

平成 30 年 4 月 23 日現在

機関番号：14101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04955

研究課題名(和文) 非線形項の影響が長時間にわたる双曲型波動方程式系の解の最大存在時間と漸近挙動

研究課題名(英文) On the lifespan and asymptotic behavior of solutions to systems of wave equations with nonlinear terms of long range effects

研究代表者

肥田野 久二男 (HIDANO, KUNIO)

三重大学・教育学部・教授

研究者番号：00285090

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：2003年にLindbladとRodnianskiは、weak null conditionを満たす非線形波動方程式系は小さくなめらかな初期値に対して時間大域解をもつと予想した。この条件をみたすような準線形方程式系の一つの例に対して、Alinhacのghost weightの方法を使って、小さな時間大域解の存在を証明した。今回の研究成果は、彼らの予想の解決の一里塚ともなる成果と言える。

研究成果の概要(英文)：In 2003, Lindblad and Rodnianski conjectured that the Cauchy problem for nonlinear wave equations satisfying the weak null condition would admit global (in time) solutions for small and smooth data. Using the ghost weight method due to Alinhac, we have studied the Cauchy problem for a system of quasi-linear wave equations satisfying this condition and proved that it admits global solutions for small and smooth data. Our result will be one of the basic steps toward the resolution of their conjecture.

研究分野：数物系科学

キーワード：nonlinear wave equations weak null condition

1. 研究開始当初の背景

1986年にChristodoulouとKlainermanが別々の方法で、空間3次元における準線形波動方程式系の初期値問題が、小さくなめらかな空間遠方で速く減衰する初期値に対して時間大域解が一意的に存在するための、2次の非線形項に関する十分条件を発見した。彼らはこの条件をnull conditionと命名し、この方面の研究を活性化させた。null conditionは、一般的な3次の非線形項ももつようなもとの2次の項に対する十分条件であったが、「3次の非線形項が一切なく」準線形ではなく半線形」の連立系に対しては、2次の非線形項に対する上述の条件は必要条件ではないことがAlinhacによって2006年に指摘された。(Lindblad, Lindblad-Rodnianskiにより別の観点からも指摘されていた。)のちにKatayama-Matoba-Sunagawaの2015年の論文においてAlinhacの結果は拡張され、精密化された。Alinhac, Katayama-Matoba-Sunagawaの論文で考察されていない準線形の場合には研究の余地がまだあるように思われた。

2. 研究の目的

null conditionを満たさないものの、小さくなめらかな初期値に対しては時間大域解をもつような(半線形ではなく)準線形波動方程式系を見つけることに意味を見出し、これを目的とした

3. 研究の方法

Alinhacが著書「Geometric analysis of hyperbolic differential equations: an introduction」。(London Mathematical Society Lecture Note Series, 374. Cambridge University Press, Cambridge, 2010)の中で、変数係数双曲型作用素に対して課した条件よりも弱い条件のもとで、彼の「ghost weight」の方法は役立つことに気がつき、その弱い条件のもとでエネルギー型評価式を導くことが出来た。このエネルギー型評価式により、coneに沿った接線微分に対する重み付きノルムの評価が可能となる。null conditionをみたく2次の項をこの接線微分を使って上から押さえる工夫をAlinhac, Lindblad-Rodnianski, Lindblad-Nakamura-Soggeの論文で習った。この工夫を取り入れることにより、null conditionを満たさないものの、小さくなめらかな初期値に対しては時間大域解をもつような(半線形ではなく)準線形波動方程式系を見つけることに成功した。

4. 研究成果

Alinhac, Katayama-Matoba-Sunagawaの論文で発見された半線形方程式系も今回の研究で発見された準線形方程式系もLindbladとRodnianskiが提唱したweak null conditionを満たしているLindbladとRodnianskiは、

weak null conditionを満たす非線形波動方程式系は小さくなめらかな初期値に対して時間大域解をもつと予想した。今回の研究成果は彼らの予想に沿ったものになっているので、彼らの予想の解決の一里塚ともなる成果と言える。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計4件)

Kunio Hidano and Kazuyoshi Yokoyama, Global existence for a system of quasi-linear wave equations in 3D satisfying the weak null condition, International Mathematics Research Notices. IMRNに掲載決定済み 査読有
<https://doi.org/10.1093/imrn/rny024>

Kunio Hidano, Regularity and lifespan of small solutions to systems of quasi-linear wave equations with multiple speeds, I: almost global existence, 京都大学数理解析研究所講義録別冊 B65: Harmonic Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations (eds. Hideo Kubo and Hideo Takaoka) 37-61, 2017. 査読有

Kunio Hidano, Chengbo Wang, and Kazuyoshi Yokoyama, Combined effects of two nonlinearities in lifespan of small solutions to semi-linear wave equations, Mathematische Annalen, Vol.366, No.1-2, 667-694, 2016. 査読有
<https://doi.org/10.1007/s00208-015-1346-1>

Kunio Hidano and Kazuyoshi Yokoyama, Life span of small solutions to a system of wave equations, Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications, Vol.139, 106-130, 2016. 査読有
<https://doi.org/10.1016/j.na.2016.02.020>

[学会発表](計17件)

肥田野 久二男, Space-time L^2 estimates, regularity and almost global existence for elastic waves, Analysis and the general relativity, 2017年11月20日, 山形大学(山形市)

肥田野 久二男, Global existence for a

system of quasi-linear wave equations in 3D satisfying the weak null condition, 『応用解析』研究会, 2017年10月28日, 早稲田大学先進理工学部(東京都新宿区)

肥田野 久二男, Global existence for a system of quasi-linear wave equations in 3D satisfying the weak null condition, 函館偏微分方程式研究集会, 2017年10月8日, 公立はこだて未来大学(北海道函館市)

肥田野 久二男, Global existence for a system of quasi-linear wave equations in 3D satisfying the weak null condition, 日本数学会2017年度秋季総合分科会, 2017年9月13日, 山形大学(山形市)

肥田野 久二男, Global existence for a system of quasi-linear wave equations in 3D satisfying the weak null condition, Nonlinear Partial Differential Equations for Future Applications--Hyperbolic and Dispersive PDE--, 2017年7月28日, 東北大学(宮城県仙台市)

肥田野 久二男, Global existence for a system of quasi-linear wave equations in 3-D satisfying the weak null condition, 函館偏微分方程式セミナー, 2017年6月24日, 公立はこだて未来大学(北海道函館市)

肥田野 久二男, On the local well-posedness for the nonlinear half wave equation, 新発田偏微分方程式研究集会, 2017年3月18日, 市島株式会社(新潟県新発田市)

肥田野 久二男, Existence of global solutions to a 3D null-form nonlinear wave equation: A note on a theorem of Alinhac, 第14回 Linear and Nonlinear Waves, 2016年11月3日, ピアザ淡海(滋賀県大津市)

肥田野 久二男, Existence of global solutions to a 3D null-form nonlinear wave equation: A note on a theorem of Alinhac, 彦根偏微分方程式研究集会, 2016年10月9日, 滋賀県立大学サテライト(滋賀県彦根市)

肥田野 久二男, Regularity and global existence of small solutions to systems of quasi-linear wave equations in 2D with multiple speeds, 日本数学会2016

年度 秋季総合分科会, 2016年9月17日, 関西大学(大阪府吹田市)

肥田野 久二男, Regularity and lifespan of small solutions to systems of quasi-linear wave equations in 2D with multiple speeds, 調和解析と非線形偏微分方程式, 2016年7月5日, 京都大学数理解析研究所(京都市)

肥田野 久二男, Lindblad-Rodnianski の時空 L^2 評価式と異なる伝播速度を持つ空間2次元準線形波動方程式系の null condition の下での時間大域解の存在について, 三大学偏微分方程式セミナー, 2016年5月25日, 中央大学理工学部(東京都文京区)

肥田野 久二男, 小さな初期値に対する非線形波動方程式の初期値問題の時間大域解の存在 ~ null condition と combined effect の競合の観点から ~, 武蔵野偏微分方程式研究集会, 2015年10月11日, 日本獣医生命科学大学(東京都武蔵野市)

肥田野 久二男, 空間2次元で3次の非線形項と相異なる伝播速度をもつ波動方程式系の小さな時間大域解の存在の証明方法に関して, 日本数学会2015年度秋季総合分科会, 2015年9月15日, 京都産業大学(京都市)

横山 和義, ある半線形波動方程式系に対する解の最大存在時間に関して, 日本数学会2015年度秋季総合分科会, 2015年9月15日, 京都産業大学(京都市)

肥田野 久二男, ある2次の非線形項をもつ半線形波動方程式系に対する初期値問題の小さな解のライフスパンについて, 北海道大学偏微分方程式セミナー, 2015年6月29日, 北海道大学(北海道札幌市)

肥田野 久二男, $\{-6\}$ のオーダーのライフスパンをもつ空間3次元における非線形波動方程式系に関して, 三大学偏微分方程式セミナー, 2015年5月27日, 中央大学理工学部(東京都文京区)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:

番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況（計0件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<https://arxiv.org/search/?searchtype=author&query=Kunio+Hidano>

にて、2015、2016、2017年度に出版されたり執筆したりした論文を読むことが出来る。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

肥田野 久二男 (HIDANO, Kunio)

三重大学・教育学部・教授

研究者番号：00285090

(2) 研究分担者

横山 和義 (YOKOYAMA, Kazuyoshi)

北海道科学大学・工学部・准教授

研究者番号：20316243

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

()