水　文・ 水　資　源　学　会　誌
J. Japan Soc. Hydrol. and Water Resour.
Vol. 34, No.5, Sep. 2021　　pp. 283 - 302

原著論文

確率水文量算定手法の改良と従来からの手法の問題点指摘
－修正SLSC法を含む手法－

葛葉 泰久 1, 2, 3)† 　水木 千春 2, 3)

1) 三重大学 大学院生物資源学研究科
（〒514-8507　三重県津市栗真町屋町1577）

2) 三重大学 地域圏防災・減災研究センター
（〒514-8507　三重県津市栗真町屋町1577）

3) 三重県・三重大学 みえ防災・減災センター
（〒514-8507　三重県津市栗真町屋町1577）

†連絡先著者（Corresponding Author）E-mail : kuzuha@bio.mie-u.ac.jp

国土交通省をはじめ，多くの行政機関が河川計画策定時に「中小河川計画の手引き（案)」という資料を用いている．しかし，ここ数年著者らが指摘しているように，この手引きのT年確率水文量算定の手法を表すフローチャートには重大な誤りがある．特に，本邦で長く使われてきたSLSCについて，標本数・確率分布に関してフェアでないことが問題となろう．そこで本稿では，従来の方法からそれほど大きく変わらない手続きを提案する．つまり，

1）何らかの手法でいくつかの分布関数の母数推定を行う．
2）それぞれの分布関数に関してSLSCを求める．
3）モンテカルロ・シミュレーションによって生成させた乱数を用いてSLSCを多数発生させ，それぞれの確率分布について，SLSCの分布関数を求める．
4）最初に求めたそれぞれの分布のSLSCの非超過確率を求め，それが小さい（つまり「より有意」，すなわち確率密度関数の「より左の裾」にある）ものを「優秀な分布」と考える．

というようなものである．

この手法でd4PDF過去実験データの年最大1時間降水量の，最適な確率分布を選定したところ，SLSCそのものを用いる場合と，本稿で提案する手法を用いる場合では，結果が若干異なることが分かった．著者らはこの手法により，よりフェアな適合度評価ができると考える．

キーワード：SLSC（標準最小二乗規準)，中小河川計画の手引き（案)，モンテカルロ・シミュレーション，適合度，非超過確率，江藤らの分布

Ⅰ．序論

本論文では，水文統計分野（主に工学的な水文学・水工学分野）の解析でよく用いられる「最適な確率分布の選定手順」中の「母数推定」と「適合度評価」に関する検討結果を報告する．なお，第1著者は，本稿執筆と同時に，「水文･水資源ハンドブック」（以降“ハンドブック”と称す）の確率統計解析に関わる章を分担して執筆（葛葉，2020）しており，その記述内容は，本論文で記述する内容と重複する部分が多い．「評価を受けた内容を記載する」というハンドブックの本来の出版趣旨故，刊行までに査読を経たいというのが，本稿の主な執筆動機である．それと同時に，ハンドブックの紙数の都合より，多くの説明・図表などを割愛せざるを得なかったので，本稿でそれらを掲載し，ハンドブックの内容を補足する意図もある（このあたりの正当性，つまりフェアか否かについては両原稿執筆前に編集出版委員会と協議済みである）．

母数推定と適合度評価が行われる局面として代表的なのは，時系列的な水文データ（大抵は降水量か

河川の流量である）が得られているときに，その水文量に関する「T年確率水文量」を算定する場合であろう．これらは，工学系の水文学分野で用いられることが多いが，後述するように，気象学（理学系）分野でも，最近用いられているようである．

統計学の教科書（例えば東京大学教養学部統計学教室，1991）には，統計学の基本事項として，「我々が普段取得するデータは標本である．その標本を調べ，性質を知る．そして標本の性質から，母集団の性質を推定する．その際に，大数の法則や中心極限定理等々の理論を用いる」という手順が解説されている．ここで，「母集団として何を想定しているか」というのが，非常に重要になる．地球の約45億年という歴史の中で，我々はたかだか数十年～100数十年程度分の標本を扱うのが普通である．その場合，母集団として想定されるのは，もちろん「約45億年分の水文量」ではなかろう．「定常と考えられる最近○年の水文量」である．この「○年」は，解析者の責任で決めるべきものである（なお，ハンドブックにも「解析者の責任」という記述を多用したが，「行政等の技術者の方に参考にしていただく教科書」という意味合いが相対的に低い「論文」でも，個々の解析者が自分で考えて決めなくてはいけない部分があるので，本稿中，そういう部分ではこういう表記をしたいと考える）．つまり，河川管理者が「T年確率水文量」を提示する際に，「何を母集団と想定するか」を事前に頭に描いているはずであるが，それを行政も住民も，もっと強く認識すべきであると考える．

さて，ここで「定常」というのは，母集団が時間とともに変化していないことを指している．非定常な場合，標本から母集団を推定するのは極めて困難になる．実際は寒川らのグループ（例えば寒川・中村（2008）や寒川・鈴木（2008））が長年問題提起してきたように，例えば年最大1時間降水量の母集団は，高々最近数十年～100数十年程度のものを想定したとしても，定常とは言い難く，近年その傾向が顕著になってきているようである（葛葉ら，2018a,c）．つまり，国土交通省や地方自治体の土木系部局などが治水計画算定の時に用いる「T年確率水文量」は，今まで「母集団は定常であり，その母集団の性質が当面変わらない」という想定の下で算定されてきたが，この想定自体が破綻しつつあり（葛葉，2018c），母集団の非定常性を考慮すべき段階に移行しつつあると言えよう．ただし，母集団が定常でない（非定常である）場合も，「ある程度の規則性のある，つまり予測のできる非定常」と「規則性のない非定常」の二つの場合に分類される．前者については，Coles（2001）や立川・椎葉らのグループ（林ら，2015；立川 2020）が解説しているように，今までの「母集団が定常の場合の手法」を発展させることで対応可能な場合がある．「規則性のない非定常な場合」については，根本から考え方を変える必要があり，学界・学会として今後検討する必要がある（清水ら（2018）がこの問題に適用できそうな議論をしている）が，本論文で扱う範囲外と考えるので，ここでは触れない．

さて，ハンドブックでも，本邦で用いられてきた「T年確率水文量」の算定方法にいくつか疑義があることを強調してきたが，本論文のテーマも同じである．多くの解析者が，「中小河川計画の手引き（案）」（以降“手引き”と称す）（中小河川計画検討会，1999）に記載された算定フローチャートを用いてきた．ところが，これの亜種（国土交通省の内部資料（検討中）や「気象庁異常気象リスクマップ」などに掲載されたもの等がある）を含め，計算手順を示したフローチャートに間違いと思われる個所が含まれているので，本論文ではそこを強調したい．本来，「解析者の責任」という観点から，解析に対する全責任は解析者が負うべきである．ただし，行政組織の事情もあろうから，解析結果の正当性を住民に説明する責任がある現場の解析者が困らぬよう，「手順をオーソライズする部署」には手順の再検討をお願いしたい．本論文を読み「手引き」に疑義があることを認識したにもかかわらず，「手引き」を無批判に使用し続ける場合は，組織として責任をもって住民にその正当性を説明するべきであろう．

なお，本論文では，d4PDF（文部科学省等，2015）の過去気候のデータを用いるが，葛葉（2018a）でも述べたように，d4PDFが対象としている1951～2010年の1時間降水量のバックグラウンドにある母集団も，標本を詳細に調べると，定常であるとは言い難い（葛葉，2018a）．しかし，以下の理由で，それらのデータを用いて，「従来と同じような仮定に基づいた定常的な解析手法」についての検討を行う．

（1）今後もしばらくは行政で過去の降水量データを用いた，今までと同じような手法による定常解析が行われると考える．それらの解析において，「できるだけ今までの手法を踏襲しつつも手法をできるだけ改良する指針を示す」という動機により，この

ような「過去の1時間降水量」というデータを使った解析手法の検討を行いたい．

（2）V章1節で詳述するが，今回対象とした851地点のd4PDF過去データのうち，849地点で，「一つの定常な母集団から採られた標本である」という帰無仮説を有意水準5％で棄却できなかった（もちろん，積極的に帰無仮説を採択できるわけではない）．葛葉（2018a）で示したのは，「対象の期間中，年々豪雨が増えている」ということで，例えば100年確率1時間降水量を算定するならば，それが年々増加するので，治水計画等に用いる水文量としては不適当である．ただ，「60年分のデータ」を時系列データとして見るのではなく，ただ単に「60個のデータ」として使うのなら，このような解析手法を用いることもまんざら不適当ではないということである．

なお，解析手法としては，毎年の最大値を用いた「毎年最大値資料」（本論文では，基本的に工学分野で長く使われてきた，神田・藤田（1982），亀田ら（1982）が用いている用語を標準として用いる．定義が理解しやすいからである）による解析だけを用いる．最近「毎年超過値」「非毎年超過値」を用いた確率水文量算定手法の検討も行われているが，現段階では毎年最大値資料が用いられるケースが多いからである．

II．準備的記述

1．母数推定法，適合度評価法と安定性評価法と「2重の規準」

種々の成書においても，若干の記述のぶれがあるので再確認･再定義しておくが，本論文における「母数推定」というのは，確率密度関数，分布関数（文献によっては「累積分布関数」「確率分布関数」という名称も用いられるが，ここでは亀田ら（1982）に従う）中に使われるパラメータのうち，母集団のそれ，つまり「母数」（以降，標本のそれは，そのまま「パラメータ」と称す）の推定値を求めることを意味する．母数推定法として最近よく使われるのは，最尤法，L-moment法，PWM法等であろう．L-moment法に関しては，Hosking and Wallisの教科書（Hosking and Wallis, 1997）が式の導出も含め詳細に記述されており，この教科書でPWMについても理解できる．また，和文資料としては，L-moment，PWM，最尤法をまとめて解説した星（1997；1998）が極めてわかりやすく有用である．

これらの資料で解説されているのは，一般的には，理論解を求める手法である．例えば最尤法ならば，「ある分布関数において，尤度が最も大きくなる母数の組み合わせを標本から推定するための関係式」があらかじめ導出されており，それに従い，標本値から母数を推定する．正規分布なら，対数尤度の偏微分をゼロとおくことにより，「二つの母数が標本平均と標本標準偏差で推定できる」ことをあらかじめ確認することができる．しかし，最近の計算機の進化により，「理論解や準理論解を求めなくても数値解で代用できる」ということが多々ある．最尤解ならば，無数のパラメータを，ある範囲内で変化させ，そのすべてについての尤度を求め，それが最大になるパラメータを「最尤解」とする手法が考えられる．多数の組み合わせで計算を行えば，この解もあながち不適当なものではなかろう．以降，このようにして求めた解を「数値解」と称す．

さて，毎年最大値資料から，例えば最尤法を用いて，いくつかの確率分布に関し，分布関数の母数の推定値を求めたとする．通常，次の手順として「一番優秀な分布関数を選ぶ」ということをする．そこで，それぞれの分布関数に対して，「何らかの規準による規準値つまり適合度」を求め，その成績が一番良いものを，「もっとも優れた確率分布」として選ぶ．これが，いままで多く用いられてきた，確率分布の選定法であり，最後の段階で，選ばれた分布関数を用いて「T年確率水文量」などが計算される．ここで，適合度評価がフェアに行われなくてはいけないことは，言うまでもない．「ある適合度評価法を用いた場合，ある確率分布は比較的有利な評価がされやすい」などと言うことがあったら，適正な評価ができるわけがない．ところが，この30年ほど本邦で用いられることが多かった手法は，今では，フェアではないとされている（葛葉，2010；林ら，2011；椎葉ら，2013）．これについては，III章で「“手引き”に対する疑義」について詳述する．また「フェアとは何か」については，改めて次節で述べる．

ここで，前段落で用いた「適合度」という語について確認したい．得られた標本から，その標本のバックグラウンドにある母集団の確率分布を推定するのが，本論文で記述している手法の「すべて」である．この際，母集団の真の確率分布は，我々にはわからない．そこで，「得られた標本が，推定した確率分布から生成されたものと考えることの妥当性」を評価する．一番簡単な方法は，確率紙上に標

本をプロットする方法である．標本が直線上に並べばそれでよい．本論文で何度も記述するSLSCは，この「直線上に並ぶ程度」を客観的に評価する規準である．確率紙を用いる方法以外の方法も多数あるが，このような評価が「狭義の適合度（著者らの造語）評価」である．藤部（2011）は，この「狭義の適合度」とは全く別の概念としての「推定幅」について論じている（藤部（2011）の，非常にわかりやすい第1図を参照されたい）．例えば「100年確率水文量」を，上述の「母集団の確率分布として推定された確率分布」から求める際に，（極論すれば）「確率分布関数の位置が左右にずれていることによる」誤差（これは「バイアス」である）ではなく，その確率分布から算定される「100年確率水文量」が「用いるデータが少々変わった場合に」「どの程度変動するか」という程度を，藤部は「推定幅」と称している．実は「手引き」は，この「狭義の適合度」を評価するためにSLSCを用い，そのあとで「推定幅」を評価するためにリサンプリング法を用いることを推奨している．著者らは，この「狭義の適合度」と「推定幅」をあわせて「（広義の）適合度」と考えている．以下，注釈なしに「適合度」と書く場合は「広義の適合度」を意味することに注意されたい．

つぎに，実のところ「母数推定法」と「適合度評価法」の境界があいまいであることを論じたい．もともと「母数推定」は，母数の推定値を「何かの規準値」が最大または最小になるように選ぶ手法である．それならば，適合度評価をする際に，その「何らかの規準値」を比較するのが筋である．何故ならば，元々“A規準”を用いて母数の推定をしたのに，“B規準”で確率分布間の比較をすると，おかしなことが起こる．つまり，「最初からB規準を用いて母数を推定したならば，「確率分布間の比較の段階でもっと有利になる」母数の推定値が選ばれていたかもしれない」という問題が生じるからである．それが分かっていながら，本邦で長らくこの「2重の規準（二つの異なる評価規準）」による評価がされてきたのは，下記のような理由があるからだと推測できる．

（1）母数推定法で用いる規準がL-momentであれ，尤度であれ，確率分布間の比較をするために必要である「分布間でフェアであること」は，AIC（Akaike, 1974）などの「情報基準によるモデル選択」に関わる研究以外，あまり検討されてこなかったように思う．そのなかで，本邦で適合度評価によく用いられてきた，宝・高棹のSLSC（高棹ら，1986；宝・高棹，1988）が，確率分布に関してフェアな規準とみなされてきた．

（2）仮に適合度評価規準としてSLSCが優れているとして，これを用いて母数推定までしようとすると，前述のように，数値解を求めざるを得ない場合が多い．つまり，多数の母数の組み合わせを用いて，最もSLSCが小さくなる組み合わせを探さざるを得ない場合が多い．

ここで（1）について詳述しておきたい．例えば星（1997；1998）を見ると，適合度評価法として，SLSCとAICのみが解説されている．比較的新しい文献である「極値統計」の第4章（藤部・酢谷（2020））では，尤度比検定，AICによるモデル選定手順が紹介された上で，SLSCの解説がされている．国際的な文献の例として，WMOのマニュアル（World Meteorological Organization, 2009）を見ると，AICとBIC（Schwarz, 1978）の解説がされている．ただし，確率紙へのプロットが最初の段階での検討に有益であることも強調されている．また，Stedinger *et al.*（1993）には，適合度の評価法として，いくつかの統計的検定手法が挙げられている．これらが“標本数と確率分布に関してフェアな手法かどうか”というと，著者らは，“必ずしもフェアと保証されているものばかりではない”と答えざるを得ない．AICは“フェアであること”を主眼に作られた基準である故，その基準に立てば“フェアなはず”であろう．しかし，例えば高棹・宝らが「確率紙上でデータが直線に並ぶ度合いとして二乗誤差を使うとすると確率分布ごとに確率紙の幅が違うのでアンフェアであり，それを是正するために」SLSCを提案したように，最小二乗誤差はアンフェアな規準である．また，藤部・酢谷（2020）が「適合度それ自体が確率変数であるというのは，適合度という概念全般に言えること」であると述べている．そういう背景より，それぞれの適合度規準がフェアであるか否かは慎重に検討する必要があろう．そこで，（1）のように「あまり検討されてこなかった」と書いたわけである．

母数推定と適合度評価をシームレスに行う手法としては，例えばSLSCを用いる手法も考えられる．SLSCは，元々は「標準変量」という概念を用いており，それを用いることにより，データ群の回帰直線を求めるならば，その回帰直線の係数と切片からそのまま分布関数の母数の推定値が得られる．ただ

し，これは母数が2つの場合であって，3つの場合は，SLSC法を用いて母数推定をしようとすると，多少の工夫が必要となる．以下，3母数の確率分布の例として，SLSC法を使った一般化極値分布の母数推定法について解説しよう．今，確率変数をX（その実現値をx）とし，Xが一般化極値分布に従うとして，そのパラメータをξ（位置パラメータ），α（スケールパラメータ），k（形状パラメータ）とするなら，標準変量sを，

$$s = \left(1 - k\frac{x - \xi}{\alpha}\right)^{1/k} \tag{1}$$

とすれば，分布関数$F(s)$の逆関数$s(F)$は，

$$s(F) = -Log(F) \tag{2}$$

というパラメータを含まない形になる．逆に言えば，標準変量はパラメータを消すために用いられると考えてよい．標本を用いて，（1）式の形の回帰曲線を求めれば（パラメータを最小二乗法で求めれば）良いのだが，それは多少困難である．藤部（2010）や，それを参考にしている大堀ら（2015）のように，形状パラメータkを固定してしまえば，ことは簡単なのだが，3つのパラメータを（固定せずに）使ったとしても，数値解法で解は得られる．ただし，一番問題なのは，数値解法の過程で何を規準として最適な解を決めるかということである．このあたりの詳細については現在研究中であるが，概要だけ述べておくなら，「同じ確率分布であっても，母数の推定値が違うとSLSCの分布関数が異なる場合があるので，母数が違う確率分布のSLSCを比較するのはフェアでない可能性が大きい（Ⅴ章2節で解説する図−3，4を参照されたい）」ということである．なお，のちに使用する5つの確率分布のうち，ここで示した一般化極値分布以外について，グンベル分布の標準変量が$s = \frac{x-\xi}{\alpha}$,正規分布のそれが$s = \frac{x-\mu}{\sigma}$であることは容易に導けるが（グンベル分布の母数は上述の一般化極値分布と同じで，正規分布のそれは母平均と母標準偏差である），一般化正規分布と江藤らの分布については，（著者らは）標準変量を求めてはいない．

さて，前述の（1），（2）の理由で「2重の規準」による評価がされてきたわけである．まず，（1）についてだが，SLSCが確率分布に関してフェアでないことを林ら（2011）が報告しており，著者らもそれを支持する（さらに進んで，本論文の図−3，4を参照すれば，同じ確率分布であっても式中の母数が違う時にSLSCの確率分布が違うことが分かる）．そのため，他の適合度評価手法の案を提示する．（2）については，何らかの数値解を得るためにかなりの計算資源を必要とするので，「完全に2重の規準を排除する」のは「将来への先送り事項」としたい．そのため，本稿では，後述の手法の提案時には，従来の手法と同じように「母数推定法」と「適合度評価」として，別々の手法を採用する．行政の解析者が従来の手法を大きく変えずに解析を行えるためという理由もある．ただし，（再度強調するが）「2重の規準」は不自然なのである．それを使うためには明確な理由説明が必要である．

2.「フェア」な規準について

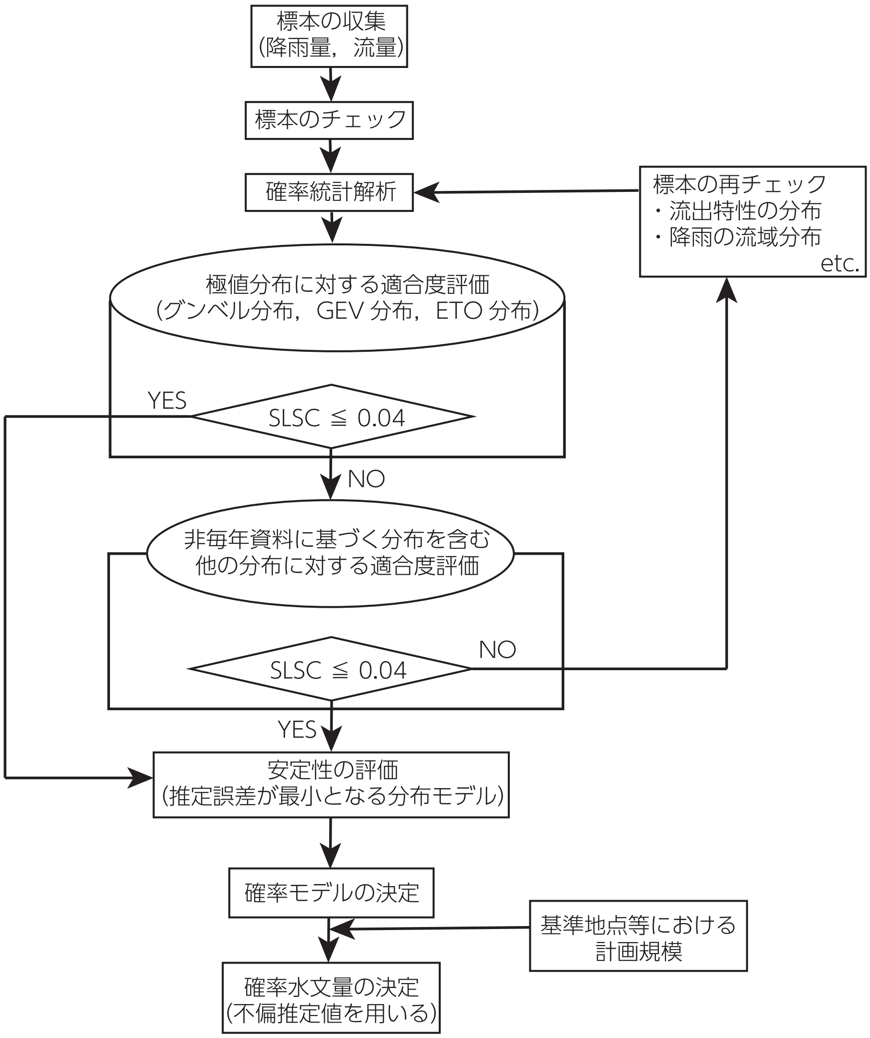
第1著者が示したように，SLSCは標本数に関してフェアではない（葛葉，2010）．つまり，「標本数が30の時は，SLSCが0.04以下になるのは大変だが，標本数が100の時は比較的容易である」というような意味である．それは，SLSC自体が確率変数であるからである．一方，宝・高棹（1988）が示したリサンプリング法（ブートストラップ法またはジャックナイフ法．以降前者をBS法，後者をJK法と称す）については，藤部（2011）が示しているように，確率分布間で安定性評価における優劣がある程度決まっている．つまり，一般化極値分布とグンベル分布を用いて母数推定を行うと，グンベル分布の方が，「変動が小さく安定性が高い」と評価されやすいということである．藤部（2011）の図−9を見ればよく分かる通り，一般化極値とグンベル分布に関して言えば，最小のSLSCをもってして最適な確率分布を決定するなら，“融通の利く”一般化極値の方が有利だが，JK法をもってして最終的な決定を行うならば，“変動しない”グンベル分布の方が有利なのである．これをもって，すぐに「リサンプリング法も確率分布に関してフェアでない」と言えるかというと，見方によってそれは異なる．つまり，確かにグンベル分布の方が有利なのではあるが，それは「そもそもグンベル分布の方がパラメータも少なく，安定的であるから」と考えることも可能である．AICなどの情報量規準では，バイアス補正項がパラメータ数の影響を受ける（AICではバイアス補正項を$2p$とする；pはパラメータ数）が，「真の分布を推定するのではなく，将来得られるデータをできるだけ精緻に予測する」かどうかを評価する（小西・

北川，2004）AICなどの情報量規準でこのような扱いがされていることは，すなわち，パラメータ数が少ないほど「予測精度が良い」ということになろう．

林ら（2011），椎葉ら（2013）の，「SLSCが確率分布に関してフェアでない（著者らの意訳）」という主張についても，2種類の考え方ができると考える．そこは解析者が自分の責任でどちらかを選べば良いのだが，本稿では「SLSCは確率分布に関してフェアではない」という考え方に依って以下の検討を行う．本稿では「フェアでないと考えた場合の修正手順」を示すことを目的としているからである．

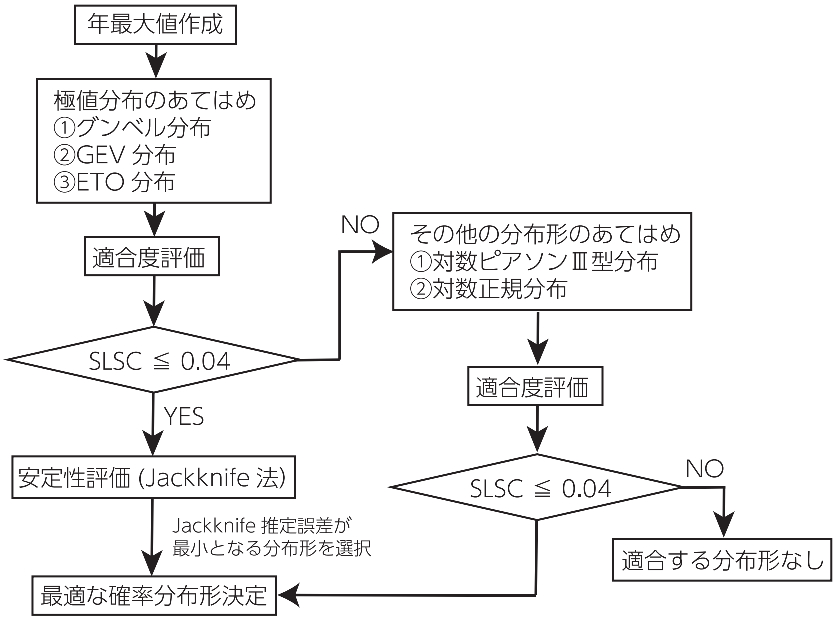
Ⅲ．近年，行政でよく用いられてきた手法に対する疑義

本邦の国土交通省，地方自治体の土木関係部署では，「中小河川計画の手引き（案）」（手引き）を参考にして「T年確率水文量」を算定しているようである．この手引きは，中小河川計画検討会なる組織（国土交通省系の組織と思われる）が作成したものである．図－1（a）に，この資料に掲載されているフローチャートを示す．なお，図－1（b）は気象庁のウェブサイトで公表されているフローチャートで，手引きのものの亜種である．気象庁は，このフローチャートを用いて「数十年に一回の降水量など」



図－1（a）　中小河川計画の手引き（案）に掲載されている確率水文量の算定手順

Fig. 1(a) Flow chart showing procedures for estimating a T-year event, as recommended by the “Guide for River Plan Design for Small and Medium-sized Rivers.”



図－1(b)　図－1(a) と類似の図．ただし気象庁が使用しているもの

Fig. 1(b) Similar flow chart to that shown in Fig. 1(a), but modified by the Japan Meteorological Agency.

を算定しているようである（ただし，部分的にグンベル分布だけを用いている場合があるようである）．

この図には，いくつか疑義がある．以下，手引きの方の図を参照しながらそれらの疑義を列挙しよう．

(1)「母数推定法」については，フローチャートに詳しく書かれていないが，（広義の）適合度評価については，SLSC法とリサンプリング法を併用している．このフローチャートでは，リサンプリング法は「（狭義の）適合度評価法」とは別に「安定性評価法」として用いられることになっている．しかし，結局は「数値化した規準で最適な確率分布を求める」のであるから，両者を分ける必要はない．先に，藤部（2011）を引いて，「この2つは，バイアスと推定幅という別のものを算定している」と述べたので，読者は矛盾を感じるかもしれない．もちろん，二つの規準は全く別のものを評価している．だが，「バイアス」なり「推定幅」なり，「解析者が一番大事な規準を一つ選ぶべきであり」「片方は適合度，片方は安定性を評価しているのだから両方評価したいと考えるのはおかしいし無理だ」と，著者らは述べているのである．「両者を分けずに適合度評価法の一つと考え，そのうち一つを選ぶべきである」と主張している．

卑近なたとえを用いるなら，この「手引き」の手法は，予選において「例えばL-moment法や最尤法」という種目で「各確率分布の代表」を選び，準決勝で「SLSC法」という手法でスクリーニング（規準値が基準値以上の代表者を残す）をし，さらに決勝で「リサンプリング法」によって「最終的な勝者を決める」というような，かなり不自然な算定法を推奨している．

前述のように，現状では，「予選と決勝戦で同じ種目を用いる」という選択をしても，「予選で解析解が求められない場合」には，「予選で数値解を求めるために」かなりの計算機資源を必要とする．そのため，このような2重の規準による選択も，現状では仕方がない．しかし，手引きの手法は，「母数推定」「適合度評価」「安定性評価」と，「3重の規準」を用いている．著者が強調したいのは，「手順をオーソライズする部署」は「解析結果の正当性を住民に説明する責任がある現場の解析者が困らぬよう，このままの形で『手引き』を使い続けるならば，3回『種目』を変えることの意義をさらに明確に説明すべきである」ということである．

ここを箇条書きで再度記述すると以下のようになる．

(a) 母数推定と（広義の）適合度評価において，別々の規準を用いることが，本来の「2重の規準問題」である．ただし，これについては，計算機環境の制約等により，すぐに解消することは難しい．

(b)「手引き」は，上述の「2重の規準」に加え，適合度評価を「狭義の適合度評価」と「推定幅の評価」という「さらなる2重の規準」で行っている．すなわち「手引き特有の2重の規準問題」である．

(c) なぜ「手引き特有の2重の規準問題」が問題かというと，別々の規準で選ばれる確率分布は異なる可能性が高いからである．異なる二つの規準で評価しようとすると，「手引き」のように「片方を予選として使う」方法しか思いつかないが，この手法はかなり恣意的なものとなる．つまり，「なぜSLSCを予選に使い，かつ，なぜ予選の通過基準がSLSC≦0.04なのか」ということの合理的かつ論理的説明は，非常に困難である．

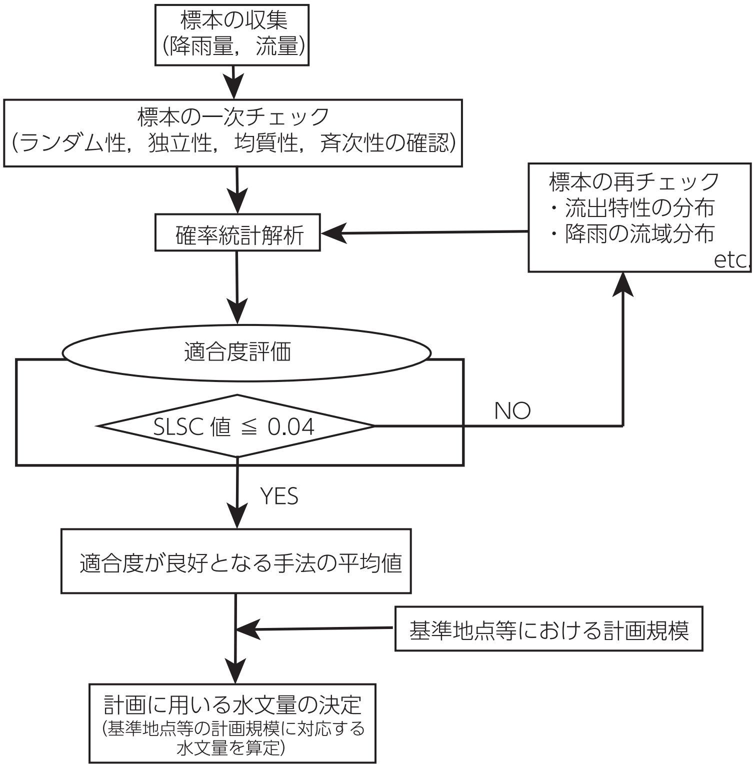
（2）手引きのフローチャートの中心になっているのは，「SLSC法」である．SLSC（標準最小二乗規準）は，異なる確率分布間の適合度をフェアに比較できる規準として，長らく本邦で使われてきた．しかし，今，その短所が指摘されている．つまり，「標本数に関してフェアでない」「確率分布に関してフェアでない」のである．「手引き」のように，「SLSCが0.04以下のものを第1次予選通過させる」などと言う考え方は不適当である．著者は，多くの行政担当者の「SLSCが手引きに書かれている0.04以下だから選んだ／適切である」という台詞を聞いてきた．「手順をオーソライズする部署」は，それが「手引き」が産んだ誤解であることを認識すべきである．確かに「手引き」には，「SLSC値を比較して小さい方の確率分布を選ぶ」とは書かれていないが，「SLSC≦0.04」などという，「定数値を基準とすること」を許容した記述は，誤解の元であり，ここは「速やかに撤回すべき」と強く主張したい．ただし，「確率分布に関してフェアでない」件は，先述したように「フェアである」という考え方も否定できない（現在のところは強くそれを否定する理論はないと認識している）．

（3）そもそも，個々の手法について，「実は何を評価しているのか」を示さないで，このようなフローチャートを提示すると，解析者はただ闇雲にフローチャート通りに処理を進める危険がある．個々の事案での「確率分布の選定」には解析者が責任を持つものである．

気象庁は手引きのフローチャートの亜種（**図－1(b)**）を用いてリスクマップを作成しているようであるが，都道府県等もこの手引きの手順（**図－1(a)**）を参考にすることが多い．なお，**図－1(c)** は，同じく国土交通省の内部資料に掲載されているフローチャートである．これ（国交省内部資料のフローチャート）は，上述の「手引きの疑義」に関して，ほぼ同様の問題点は有しているものの，「安定度評価」を排し「適合度の良い分布関数によって算定された確率水文量を平均する」という画期的な手法（気候予測におけるアンサンブル平均のイメージである）を採用しているところに今後，検討の価値があるものと考える．SLSCが0.04以下の分布を「適合度が良好な確率分布」と考える重大な誤りを改良すれば，使用に耐えるものになる可能性があろう．

なお，国土交通省に現状の確率水文量算定手法について問い合わせたところ，「河川砂防技術基準」も参考にして欲しいというコメントをいただいた．この文書（国土交通省水管理・国土保全局，2014）を見ると，「SLSC≦0.04という基準を使いなさい」とも，「リサンプリング法を使いなさい」とも書かれていない．「このような手法がある」と紹介されているだけである．また，葛葉（2010）や林ら（2011）が参考になる文書として挙げられている．つまり，手引きの手法に懐疑的な論文がフェアに挙げられているわけで，その点は評価できる．ただし，河川国道事務所調査課等が参考にしているのは，本稿投稿時においては，平成27年の「河川整備基本方針等の作成にあたって参考となる先行事例等について」（発信元は国土交通省 水管理・国土保全局河川計画課 河川計画調整室課長補佐）のようである．この文書で「参考にしなさい」と指定されている文書は「矢部川水系河川整備基本方針基本高水等に関する資料（参考資料）」である．その文書中の「100年確率降水量の算定結果」を見ると，未だに「手引き」のフローチャートに従っているようである．つまり，「SLSC≦0.04」でスクリーニングをし，最終的にJK法で最適な確率分布を選んでいる．

藤部・酢谷（2020）の「極値統計の利用に関する問題」は，藤部が長年考察してきたSLSCやリサンプリング法に関する検討結果を解説した資料である．解析者をはじめとする読者にとって，この文献は必読の書である．この中で，「手引きのSLSCの規準値は，それを0.02や0.03にしたらどの確率分布も選ばれないから0.04にしただけと担当者から聞いている」という意味のことが書かれている．第1著者（葛葉）は，「今までの最適な確率分布選定の結果の



図－1(c)　図－1(a) と類似の図．ただし国土交通省の未公表内部資料に掲載されているもの

Fig. 1(c) Similar flowchart to that shown in Fig. 1(a) but shown in an unpublished document of the Ministry of Land, Infrastructure, Transport, and Tourism.

継続性ということを考えたら“SLSC≦0.04”になった」という話は聞いているが，「基準が厳しすぎると困るから」というのは興味深い．それだと科学的根拠が全くないので，後述するように，「確率分布間で比較できる規準」になるような修正をするべきと考える．

Ⅳ．新しい手法の提案

1．手法の提案

再三書いているように，本来的には，それぞれの確率分布に関して「ある規準」が最大値もしくは最小値になるようにパラメータを選び，その「同じ」規準の値を複数の確率分布について比較して，最終的な確率分布を選ぶべきである．そこでリサンプリング法による安定性評価は（広義の）適合度評価に含める．もしリサンプリング法を，手引きのように「決勝戦の種目」としたいのならば，本来的には母数推定の段階からそれを用いるべきである．それが著者の主張なのであるが，色々な事情により，母数推定と適合度評価を別個に考えるという，従来からの手法に依らざるを得ない場合もあると考える（主に行政の，「手法の継続性」という事情による場合が多いと考えている）．そこで，以下に著者らが推奨する新しい手法を提案する．

（1）まず何らかの手法で母数推定を行う．現状で，解析解が求められる手法が用いられることが多いと想像する．最尤法（星, 1997）でもL-moment法（星, 1997；Hosking and Wallis,1997など）でも良いのだが，本稿ではL-moment法を用いる．おそらくL-moment法を用いる解析者の多くは，Hoskingのソフトウェアを用いられることをその長所と考えている場合が多いと考える．著者らもそうなのだが，読者のために，Hoskingのソフトウェア，解説書（Hosking, 2005a）とサブルーチン（Hosking, 2005b）の参照場所を，引用文献リストに挙げておく（以前あったIBMのサイトからこの資料が消えている）．なお，本論文では言及しないが，最尤法を用いる場合には，母数推定と適合度評価をシームレスに用いられる可能性がある．それについては現在検討中なので，別

途報告する．

（2）次に，多数の確率分布について，それぞれの適合度規準値を求めて比較する．ここで，本論文では，例としてSLSCを用いるが，これについては特にどの適合度規準がよいというわけではない．「解析者は何がしたくて何を比較したいのか？」という問題であり，そこは解析者の責任で決めるべきものである．著者は，行政の手法の継続性と言う観点から「データがより確率紙に直線状に並ぶような確率分布が好ましい」という評価法を「一例として」用いることとする．再三書いているように，SLSCがよく用いられてきたのは，それが確率分布に関してフェアな規準とされてきたからであり，「フェアな規準でない」と解するならば，修正する手法が必要である．さらに，本論文で提案する「修正する手法」は，他の適合度規準でも適用可と考えるので，SLSCにこだわる必要はない．

（3）ある水文量時系列データ（標本数をNとしよう）に対し，A分布（Aには“グンベル”，“一般化極値”，“一般化正規”等々が入る．ただし後述するように式中の添字として用いる場合は”GUM”のような3文字のアルファベットによる略称を用いる）の母数が推定できたとしよう．その母数の推定値を用いたA分布の分布関数を用いて，モンテカルロ・シミュレーション的にN個の乱数を，mグループ生成させる．m個のグループについて，それぞれSLSCが求められるので，それらを用いて，分布関数$G(x)$をノンパラメトリック（本稿ではCunnaneの公式を用いる）に求める．以下，確率変数SLSCをXで表記し，その実現値をxで表す．なお，随時，G，X，xに分布の名称を意味する“GEV”などの文字を添字として付す場合があることに留意されたい．

（4）A分布のSLSCの確率分布関数（すなわち非超過確率）を$G_A(x)$とする．今，例えばグンベル分布のSLSCと一般化極値のSLSCを比較する際，「SLSCが確率分布に関してフェアでない」と解釈する場合は，SLSCの値自体ではなく，$G_{GUM}(x)$と$G_{GEV}(x)$を比較し，より小さい方を選ぶ．通常は，母数の推定値を用いた確率分布に関するSLSCなので，その値はSLSCの確率密度関数の左の裾の方にあると考えられる．その位置で，非超過確率が小さい方を「適合度が優れている」とする．

（5）なお，このモンテカルロ・シミュレーションは，葛葉（2010），林ら（2011）に準じたもので，「推定された母数を用いたA分布（以下，その際の適合度を“最初に求めた適合度”と称す）を用いて生成された乱数時系列は，実際に乱数がA分布に従うと仮定した場合に，成績の良い適合度を示すものだと推測される．しかし，その適合度は当然のごとくばらつきを持つ．そこでその適合度の確率分布を求め，最初に求めた適合度規準がどの程度有意かを評価する」というものである．そこで，このような手続きを確率分布ごとに行うのであるが，その具体的な手順については，議論が必要と考える．例えば，林ら（2011）によれば，葛葉（2010）はモデルの母数を固定母数としているが，林らは自由母数としている点で手順が違う（本稿では林らの方法に依っている）．また，林ら（2011）も葛葉も（2010）も，乱数を発生させる際に，確率分布ごとに，「その確率分布を母集団とする乱数」を発生させている（確率分布ごとに乱数が違う）が，「共通の一つの乱数列」を全部の確率分布に使用する手法も考えられる．どういう手法が最善の手法化ということに関しては，本稿では答えを持たない．今後検討したいと考える．

なお，研究の過程で，従来から「平方根指数型最大値分布」と呼ばれてきた確率分布を解析に用いることが適当と考えるに至った．「手引き」等でも用いられてきているからである．本論文では，その簡便さゆえにL-moment法を用いて母数推定を行うが，この分布はL-moment法による母数推定法が発表されていない．そこで，若干の記述の不整合を認めつつ，次節で詳述するように，最尤法により母数推定を行った．読者の方々には，その点了解していただきたい．次節では，この分布の最尤解について若干の考察結果をまとめる．

2. 江藤らの分布の最尤解

江藤らの分布とは，平方根指数型最大値分布などと言われてきた確率分布のことで，長い名称は使いにくい．著者らは簡潔に「江藤分布」で良いのではないかと考えているが，参考文献（江藤ら，1986）は単著でないので，以降本稿では「江藤らの分布」と称す．本邦で良く用いられてきた確率分布であり，「手引き」や「気象庁のフローチャート」（気象庁，2007）にも確率分布の候補として入っているので，他の確率分布と同様に扱いたい．ただし，この確率分布，欧米で用いられていないので，L-momentの解析解が示されていない．著者らが定義に従った積分計算を試みたが，解析解は得られなかった．ただし，「解がないことを示した」のではない．今のところ求

められていないということである．ちなみに，1987年に査読付き論文ではないが，土木学会年次講演会で土屋･竹内（1987）が，江藤らの分布の（L-moment解と近い関係にある）PWM解の求め方（いわゆる数値解の求め方）を報告している．なお，竹内・土屋は，竹内・土屋（1987）で正規分布の，竹内・土屋（1988）で対数正規分布，ピアソンIII型分布のPWM解を報告している．この頃は，国内外で分布関数の逆関数（$x(F)$）が陽に与えられない確率分布についてのPWM解（のちにL-moment解）を求める試みが盛んになされていた時代で，竹内・土屋がその先駆者であるHosking他の欧米の研究者と競って解を得ていた事実は，ここに記録しておくべきであろう（Rao and Hamedの教科書（Rao and Hamed, 2000）では，正規分布のPWM解の参考文献がHosking（1990）になっている．ただし，Hoskingは1986年にIBMの部内報で正規分布を含む16の分布のPWM解について解説している．そこにはピアソンIII型分布は含まれていない．このように，正規分布と対数正規分布または一般化正規分布に関しては，和文誌と部内報という位置づけ故，竹内・土屋に“優先権”があると簡単には判断できないが，ピアソンIII型分布については，Rao and Hamed（2000）にも「解は見つかっていない」と書かれているので，竹内・土屋が最初に解を見つけたと考えられる）．

検討の結果，本稿では，江藤らの分布のみ最尤法によって母数推定を行い，参考情報を得るためにこの確率分布を用いた．もちろん，一つの確率分布だけ違う基準で母数を推定するのは本来おかしく，江藤らの分布抜きで結果を示す方が整合性はあるのだが，せっかく本邦の研究者が開発した確率分布があるのだから，これを用いた．ただし，（後に示すように一つの地点のみ最適な確率分布として江藤らの分布が選定されたが）それを報告する際に，江藤らの分布は参考情報であると記述した．

江藤らの分布に関して最尤解を求める方法は，江藤ら（1986）が最初に示しており，それをもとに星（1997；1998）が詳細な解説を行っている．江藤らの分布の確率密度関数$f(x)$と確率分布関数$F(x)$は次式（3）の通りであり，対数尤度は式（4）で表される．江藤らの分布は，確率密度関数と分布関数が整合的ではない．その対処法を立川（2018）が示しているが，ここでは，その不整合を無視し，よく用いられている式を使う（不整合は微々たるもので，本稿の本筋に影響しない）．

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{ab}{2}\exp\left[-\sqrt{bx}-a\left(1+\sqrt{bx}\right)\exp\left(-\sqrt{bx}\right)\right] \quad (x\ge 0)\\
F(x) &= \exp\left[-a\left(1+\sqrt{bx}\right)\exp\left(-\sqrt{bx}\right)\right] \quad (x\ge 0)
\end{aligned}
\tag{3}
$$

$$
\begin{aligned}
L(a,b) &= \sum_{j=1}^{N}\ln f\left(x_j\right)\\
&= N\ln a + N\ln b - N\ln 2 - \sum_{j=1}^{N}\sqrt{bx_j}\\
&\quad -a\left[\sum_{j=1}^{N}\exp\left(-\sqrt{bx_j}\right)+\sum_{j=1}^{N}\sqrt{bx_j}\exp\left(-\sqrt{bx_j}\right)\right]
\end{aligned}
\tag{4}
$$

対数尤度の偏微分を0とおいて（式（5），（6））パラメータa，bを算定するのが一般的な解法である．ここで，式（5），（6）で得られるaをそれぞれ，a_1，a_2と表記する．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial b}=0\\
&\to a_1=\frac{\sum_{j=1}^{N}\sqrt{bx_j}-2N}{\sum_{j=1}^{N}bx_j\exp\left(-\sqrt{bx_j}\right)}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial a}=0\\
&\to a_2=\frac{N}{\sum_{j=1}^{N}\exp\left(-\sqrt{bx_j}\right)+\sum_{j=1}^{N}\sqrt{bx_j}\exp\left(-\sqrt{bx_j}\right)}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

最初に江藤ら（1986）が提案し，星（1997; 1998）が解説している手法は，式（5）と式（4）を連立させるものである．つまり，式（5）のa_1を式（4）に代入することにより，対数尤度$L(a, b)$はbのみの一変数の関数になるので，対数尤度が最も大きくなるbを数値的に探索する．一方，本来的な解法である，$\frac{\partial L(a,b)}{\partial a}=0$と$\frac{\partial L(a,b)}{\partial b}=0$を連立させて$a$，$b$を求める手法も実行可能であり，それに関しては，久保田（2013）の資料の解説が分かりやすい．いま，式（5），（6）で得られるa_1とa_2について，$h(b)=|a_1-a_2|$が0になるbを求めれば解を求めることが可能であるが，久保田はその解を二分法で得る手法を提案している．

なお，著者らは，数学ソフトウェアMathematica（バージョン12，Wolfram Research製）を使い，直接$h(b)=|a_1-a_2|=0$の解を得る手法を用いた．第1著者は，葛葉（2010）で，河川計画のコストベネフィット計算にMathematicaを用いる手法を提案しているが，

Mathematica の優れているところは，非常に簡便に，関数の最大値，最小値，また方程式の解を求めることができる点である（ただし解析解が求められない時は数値解を求めているようである）．いま，星の手法：「$L(a, b)$が最大となるa, bの組み合わせを探索する手法」，久保田の手法：「$h(b)=0$の解を求める手法」についてMathematicaによるプログラムを作成し，双方の解が（当たり前であるが）等しいことを確認した．ただし，星の手法の方が短い時間で解を得られた（ただし，それはプログラミングの手法に依存していることは言うまでもなく，よって星の手法のスキームの方が優れているとは断じていない）．どちらにしろ，江藤らの分布の最尤解を，現実的な時間内に得られることを確認した．

V. 結果

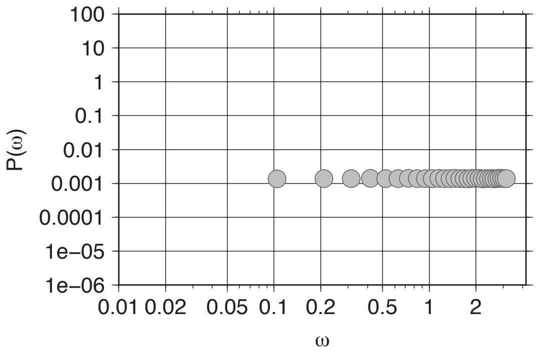
1. データ

データとして，d4PDF（日本域の計算）の過去気候データのうち，メンバ名“m001”というメンバの1時間降水量（1951年～2010年の60年分）を用いた．ただし，検討に使った観測点（計算の格子点）の数は851である．これは，著者らが「本邦領土上にある観測点」と判断した観測点で，葛葉ら（2018a）でも用いたものである．のちに，この851点のうち，6点だけを用いた解析も行うが，その6点は，札幌，東京，名古屋，大阪，福岡，沖縄本島に相当すると考えている．各々の60年分の年最大1時間降水量を計算し，それを年最大値資料として以降の解析を行った．

さて，結果を報告する前に，このデータセットが本論文の解析に使用するデータとして適当かどうかを確認した．匿名査読者の方からも以下の2点について説明を求められた．2点とも，説得力のある解析結果を示すために非常に重要な論点であるので，その結果をここで詳述する．

（1）d4PDFの過去実験データは，定常な母集団から採られた標本とは言い難く，資料の定常性を前提とした手法の検証に用いるのはふさわしくないのではないか．

（2）第1著者の論文（葛葉，2018a）の図－1（a）と図－2の比較（1時間降水量が50 mmを超えた回数について，AMeDASの方がd4PDFよりも多い）や児島ら（2018）より，d4PDFの過去データはバイアスがあるように見える．実データと比べて過小なデータを用いて手法の検討を行うことに妥当性があるか．



図－2　モンテカルロ・シミュレーションに用いた乱数のパワースペクトル．横軸が角振動数で，縦軸がパワースペクトル．乱数がホワイトノイズであることが分かる

Fig. 2 Power spectrum of generated random numbers used for Monte Carlo simulation.

まず，（1）について，851地点全部についてχ^2検定を行った．その手順は以下のとおりである．

A. 本研究で用いる851地点の60個の標本値（d4PDFの年最大1時間降水量60個）が，「想定する確率分布で記述される母集団」から採られたものかどうかを調べる．

B. 「想定する確率分布」として，一般化極値分布，グンベル分布，一般化正規分布，江藤らの分布を用いた．母数としては，次節2.（1）で得られたL-moment法による推定値を用いた．

C. Mathematicaの“PearsonChiSquareTest”という関数を用いて「ピアソンのχ^2検定」を実行した．60個の標本（つまりd4PDFデータ）と，「想定する確率分布で記述される母集団」から採られた標本60個のデータが「同じ分布から採られたものか」を調べた．後者のデータは，0～1の間で発生させた一様乱数を「想定する確率分布の逆関数」に代入することで得た．乱数の方は試行ごとにデータが変化するので，一般化極値分布については，一地点100回の試行を行った．

D. 帰無仮説は「60個の標本は想定した一般化極値分布に従う母集団から採られた標本と考えられる」である．有意水準を5 %とした．つまり，有意確率が0.05より大きい場合に「帰無仮説を棄却できない」と考えた．

E. 100の試行のうち，80 %以上の試行で「帰無仮説を棄却できない」という結果が得られた場合に，「60個の（d4PDFの）データは，母集団として想

定する確率分布」から採られたと考えてもおかしくないと判断することとした．

F. 結果として，851地点のうち69地点で「想定した一般化極値分布からの標本とは言いがたい」と判断せざるを得なかった．もちろん，標本が「想定した一般化極値分布に従っていない」と判断されたのは，一般化極値分布自体が不適当な場合もあれば，「推定された母数が不適当なだけだった」という場合もあろう．しかし，69地点以外では「想定した確率分布で記述される母集団から採られた標本であることが棄却されなかった」≒「それらの地点では60個のデータは何らしらの極値分布で記述される母集団から採られたと考えてもあながち間違いではない」≒「それらのデータを用いた定常解析をしてもあながち不適当ではない」と考えた．

G. 上述の69地点については，グンベル分布を用いて同様の検定を行った．その結果，69地点のうち10地点以外で「それらの地点で定常解析をしてもあながち不適当ではない」という結果を得た．

H. 上述10地点については，一般化正規分布を用いて同様の解析を行い，5地点以外は「定常解析をしてもあながち不適当ではない」という結果を得た．最後にその5点において江藤らの分布を用い，2地点以外は「定常解析をしてもあながち不適当ではない」という検定結果を得た．

I. 以下の解析で，上述の2地点を除外することとした．よって解析に用いたデータは849地点のものである．なお，その2点では「たまたまそういう標本が得られただけ」と考えるが，参考までに挙げると，東京都奥多摩町あたりと，岩手県花巻市あたりにある観測点であった．

以上の解析で，最初の一般化極値分布による解析については試行回数を100とし（地点数が多いため），グンベル分布・一般化正規分布については試行回数を1,000回とした．江藤らの分布に関しては（乱数を発生させるのに時間がかかるため）100回とした．

著者らは，上述の手順を「理論的に裏付けられた正しい判定法だ」と主張しているのではない．「このような性質を持ったデータでこのような解析を行った」というように条件提示しているのみである．さらに，ここで得た結果は，著者らが葛葉（2018a）で得た結果と矛盾していない．葛葉（2018a）は確かに「年々強雨が増えてきている」=「極値降水量データのバックグラウンドにある母集団が定常とは言えない」と記述している．例えば60年分のデータを用いて100年確率降水量を算定すると，それが徐々に大きくなるため，従来の定常性を前提とした頻度解析は不適切と言わざるを得ない．しかし，「時系列的データということを考えないのであれば」「60個のデータを用いて定常性を前提とした解析を行うことは，まんざら不適切とは言えない」というのが，論点（1）に関するここでの検討の結論である．

つぎに（2）であるが，著者らは，AMeDASデータの極値降水量よりd4PDFデータのそれが小さいのは，前者が点データであり，後者が一定地域内の平均データであることが原因であると考えている．時空間的な降水量のフラクタル性に関して考察したKuzuha *et al.*（2004）等によると，降水量データは時間的に空間的にもフラクタル性を持つ．そのため，平均的に，1時間降水量 > 6時間降水量を6で除した値 > 24時間降水量を24で除した値になるのは極めて自然なことである．平均化作業がピークを弱めるからである．空間的にも同じことが言えるため，20 km × 20 kmの領域の平均降水量とも考えられるd4PDFデータの「極値」は点データのそれより小さいのだと考えられる．このようにd4PDFデータの極値が小さいことの理由が示されている以上，（1）で確認したように「一つの母集団から採られたデータであることが否定されず」「その母集団が従うと考えられる確率分布が，極値データによく用いられる一般化極値分布，グンベル分布，一般化正規分布，江藤らの分布のいずれかである」という結論が得られた以上，本論文で用いる解析手法に鑑みて，d4PDFデータを用いることはあながち不適切とは思えない．以上をもってして，（1），（2）の両方に関して，d4PDF過去データの使用の妥当性を示せたと考える．

2. 検討結果

以降, 前節の（1）～（5）に対応させて結果を記す．

（1）まず，849観測点の年最大1時間降水量（60年分）に対し，L-moment法（江藤の分布のみ最尤法）を用いて母数推定を行った．本稿では，「従来からの意味での母数推定法」に属すL-moment法（江藤らの分布だけは最尤法）でそれぞれの確率分布の母数を推定した．確率分布として，一般化極値分布，グンベル分布，一般化正規分布（対数正規分布のことと考えれば良い），正規分布，江藤らの分布の5種類のものを用いた．以降で，それぞれの略称，“GEV，GUM，GNO，NOR，ETO”を用いることがある．

正規分布は，「極値データを扱うのに不適当」と考えられるが，統計学において最も基本的な確率分布であるため，検討範囲に入れた．Hosking（2005b）のソフトウェアで扱われている確率分布は全部で11種類であり，Rao and Hamed（2000）もそれらの確率分布を解説している．しかし，本稿の目的とするところは，手法の提示である．上述の5つの確率分布のうち，江藤らの分布以外は，同じルーチンで計算ができるため，11種類（＋江藤らの分布）全部を用いた検討は行わなかった．

（2）通常の方法で，SLSCを求めた. 849地点の毎年最大値資料に対し，5種類の確率分布を適用したので，全部で849 × 5個のSLSCを得た．

（3）SLSCの比較のために，A分布のSLSCの非超過確率を新たな統計量とするが，そのためには，SLSCの分布関数$G_A(x)$が必要である．そこで，（1）で推定された母数を用いて，A分布に関する乱数を発生させ，m個のSLSCを求めた．ここに，江藤らの分布以外は$m = 10{,}000$とし，江藤らの分布のみ，$m = 1{,}000$とした．今，m個のSLSCを求めることになるのだが，それぞれのSLSCは，d4PDFと同じく$N = 60$個の標本から求めた．つまり，まずは乱数をmN個発生させたことになる．SLSCを求める際に，（一つの地点，一つの確率分布あたり）m回母数推定を行うことになるが，江藤らの分布だけ，L-moment法ではなく最尤法を用いた．その際，前述のようにWindowsマシンにインストールしたMathematicaで行う計算にL-moment法より時間がかかったため，江藤らの分布のみ，m=1,000 とした．そのため，あとで図示する分布関数の解像度が他の確率分布より粗いものになっている．

まず，A分布に従う乱数を発生させたが，A分布の確率分布関数$F_A(x)$の逆関数$F_A^{-1}(u)$のuに$0 \leqq u \leqq 1$の一様乱数を代入すれば良いことは言うまでもない．今，標本数N=60のデータセットをm=10,000（江藤らの分布は1,000）発生させるわけであるから，一様乱数列はmN=600,000個必要になる．本稿では，同じ地点については確率分布に関わらず同じ乱数時系列を用いたので，合計849個の乱数列を発生させた．モンテカルロ・シミュレーションを行うにあたり，乱数列の妥当性が非常に重要になるが，本項では，乱数列のパワースペクトルを求め，乱数列がホワイトノイズであることを確認した．つまり，パワースペクトル$\mathrm{P}(\omega)$がデータの角振動数ωに関わらず一定ならそのデータはホワイトノイズ，log-log linearならフラクタルと判断できる（葛葉，2018b参照）が，図－2に示したように，乱数列はホワイトノイズであると考えて良さそうである（ここでは1枚の図だけ挙げたが，他の848点についても同様の関係が確認されている）．

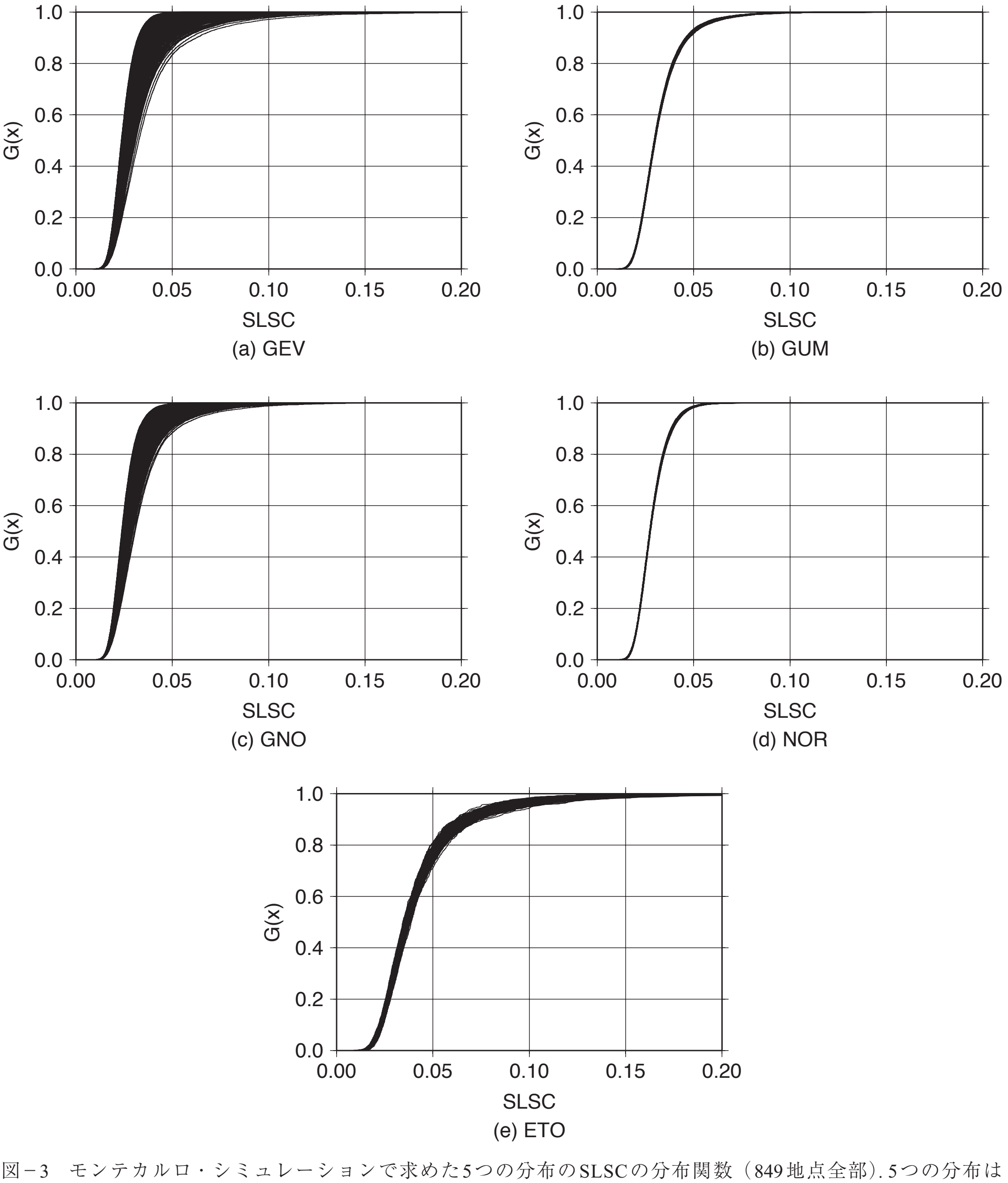
図－3は，5つの確率分布に関するSLSCの分布関数を示したものである．それぞれの図に849地点の$G_A(x)$を全部プロットしている．正規分布，グンベル分布については分布関数がほぼ一つの関数で表せそうであるが，理論的な背景を確認したわけでもないので，それらが「ただ一つの曲線で表せる」のかどうかは今の段階で判断しない．つまり，ばらつきの原因が，モンテカルロ・シミュレーションの特性なのかどうかは現時点では判断できない．ただ，形状パラメータkを有している確率分布は，SLSCの分布関数がばらつくことのみ確認できたと考える．

（4）上述の6地点について，5つの確率分布に関して母数の推定値を求め，SLSCを求めた．図－4は，849地点のうち，上述の6点のみの分布関数を示したものである．図－3と図－4で横軸のスケールが違うのは，表示する目的が違うからである（図－3では分布関数が1になる部分を含め，関数全体を見ていただきたい）．表－1にその結果をまとめ

表－1　6地点のSLSCと，そのSLSC値の非超過確率．SLSC値そのものを用いた場合と非超過確率を用いた場合では，選定される分布形（シェードがかかった白字の部分）が若干異なる．網掛がかかった黒字部分は参考情報（本文参照）

Table 1　Estimated SLSC and probability of non-exceedance of SLSC ($G(x)$). Results showed that optimal distributions (shown by shaded cell) selected using $G(x)$ differ from those selected using SLSC itself.

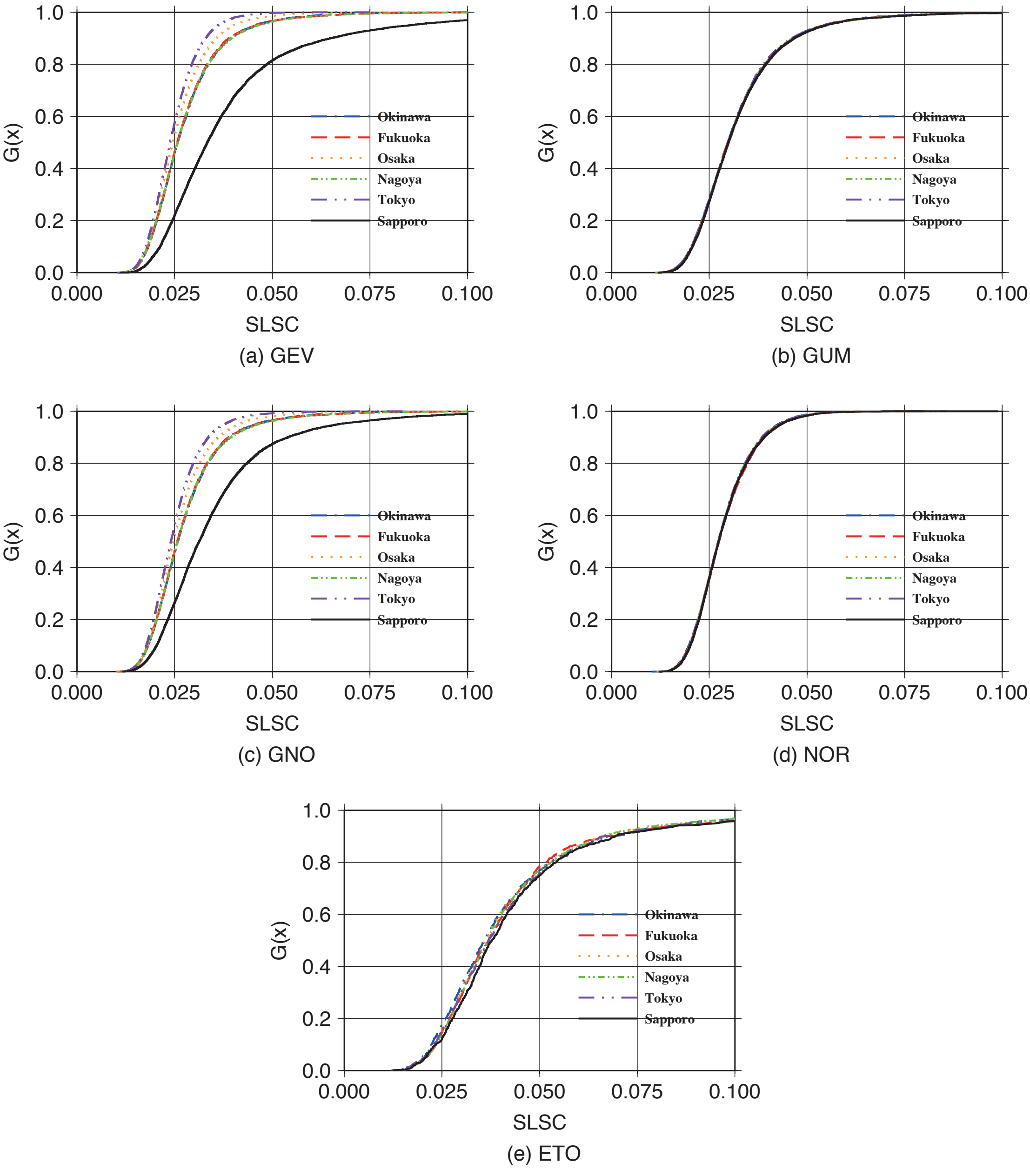
	Okinawa		Fukuoka		Osaka		Nagoya		Tokyo		Sapporo	
	SLSC	F(SLSC)	SLSC	F(SLSC)	SLSC	F(SLSC)	SLSC	F(SLSC)	SLSC	F(SLSC)	SLSC	F(SLSC)
GEV	0.026	0.484	0.031	0.729	0.0217	0.314	0.028	0.619	0.058	1.000	0.018	0.038
GUM	0.0249	0.277	0.032	0.602	0.026	0.321	0.027	0.379	0.047	0.909	0.061	0.971
NOR	0.055	0.994	0.067	0.999	0.038	0.892	0.053	0.992	0.065	0.999	0.112	NA
GNO	0.0251	0.463	0.032	0.759	0.0223	0.351	0.028	0.594	0.055	0.996	0.016	0.014
ETO	0.035	0.473	0.034	0.436	0.056	0.830	0.044	0.670	0.059	0.847	0.068	0.886



図－3　モンテカルロ・シミュレーションで求めた5つの分布のSLSCの分布関数（849地点全部）. 5つの分布はGEV，GUM，GNO，NOR，ETOであるが，略称の意味は本文参照

Fig. 3 Estimated cumulative distribution function (CDF) of SLSC as obtained using Monte Carlo simulations. This figure shows all $G(x)$ at 849 observation points.

る．SLSCの大小だけで最適な確率分布を選ぶなら，結果は，（江藤らの分布を除外すると）北海道が一般化正規分布，東京がグンベル分布，名古屋がグンベル分布，大阪が一般化極値分布，福岡が一般化極値分布，沖縄本島がグンベル分布，ということになるが，SLSCの分布関数を用いて「より有意な方（より非超過確率が低い方）が適している」とするなら，福岡がグンベル分布，ということになる．参考情報



図－4　モンテカルロ・シミュレーションで求めた5つの分布のSLSCの分布関数. 6地点のものだけプロットした. 5つの分布はGEV，GUM，GNO，NOR，ETOであるが，略称の意味は本文参照

Fig. 4 Estimated CDF of SLSC as obtained using Monte Carlo simulation. This figure shows only $G(x)$ at six observation points.

として挙げた江藤らの分布は，東京と福岡で，「より有意な方（より非超過確率が低い方）が適している」とした場合に，選定された（表中網掛部分）．本来，SLSCの値で評価するのは不適当と著者らは考えるので，そういう観点から，この例では6地点のうち1地点で，不適当な確率分布が選定されてしまったと考える．また，東京に関しては，どの確率分布についてもSLSCの非超過確率が極めて大きく，それはすなわち，本論文で用いたどの確率分布でモデル化するにしてもそのモデルは不適当と解さざる

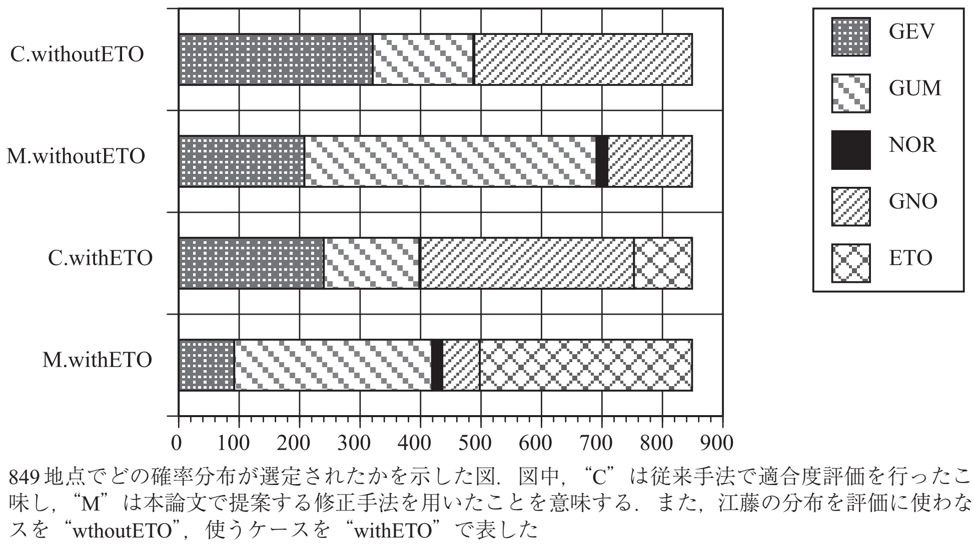
を得ない．

849地点それぞれで，どれが最適な確率分布として選定されたかという傾向を示したのが図－5である．“従来型手法”と表示しているのがSLSCの大小で評価した結果であり，“修正手法”と表示しているのが，本論文で推奨する「SLSCの非超過確率で評価する手法」による結果である．藤部（2010）が記述しているように，標本が理想的な極値データであれば，一般化極値分布（またはグンベル分布）が選定されるはずであるが，結果として，旧手法では849地点のうち38 %の地点で一般化極値分布，20 %の地点でグンベル分布，合計57 %の地点でいわゆる極値分布（一般化極値分布とグンベル分布をあわせてこう称す）が選定されるという結果となった（残りはほぼ全部一般化正規分布）．修正手法によれば，一般化極値分布，グンベル分布，いわゆる極値分布が，それぞれ24 %，57 %，81 %の地点で選定された．つまり，修正手法の方が“「日々の観測値を同一確率分布・独立・多数のデータと見なすことができれば，その年極値は一般化極値に従うはず」（藤部，2010）という理論”と親和的である．なお，参考情報ではあるあるが，最尤法で母数推定を行った江藤らの分布を加えると，従来型手法でも，修正手法でも，相当数の地点で江藤らの分布が選定された．ただし，以下の3点に留意されたい．

（1）本節で“従来手法”という用語を使用したが，“手引き”は，最終的にリサンプリング法で適合度評価をする手法が記述されているので，「SLSCの大小で適合度評価をする手法を従来手法と称すのは不適当」という主張が出てくるかもしれない．だが，“手引き”では，SLSC<0.04という基準で“予備選抜”を行っており，「SLSCが確率変数であるということを考慮せず絶対的基準として評価に用いる」という点で，本項で用いた「SLSCの大小での評価」と同じことである．

（2）上述のように「理論と修正手法が親和的」と記述した．849地点の標本は，「母集団の確率分布が一般化極値分布となるような理想的な標本である」ということが保証されていないので，本項の検討結果だけでは「一般化極値分布，グンベル分布が選定される確率が高い適合度評価法が優れている」とまで言えないので，「親和的」という表現にとどめた．これについては今後の検討課題としたい．

（3）江藤らの分布も解析対象にした場合に，比較的それが最適な分布として選定されるケースが多かった．特に修正手法を用いた場合にその傾向が強い．しかし，江藤らの分布に関してだけ母数推定法が異なる．本稿の主張に従えば（かつ卑近な表現を用いると）「アンフェアな母数推定を行った」可能性は否定できない．江藤らの分布それ自体が，著者



図－5　849地点でどの確率分布が選定されたかを示した図．図中，“C”は従来手法で適合度評価を行ったことを意味し，“M”は本論文で提案する修正手法を用いたことを意味する．また，江藤の分布を評価に使わないケースを“wthoutETO”，使うケースを“withETO”で表した

Fig. 5 This figure shows the number of times each distribution was selected. “C”, “M”, “withoutETO” and “withETO” respectively stand for “Conventional method”, “Modified method”, “Analysis using the 4 probability distribution, which does not include the ETO distribution,” and “Analysis using the 5 probability distribution, which includes the ETO distribution”.

らの提案する修正手法と親和的なのか，最尤法が親和的なのかについての検討は，今後の課題とさせていただきたい.

VI. 結論と今後の展望

本稿の結論は以下のとおりである.

（1）中小河川計画の手引き（案）の，確率水文量算定のフローチャートには種々問題があるので，今後は使わない方がよい.

（2）本来は，「母数推定法」と「適合度評価法」に区別はなく，「適合度評価の規準」をもって母数推定をするのが一番良い．ただし，そのためには数値解法に頼らざるを得ない場合が多く，今後の計算環境の発展に期待する部分が多々ある．ただ，中小河川計画の手引き（案）は，実質，3つの規準を用いているという，非常に不自然なことをしており，参考にする解析者は注意が必要である（なぜそうするかを自己責任で説明するべきである）.

（3）本稿では，従来の行政の手法を大きく変えずに済む手法を提案した．つまり，旧来からの意味での「母数推定法」（L-moment法，最尤法など）で母数推定を行い，そのあと，SLSC法で適合度評価を行う手法である.

（4）ただし，SLSCは確率分布に関してフェアな規準ではないので，「SLSCの確率分布」という概念を導入し，SLSCの非超過確率（有意さの程度）で評価する手法を提案した．そして，その手法を用いて，d4PDFの過去気候の計算結果に対して極値の確率分布の選定を試みた.

（5）本論文で推奨する手法で最適な確率分布の選定を行った結果，SLSCの値だけで選定を行った場合より，いわゆる極値分布（一般化極値分布とグンベル分布）が選定される比率が高くなった.

今後の展望としては，本稿のような「2つの規準」を用いるのではなく，「1つの規準」で母数を推定し，適合度評価を行う手法を検討する必要があろう.

謝辞

本稿で報告する研究成果の40 ％は，科学研究費補助金（代表：葛葉，d4PDFデータを用いた非定常IDFAカーヴの算定（新しい治水計画策定法の提案），19K04613）によって得られたものである. 30 ％は，三重県・三重大学 みえ防災・減災センターの経常的研究資金（代表：水木）で得られたもので，残り30％は三重大学生物資源学研究科の補助金（代表：葛葉）によって賄われた（それに関連し，本論文の責任著者は貢献度から考えて葛葉，水木の両方である)．記して深謝申し上げる．また，国土交通省・その関連機関の担当の方々（本稿執筆時の河川計画調整室長の森本氏，三重河川国道事務所の岡本氏，その他の方々），三重県県土整備部河川課の方々，建設技術研究所荒木氏に有益な情報をいただき，東電設計の久保田氏には江藤らの分布の計算方法で有益なご示唆をいただいた．論文担当委員，査読者の方には貴重なご示唆をいただいた．それぞれ深謝申しあげる．さらに，本稿と密接な関連のある水文・水資源ハンドブックの取りまとめをされている中央大学の手計教授，朝倉書店の沼波氏に多大なるご支援をいただいたことを本稿最後に記して深謝の意を表したい.

引用文献

Akaike H 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* 19: 716-723. DOI: 10.1109/TAC.1974.1100705.

中小河川計画検討会 1999. 中小河川計画の手引き（案）〜洪水防御計画を中心として〜, 財団法人国土開発技術研究センター ; 243.

Coles S 2001. *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer: Berlin; 208.

江藤剛治・室田 明・米谷恒春・木下武雄 1986. 大雨の頻度. 土木学会論文集 369/II-5: 165-174.

藤部文昭 2010. 極端な豪雨の再現期間推定精度に関する検討. 天気 57: 449-462.

藤部文昭 2011. 極値分布関数の適合度評価に関する検討. 天気 58: 765-775.

藤部文昭・酢谷真己2020. 極値統計の利用に関する問題. 極値統計（気象研究ノート第242号, 藤部文昭・山田道夫編），日本気象学会; 43-70.

林 敬大・立川康人・椎葉充晴・萬 和明・Sunmin K 2011. SLSCによる水文頻度解析モデル適合度評価への統計的仮説検定の導入. 土木学会論文集 B1 68: 1381-1386.

林 敬大,・立川康人・椎葉充晴 2015. 時変母数による非定常水文頻度解析手法のモデル選択に関する考察. 土木学会論文集 B1(水工学) 71(1): 28-42. DOI: 10.2208/jscejhe.71.28.

星 清 1997. 水文頻度解析. 水文・水資源ハンドブック（水文・水資源学会編），朝倉書店; 238-248.

星 清 1998. 水文統計解析. 開発土木研究所月報 540: 31-63.

Hosking JRM 1986. The theory of probability weighted moments. *Research Report* RC12210. IBM Research Division. Yorktown Heights. N.Y; 160.

Hosking JRM 1990. L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of Royal Statistical Society* B52: 105-124.

Hosking JRM 2005a. “Research Report: Fortran routines for use with the method of L-moments”. 2005/07/25, http://

btr0xq.rz.uni-bayreuth.de/math/statlib/general/lmoments.pdf,（参照：2021/07/01).
Hosking JRM 2005b. “LMOMENTS: Fortran routines for use with the method of L-moments”, http://ftp.uni-bayreuth.de/math/statlib/general/lmoments,（参照：2021/07/01）.
Hosking JRM, Wallis JR 1997. *Regional Frequency Analysis*. Cambridge University Press: New York; 224.
亀田弘之・池淵周一・春名 攻 1982. 確率・統計解析. 新体系土木工学（土木学会編）2巻, 技報堂出版; 307.
神田 徹・藤田睦博 1982. 水文学 –確率論的手法とその応用–. 新体系土木工学（土木学会編）26巻, 技報堂出版; 273.
気象庁2007. “異常気象リスクマップ 平成18年度版”. https://www.jma.go.jp/jma/press/0703/28b/riskmap18.pdf,（参照：2021/07/01）.
児島利治・丸谷靖幸・原田守啓 2018. 岐阜県を対象とした20 kmメッシュ d4PDF確率降水量の補正式の提案.土木学会論文集B1（水工学）74(4): I_133-I_138. DOI: 10.2208/jscejhe.74.5_I_133.
国土交通省水管理・国土保全局 2014. 国土交通省河川砂防技術準調査編; 735.
小西貞則・北川源四郎 2004. 情報量規準, 朝倉書店; 194.
久保田克寿 2013. “確率分布と水文統計量の求め方”, http://civilyarou.web.fc2.com/WANtaroHP_html5_win/f90_ENGI/dir_HFA/suimon.pdf,（参照 2021/07/01）.
Kuzuha Y, Over TM, Tomosugi K, Kishii T 2004. Analisis of multifractal properties of temporal and spatial precipitation data in Japan. *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering* 22(2): 59-78.
葛葉泰久 2010. 治水計画策定における統計的手法 – SLSC及び費用便益分析に関する考察–. 土木学会論文集B 66(1): 66-75. DOI: 10.2208/jscejb.66.66.
葛葉泰久ら 2018a. AMeDASとd4PDFデータを用いた降水量の非定常性と極値に関する考察. 土木学会論文集B1（水工学）74(4): I_325-I_330. DOI: 10.2208/jscejhe.74.I_325.
葛葉泰久ら 2018b. 裾の厚い分布とフラクタル理論を用いた水文データの解析, 土木学会論文集B1 74(5):I_217-I_222. DOI: 10.2208/jscejhe.74.5_I_217.
葛葉泰久 2018c. これからの確率統計水文学の役割. 水文・水資源学会誌 31: 541-544. DOI: 10.3178/jjshwr.31.541.
葛葉泰久 2020.従来からの統計処理法, 水文・水資源ハンドブック（7章1節）.（印刷中）
文部科学省・気象庁気象研究所・東京大学大気海洋研究所・京都大学防災研究所・国立環境研究所・筑波大学・海洋研究開発機構 2015. “database for Policy Decision making for Future climate change (d4PDF)”.（参照：2021-07-01).
大堀忠至・飯田俊彰・久保成隆 2015. 一般化極値分布関数の形状母数値の推定と固定化による実用的効果に関する研究. 農業農村工学会論文集 295: I-9. DOI: 10.11408/jsidre.83.1.
Rao AR, Hamed KH 2000. *Flood frequency analysis*. CRC Press: Florida; 350.
Schwarz G 1978. Estimating the Dimension of a Model. *Annuals of Statistics* 6; 461-464. DOI: 10.1214/aos/1176344136.
椎葉充晴・立川康人・市川 温 2013. 水文学・水工計画学. 京都大学学術出版会; 616.
清水啓太・山田朋人・山田 正 2018. 確率限界法検定に基づく確率分布モデルの信頼区間を導入した新しい水文頻度解析手法. 土木学会論文集B1 74(4)：I_331-I_336. DOI: 10.2208/jscejhe.74.I_331.
寒川典昭・中村 哲 2005. 日高川流域の月・季節・年降水量の非定常頻度解析. 水工学論文集 49: 7-12.
寒川典昭・鈴木將史 2008. 日本列島20 世紀の降水量時系列の経年的非定常性とその確率降水量の評価値に及ぼす影響. 自然災害科学 26: 355–365.
Stedinger RM, Vogel RM, Foufoula-Georgiou E 1993. Frequency Analysis of Extreme Events. In *Handbook of Hydrology*, Maidment D R (ed). McGraw-Hill: New York; 1424.
立川康人 2018. 定常確率分布モデル(極値によく用いられる分布). 水理公式集, 土木学会; 86-87.
立川康人 2020. 非定常データの水文頻度解析手法. 水文・水資源ハンドブック（7章2節）.（印刷中）
宝 馨・高棹琢馬 1988. 水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準. 土木学会論文集 393/II-9: 151-160.
高棹琢馬・宝 馨・清水 章 1986. 琵琶湖流域水文データの基礎的分析. 京都大学防災研究所年報 29B-2: 157-151.
竹内邦良・土屋一仁 1987. 正規分布のパラメータのPWM解. 第31回水理講演会論文集（現：土木学会論文集）; 191-196.
竹内邦良・土屋一仁 1988. 正規分布, 対数正規分布およびピアソンIII型分布のPWM解. 土木学会論文集 393/II-9: 95-101.
東京大学教養学部統計学教室 1991. 統計学入門. 基礎統計学I, 財団法人東京大学出版会; 307.
土屋一仁・竹内邦良 1987. 平方根指数型最大値分布へのProbability Weighted Moment法の適用. 土木学会第42回年次学術講演会講演概要集 II-2: 34-35.
World Meteorological Organization（WMO) 2009. Guide to Hydrological Practices Volume II -Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices- 6th edition. WMO-No. 168; 302.

（受付：2020年12月4日，受理：2021年5月31日）

この論文への討議・コメントを，2022年3月末日まで受け付けます.

Estimating T-year Hydrological Event and Issues of Conventional Methods – Improved Standard Least Squares Criterion (SLSC) Method for Goodness-of-fit Evaluation –

Yasuhisa KUZUHA [1, 2, 3)†] Chiharu MIZUKI [2, 3)]

[1)] Graduate School of Bioresources, Mie University
(1577 Kurima-machiya, Tsu, Mie 514-8507, Japan)
[2)] Disaster Mitigation Research Center (DMRC), Mie University
(1577 Kurima-machiya, Tsu, Mie 514-8507, Japan)
[3)] Mie Disaster Mitigation Center
(1577 Kurima-machiya, Tsu, Mie 514-8507, Japan)

[†]Corresponding Author E-mail : kuzuha@bio.mie-u.ac.jp

We propose a method for selecting an optimal stochastic distribution that can be used along with hydrologically extreme data. In Japan, many civil engineering departments of governmental organizations refer to the "Guide for River Plan Design for Small and Medium-sized Rivers." However, the flow chart for estimating T-year hydrological events included in guide includes important defects. For instance, this guide recommends the standard least squares criterion (SLSC) method for estimating the goodness of fit of each distribution. Some researchers have pointed out that SLSC is not a fair criterion. Our proposed method uses not SLSC itself, but the degree of significance: specifically the probability of non-exceedance of SLSC. We propose the following procedures.

1) Estimating parameters of population for various stochastic distributions
2) Estimating SLSC (referring to the "original SLSC") of each distribution
3) Running a Monte Carlo simulation, which generates various random numbers with estimated distributions and parameters
4) Estimating various SLSCs with generated random numbers and estimating SLSC distributions for each distribution
5) Evaluating the probability of non-exceedance of the "original SLSC" by comparison to the SLSC distribution
6) Comparing the probability of non-exceedance of SLSC for each distribution and selecting the most appropriate distribution for which the probability is smallest

Results indicate that the optimal distribution selected using our new method is sometimes different from the distribution selected when using SLSC. Data used for this study were one-hour precipitation data calculated by the d4PDF project. Results suggest that the modified method is superior to the conventional method.

Key words : standard least squares criterion (SLSC), Guide for River Plan Design for Small and Medium-sized Rivers, Monte Carlo simulation, goodness-of-fit, probability of non-exceedance, Etoh distribution