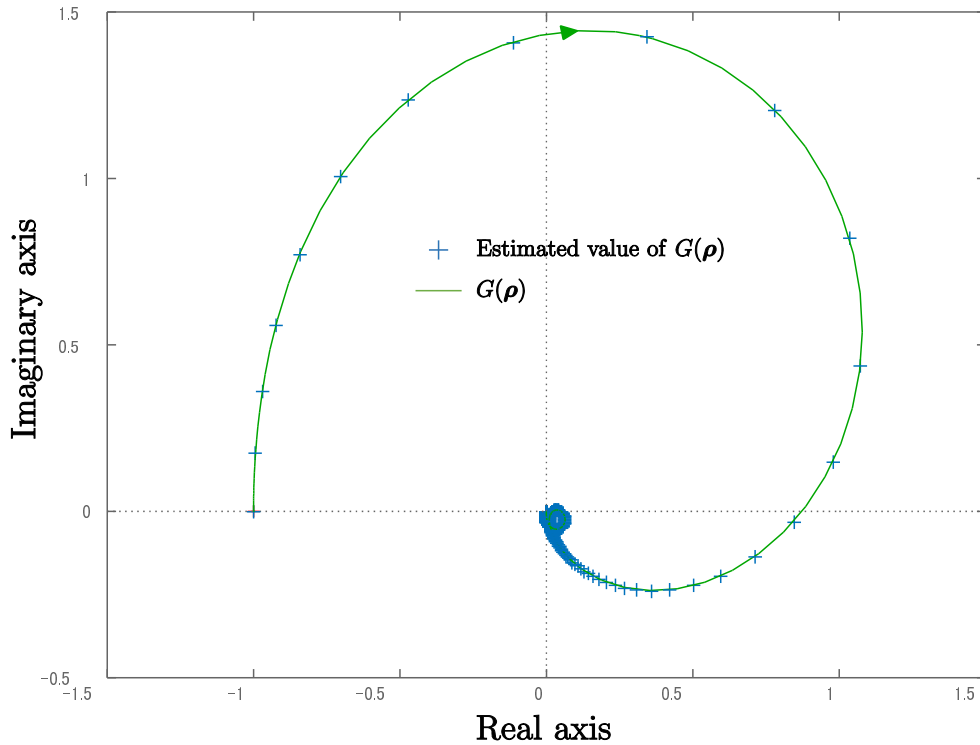


図 5.2: 一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡 (提案手法)

は、評価値が前回のものよりも大きくなったことを検知して更新しなおしているためである。提案手法を用いた場合には、一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡が臨界点に近いことを検知して  $\gamma$  が小さくなっていき、12 回目で収束条件を満たして更新を終了している。つまり、初期の制御器パラメータ付近で一巡伝達関数  $G$  が臨界点に近い場合には、 $\gamma$  を小さくすることで早めに更新を終了するため、今回のシミュレーションでは十分に評価値を小さくする前に更新を終了したことで性能の良くないパラメータが導出されたと考えられる。このように、閉ループシステムが更新の早い段階で不安定化する場合だと早めに更新を終了するため、制約を付加しない場合に比べると更新回数を大幅に少なくできている。閉ループシステムが不安定化しそうであることを早めに検知できれば、適切な制御器の初期パラメータの選定を行う際に必要な労力が軽減される。以上より、提案手法により安定性を保証しながら解更新可能であることを示すことができた。また、図 5.5 において 6 回目までの提案手法を用いた場合の  $\gamma$  を見てみると制約を付加しない場合に比べて  $\gamma$  の縮小率が大きいことが分かる。つまり、提案

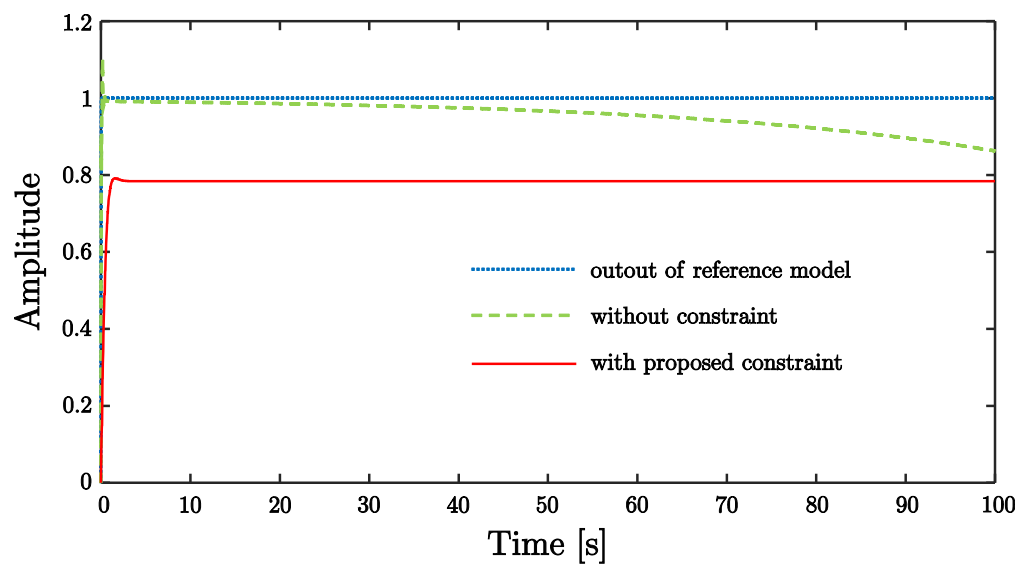


図 5.3: ステップ応答

手法を用いたほうが $\gamma$ を急峻に変化させることができ、繰返し回数を低減できる可能性がある。

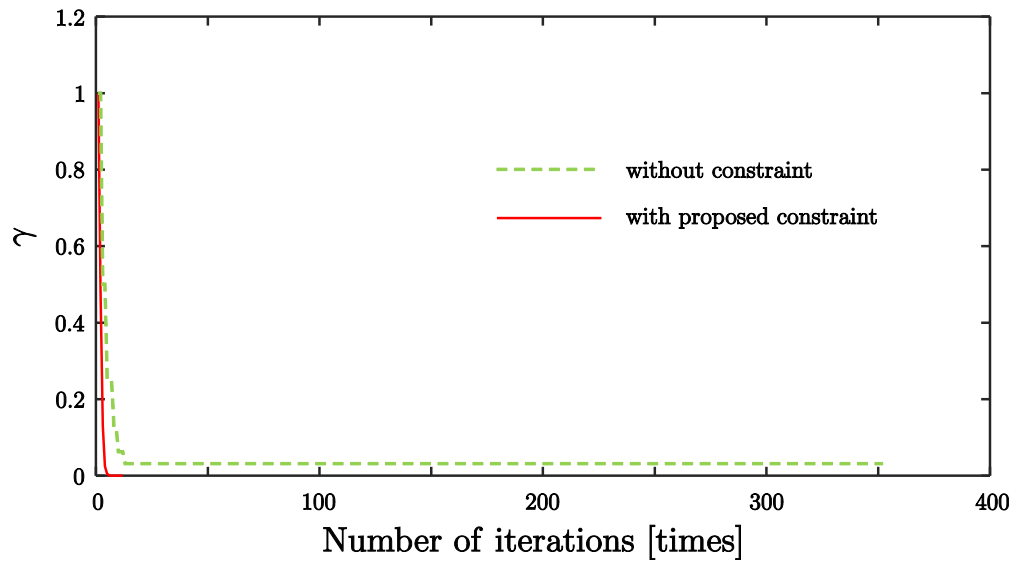


図 5.4:  $\gamma$  の変遷

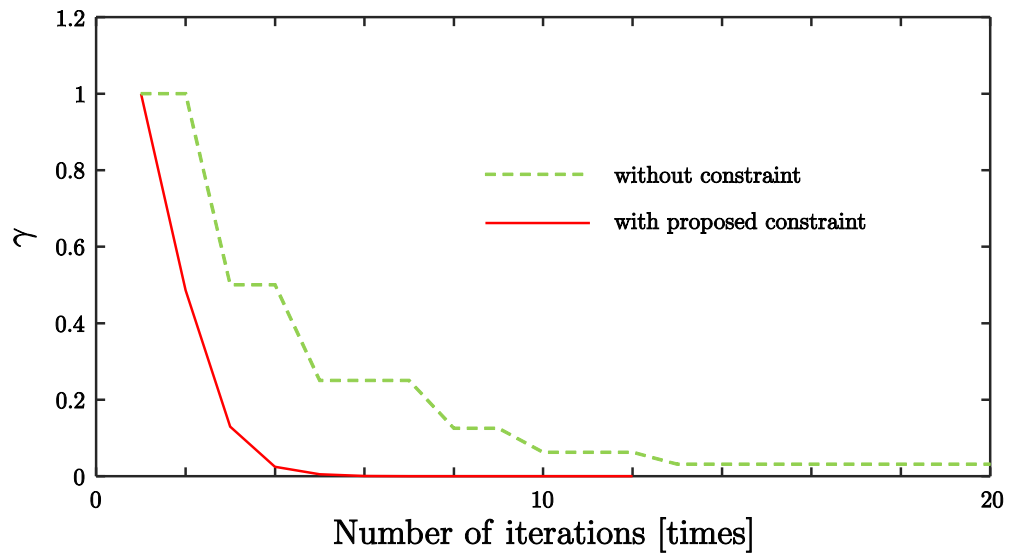


図 5.5:  $\gamma$  の変遷の拡大図

表 5.2: 設計結果

	with small gain constraint	with proposed constraint
$J(\boldsymbol{\rho})$	$6.319 \times 10^4$	2.467
Stability	stable	stable

## 5.2 シミュレーション 2

このシミュレーションでは、FCbT において小ゲイン定理を用いて解を求めた場合と、提案手法を用いて解を求めた場合を比較し、提案手法により保守性を低減できることを示す。

### 5.2.1 シミュレーション条件

サンプリングタイムは 0.001 s とした。制御対象と参照モデルはシミュレーション 1 と同様に、それぞれ (5.1) 式と (5.2) 式で表されるとする。制御器の構造は PID 制御器とし、(5.7) 式で表されるとする。

$$C(\boldsymbol{\rho}) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_s}{1-z^{-1}} & \frac{1-z^{-1}}{T_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_P \\ \rho_I \\ \rho_D \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

初期の制御器パラメータ  $\boldsymbol{\rho}_0$  は以下のように設定した。

$$\boldsymbol{\rho}_0 = \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0.006 \\ 0.00001 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

入力信号  $d(t)$  である PRBS を生成するシフトレジスタは 15 段とし、この信号を 10 周期繰り返した振幅 5 の信号とした。更新をしながらおす際に  $\gamma$  にかける定数  $\alpha$  は  $\alpha = 0.5$  とした。 $\gamma_{\max}$  に推定誤差のマージンとしてかける定数  $\beta$  は  $\beta = 0.8$  とした。(2.6) 式の補助変数  $\zeta$  におけるデータシフト数  $l$  は  $l = 50$  とした。また、収束条件として評価値の相対誤差が  $10^{-6}$  以下になったときにプログラムを終了させるように設定した。

### 5.2.2 結果・考察

設計した結果、評価値  $J(\boldsymbol{\rho})$  と安定性は表 5.2 のようになった。どちらも安定な閉ループシステムを設計できており、評価値は提案手法を用いた場合のほうが小さくなって

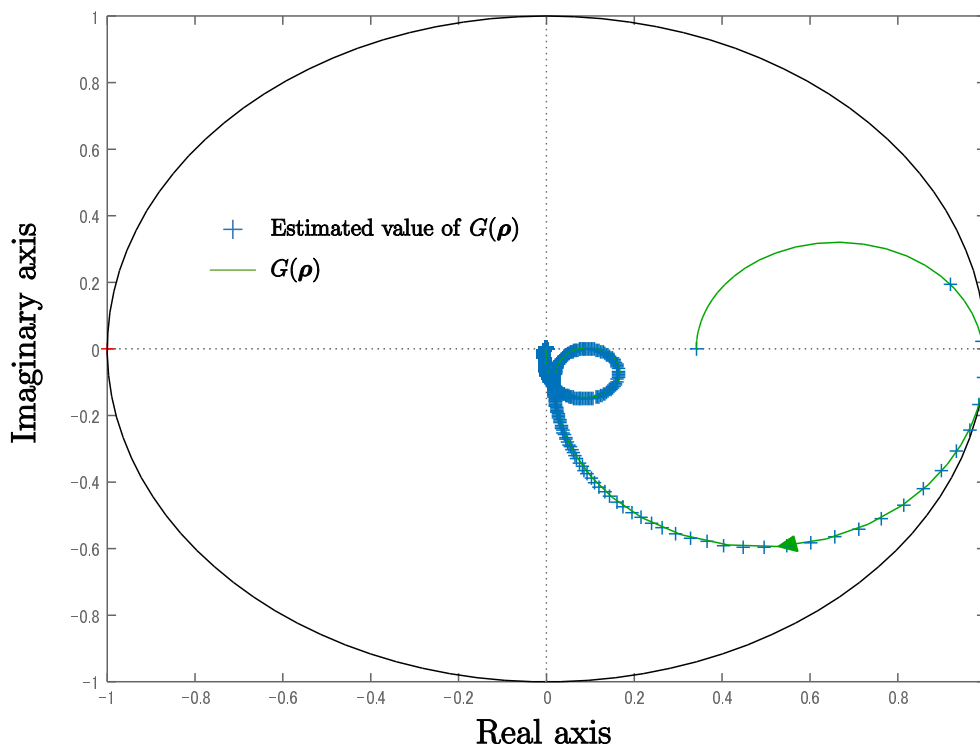


図 5.6: 一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡 (小ゲイン定理)

いる。小ゲイン定理に基づく安定性判別を用いて設計した結果，得られた制御器パラメータは以下のようにになった。

$$\rho = \begin{bmatrix} 0.1331 \\ 8.044 \times 10^{-3} \\ 2.296 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

このときの一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡は図 5.6 のようになった。図中に単位円を描いており， $G(\rho)$  のベクトル軌跡が単位円内に制限されてしまっていることが分かる。一方，提案手法を用いて設計した結果，制御器パラメータは以下のようにになった。

$$\rho = \begin{bmatrix} 1.525 \\ 35.96 \\ -2.950 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

このときの一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡は図 5.7 のようになった。また，図 5.7 の拡大図を図 5.8 に示す。図 5.7 と図 5.8 より，単位円を大きくはみ出すようなベクト

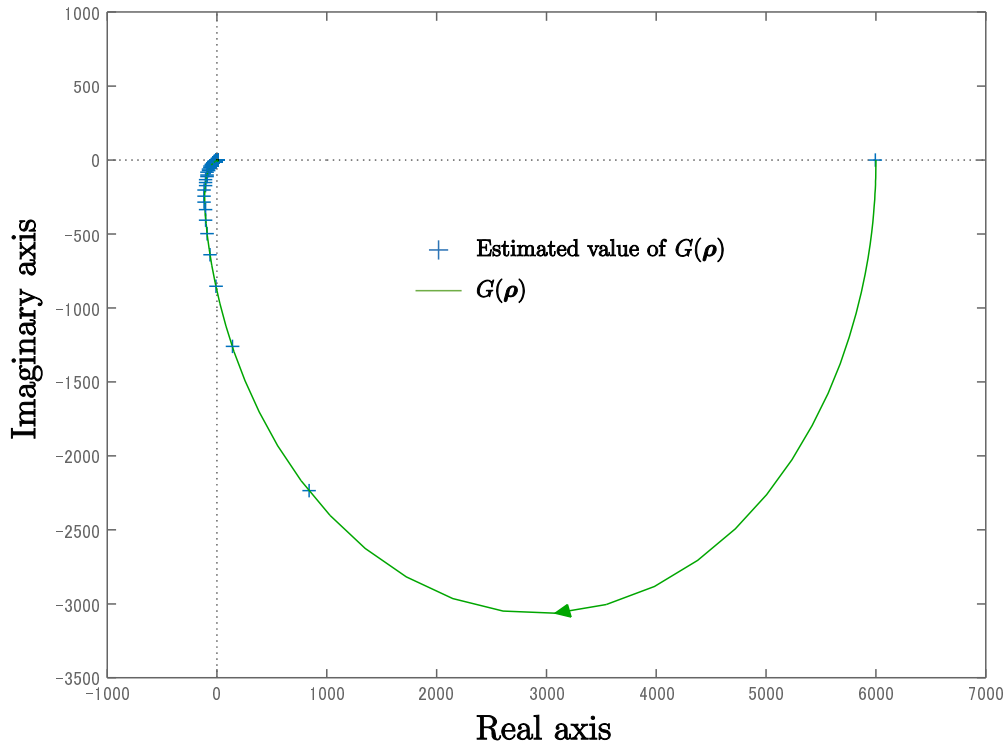


図 5.7: 一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡 (提案手法)

ル軌跡が描かれていることが分かる。次に、小ゲイン定理を用いた場合と提案手法を用いた場合のステップ応答を図 5.9 に示す。小ゲイン定理を用いた場合は参照モデルの応答に近づくのに時間がかかっている。一方で、提案手法を用いた場合にはオーバーシュートが出てしまっているが、おおむね参照モデルの応答に追従できている。以上から、提案手法によって小ゲイン定理の保守性を低減でき、制御性能を向上できたといえる。次に、 $\gamma$  と  $J(\rho)$  の変遷をそれぞれ図 5.10 と図 5.11 に示す。図 5.10 において、小ゲイン定理を用いた場合は 3 回目の更新以降で  $\|G(\rho)\|_{\infty}$  が 1 よりもおおきくなっており、 $\gamma$  を  $\alpha$  倍して更新しなおしているため  $\gamma$  が減少している。図 5.11 でも 3 回目あたりから評価値  $J(\rho)$  が大きくなっていることから、パラメータを更新しなおしていることが読み取れる。そして 10 回目あたりから  $\gamma$  がかなり小さくなった影響で評価値の変化率も小さくなっている。一方で、提案手法を用いた場合はナイキスト軌跡に基づいて解更新を行っており、図 5.10 において 6 回目から 10 回目まで  $G(\rho)$  のベクトル軌跡が臨界点に近づいたために  $\gamma$  が小さくなっている。しかし、その後 19 回目までベク

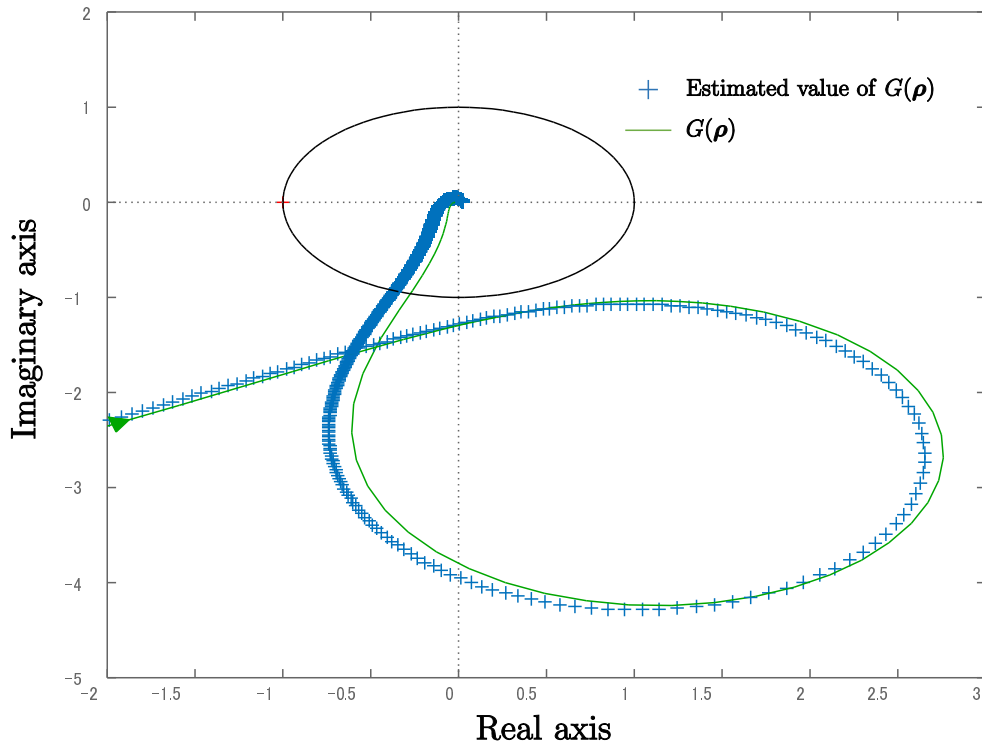


図 5.8: 一巡伝達関数  $G(\rho)$  のベクトル軌跡の拡大図 (提案手法)

トル軌跡が臨界点から離れたために再び  $\gamma$  が 1 に戻っている。その後は 19 回目と 23 回目と 27 回目あたりで評価値が前回よりも大きくなってしまったので  $\gamma$  を  $\alpha$  倍して更新しなおしており, 更新しなおさなくなったら収束を早めるために  $\gamma$  を  $\frac{1}{\alpha}$  倍することで  $\gamma$  を大きくしている。図 5.11 において小ゲイン定理を用いた場合は 3 回目あたりから評価値  $J(\rho)$  が大きくなっているのに比べて, 提案手法を用いた場合は評価値  $J(\rho)$  が 19 回目まで単調減少している。評価値  $J(\rho)$  の減少率がかなり大きいために拡大図を見せることが難しいが, 評価値  $J(\rho)$  が単調減少していることから提案手法において 19 回目までは更新のしなおしが起こっていないと言える。



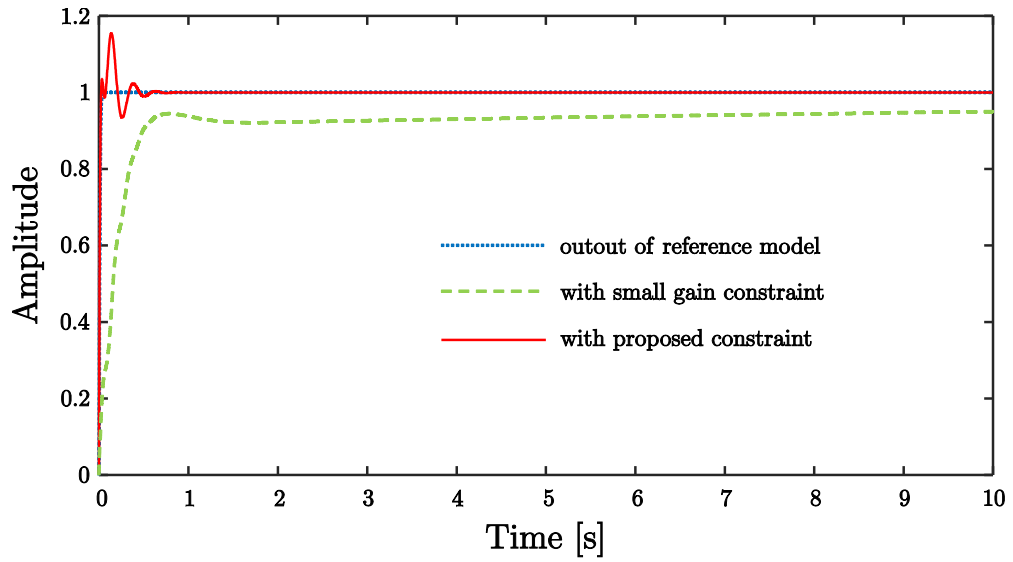


図 5.9: ステップ応答

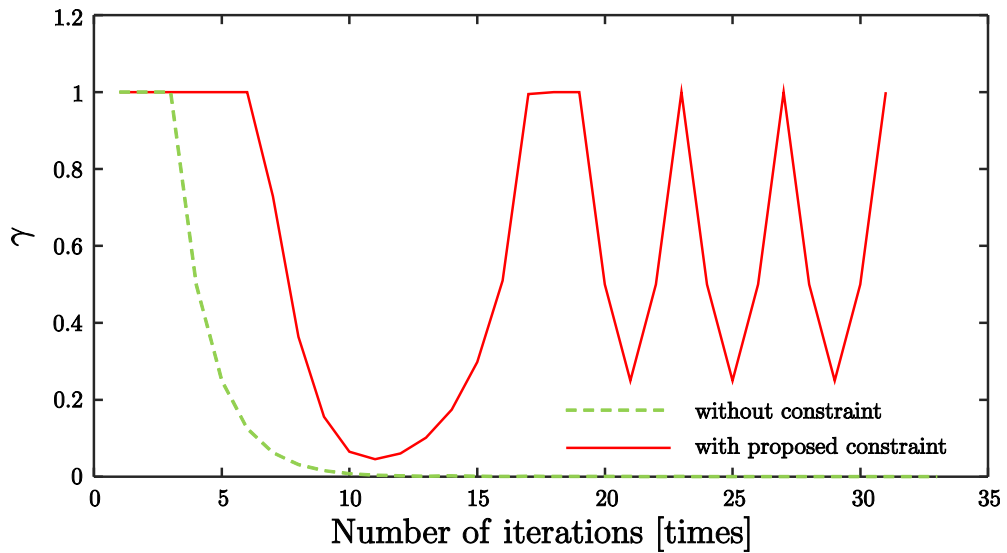


図 5.10:  $\gamma$  の変遷

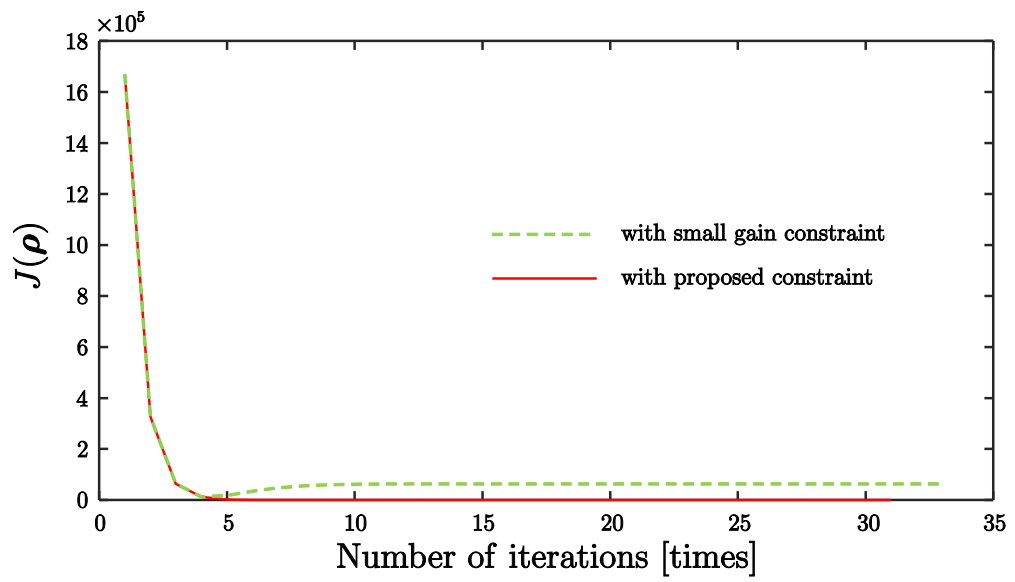


図 5.11:  $J(\rho)$  の変遷

## 第6章 結言

### 6.1 まとめ

本研究では、制御対象のモデルを使わず制御器を設計できるデータ駆動型制御器設計法に注目した。そして、データ駆動型制御器設計法の中でも、評価関数が非線形にもかかわらず一度のデータ取得で制御器を設計でき、雑音の制御器パラメータへの影響を低減できる FCbT に着目した。FCbT の先行研究では安定制約として小ゲイン定理が用いられていたが、保守的であるため制御性能が制限される可能性があった。そこで、ナイキスト軌跡に基づく安定制約をガウス・ニュートン法の更新式に組み込むことで、保守性を低減しながら閉ループシステムの安定性を保証する解更新法を提案した。これにより、小ゲイン定理を用いる場合に比べて制御性能を向上できることを示した。また、制御器パラメータを更新する際のステップ幅を決めるパラメータが提案手法により自動的に決まることで、設計にかかる時間的なコストを小さくできる可能性を示した。そして、提案手法の有効性をシミュレーションにより確認した。

### 6.2 今後の課題

今後の課題として、いくつかの点が挙げられる。一つ目は、制御器がパラメータに対して線形に表されないと提案手法を用いることができない点である。提案手法では制御器が線形であることを前提として、ガウス・ニュートン法に安定制約を組み込んでいるので、制御器の分子パラメータのみ調整可能であり、分母パラメータを調整することができない。制御器の分母パラメータを調整できれば、より良い制御性能を達成できる可能性があるため、制御器がパラメータに対して非線形な構造であっても適用可能な手法が望まれるが、現在そのような手法は考えられていない。二つ目は、実機への適用ができていない点である。現在、提案手法を実機に対して用いると一巡伝達関数が正確に推定できない問題が生じている。この問題の原因として、制御器のゲインが大きくなるにつれて一巡伝達関数の推定精度が、ある周波数範囲で悪くなっていることが考えられる。疑似参照信号は初期の閉ループシステムにおける制御対象の

入出力から構成されており，制御器の逆数に初期の入力を通したものと初期の出力の和で表現される。制御器のゲインが大きくなると制御器の逆数としてはゲインが小さくなり，初期の制御対象への入力情報が薄れてしまう。すると，疑似参照信号に含まれる情報としては制御対象の出力が支配的となり，出力にあまり含まれてない周波数範囲で一巡伝達関数の推定が悪くなってしまうことが考えられる。制御器のゲインを大きくしないと，評価関数を小さくして準最適な制御器パラメータを求めることができないため，この問題については推定精度と最適な制御器設計のトレードオフの問題であると考えている。しかし，それらのバランスをとったような設計法は現状考えられていない。

## 参考文献

- [1] H. Hjalmarsson, M. Gevers, S. Gunnarsson, and O. Lequin: “Iterative Feedback Tuning: Theory and Applications”, *Control System Magazine, IEEE*, Vol.18, No.4, pp.26–41 (1998)
- [2] M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savarese: “Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers”, *Automatica*, Vol.38, No.8, pp.1337–1346 (2002)
- [3] A. Karimi, L. Miskovic and D. Bonvin: “Iterative correlation-based controller tuning”, *Special Issue: Iterative Modeling and Controller Design*, Vol.18, No.8, pp.645–664 (2004)
- [4] A. Karimi, K. V. Heusden and D. Bonvin: “Noniterative Data-driven Controller Tuning Using the Correlation Approach”, *European Control Conference* (2007)
- [5] 相馬将太郎, 金子修, 藤井隆雄: 「一回の実験データに基づく制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ—Fictitious Reference Iterative Tuning の提案—」, システム制御情報学会論文誌, Vol. 17, No. 12, pp. 528–53 (2004)
- [6] M. G. Safonov and T. C. Tsao: “The Unfalsified Control Concept and Learning”, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol.42, No.6, pp.843–847 (1997)
- [7] 若山直矢, 弓場井一裕, 平井淳之: 「一組の閉ループ実験データによる相関関数を利用した多変数制御器調整」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 43, No. 5, pp. 391–399 (2007)
- [8] 松尾亮太, 弓場井一裕, 矢代大祐, 平井淳之: 「一組の閉ループ入出力データを用いた安定性を保証する FCbT による多変数制御器の直接調整」, 電気学会産業計測制御メカトロニクス制御合同研究会資料, No. IIC-14-128, pp. 37–42 (2014)

## 第 6 章 結言

- [9] S. Aoki, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Data-Driven Tuning of State Feedback Gains with Stability Constraint Using Experimental Data”, *Proc. of 2016 CACS International Automatic Control Conference*, pp.109–114 (2016)
- [10] 足立修一: MATLABによる制御のためのシステム同定, 東京電機大学出版局, pp. 24, 77–82 (1996)
- [11] 中川徹, 小柳義夫: 最小二乗法による実験データ解析-プログラム SALS, 東京大学出版会, p. 98 (1982)

# 謝辞

本研究の遂行及び修士論文の作成にあたり、熱心な指導と多くのアドバイスをしてくださった三重大学工学研究科准教授 弓場井一裕 先生に心から感謝いたします。検討会や学会の発表練習などで丁寧に指導していただき、とても多くのことを学ばせていただきました。重ねて感謝いたします。

本研究の遂行及び修士論文の作成にあたり、検討会で貴重なご意見をいただきました同大学教授 駒田諭 先生，同大学准教授 山村 直紀 先生，同大学助教授 矢代 大祐 先生，同大学助教授 小山 昌人 先生に深く感謝いたします。また，日ごろから学生生活を通じてお世話をしていただいた同大学元教授 平井 淳之 先生，技術職員 中村 勝 氏に深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり，制御理論部門データ駆動グループの先輩として，制御の基本を教え，資料の作成やプレゼンテーションの基本を教えてくださいました青木 翔吾 氏，竹若 恵太 氏，堀 智貴 氏に深く感謝いたします。そして，同部門の先輩としてアドバイスをしていただきました中村 和樹 氏，岩本 直也 氏，宇佐美 朋大 氏，山本 直輝 氏に深く感謝いたします。同部門で同期として多くの時間を共にし，研究を遂行してきた岡村 雅行 君，伊達 宗充 君に深く感謝いたします。同部門として研究を共にした森田 晃史 君，酒徳 大雅 君，長瀬 瑛 君，堀田 敦 君，辻井 祥太郎 君，江川 和輝 君に感謝し，今後の活躍を心から期待しています。

同期として日ごろの研究生活を送り，苦楽を共にしてきた岸 寛海 君，長添 晃一郎 君，藤崎 正洋 君，冬木 貴士 君，間所 修平 君および，電機システム研究室の皆様に感謝いたします。最後に，大学院への進学を認め，日々の生活を支えてくれた両親に深く感謝いたします。

# 論文目録

## 投稿論文

- (1) 柳川晃佑, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭: 「一度のデータ取得によるデータ駆動出力相補感度整形」, 電気学会電子・情報・システム部門誌, (投稿中)

## 国際会議

- (1) Kosuke Yanagawa, Kazuhiro Yubai, Daisuke Yashiro, Satoshi Komada: “Output Complementary Sensitivity Shaping Method for MIMO Systems Using One-Shot Experimental Data”, *Proceedings of International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU*, No. 1P-2, pp. 46–51 (2017.12)
- (2) Kosuke Yanagawa, Kazuhiro Yubai, Daisuke Yashiro, Satoshi Komada: “Output Complementary Sensitivity Shaping for MIMO Systems without Multiple Experiments”, *Proceedings of the 37th Chinese Control Conference*, No. FrB19-5, pp. 182–187 (2018.7)
- (3) Kosuke Yanagawa, Kazuhiro Yubai, Daisuke Yashiro, Satoshi Komada: “Data-Driven Controller Parameter Update Ensuring Closed-Loop Stability”, *Proceedings of the 5th IEEJ International Workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization*, (2019.3 発表予定)

## 学会発表

- (1) 柳川晃佑, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭: 「一組の入出力データを用いた MIMO システムに対する NCbT による出力相補感度整形」, 平成 29 年度電気・電子・情報関係学会東海支部連合大会講演論文集, No. F3-3, (2017.9)
- (2) 柳川晃佑, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭: 「MIMO システムに対する一度のデータ取得による出力相補感度整形法」, 電気学会制御研究会資料, No. CT-18-017, pp. 51–56, (2018.1)



- (3) 柳川晃佑, 弓場井一裕, 矢代大祐, 駒田諭: 「データ駆動型制御器設計における閉ループシステムの安定性を保証する解更新法」, 電気学会制御研究会資料, No. CT-19-014, pp. 59-63, (2019.1)