

修士論文

令和2年度

ポリカーボネート樹脂の破損関数構築  
に関する実験的研究

三重大学大学院 工学研究科 博士前期課程

機械工学専攻

生体システム工学研究室

原 大貴

# 目次

---

第1章 緒言	1
第2章 理論	2
2-1. 樹脂材料	2
2-1-1. 高分子材料	2
2-1-2. エンジニアリングプラスチック	3
2-2. 破損と降伏	3
2-4. 薄肉円管の応力状態	4
2-5. 降伏理論	4
2-5-1. 最大主応力説	4
2-5-2. 最大せん断応力説	5
2-5-3. せん断ひずみエネルギー説	5
2-5-4. Drucker-Prager の降伏条件	5
第3章 実験方法	7
3-1. 負荷—除荷試験	7
3-2. 試験片材料	8
3-3. 力学試験方法	9
第4章 実験結果および考察	15
4-1. 負荷—除荷試験	15
4-2. 破損関数の検討	17
4-2-1. せん断ひずみエネルギー説	18
4-2-2. 最大せん断応力説	18
4-2-3. 最大主応力説	19
4-2-4. Drucker-Prager の降伏条件	20
4-3. 破損関数の検討	21
第5章 結言	30
参考文献	32
謝辞	33

# 第1章 緒言

---

熱可塑性樹脂材料は多岐にわたる分野で用いられている。樹脂材料には多種多様な種類が存在し、その中でも特に優れた機械的性質を有する樹脂材料はエンジニアリングプラスチックと呼ばれている。熱可塑性樹脂材料を用いて機械構造用部品を設計する際、樹脂材料の耐荷重を予測する必要がある。耐荷重を予測するために必要となるものの一つとして降伏関数が挙げられる。ただし、金属材料と変形挙動が異なる樹脂材料において、一般に金属材料で適用されている降伏関数を適用することは困難である。また、非線形な応力-ひずみ関係を示す樹脂材料について、破損や降伏の目安となる応力-ひずみ曲線の屈曲点は明らかでなく、応力-ひずみ曲線から材料が破損を示す応力を見出すことは困難である。そのため、樹脂材料において破損関数を構築する際に、材料が破損を示す応力を見出すことが必要である。本研究では、機械構造用部品が設計された性能を維持することができなくなる負荷後の残留ひずみに注目して材料の破損を見出すものとした。樹脂材料に対して負荷を加えて除荷したのちの残留ひずみが時間の経過とともに回復する挙動が存在する。そのため、除荷後、応力がゼロに達した時点で残留したひずみと、そののち十分な時間が経過したのちも残留し続けるひずみに着目し、加えた応力状態の残留ひずみと時間の関係を調査した。これらの残留ひずみに対する応力から破損関数について検討した。

以上より、本研究ではポリカーボネート樹脂が破損する応力を特定することで破損関数構築を目指し、各種複合負荷試験を行い、除荷後の残留ひずみについて調査した。

## 第2章 理論

樹脂材料は金属材料と比較して高い比強度を有しており、機械の軽量化を目的として構造用材料に用いられている。生産量が年々増加している<sup>(1)</sup>ことから樹脂材料のさらなる利用拡大が予測される。樹脂材料の中でも、ポリカーボネート樹脂は優れた電気特性や耐衝撃性、透明性を有するエンジニアリングプラスチックであり、航空機や自動車などに幅広く利用されている。本章では樹脂材料をはじめとした本研究に関わる基礎的な知見を述べる。

### 2-1. 樹脂材料

#### 2-1-1. 高分子材料<sup>(1),(2)</sup>

高分子材料はポリマー分子の集合体である。ポリマー分子はモノマー（単量体）が共有結合によって多数結び付けられた分子である。一方、ポリマー分子間は主にファン・デル・ワールス結合によって結びついている。2つの原子間で電子を共有することで強く結合する共有結合の結合エネルギーは50~200kcal/molである。ファン・デル・ワールス結合は双極子のゆらぎによって生じる結合であり、結合エネルギーは0.01~1kcal/molである。ファン・デル・ワールス結合は共有結合と比較して結合エネルギーが低く、破壊されやすい。すなわち、高分子材料に負荷を加えると、ポリマーのモノマー間よりもポリマーとポリマーの結合の方が結合力が低いため、ポリマー間で破壊していく。

ランダムコイル状態のポリマー分子に応力を加えると、ポリマー分子が応力方向に引き伸ばされた状態となる。高温にされ分子が移動しやすい状態となったポリマー分子は応力が作用したまま冷やされると分子が応力の方向に配向したまま固化される。分子配向すると、配向に対して平行方向の強度は大きく、垂直方向の強度は小さくなる性質がある。

高分子材料の破壊には脆性破壊と延性破壊がある。延性破壊は伸びを示しながら破壊に至るが、脆性破壊では伸びを示さずクレーズが発生し、応力集中によって破壊が生じる。破壊様式の違いは高分子材料がクレーズ破壊するか、せん断降伏破壊するかによって決まるといわれている。クレーズ破壊は応力作用下でクレーズが発生、成長して脆性破壊するものである。また、せん断降伏破壊はポリマー分子間でせん断降伏変形を示しながら延性破壊するものである。クレーズ破壊臨界応力がせん断降伏破壊臨界応力より小さければ脆性破壊が生じ、逆の場合は延性破壊が生じる。すなわち、高分子材料は負荷時の条件によって脆性破壊を示したり、延性破壊を示したりする特性がある。

### 2-1-2. エンジニアリングプラスチック<sup>(3)</sup>

樹脂材料を代表とする高分子材料は、金属材料やセラミック材料とともに、現代の便利で快適な生活に欠かすことのできない重要な役割を担っている。プラスチックを用いた製品は人々の身のまわりにあふれており、各種産業、運輸、建設、環境保全、医療、農業、水産業など幅広い分野で用いられている。その中でも強度や耐熱性をはじめとした機械的性質に優れたプラスチック材料をエンジニアリングプラスチックと呼称する。エンジニアリングプラスチックは従来の樹脂材料の弱点であった強度や耐熱性に優れており、一般的には100℃以上の耐熱性を持った樹脂材料である。現在、多種多様なエンジニアリングプラスチックが開発されており、代表的なエンジニアリングプラスチックとしてポリカーボネート樹脂、ポリアミド樹脂、ポリアセタール樹脂などが挙げられる。前述のとおり、本研究ではポリカーボネート樹脂について調査を行った。

### 2-2. 破損と降伏<sup>(4),(5)</sup>

一般的な金属材料の破損と降伏について述べる。物体内に大きな応力が生じると、物体は塑性変形あるいはき裂(crack)を生じて、ついでには破断(rupture)する。一般にき裂を生じて破断する現象を破壊(fracture)という。破壊には至らなくても塑性変形することで十分な機能を失うことを破損(failure)という。塑性変形の開始を弾性破損(elastic failure)という。単軸応力状態では材料の降伏点、耐力が弾性破損を決める基準応力になる。

鋳鉄のような脆性材料ではほとんど塑性変形しないで破壊する。ゆえに、破壊と破損は一致すると考えてよい。脆性材料の破壊は、引張力が材料の原子間あるいは分子間の結合力より大きくなって破断し、脆性破壊または分離破壊(cohesive fracture)という。脆性材料の破断面は垂直応力に垂直である。一方、軟鋼のような延性材料では降伏後に大きな塑性変形を起こして破断する。塑性変形はせん断応力によるすべりに起因するので、延性材料の破壊を延性破壊あるいはせん断破壊(shear fracture)という。以上のように材料の破壊を考えると、破壊が垂直応力によって支配される材料は分離破壊し、せん断応力によって支配される材料はせん断破壊する。

破壊という現象は、巨視的尺度で定義すれば、もと連続・一体であった固体が不連続面、すなわち破面を形成して分離する現象である。一方、原子ないし分子間隔の尺度で見れば、破壊は固体を形成している原子あるいは分子相互間に働く結合力の切断で起こる。材料の破壊は、破壊経路が結晶粒を貫通する粒内破壊と破壊経路が粒界を通る粒界破壊の2つに大別される。粒内破壊はすべりによって起こるせん断型破壊(shear fracture)とへき開によつて起こるへき開型破壊(cleavage fracture)にさらに細かく分類される。一般に延性材料の破壊はせん断型破壊であり、脆性材料の破壊はへき開型破壊である。

一般的に、樹脂材料の破壊のメカニズムは前述の限りではなく、樹脂材料に金属材料の破壊のメカニズムを適用することができない。したがって、樹脂材料の破壊のメカニズムに基づいた強度設計に実用できる理論の構築が求められている。

また、降伏とは弾性変形から塑性変形に移行する現象のことを示している。弾性変形とは材料を変形させたのちに、力を除荷したとき、直ちに変形前の形状に復元する性質である。樹脂材料において、材料を変形させて力を除荷したとき、時間を経過させると変形前の形状に復元する性質も有しているため、本研究では破損という言葉を用いて議論することとする。また本研究における破損関数とは、降伏関数のことを意味している。

## 2-4 薄肉円管の応力状態<sup>(6)</sup>

本研究で行った樹脂材料に対する実験は平面応力状態であった。図 2-1(a)のような、薄肉円管に軸方向応力とせん断応力が同時に作用する場合を考える。円管の軸方向を  $x$  軸、円周方向を  $y$  軸、半径方向を  $z$  軸とすると、 $\sigma_x = \sigma$ 、 $\tau_{xy} = \tau$ 、その他の応力成分は 0 となる。このとき、図 2-1(b)に示すような Mohr の応力円を描くことができる。主応力を Mohr の応力円から求めると

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\sigma + \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2}, \quad \sigma_2 = \frac{1}{2}\sigma - \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2} \quad (2-1)$$

となる。式(2-1)を用いることによって、 $\tau$ - $\sigma$ 平面における応力状態を主応力平面で表すことができる。

## 2-5 降伏理論

### 2-5-1 最大主応力説<sup>(6)</sup>

最大主応力説は物体中のある任意の点において生じる 3 つの主応力  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  のうちのいずれかが引張臨界応力あるいは圧縮臨界応力に達すれば破損が生じるという説である。

ここで、3 つの主応力を  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 、 $\sigma_1 > 0$ 、 $\sigma_3 < 0$  とし、引張降伏応力を  $\sigma_Y$ 、圧縮降伏応力を  $\sigma_Y'$  とすると、

$$\sigma_1 = \sigma_Y \quad \text{or} \quad \sigma_3 = \sigma_Y' \quad (2-2)$$

のときに降伏し、引張強さを  $\sigma_{UTS}$ 、圧縮強さを  $\sigma_{UCS}$  とした場合も同様に、

$$\sigma_1 = \sigma_{UTS} \quad \text{or} \quad \sigma_3 = \sigma_{UCS} \quad (2-3)$$

のときに破壊する。最大主応力説は一般的に脆性材料の破壊においてよく一致するとされている。

### 2-5-2 最大せん断応力説<sup>(6)</sup>

最大せん断応力説は、Tresca によって提唱され、物体中のある任意の点において最大せん断応力がせん断の臨界応力に達すれば破損を生じるといふ説である。応力テンソル  $[\sigma_{ij}]$  について  $\kappa_0$  を定数とし、3つの主応力  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  に対して降伏条件は、

$$F(\sigma_{ij}) = \max \left\{ \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2} \right\} - \kappa_0 = 0 \quad (2-4)$$

と表され、 $F([\sigma_{ij}]) = 0$  のとき物体が降伏する最大せん断応力説は一般的に延性材料の降伏においてよく一致するとされている。

### 2-5-3 せん断ひずみエネルギー説<sup>(6)</sup>

せん断ひずみエネルギー説は Von mises によって提唱された条件で、物体中のある任意の点においてせん断ひずみエネルギーが、ある限界に達すると降伏が生じるといふ説である。応力テンソル  $[\sigma_{ij}]$  について  $\kappa$  を定数として3つの主応力  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  に対して降伏条件は、

$$\frac{1}{2} \{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \} - \kappa^2 = 0 \quad (2-5)$$

とあらわされる。せん断ひずみエネルギー説は一般に延性材料の降伏においてよく一致するとされている。

### 2-5-4 Drucker-Prager の降伏条件

Drucker-Prager の降伏条件はコンクリート材料や土壌にしばしば適用される降伏条件である。応力の第1不変量である  $I_1$  と偏差応力の第2不変量である  $J_2$  を用いて以下の式であらわされる。

$$\alpha I_1^2 + J_2 - \kappa^2 = 0 \quad (2-6)$$

材料の降伏が圧力に依存するような材料で適用され、せん断ひずみエネルギー説を拡張した降伏条件として使用されている。

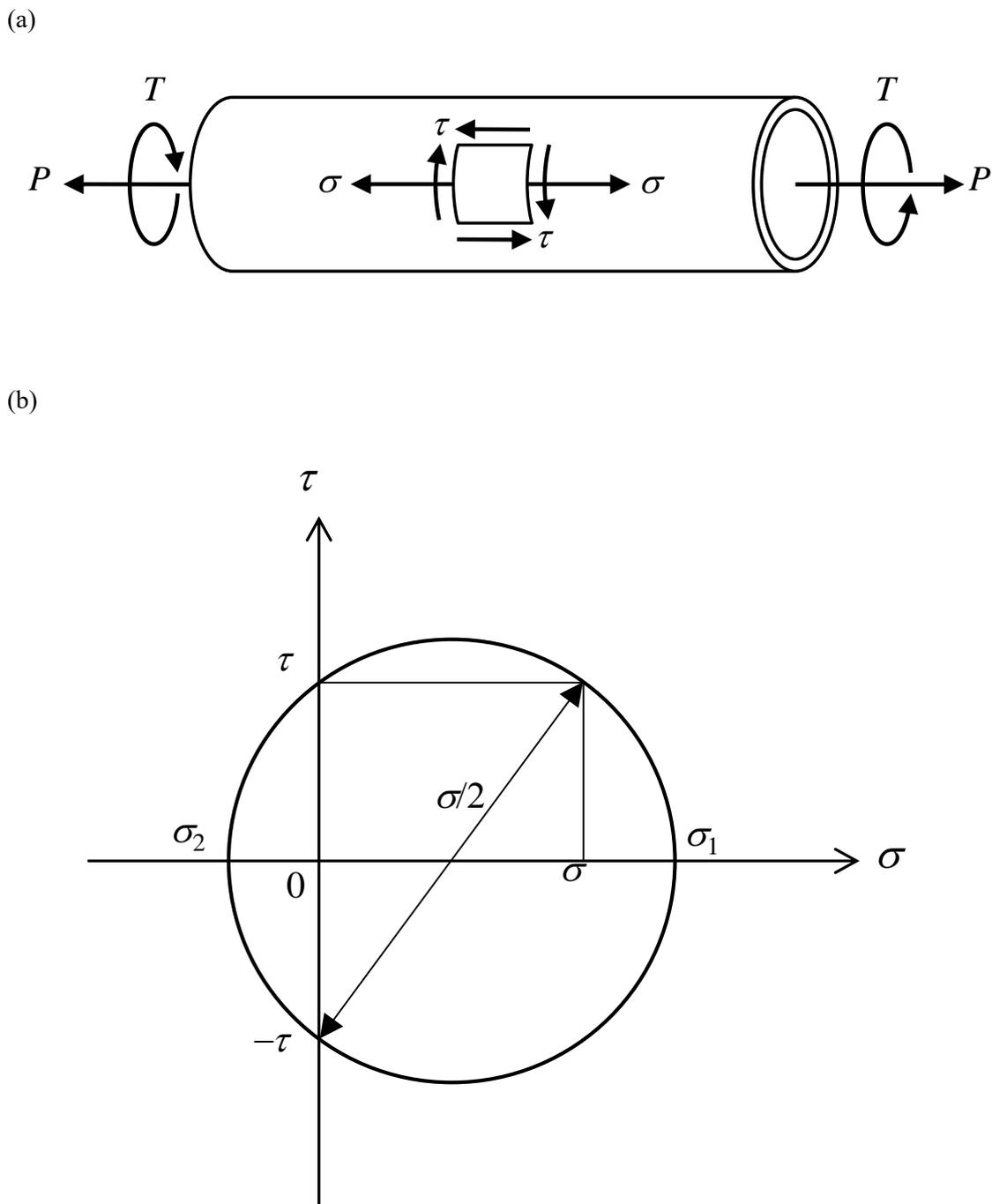


Fig.2-1 (a) Load condition and (b) Mohr circle of thin-walled circular pipe applied axial load and torsional load.

## 第3章 実験方法

本研究では、熱可塑性樹脂の破損関数構築を目的として行った。熱可塑性樹脂の一つとしてポリカーボネート樹脂について注目した。破損関数を構築するために複合応力状態における降伏応力を調査する必要がある。ただし、樹脂材料において降伏応力を特定することは困難である。したがって、本研究では材料の降伏応力を除荷後の残留ひずみの観点から見出すものとした。

第3章では、最初に本研究に用いた材料について述べる。次に、材料の破損関数を構築するための複合負荷条件下での実験方法と複合負荷試験の試験片について説明している。加えて、樹脂材料における実験方法について説明した。最後に、本研究におけるポリカーボネート樹脂の降伏応力を求める方法の詳細を示した。

### 3-1. 負荷－除荷試験

ポリカーボネート樹脂の単純負荷試験における応力－ひずみ曲線は負荷開始直後から非線形的な挙動を示す(図3-1)。応力－ひずみ曲線から明瞭な屈曲点の存在を確認することはできない。そのため、応力－ひずみ曲線から材料の破損を示す応力を見出すことは極めて困難である。したがって、本研究では、機械構造用部品が設計された性能を維持することができなくなる、残留ひずみの観点から降伏応力を見出した。各種力学試験から得られた材料に加えた応力と除荷したときに生じた残留ひずみの実験値をもとに、除荷したときに残留ひずみが生じ始める応力を見出し、その応力を材料が破損する応力とした。

ポリカーボネート樹脂の破損関数構築を目的とし、図3-2のような破損曲面を調査するため、本研究では、単軸引張、単軸圧縮、単純ねじりの単純負荷試験に加えて、引張ねじり、圧縮ねじりの垂直応力－せん断応力2軸複合負荷試験を行った。

ポリカーボネート樹脂について破損関数を構築する際、材料の破損を見出すことが必要となる。ただし、樹脂材料において、応力－ひずみ曲線は非線形であり、破損の目安となる応力－ひずみ曲線の屈曲が見られない。そのため、まず樹脂材料について破損となる現象を見出す必要がある。機械構造用部品について、設計された寸法から変形したとき、部品としての性能を維持することができなくなる。材料に荷重が加わり、除荷されたときに残留ひずみが生じると、材料が元の寸法から変化したと考えることができる。したがって本研究では、ポリカーボネート樹脂に荷重を加えて除荷したのち残留ひずみが生じ始める応力を調査した。また、樹脂材料は粘弾性を示す材料であり、荷重を加えて除荷したのちに生じる残留ひずみが時間の経過とともに回復する現象がみられる。そのため、除荷して応力がゼロに達した時点で残留するひずみと、除荷後十分に時間を経

過させたのちも残留し続けるひずみについて調査した。ポリカーボネート樹脂に負荷を加えて除荷したのち、応力 0MPa で保持する試験を行い、除荷して応力がゼロに達した時点での残留ひずみと、除荷後時間を経過させたとき残留し続けるひずみを計測した。材料に加える応力を変化させて残留ひずみを計測することで残留ひずみが生じ始める応力、すなわち破損応力を確認することができる。また、負荷条件によって変形挙動が異なるため、残留ひずみについても負荷条件によって異なると考えられる。したがって、単軸引張試験、単軸圧縮試験、単純ねじり試験の単純負荷試験に加えて引張ねじり、圧縮ねじり試験の垂直応力-せん断応力 2 軸複合負荷試験を行った。樹脂材料はひずみ速度依存性を有するため、変形挙動が同一になる傾向がみられるひずみ速度  $1.0 \times 10^{-4}$  (s) より遅いひずみ速度で実験を行った。

### 3-2 試験片材料

ポリカーボネート樹脂はエンジニアリングプラスチックのひとつである。エンジニアリングプラスチックの中でも力学的強度に優れており、衝撃強度が他のプラスチックと比較して非常に高い。また透明性を有し、電気絶縁性にも優れた樹脂材料である。これらの特性から、航空機や自動車などに幅広く利用されている。

ポリカーボネート樹脂の製造方法には溶融法と溶剤法がある。溶融法はエステル交換法とも呼ばれ、ビスフェノール A とジフェニルカーボネートの溶融状態でエステル交換反応によりポリカーボネート樹脂を合成する。この方法では高分子量の生産が困難である。溶剤法はホスゲン法とも呼ばれ、現在のポリカーボネート樹脂生産の主流となっている製造方法である。以下に溶剤法によるポリカーボネート樹脂の生産プロセスを示す(図 3-3)。ビスフェノール A を酸結合剤、溶剤の存在下でホスゲンと反応させるとポリカーボネート樹脂が合成される。

ポリカーボネート樹脂の丸棒材を機械加工し、中空丸棒の試験片を作製した。標線間距離 15mm、標線間外径  $\phi 10\text{mm}$ 、標線間内径  $\phi 8\text{mm}$  のダンベル型試験片を切削加工した。試験片両端は後述する力学試験機への取り付けのために M16 のねじ切り加工を施した。また、単純ねじり試験および垂直応力-せん断応力 2 軸複合負荷試験においてねじりによるトルクを適切に試験片の標線間に伝えるため、面取りを行った。試験片寸法を図 3-4 に示す。加工時に発生した切削痕が力学試験に影響しないよう研磨も施した。

### 3-2. 力学試験方法

ポリカーボネート樹脂の破損関数を構築する際、複合負荷試験が必要である。破損関数を構築する際、複数の独立方程式を同時に調査する必要がある。これらの複数の独立方程式は様々な応力条件から導き出される。すなわち、少なくとも2軸平面応力条件を実現しなければならない。2軸平面応力条件は垂直応力とせん断応力の組み合わせでも実現可能である。ただし、垂直応力とせん断応力の従属関係が予想される樹脂材料において2軸平面応力条件は垂直応力とせん断応力の比例負荷である必要がある。したがって、本研究では単純負荷試験と垂直応力とせん断応力の2軸複合負荷試験を行った。

図3-4の試験片を力学試験機のプルロッドにネジ部を嵌合することで強固に締結した。クロスヘッドの移動速度および回旋機構の回転速度を調整することで試験片に加えるひずみ速度を変更することが可能である。力学試験には、力学試験機（Autograph AG-G20kN, 島津製作所製）を用いた。図3-5にAG-G20kNの外観を示す。本試験機は、軸方向の負荷に対して最大軸力荷重 $\pm 5\text{kN}$ のロードセルを、ねじり負荷に対して最大トルク $10\text{kN}\cdot\text{mm}$ のトルクセルをそれぞれ備えている。各力学試験における応力の算出方法を以下に示す。ここで $W[\text{N}]$ はロードセルによって計測された軸方向荷重、 $T[\text{N}\cdot\text{mm}]$ はトルクセルによって計測されたトルク、 $d_{\text{out}}[\text{mm}]$ は試験片外径、 $d_{\text{in}}[\text{mm}]$ は試験片内径を表している。

$$\text{軸応力} \quad \sigma = \frac{W}{\pi(d_{\text{out}}^2 - d_{\text{in}}^2)/4} \quad (3-1)$$

$$\text{せん断応力} \quad \tau = \frac{T}{\pi(d_{\text{out}}^4 - d_{\text{in}}^4)/32} \frac{d_{\text{out}}}{2} \quad (3-2)$$

本試験機のクロスヘッド速度は軸方向速度が $\pm 0.05\text{mm}/\text{min} \sim \pm 1000\text{mm}/\text{min}$ 、旋回部の回転角速度が $\pm 3.6\text{deg}/\text{min} \sim \pm 3600\text{deg}/\text{min}$ の範囲で設定可能である。クロスヘッド速度の精度は定常状態において $\pm 5\%$ 以内に抑えられている。したがって表記の範囲内で精度よく定クロスヘッド速度試験を行うことが可能である。本試験機はロードセル、トルクセルからのフィードバック制御により定荷重負荷速度または定トルク負荷速度による負荷試験を実現できる。ただし、試験片はプルロッド取付部に変形を生じ、単軸圧縮試験片では治具の機構的変位が生じるため、クロスヘッドの移動量から正確な標線間のひずみを測定することができない。そこで本研究では、抵抗線箔ひずみゲージKFELおよびKFG（共和電業製）を用いてひずみの測定を行った。ひずみゲージKFELおよびKFGに計測可能なひずみはそれぞれ最大 $15.0\%$ 、 $5.0\%$ である。図3-6、3-7に試験片標線間部に貼り付けられたひずみゲージKFELおよびKFGの模式図を示す。なお、せん断ひずみ $\gamma$ は試験機下部クロスヘッドの右回転によるせん断方向を正としている。図3-7に示

されるようなひずみゲージ 1, 2 により測定されるひずみを  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  とすると, 次の式(3-3), (3-4)と表される.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\cos(2 \times 45^\circ) + \frac{1}{2}\gamma_{xy}\sin(2 \times 45^\circ) \quad (3-3)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\cos(-2 \times 45^\circ) + \frac{1}{2}\gamma_{xy}\sin(-2 \times 45^\circ) \quad (3-4)$$

ここで  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_{xy}$  はそれぞれ,  $x$  軸方向のひずみ,  $y$  軸方向のひずみ, せん断ひずみである. せん断ひずみ  $\gamma$  は, 式(3-3), (3-4)より次のように求められる.

$$\gamma = \gamma_{xy} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad (3-5)$$

各種力学試験において, ひずみはブリッジボックスを介して動ひずみ測定器 DPM-711B (共和電業製) で電圧データに変換後, センサーインターフェース PCD-320A (共和電業製) を用いて A/D 変換し, 電子データとしてパーソナルコンピュータに記録した. 試験時の変形の状態を把握するためビデオカメラを用いて試験中の試験片を撮影し, 負荷関係からの時間経過を監視することで, PCD で計測された変形量と変形挙動との相関をとった.

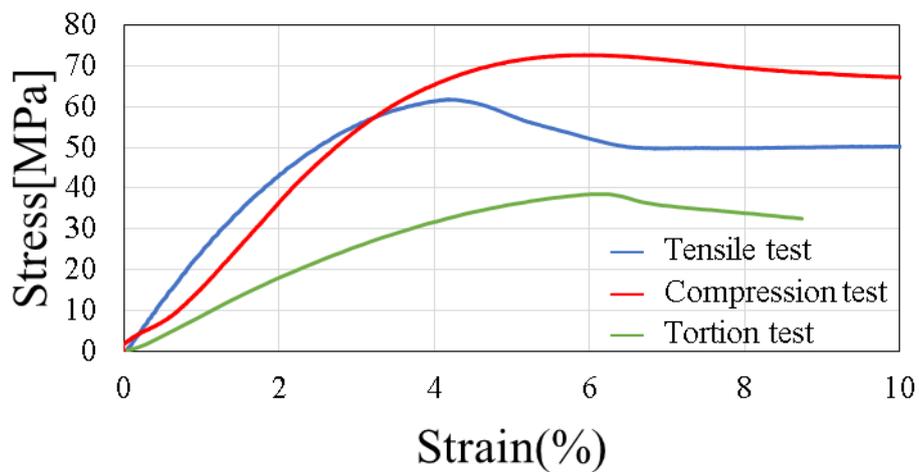


Fig.3-1 Stress-strain curves of polycarbonate resin under simple load conditions.

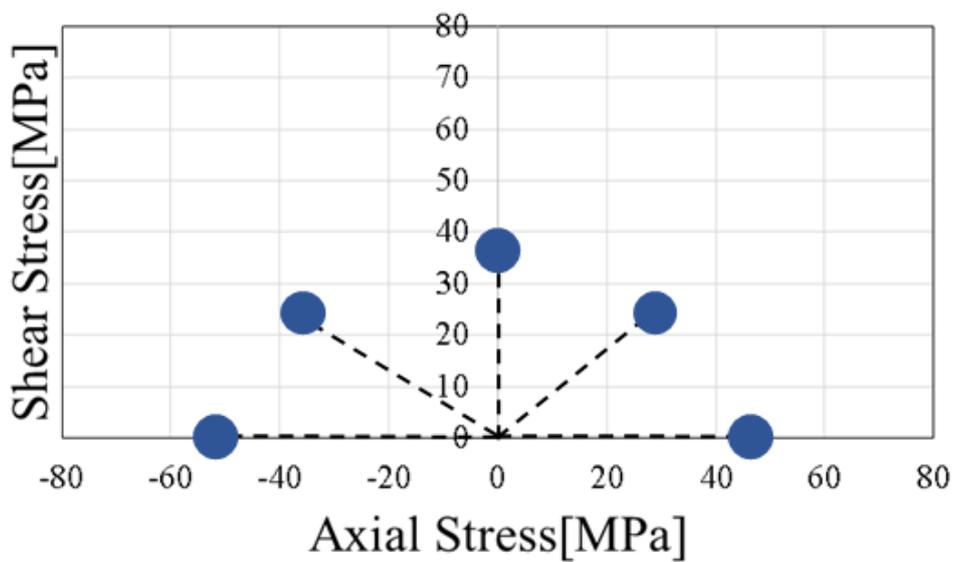


Fig.3-2 How to identify yield stress by combined load test.





Fig.3-5 Autograph AG-G20kN.

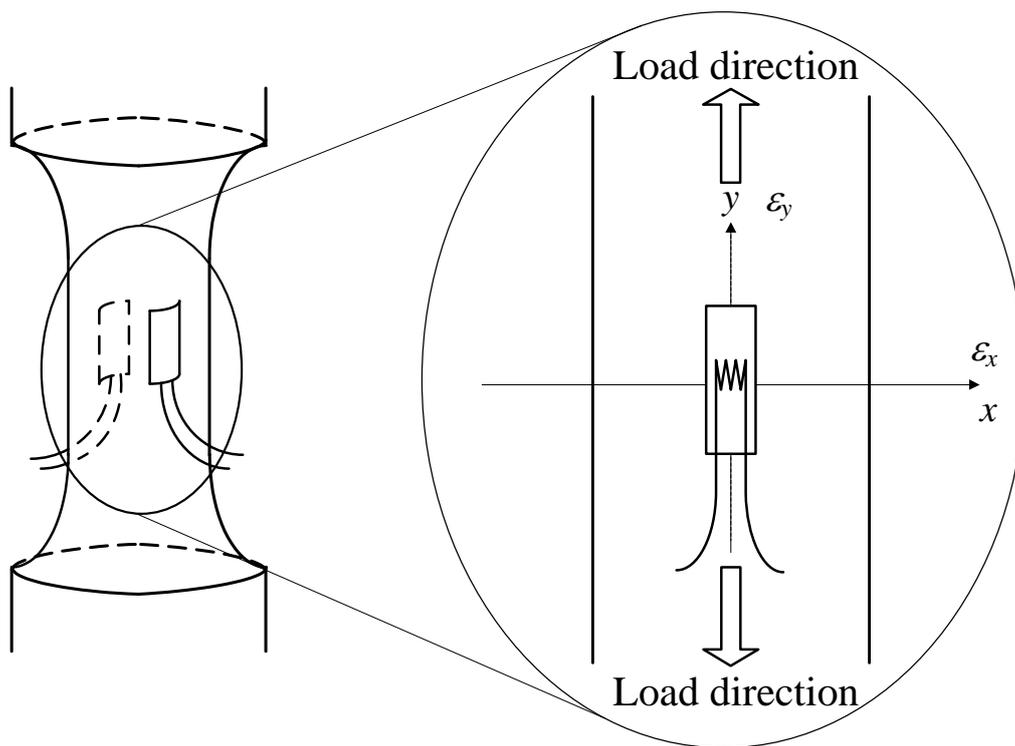


Fig.3-6 Measurement method of axial strain by uni-axial gauge.

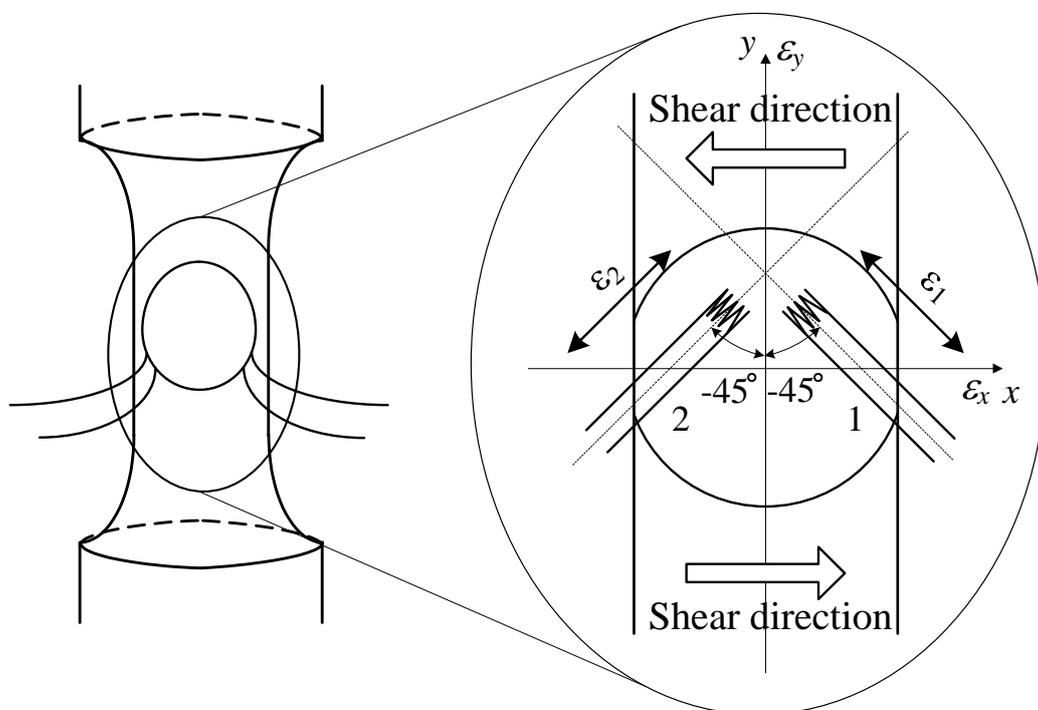


Fig.3-7 Measurement method of shear strain by cross gauge.

## 第4章 実験結果および考察

### 4-1. 負荷－除荷試験

ポリカーボネート樹脂について、負荷－除荷過程による残留ひずみの変化について調査した試験の過程を図4-1に示す。図中のA点の所定の応力を加えて、応力0MPaまで除荷した。この時点でB点の残留ひずみが生じていることがわかる。その後、0MPaの応力を保持すると、時間の経過とともに残留ひずみが減少し、C点まで回復したことがわかる。また、残留ひずみの変化について調査した試験における、残留ひずみと時間の関係を図4-2に示す。図4-2は水平中央軸に時間[s]をとり、垂直軸は上部(A)に応力[MPa]、下部(B)にひずみ(%)をとり、負荷開始直後から除荷および応力を0MPaで保持したときの挙動を時間－応力関係と対比させた。さらに応力が0MPaになってからの挙動をより確認できるように、図4-3に除荷をして応力がゼロになる付近からの挙動を示した。水平中央軸と垂直軸は図4-2と同様に水平中央軸に時間[s]をとり、垂直軸は上部(A)に応力[MPa]、下部(B)にひずみ(%)をとった。ポリカーボネート樹脂に負荷を加えて除荷したときに残留したひずみが除荷後、時間の経過とともに回復していく傾向が確認された。

各種力学試験において、加えた応力と除荷をして応力がゼロに達した時点での残留ひずみの関係を図4-4、図4-5に示す。各種単純負荷試験における実験結果を図4-4、垂直応力－せん断応力2軸複合負荷試験における実験結果を図4-5にあらわした。図4-4、図4-5は縦軸に応力がゼロに達した時点での残留したひずみ(%), 横軸に加えた応力[MPa]を示している。また、加えた応力と十分に時間を経過させたのちも残留し続けるひずみの関係を図4-6、図4-7に示す。各種単純負荷試験における実験結果を図4-6、垂直応力－せん断応力2軸複合負荷試験における実験結果を図4-7に示した。図4-6、図4-7は除荷後、時間を経過させたのちも残留し続けたひずみ(%)を縦軸、加えた応力[MPa]を横軸にとった。垂直応力－せん断応力2軸複合負荷試験においては、せん断の残留ひずみを示した。図4-4における赤の点線が、単軸引張試験における除荷をして応力がゼロに達した時点での残留ひずみと加えた応力の関係についての近似線となっている。すべての負荷状態において、近似線を用いて残留ひずみがゼロとなる応力を求め、材料が破損する応力を見出した。種単純負荷試験において、除荷直後に残留ひずみが発生し始める応力と除荷後十分に時間を経過させたのちに残留し続けるひずみがあらわれ始める応力はほとんど変わらないことが確認された。単軸引張試験、単純ねじり試験、単軸圧縮試験それぞれ、残留ひずみが発生し始める応力は約40MPa、15MPa、65MPaを示した。垂直応力－せん断応力2軸複合負荷試験では軸ひずみよりもせん断ひずみの方が早く残留ひずみが生じ始めた。したがって、垂直応力－せん断応力2軸複合負荷試験

において、せん断の残留ひずみが生じ始めた瞬間を材料の破損とみなし、軸応力もせん断の残留ひずみが生じ始めた段階での軸応力を破損応力とした。引張ねじり試験において、除荷後十分に時間を経過させたのちに残留し続けるひずみがあらわれ始める応力が垂直応力 19MPa、せん断応力 9MPa に比べ、除荷して応力がゼロになった時点で残留ひずみが発生し始める応力は垂直応力 12MPa、せん断応力 5MPa と低い値を示した。圧縮ねじり試験についても同様に、除荷後十分に時間を経過させたのちも残留し続けるひずみがあらわれ始める応力に比べ、除荷をして応力がゼロに達した時点で残留ひずみが発生し始める応力の方が低くなった。ポリカーボネート樹脂に負荷を加えて除荷し、負荷がゼロになったときの残留ひずみが発生する応力は単純応力状態下では、永久的な残留ひずみが発生する応力とほとんど変わらない。ただし、軸力-せん断力の複合状態では低い応力で残留ひずみが発生する傾向が認められる。

単軸引張試験、引張ねじり試験における除荷後のひずみと時間の関係を図 4-8 に示す。図 4-8 は縦軸にひずみ(%), 横軸に応力がゼロになってからの時間[s]をとった。単軸引張試験では除荷後、急激に残留ひずみが回復し、その後は穏やかに回復している傾向がみられた。一方、引張ねじり試験では単軸引張試験と比較して残留ひずみの回復が穏やかになっている傾向が確認された。すなわち、単純負荷状態における残留ひずみに比べ、複合状態における残留ひずみの方が回復速度が遅いことが確認された。直鎖状ポリマーを構成要素とする熱可塑性樹脂材料において、ポリマー同士の密度を低下させる垂直応力の効果は分子間力によって除荷後速やかに消失する。一方、垂直応力の作用によって自由体積が増大した空間においてせん断応力成分はポリマーの $\sigma$ 単結合部位における回転を誘起する。回転変位を生じたポリマーは、樹脂内部の熱力学的エントロピーの回復に依存せざるを得ず除荷だけでは容易に回復しない。すなわち、粘性的な回復の時間遅れが生じやすい。

以上の実験結果より得られたポリカーボネート樹脂における破損応力を図 4-9、図 4-10 に示す。ポリカーボネート樹脂に負荷を加えて、除荷後応力がゼロに達した時点での残留ひずみに着目した破損応力を図 4-9、負荷を加えて除荷したのち十分に時間を経過させても残留し続けるひずみに着目した破損応力を図 4-10 に示す。図 4-9、図 4-10 は縦軸にせん断応力[MPa]、横軸に垂直応力[MPa]をとった。材料に負荷を加えて、除荷後応力がゼロに達した時点での残留ひずみから得られた破損応力と、材料に負荷を加えて除荷したのち十分に時間を経過させても残留し続けるひずみに着目した破損応力ともに、正の垂直応力と負の垂直応力の効果が非対称であった。単軸引張試験の結果に比べて単軸圧縮試験の方が約 1.5 倍以上の高い破損応力を示した。負荷を加えて除荷したのち十分な時間を経過させても残留し続けるひずみにおける破損応力については、垂直応力-せん断応力の 2 軸応力状態で引張ねじり試験より圧縮ねじり試験の方がせん断応力、垂直応力ともに高くなる傾向が確認された。また、単純ねじり試験における破損応力が単軸引張試験における破損応力よりも約 65%低くあらわされた。除荷後応力がゼロ

に達した時点での残留ひずみに着目した垂直応力-せん断応力 2 軸応力状態における破損応力が単純負荷試験における破損応力よりもはるかに低い値を示した。

以上より、複合状態における残留ひずみはポリマーの $\sigma$ 単結合部位における回転から回復の遅延が生じ、材料が破損する応力が低くなっていると考えられる。したがって、本研究では永久的な残留ひずみが生じる応力をもとに破損関数の構築を行った。

本研究では垂直応力-せん断応力の 2 軸応力状態による実験に基づき、ポリカーボネート樹脂において、負荷を加えて除荷したのち十分に時間を経過させても残留し続けるひずみに着目し、 $\sigma$ 、 $\tau$ 二つの応力要素に対する破損関数を検討した。

## 4-2. 破損関数の検討

単純ねじり試験におけるせん断応力が単軸引張試験における垂直応力よりも低い値となった。せん断応力が除荷後に回復できないひずみを誘起する支配的な要素であると考えられる。また、垂直応力-せん断応力 2 軸応力状態における除荷後の残留ひずみの回復速度が遅いことから $\sigma$ 単結合部位の回転によって負荷で生じたひずみが残留していると考えられる。 $\sigma$ 単結合部位の回転はせん断の影響によって生じる。すなわち、せん断の影響によって除荷後に回復できないひずみが生じていると考えられる。

単軸引張試験における破損応力よりも単軸圧縮試験における破損応力の方が約 60% 高い値を示した。すなわち、静水圧成分もまたポリカーボネート樹脂における材料の破損を支配する一つの要素であると考えられる。垂直応力-せん断応力 2 軸応力状態において、残留ひずみの回復が遅くなることから、垂直応力によってポリマーの回転できる空間が広げられるとき、せん断応力が作用した場合にポリマーが回転すると考えられる。また、静水圧状態においても熱振動によってポリマーが変形し、残留ひずみが生じると考えられる。

以上より、変形メカニズムに基づいて、熱可塑性樹脂材料を構成するポリマーの $\sigma$ 単結合部位を回転させるせん断の要素と、ポリマーの回転できる空間を生成する垂直応力要素がともに影響を及ぼし、除荷後に回復できない残留ひずみを発生させていると考えられる。すなわち、第 1 不変量  $I_1$  および偏差応力の第 2 不変量  $J_2$  の影響が検討される。以下 4-2-1 以降において、 $I_1$ 、 $J_2$  による破損関数を検証する。本研究では平面応力状態を考えることとする。

ポリカーボネート樹脂において、せん断が材料の破損に影響を及ぼしていると考えられたため、せん断ひずみエネルギー説と最大せん断応力説について検討した。

#### 4-2-1. せん断ひずみエネルギー説

まずは  $J_2$  のみの効果をあらわすせん断ひずみエネルギー説と実験値との比較を行った。せん断ひずみエネルギー説は以下の数式で表される

$$J_2 - \kappa^2 = 0 \quad (4-1)$$

ここで

$$J_2 = \frac{1}{3}\sigma^2 + \tau^2$$

より式(4-1)から以下の式が与えられる。

$$\frac{1}{3}\sigma^2 + \tau^2 - \kappa^2 = 0 \quad (4-2)$$

定数  $\kappa$  は正の垂直応力を与える単軸引張における降伏応力から決定した。よって、

$$\frac{1}{3}\sigma^2 + \tau^2 - 40.9^2 = 0$$

以上の式より得られた破損曲面を図 4-11 に示す。単純負荷試験の結果において、単純ねじり試験と単軸圧縮試験の実験値ともにせん断ひずみエネルギー説との差異が生じた。せん断ひずみエネルギー説に比べ、単純ねじり試験の実験値は約 35% 低く、単軸圧縮試験の実験値は約 60% 高い値を示した。垂直応力-せん断応力 2 軸応力状態においては、圧縮ねじり試験の結果は近い値を示したが、引張ねじり試験の結果はせん断ひずみエネルギー説よりも約 35% 低い値を示した。

#### 4-2-2. 最大せん断応力説

次に、せん断ひずみエネルギー説よりもせん断の降伏応力が低くあらわれる最大せん断応力説について実験値との比較を行った。最大せん断応力説は以下の数式で示される。

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - \kappa^2][(\sigma_2 - \sigma_3)^2 - \kappa^2][(\sigma_3 - \sigma_1)^2 - \kappa^2] = 0$$

ここで、3つの主応力を  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  とすると

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \kappa = 0 \quad (4-3)$$

ここで

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\sigma + \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2} \quad , \quad \sigma_3 = \frac{1}{2}\sigma - \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2}$$

より

$$2\sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2} = 2\kappa$$

以上より、式(4-3)から以下の式が得られた。

$$\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2 - \kappa^2 = 0 \quad (4-4)$$

ただし、定数 $\kappa$ は正の垂直応力によって決定した。

$$\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2 - 40.9^2 = 0$$

以上の式より得られた破損曲面を図4-11に示す。せん断ひずみエネルギー説と同様に、単純ねじり試験、単軸圧縮試験、引張ねじり試験の結果から差異が生じた。最大せん断応力説に比べ、単純ねじり試験の実験値は約25%ほど低く、単軸圧縮試験の実験値は約60%高い値を示した。垂直応力-せん断応力2軸応力状態においては、圧縮ねじり試験の結果は近い値を示したが、引張ねじり試験の結果は最大せん断応力説よりも約30%低い値を示した。せん断ひずみエネルギー説に比べると、最大せん断応力説と実験値との差異は小さくなる傾向が見られた。

次に、ポリカーボネート樹脂の破損において、せん断と静水圧がともに影響を及ぼしていると考えられるので、最大主応力説とDrucker-Prager説について検討した。

### 4-2-3. 最大主応力説

最大主応力説と実験結果から得られた回復することのできない残留ひずみを発生させる応力曲面との比較を行った。ここで、3つの主応力 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 、 $\sigma_1 > 0$ 、 $\sigma_3 < 0$ とし、引張降伏応力 $\sigma_y$ 、圧縮降伏応力を $\sigma'_y$ とすると、最大主応力説は以下の数式で表される。

$$\sigma_1 = \sigma_y \quad \text{または} \quad \sigma_3 = \sigma'_y \quad (4-5)$$

ここで

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\sigma + \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2} \quad , \quad \sigma_3 = \frac{1}{2}\sigma - \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2}$$

より、最大主応力説は式(4-5)から以下の式で与えられる

$$\frac{1}{2}\sigma + \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2} = \sigma_y$$

または

$$\frac{1}{2}\sigma - \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2} = \sigma'_y \quad (4-6)$$

実験結果より

$$\sigma_y = 40.9 \quad , \quad \sigma'_y = -65.5$$

したがって

$$\frac{1}{2}\sigma + \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2} - 40.9 = 0 \quad \text{または} \quad \frac{1}{2}\sigma - \sqrt{\frac{1}{4}\sigma^2 + \tau^2} + 65.5 = 0$$

以上の式より得られた破損曲面を図 4-12 に示す。実験結果と最大主応力説から得られた破損曲面を比較すると、垂直応力-せん断応力 2 軸複合負荷試験および単純ねじり試験の結果において、いずれも最大主応力説から得られた値よりも実験値の方が低くなる傾向が見られた。単純ねじり試験の実験値は最大主応力説に比べ約 60%低くなった。

#### 4-2-4. Drucker-Prager の降伏条件

静水圧成分とせん断成分が協働的に破損を誘起する破損理論として、土砂やバルク金属ガラスなどに適用される Mohr-Coulomb 説や、エネルギー論的にせん断ひずみエネルギー説を拡張した Drucker-Prager 説がある。後者に基づいて、実験結果と比較した。

Drucker-Prager 説は以下の式であらわされる。

$$\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - \kappa = 0 \quad (4-7)$$

ここで

$$I_1 = \sigma$$

$$J_2 = \frac{1}{3}\sigma^2 + \tau^2$$

したがって、Drucker-Prager 説は式(4-7)から以下の式で与えられる

$$\alpha\sigma + \sqrt{\frac{1}{3}\sigma^2 + \tau^2} - \kappa = 0 \quad (4-8)$$

定数 $\alpha$ と $\kappa$ を求める際、検証を行った最大主応力説、せん断ひずみエネルギー説、最大せん断応力説と同様に正の垂直応力を用いた。また最大主応力説、せん断ひずみエネルギー説、最大せん断応力説の3つの破損関数で検証を行ったが、単純ねじりのせん断応力と合致する破損関数は確認できなかった。ただし、最大主応力説については、単軸圧縮の実験値との合致が確認できた。Drucker-Prager説についても他の破損関数と比較できるように負の垂直応力を用いて定数 $\alpha$ と $\kappa$ を求めた。以上の理由より、Drucker-Prager説における定数 $\alpha$ と $\kappa$ を正の垂直応力と負の垂直応力を用いて導出した。導出されたDrucker-Prager説の破損関数を以下に示す。

$$0.13\sigma + \sqrt{\frac{1}{3}\sigma^2 + \tau^2} - 29 = 0$$

以上の式より得られた破損曲面を図4-12に示す。最大主応力説、せん断ひずみエネルギー説、最大せん断応力説の3つの破損関数に比べて、実験値との差異は小さくなる傾向が確認された。ただし、単純ねじり試験における実験値に比べ、Drucker-Prager説の方が約50%程度低い値を示した。複合負荷試験においても同様に、実験値よりも低い値を示した。したがって、より垂直応力の影響を加味した破損関数の構築が必要であると考えられる。

### 4-3. 破損関数の構築

以上の検証より、さらに静水圧の効果について考慮しなければならないと考えられる。すなわち静水圧成分である第1不変量 $I_1$ と偏差応力の第2不変量 $J_2$ の積の項が必要になると考えられる。垂直応力に依存して値が変わっていくような項を掛け合わせることで、垂直応力の影響をより加味することとした。ポリカーボネート樹脂における破損関数を $\sigma$ - $\tau$ であらわすと以下の式になると考えられる。

$$\left\{ \frac{-A(\sigma - \sigma_0) \pm A\sqrt{A^2(\sigma - \sigma_0)^2 - 8B(\sigma - \sigma_0) + 8B^2}}{4} + B \right\}^2 \left\{ \frac{C^2}{B^2}(\sigma - \sigma_0)^2 + \tau^2 \right\} - \kappa^4 = 0$$

ただし、

$$A = 0.8, B = 68.5, C = 24.5, \sigma_0 = -27, \kappa = \sqrt{68.5 \times 24.5}$$

第2括弧で表された楕円の形から，垂直応力に依存して値が変化し，垂直応力の正負が反転したときに垂直応力の影響が変化する第1括弧の項を掛け合わせることでポリカーボネート樹脂の破損関数を構築した．上の式から得られた破損曲面と実験値から得られた破損応力を図4-13に示す．実験値から得られた破損応力と比較すると，全ての実験結果において非常に近い値を示した．検討を行った5つの破損関数の中で最も差異が小さくなった．

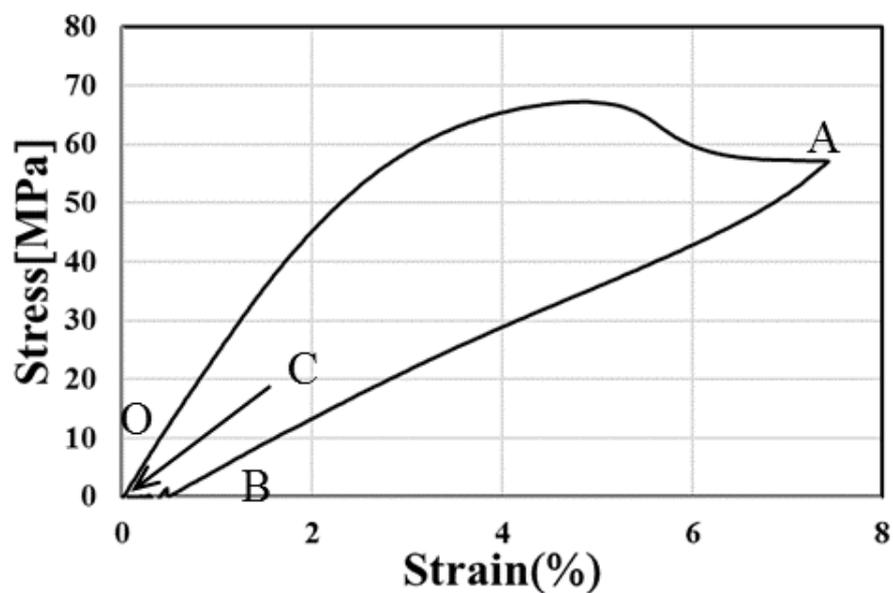


Fig.4-1 Loading (O→A), unloading (A→B) and recovery (B→C) deformation behavior of polycarbonate resin under uni-axial tension.

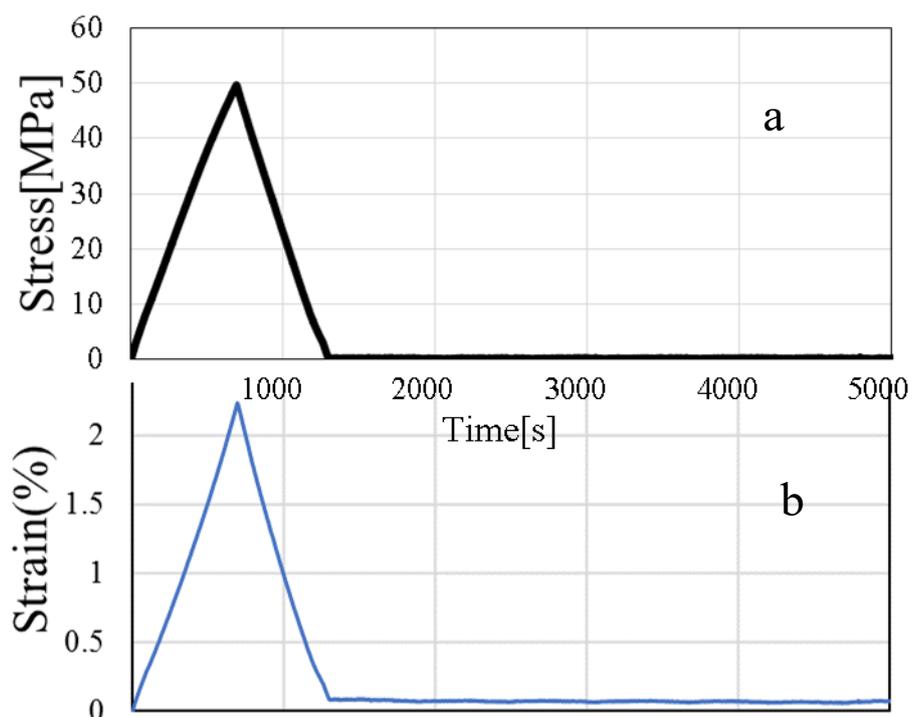


Fig.4-2 Behavior of residual strain after unloading.  
a; Stress-Time curve, b; Strain-Time curve

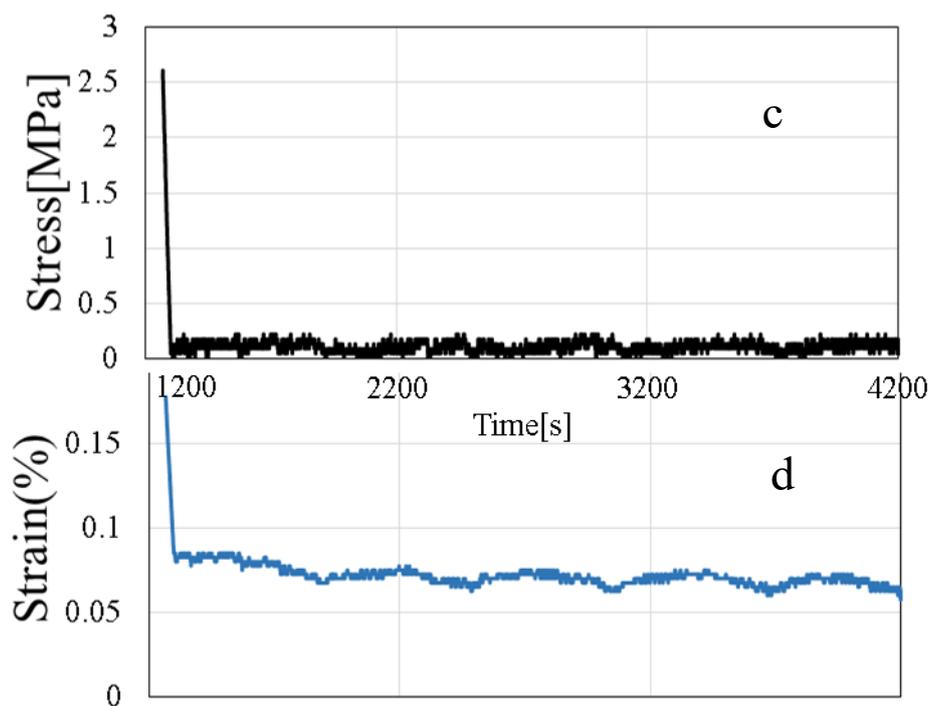


Fig.4-3 Behavior of residual strain after unloading.

c; Stress-Time curve after unloading, d; Strain-Time curve after unloading

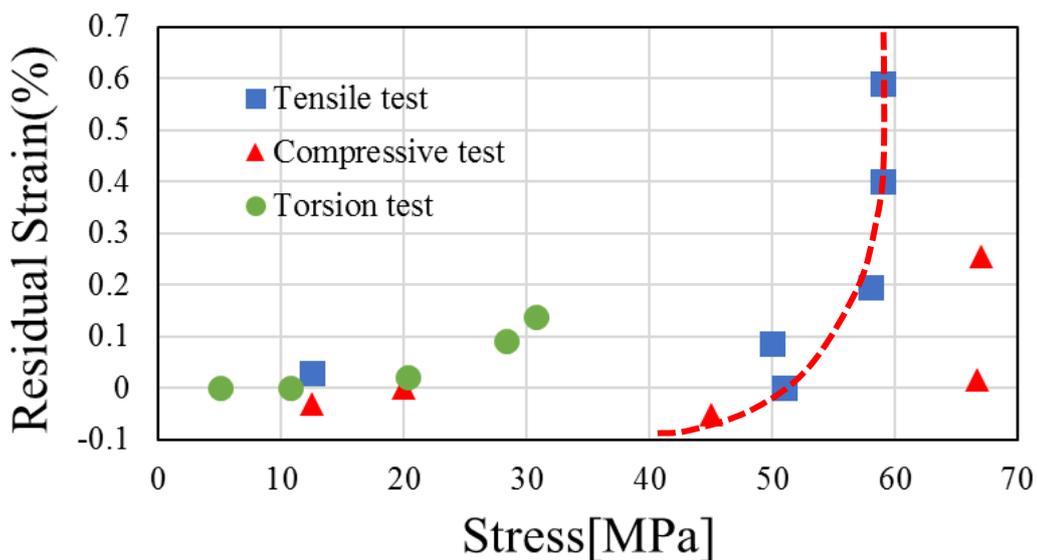


Fig.4-4 Residual strain immediately after unloading under simple load test.

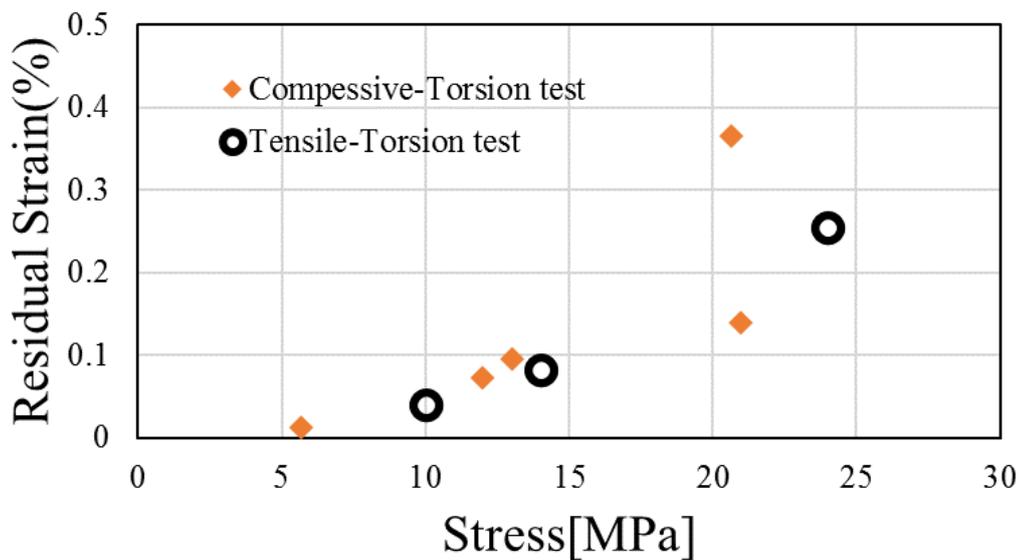


Fig.4-5 Residual strain immediately after unloading under composite load test.

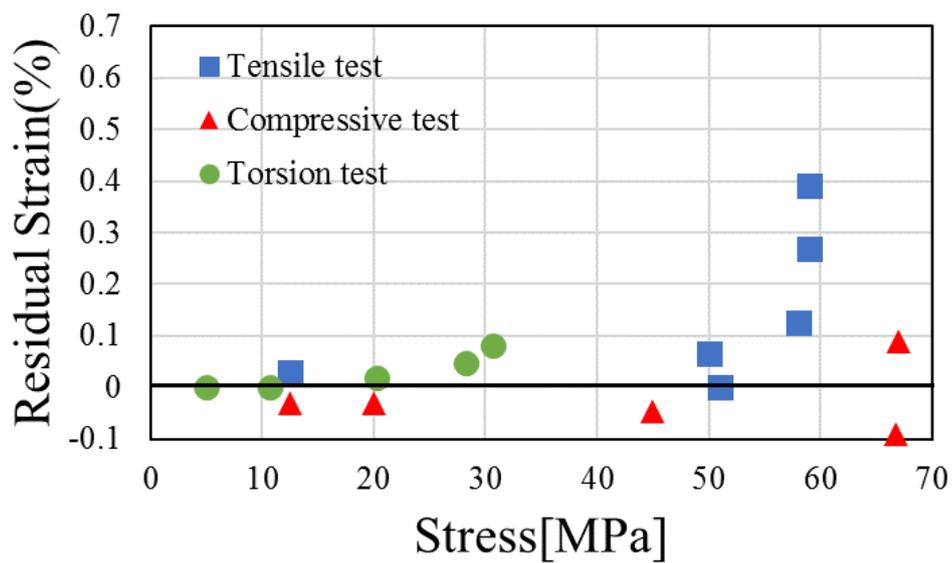


Fig.4-6 Permanent strain under simple load test.

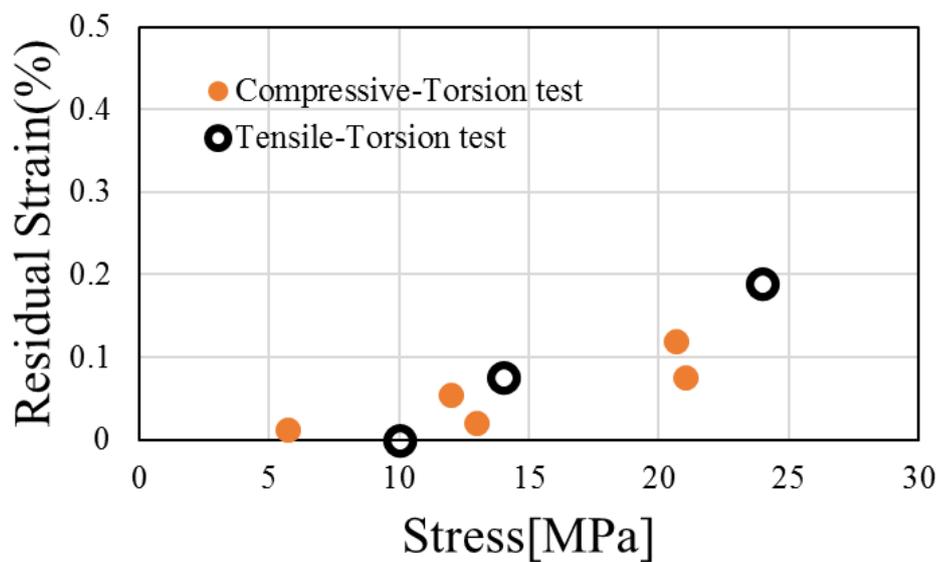


Fig.4-7 Permanent strain under combine load test.

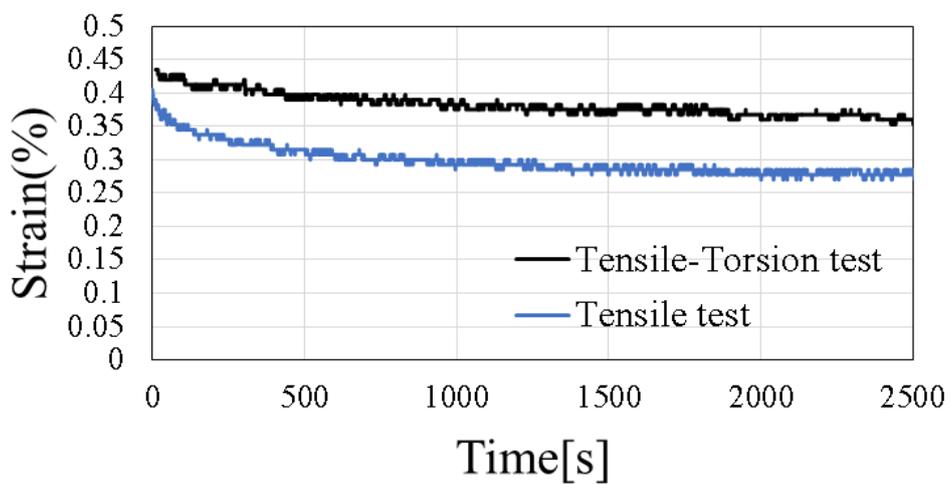


Fig.4-8 Behavior of residual strain under uni-axial tension after unloading and combined load after unloading.

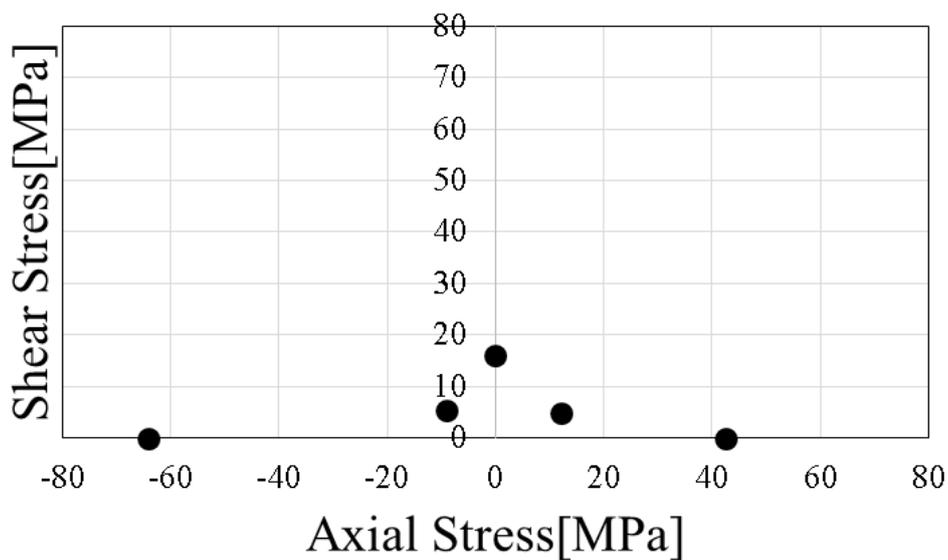


Fig.4-9 Yield stress when the stress reaches 0MPa.

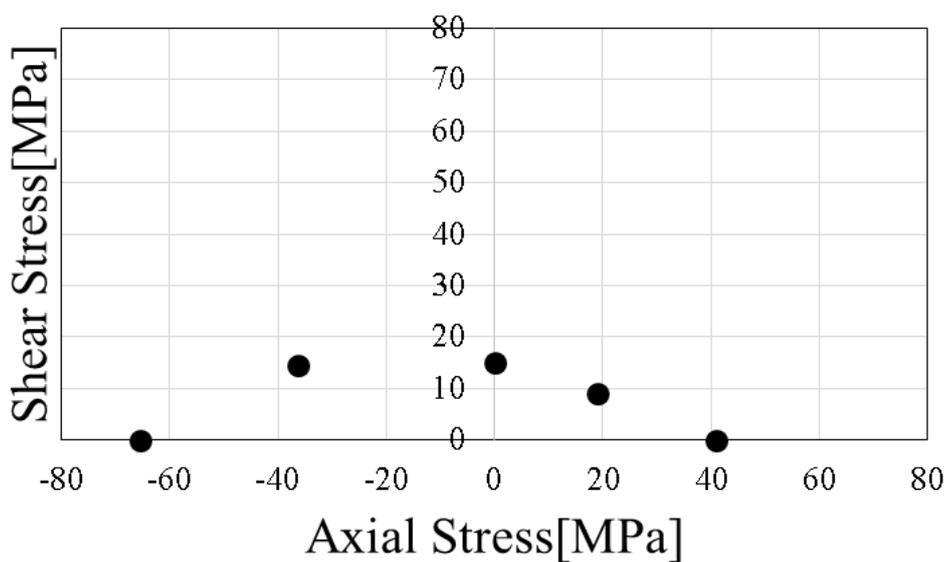


Fig.4-10 Yield stress when time has passed after unloading.

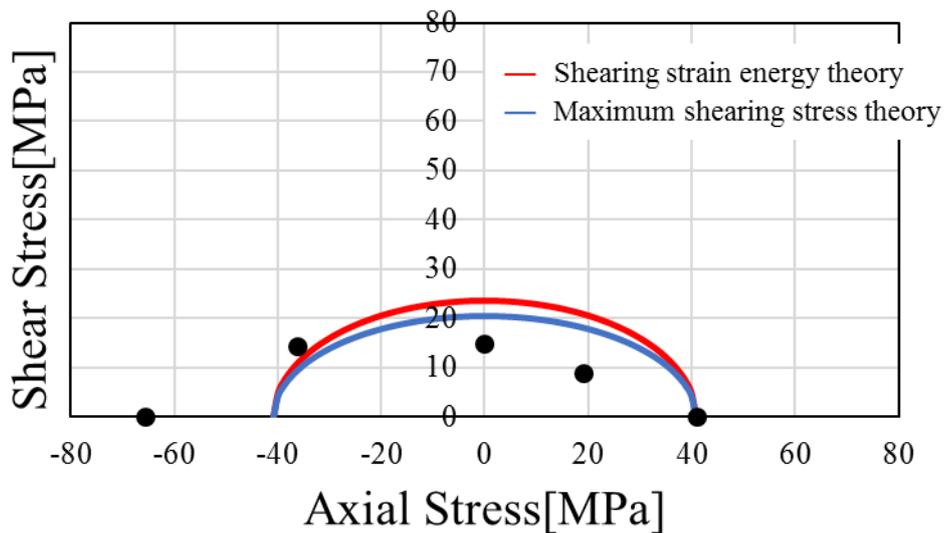


Fig.4-11 Influence of shear components on experimental failure surface under plane stress condition.

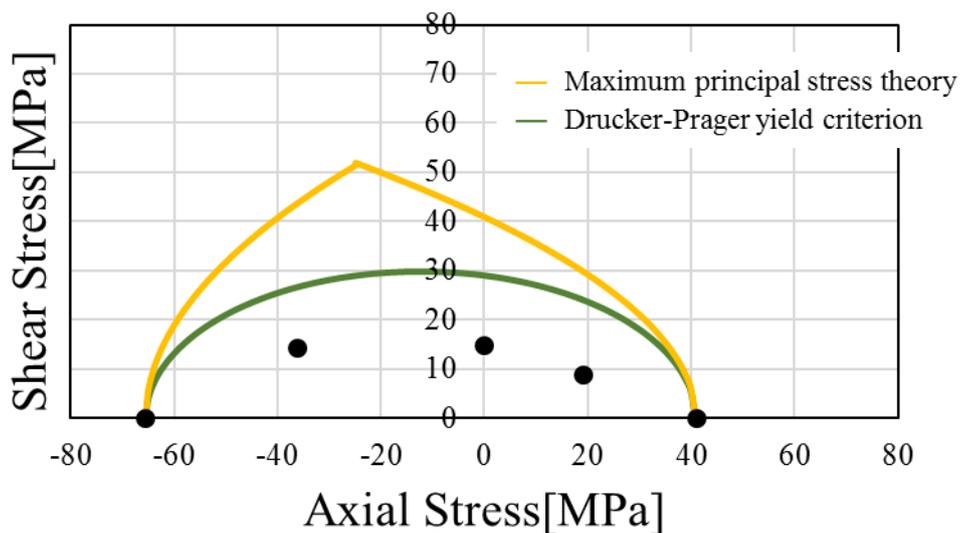


Fig.4-12 Effect of static pressure component  $I_1$  (and combined shear component  $J_2$ ) on experimental failure surface under plane stress condition.

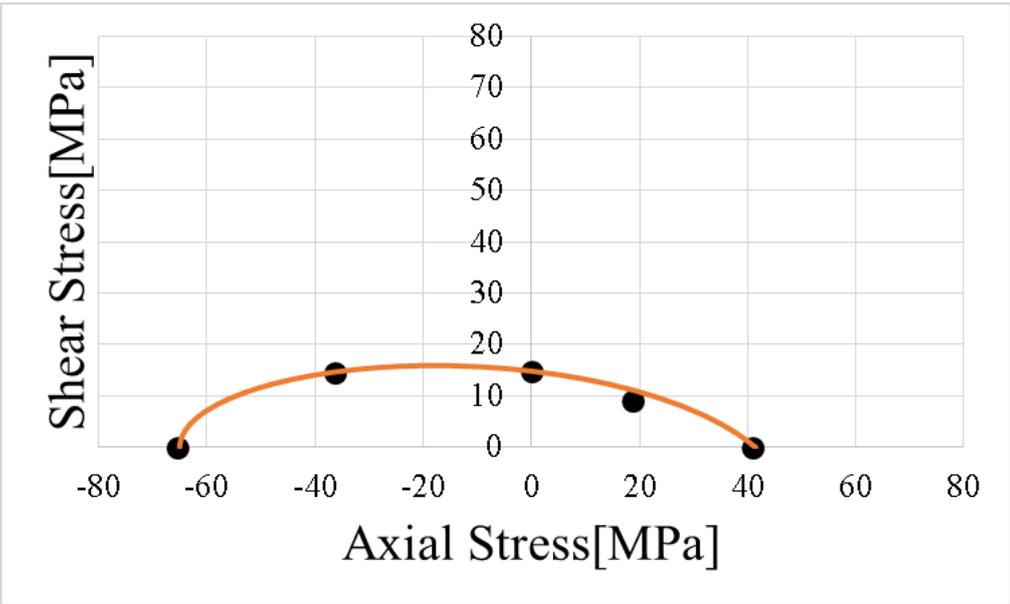


Fig.4-13 Considering more static pressure on experimental failure surface under plane stress condition.

## 第 5 章 結言

本研究では、ポリカーボネート樹脂における破損関数の構築を目的とし、単軸引張、単軸圧縮、単純ねじり試験の単純負荷試験に加えて引張ねじり、圧縮ねじり試験の複合負荷試験を行い、破損関数を構築した。

力学試験から以下の結果が得られた。

- (1) ポリカーボネート樹脂は負荷後に完全に除荷された時点で発生していた残留ひずみが時間とともに回復する現象が見出される。ポリカーボネート樹脂に負荷を加えて除荷したのち、十分な時間が経過してもひずみが残留し続ける応力を基準とした破損曲面は、①せん断応力に強く支配されており、せん断応力-垂直応力 2 軸空間中で非常に扁平な形態を示す。加えて②単軸圧縮状態より単軸引張状態の方が永久的な残留ひずみを生じる応力が低くあらわれる。②は静水圧条件において破損が発生することを意味しており、第 1 不変量  $I_1$  の効果があるものと考えられる。一方、①とともに②を検討すると、せん断ひずみエネルギーに相当する偏差応力の第 2 不変量  $J_2$  の項に  $I_1$  が作用する効果、すなわち  $I_1$  の項と  $J_2$  の積の影響が検討される。熱可塑性樹脂材料を構成する高分子鎖どうしの分子間力の影響が垂直応力の寄与としてあらわれるものと考えられる。以上より、ポリカーボネート樹脂について破損関数を以下に示す。

$$\left\{ \frac{-A(\sigma - \sigma_0) \pm A\sqrt{A^2(\sigma - \sigma_0)^2 - 8B(\sigma - \sigma_0) + 8B^2}}{4} + B \right\}^2 \left\{ \frac{C^2}{B^2}(\sigma - \sigma_0)^2 + \tau^2 \right\} - \kappa^4 = 0$$

ただし、

$$A = 0.8, B = 68.5, C = 24.5, \sigma_0 = -27, \kappa = \sqrt{68.5 \times 24.5}$$

第 2 括弧で表された楕円の形から、垂直応力に依存して値が変化し、垂直応力の正負が反転したときに垂直応力の影響が変化する第 1 括弧の項を掛け合わせることでポリカーボネート樹脂の破損関数を構築した。

- (2) ポリカーボネート樹脂に負荷を加えて除荷し、負荷がゼロになった時点での残留ひずみが発生する応力を基準とした破損曲面は、単純応力状態下では、永久的な残留ひずみが発生する状態と変わらない。しかしながら軸力-せん断力の複合状態では非常に低い応力で一時的な残留ひずみが発生する傾向が認められる。この残留ひずみは軸力-せん断力の複合状態で発生するポリマーの $\sigma$ 単結合部位の回転によって誘起される回復の遅延が原因であると考えられる。

本研究で構築されたポリカーボネート樹脂の破損関数は今後機械構造用部品としてポリカーボネート樹脂を利用するとき、耐荷重を予測する際に用いることができる。

## 参考文献

---

- (1) 日本バイオプラスチック協会編, ”バイオプラスチック材料のすべて”, 日刊工業新聞者(2008)
- (2) 田所 宏行, “ポリマーラウンジ”, 株式会社化学同人 (1985) .
- (3) 牧 廣, 小林 力夫, “エンジニアリングプラスチック”, 産業図書株式会社(1983), pp.1-19, 52-61.
- (4) 川並 高雄, 関口 秀夫, 斉藤正美, “基礎塑性加工学”, 森北出版株式会社(1995).
- (5) 深堀 美英, “設計のための高分子の力学”, 技報堂出版株式会社(2000), pp205-240.
- (6) 常田賢一, 小田和広, 佐野郁雄, 澁谷啓, 新納格, “土質力学”, 理工図書, pp.118-121, (2010).

## 謝辞

---

本研究を遂行するにあたり、ご指導いただいた稲葉忠司教授，吉川高正准教授，馬場創太郎助教授に心から感謝すると共に，ここに敬意を示します．実験の考え方や論理的文章の構築方法まで，様々なことを丁寧かつ熱心にご指導して頂きました．深く感謝しております．

修士論文発表会にて副査を引き受けて下さった鈴木泰之教授にも心より御礼申し上げます．非常に拙い修士論文にも関わらず，御丁寧に指導して頂き，深く感謝しております．

研究室の先輩方，後輩たちには研究のアドバイスや励ましなど様々な角度から常に支えられてきました．特に同チームの先輩である栗田詢也先輩，大西優希先輩，河野智弘先輩，柳谷正徒先輩には研究のみならず，様々な面で助言を頂き，本当に感謝しております．また，同チームの後輩である服部祥也君，一尾魁人君には研究ミーティングや実験など数多くの場面で協力して頂きました．ありがとうございました．さらに研究室の同期である岩谷拓真君，坂本俊樹君，林純也君，松岡勇貴矢君，山浦優人君は苦楽を共にし，様々な感情を共有し合った仲です．ここに感謝の意を表します．これから先もお互いに頑張っていきましょう．

最後に，あらゆる面から支え，応援してくれた家族に深く感謝いたします．