三重大学教育学部研究紀要　第74巻　第1号　教育科学（2022）97－103頁

個別単位量の有用性に関する一考察

中西正治*

A study on the usefulness of non standard units

Masaharu Nakanishi*

要　旨

本稿は、個別単位量を積極的に利用することで、量の 4 段階（個別単位量で比較）、分割分数・量分数、割合、比例式・比の値の指導において児童の理解をより促せることを主張している。それぞれの指導で個別単位量がどのような役割を果たすのか、または果たせるのか、そしてどの指導に於いても操作活動と共に「数(個別単位量)」の表現を使うことが指導の連続性において極めて重要であるとしている。

キーワード：個別単位量、操作活動、量の 4 段階、分割分数・量分数、割合、比例式・比の値

１．研究の目的

個別単位量[(1)]は身近な量である。

長さであれば、尺（親指の先から中指の先までの長さ）、寸（男性の親指の幅）、インチ（男性の親指のつけ根の幅）、ヤード（手を広げたときの指先から顔の鼻先までの長さ）、フィート（足のつま先から、かかとまでの足の長さ）などが、重さであれば、ポンド（大麦一粒の重さを 1 グレーンとし、一日に食べる量 7000 粒（7000 グレーン））、カラット（豆（約 0.2g）の重さ）などが日常的に使われている[(2)]。

筆者は個別単位量を積極的に利用することで、児童の理解をより促せるのではないかと考える。

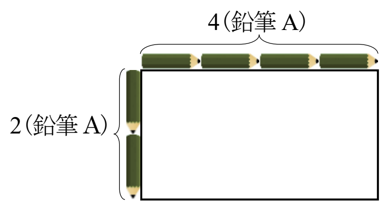
個別単位量を利用できるものに、量の 4 段階（個別単位量で比較）、分割分数・量分数、割合、比例式・比の値の指導がある。

本稿では、これらの指導過程において個別単位量がどのような役割を果たしているのか、また果たせるのかについてその有用性について考察する。

２．量の 4 段階（個別単位量で比較）

間接比較の指導後、個別単位量を使って比較する。

ある長方形の縦と横の長さを比較するとき、児童 A は自分の持っている鉛筆を利用する。縦は「鉛筆 2 個分」、横は「鉛筆 4 個分」であった。それは、縦は「（A 君の鉛筆）2 個分の長さ」で、横は「（A 君の鉛筆）4 個分の長さ」であるという意味である。単位量である A 君の鉛筆の長さ（個別単位量）が重要になる。「3cm」は測定したときの単位量が cm であり、それが 3 個分であることを示している。しかし「cm 3 個分」とは表現しないで「3cm」と「数（普遍単位量）」の形で表す。用いた単位量を後ろに明示する。



［図 1］

個別単位量も普遍単位量も単位量であるから、同じ形にして扱うこ

＊三重大学教育学部

とができる。例えば、A 君の鉛筆の長さを単位量としているのだから、縦の長さを「2(鉛筆 A)」、横の長さを「4(鉛筆 A)」と表現できる［図 1］。個別単位量の特別な場合が普遍単位量である。鉛筆 A の長さが cm のとき「3(鉛筆 A)」は「3cm」となる。普遍単位量を自然な流れで指導できる。

3．分割分数・量分数

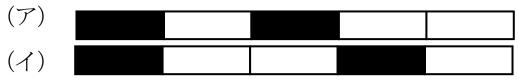
2 年生で分割分数を学習し 3 年生で量分数を学習する。分割分数から量分数への学習の流れをどのようにつなげればよいのかという現場の声を聞く。これを可能にするのが分割量分数[3]である。

分割分数と量分数と分割量分数の定義を確認しておく。

・分割分数は、等分割したもののいくつ分を表す数である。例えば、ケーキの$\frac{1}{2}$、ピザの$\frac{3}{4}$

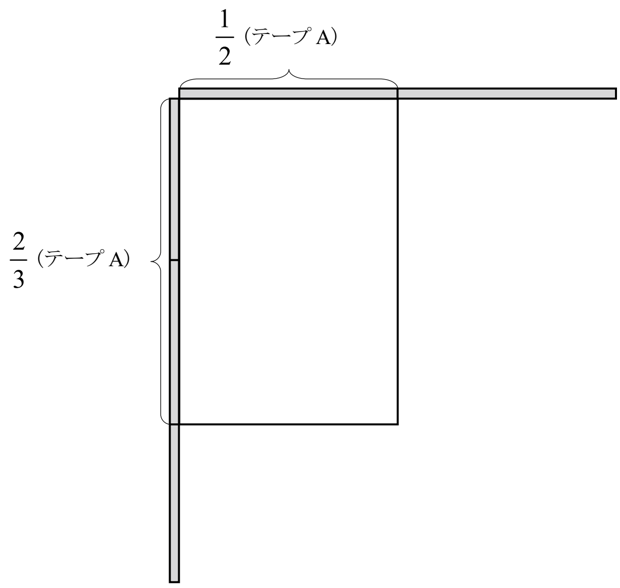
・量分数は、普遍単位量を等分割したもののいくつ分かを集めた大きさを表す数である。例えば$\frac{2}{3}$kg、$\frac{1}{4}$m

（注意）量分数の定義を「等分割したもののいくつ分の大きさを表す数」とすると、児童の中には、$\frac{2}{5}$m を（ア）や（イ）のように間を空けて捉えてしまう児童がいる。$\frac{2}{5}$m の長さはつながっていなければ長さを表せない。つながっていることを意識させるために、「等分割したもののいくつ分かを集めた大きさを表す数」としている。



・分割量分数は、ある単位量を等分割したもののいくつ分かを集めた大きさを表す数である。例えば$\frac{2}{3}$(テープ A)、$\frac{1}{4}$(カップ)。ある単位量とは個別単位量または普遍単位量である。個別単位量の特別な場合が普遍単位量だから、分割量分数の特別な場合が量分数になる。

分割量分数では、例えば個別単位量をテープ A とすると、$\frac{1}{3}$(テープ A)は「テープ A を 3 等分したものの 1 こ分の長さを$\frac{1}{3}$(テープ A)と書き『三分の一テープ A』と読みます。」と定義され、$\frac{2}{3}$(テープ A)は「テープ A を 3 等分したものを 2 こ分集めた長さを$\frac{2}{3}$(テープ A)と書き『三分の二テープ A』と読みます。」と定義される［図 2］。このテープ A が普遍単位量「m」のとき、$\frac{1}{3}$m、$\frac{2}{3}$m となる。すなわち、「1m を 3 等分したものの 1 こ分の長さを$\frac{1}{3}$m と書き『三分の一メートル』と読みます。」となり、$\frac{2}{3}$m は「1m を 3 等分したものを 2 こ分集めた長さを$\frac{2}{3}$m と書き『三分の二メートル』と読みます。」となる。



［図 2］

分割量分数を入れることによって、分割分数から量分数への学習の流れがうまくつながる[4]。

では、分割分数と分割量分数はどのような関係なのか。

分割量分数「ある単位量を等分割したもののいくつ分かを集めた大きさを表す数」の一部に操作分数「等分割したもののいくつ分を集める」が含まれ、その操作分数の一部に分割分数「等分割したもののいくつ分」が含まれる。

実際の指導では分割量分数から扱う。分割分数は「等分割したもののいくつ分」というだけで、もとの量が変われば具体的な量も変わるので児童には難しい。分割量分数は実際の量を示すので理解しやすい。個別単位量を使うことで、量分数を自然な流れで指導できる。

４．割合

割合が難しいと言われているのは、基になる量を「1」と見る見方である。

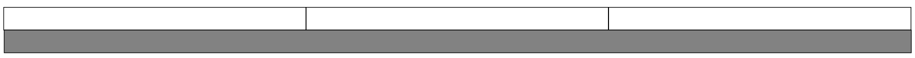
筆者は以下のように「割合」を捉える[5]。

ここに「テープ A」と「テープ B」がある。

テープ A

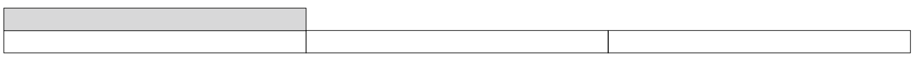
テープ B

テープ A でテープ B を測ったら、テープ A が 3 つ分取れた。



この「3」が割合である。

逆に、テープ B でテープ A を測ったら、テープ B の $\frac{1}{3}$ だった。



この「$\frac{1}{3}$」が割合である。

個別単位量でいくつ分あるかを測っているだけのことである。

２．と３．で示した表現を使うと、

テープ A が個別単位量になる場合は、テープ B＝3(テープ A)

テープ B が個別単位量になる場合は、テープ A＝$\frac{1}{3}$ (テープ B)

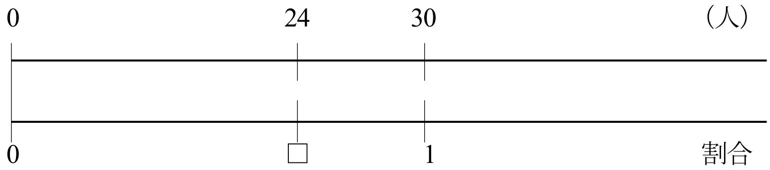
となる。

測定を通して、児童はテープ A、テープ B を 1 つ分と見ることができる。これが、基になる量を「1」と見ることである。

テープ B＝3(テープ A)は、比べる量(テープ B)＝基になる量(テープ A)×3 のことであり、

テープ A＝$\frac{1}{3}$ (テープ B)は、比べる量(テープ A)＝基になる量(テープ B)×$\frac{1}{3}$ のことである。

しかしながら教科書では 2 つの数直線を示し、上の数直線を量、下の数直線を割合(倍)としている。基になる量の下に「1」が何の説明もなく書かれている［図 3］[6]。これでは「1」の意味が理解できない。測定をしてこそ基になる量を意識でき、それが何個分であるかを数えることで、基になる量を「1」と認識できる。



［図 3］

２．では鉛筆（基になる量）を使って長さを比べる活動（操作活動）を、３．ではテープ（基になる量）を使って長さを測る活動（操作活動）をしている。そして測った量（比べる量）を「数(個別単位量)」と表現させる。これらの学習活動を通して、基になる量を「1」と見ることを認識していく。このように割合の学習においても測るという操作活動は欠かせない。教科書は「1」を認識させるために必要な測定の操作活動が行われていない。

個別単位量を分数の後ろに書く分割量分数の表現は、分数の指導で初めて教えるのではなく、２．で述べた量の 4 段階の指導の整数のときから扱っておく方がより自然な流れとなる。

基になる単位量が測る量より小さいときは、鉛筆 A のように「2(鉛筆 A)」や「4(鉛筆 A)」のように数値は 1 より大きくなり、基になる単位量が測る量より大きいときは、テープ A のように「$\frac{1}{2}$ (テープ A)」や「$\frac{2}{3}$ (テープ A)」のように数値は 1 より小さくなる。

普遍単位量「m」を急に出すのではなく、準備段階として事前に個別単位量を「単位量」として正式に取り入れることでうまく指導につながる。

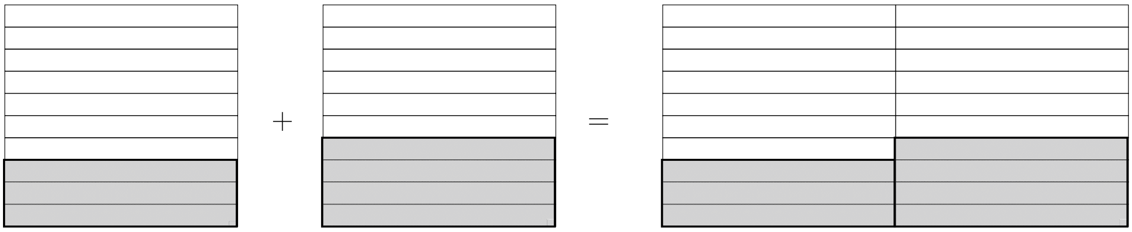
５．同分母分数のたし算（$\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{7}{20}$）

例えば「$\frac{3}{10}$ L のコーヒーと $\frac{4}{10}$ L の牛乳を合わせると、何 L のコーヒー牛乳ができますか。」(7) という問題で、分数のたし算が未習な児童はこれまで通りたし算をして、分母の 10 と 10 を足して 20、分子の 3 と 4 を足して 7 答えを $\frac{7}{20}$ L とする。数だけを見て普遍単位量は意識されていない。正しく $\frac{7}{10}$ L と答えた児童でも普遍単位量だから分子と分子を足してもよいとは理解できていないであろう。

$\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{7}{20}$ を積極的に認め $\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{7}{10}$ となることを導くことができれば、$\frac{7}{20}$ を誤答とすることなく、同分母分数のたし算を教えることができる。

小学校 1 年生のときの「3＋4＝7」の説明では、ブロックタイルを利用して、□□□と□□□□を両手で寄せると□□□□□□□になるから 7 になると教える。

同様にして 2 つの枡 $\frac{3}{10}$ L と $\frac{4}{10}$ L を寄せると［図 4］になる。



［図 4］

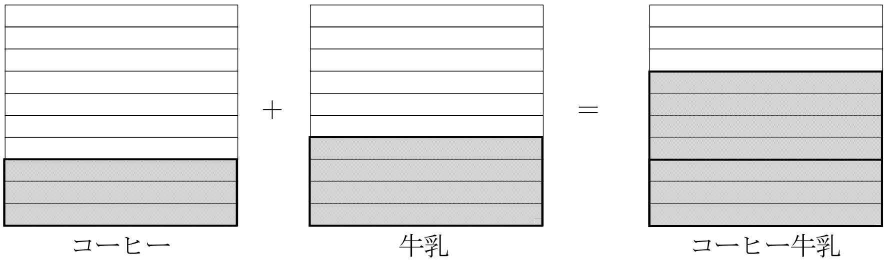
ここで 10、3、4、7、20 の図における意味を確認する。

「分母は分母どうし足して 10＋10＝20」は、左辺の左枡の 1L の 10 等分と右枡の 1L の 10 等分を足すと右辺の 2L の 20 等分になることを示しており、「分子は分子どうし足して 3＋4＝7」は、左辺の左枡の 1L の 10 等分の 3 つ分と右枡の 1L の 10 等分の 4 つ分を足すと右辺の 2L を 20 等分した 7 つ分になることを示している。

式で表すと、$\frac{3}{10}$ (L)＋$\frac{4}{10}$ (L)＝$\frac{7}{20}$ (2L)　‥‥①　になる。

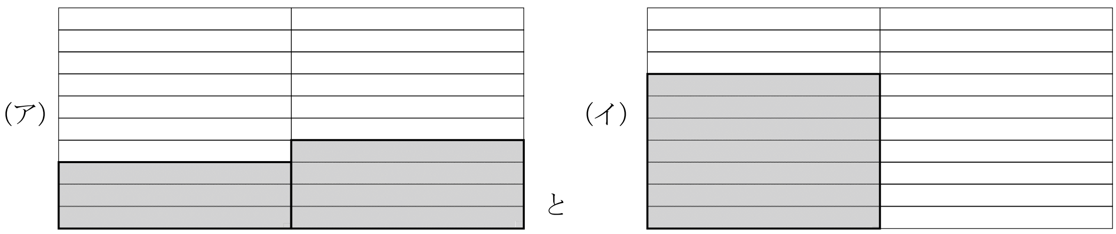
$\frac{3}{10}$ (L) は L を 10 等分した 3 つ分を集めた大きさを表し、$\frac{7}{20}$ (2L) は 2L を 20 等分した 7 つ分を集めた大きさを表している。$\frac{3}{10}$ (L) の L も、$\frac{7}{20}$ (2L) の 2L も個別単位量とみている。分割量分数同士のたし算になっている。

一方、$\frac{3}{10}$ L＋$\frac{4}{10}$ L＝$\frac{7}{10}$ L は量分数同士のたし算である［図 5］。



［図 5］

ところで、



は、同じ量である。

（ア）は $\frac{3}{10}$ (L) と $\frac{4}{10}$ (L) を寄せた結果であり、（イ）は、2L を 20 等分した 7 つ分を集めた大きさである。

（イ）で空のリットル枡は要らなくなったから捨て、残った枡を見ると $\frac{7}{10}$ (L) になる。このことを、①式に付けたすと、

$$\frac{3}{10}\,(\mathrm{L}) + \frac{4}{10}\,(\mathrm{L}) = \frac{7}{20}\,(2\mathrm{L}) = \frac{7}{10}\,(\mathrm{L})$$

となる。

分割量分数の特別な場合が量分数であるから、$\frac{3}{10}$ (L) は $\frac{3}{10}$ L となり、$\frac{4}{10}$ (L) は $\frac{4}{10}$ L となり、$\frac{7}{10}$ (L) は $\frac{7}{10}$ L となる。よって、

$$\frac{3}{10}\,\mathrm{L} + \frac{4}{10}\,\mathrm{L} = \frac{7}{10}\,\mathrm{L}$$

となる。すなわち、量分数の同分母分数のたし算は「分母はそのままで分子だけを足せばよい」ということになる。

この指導のポイントは、分割量分数$\frac{3}{10}$ (L)や$\frac{7}{20}$ (2L)の理解である。
ここでも個別単位量がおおきな役割を果たしている。

６．比例式・比の値[8]

・比例式

A、B、C のかさを、それぞれのカップで「いくつ分」あるか測ってみる。その結果が[表 1]である。

［表 1］

計量器＼量られる量	A（コーヒー）3600mL	B（牛乳）1800mL	C（ミルク）1200mL	比
小カップ（100mL）	36(小カップ)	18(小カップ)	12(小カップ)	36：18：12
中カップ（150mL）	24(中カップ)	12(中カップ)	8(中カップ)	24：12： 8
大カップ（300mL）	12(大カップ)	6(大カップ)	4(大カップ)	12： 6： 4

小カップで 36 杯分あった分量を 36(小カップ) と表す。24(中カップ)、12(大カップ)も同様である。小カップ、中カップ、大カップが個別単位量である。

表を縦に見ると、A、B、C のかさは変わらないが、計量器の容量が大きくなると、数値が小さくなる。このことは、実際に測って確かめるので容易に納得がいく。

3600mL(コーヒー)　1800mL(牛乳)　1200mL(ミルク)
36(小カップ)：18(小カップ)：12(小カップ)
＝24(中カップ)：12(中カップ)： 8(中カップ)
＝12(大カップ)： 6(大カップ)： 4(大カップ)

そして個別単位量を書かない式

(小カップ)　(中カップ)　(大カップ)
36：18：12＝24：12：8＝12：6：4

も、操作活動をしているのでイメージをもって同じ比になることが理解できる。

・比の値

比の値は 2 項の場合である。第一項と第二項で考える。

36(小カップ)：18(小カップ)、24(中カップ)：12(中カップ)、12(大カップ)：6(大カップ)

前項を後項で割った値が比の値であるから、

36(小カップ)：18(小カップ)の比の値は、36(小カップ)÷18(小カップ)＝$\frac{36(\text{小カップ})}{18(\text{小カップ})}$＝2

24(中カップ)：12(中カップ) の比の値は、24(中カップ)÷12(中カップ)＝$\frac{24(\text{中カップ})}{12(\text{中カップ})}$＝2

12(大カップ)：6(大カップ) の比の値は、12(大カップ)÷6(大カップ)＝$\frac{12(\text{大カップ})}{6(\text{大カップ})}$＝2

となり、数も個別単位量も約分され比の値はすべて 2 になる。
比例式・比の値ともに個別単位量が生徒の理解を促す役割を果たしている。

７．まとめ

個別単位量は、操作活動と共に「数(個別単位量)」の表現を使うことで、指導の流れをつなげ児童の認識や理解を深める重要な役割を果たす。

個別単位量を積極的に利用することが肝要である。

引用文献・参考文献

(1) 一般には、個別単位、普遍単位の用語が使用されるが、本稿では「単位量」を強調したいために語尾に「量」を付けている。

(2) 小泉袈裟勝著『単位のおはなし』日本規格協会、1990 年 2 月 20 日第 16 刷発行

(3) 松下佳代 松井幹夫 小島順 上垣渉著『分数指導の新しい方向をもとめて』数教協研究局、1997 年 8 月発行、pp.14-16

(4) 中西正治・西村徳寿「分割分数から量分数への指導に関する一考察」、大阪教育大学数学教室『数学教育研究』第 45 号、2016 年 7 月 31 日発行、pp.11-24

(5) 石原清貴・滝信吾著『算数書案 割合』ヒイラギ舎、2019 年 9 月 10 日発行　第 7 版

(6) 東京書籍『新しい算数 5 下』令和 3 年 7 月 10 日発行 p.70

(7) 中西正治「同分母分数のたし算に関する一考察 ―$\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{7}{20}$ はまちがいなのか？― 」三重大学教育学部研究紀要 73 巻（教育科学）2022 年 2 月 25 日発行 pp.143-150

(8) 藤澤利喜太郎編纂『算術教科書下巻』大日本図書、明治 31 年 1 月 17 日発行、pp.1-3

比の定義を以下のように説明している。

> 第一ノ數ノ中ニハ第二ノ數ガ幾ッ含マレ居ルカヲ索ムル爲メニ此二ッノ數ヲ比ベルヿヲ第一ノ數ノ第二ノ數ニ對スル**比**ヲ索ムトイフ。
>
> （中略）第一ノ數ノ第二ノ數ニ對スル比トハ第一ノ數ノ中ニ第二ノ數ガ幾ッ含マレ居ルトイフ意味ニ於ケル關係ナリトイフヲ得ベシ
>
> 第一ノ數ノ第二ノ數ニ對スル比ノ値ハ第一ノ數ヲ第二ノ數デ割リテ得ル商ニ等シ，（中略)，然レ𪜈屢〃比ノ値トイフベキヲ略シテ單ニ比トイフヿアリ、サレバ比トイフ辭ハ比ノ値トイフ意味ニモ用ヰラルルヿアリト知ルベシ、例ヘバ二ッノ比ガ相等シトハ其値ガ相等シトイフ意ナリ。
>
> 第一ノ數ノ第二ノ數ニ對スル比ヲ書キ表ハスニハ，第一ノ數ノ右ニ：ナル符號ヲ書キ其右ニ第二ノ數ヲ書クヲ法トス，（後略)
>
> 第一ノ數ノ第二ノ數ニ對スル比トイフ代リニ、第一ノ數ノ第二ノ數ニ對シテノ比，或ハ第一ノ數ト第二ノ數トノ比ト唱フルヿアリ
>
> 名數ヲ名數ニ比ベルヿノ出來ルハ同ジ種類ノモノニ限ルヿ勿論ナリ（後略)

a の中に b がいくつ含まれているのかを求めるために 2 つの数を比べることを、第一の数の第二の数に対する**比**を求めるというのである。a の b に対する比を $a : b$ と書き表す。

小学校の算数教科書の比の定義は「2 と 3 の割合を、「：」の記号を使って、2 : 3 と表すことがあります。2 : 3 は「二対三」と読みます。このように表された割合を、比といいます。2 : 3 は「2 と 3 の**比**」ともいいます。」（東京書籍『新しい算しい 6 年』令和 2 年 2 月 10 日発行 p.77）となっている。2 と 3 の割合が比というのである。この表現は 2 と 3 が同等に読み取れてしまう。藤澤の定義のように、2 の中に 3 がいくつ含まれているか、3 が基準となって 2 を見ることはこの定義からは読み取れない。

もう一つ注意すべきは「名數ヲ名數ニ比ベルヿノ出來ルハ同ジ種類ノモノニ限ルヿ勿論ナリ」である。

36(小カップ) : 24(中カップ) は許されないということである。