

—修士学位論文—

周波数応答に基づく数値最適化を用いた
モデル誤差抑制補償器のゲインスケジュールド設計
に関する研究

A Study on Frequency-Response-Based Gain-Scheduled Model
Error Compensator Tuning by Numerical Optimization

令和3年度

三重大学大学院 工学研究科
博士前期課程 電気電子工学専攻

伊東 航平

目次

第 1 章	緒言	1
1.1	研究背景と目的	1
1.2	論文の構成	3
第 2 章	モデル誤差抑制補償器	4
2.1	MEC の構造	4
2.2	フィードバック系に対する設計問題	6
2.3	MIMO 系に対する設計問題	7
2.4	外乱オブザーバとの比較	8
第 3 章	フィードバック系の MEC の設計問題に対する凸最適化問題への定式化	11
3.1	補償器の構造	11
3.2	CCCP を用いたゲインスケジュールド補償器の調整	12
3.3	ナイキスト軌跡に基づく安定制約	13
3.4	ゲインスケジュールド制御器 C_{FB} の調整	15
3.4.1	感度最小化	15
3.4.2	円条件による安定余裕の確保	16
第 4 章	MIMO 系に対するゲインスケジュールド補償器の調整	19
4.1	補償器構造	19
4.2	周波数応答を用いたゲインスケジュールド補償器の調整	19
4.2.1	2 ノルムによる評価	21
4.3	ナイキスト軌跡に基づく安定制約	22
第 5 章	数値シミュレーション	24
5.1	数値例 1	24
5.1.1	シミュレーション条件	24

5.1.2	シミュレーション結果	25
5.2	数値例 2	29
5.2.1	シミュレーション条件	29
5.2.2	シミュレーション結果	34
5.2.3	2 ノルムを用いた調整によるシミュレーション	39
第 6 章	結言	43
6.1	まとめ	43
6.2	今後の課題	44
	参考文献	45
	謝辞	48
	論文目録	49

第1章 緒言

1.1 研究背景と目的

近年モデルフリーな制御器設計法がさかんに研究されている。モデルフリーな制御器設計法には時間応答を用いる手法と周波数応答を用いる手法に大別できる。一方で、 H_∞ 制御器設計法を代表とする制御対象モデルを用いるモデルベース制御器設計法は古くから研究が行われている。モデルベース制御器設計法の利点は解析的に制御器設計を行うため、制御対象モデルが正確であれば、性能の高い制御器が得られる。しかし、低次かつ正確な制御対象モデルを得ることが困難である。制御対象モデルの正確さが不十分であるとき、制御対象モデルに対して制御仕様を満たすような制御器だとしても、実対象に適用すると、モデル化誤差が原因で、制御性能が悪化してしまう恐れがある。そのためロバスト性が高い制御器が要求されやすい。また、正確な制御対象モデルを得るためにはモデル同定の手順が要求される。そこで近年、モデル同定の手順を省いて制御器設計を行えるモデルフリーな制御器設計法が着目されている。その設計手法はモデル同定を必要とせず、入出力データから簡易に設計を実現できるということが一番の利点である。加えて、制御器構造は設計者が与えることができるため、低次数な制御器設計が可能である。時間応答を用いる手法は周波数応答の推定を行わないため、より簡易に制御器設計が可能である。特に文献 [1, 2] などの手法は 1 組の入出力データから設計が行われている。しかし、ナイキスト軌跡などを描画することは困難であるため、安定性を考慮しにくい。一方で、周波数応答を用いた設計法は周波数応答を得る手順は必要なものの、ボード線図やナイキスト軌跡に基づいて考えることができるため、安定性やロバスト性を設計問題に組み込むことが容易である。そこで本研究では周波数応答を用いた設計法に着目をしている。

周波数応答を用いた設計手法にも様々な設計仕様やアプローチがある。文献 [4] は RBode と呼ばれる Bode 線図を用いてロバスト性能条件を考慮する手法である。その手法の設計手順は手作業に基づいており、設計者に知識や熟練の技術を必要とする欠点がある。文献 [5, 6] ではモデルマッチング問題においてロバスト性能条件を考慮した設計問題を扱っており、非凸な設計問題を関式的に近似を用いて凸最適化問題として定式化を行い、自動的な制御器の分子調整を実現した。文献 [7] はロバスト性能条件の数式を近似

を用いて凸最適化問題として記述し、制御器の分母分子調整を行う手法を示している。文献 [8] では外乱オブザーバの帯域幅を拡大するための調整を行っている。その設計問題は複数の非凸な制約式をすべて凸近似し、最適化により自動的に調整する手法を示している。文献 [4, 5, 6, 7] は単一フィードバック系を想定しているが、文献 [8] で示すように 2 自由度系にもモデルフリーな設計は適用が可能である。そこで本研究では、2 自由度系を構成し、モデル化誤差を抑制することを目的に文献 [9] で提案されたモデル誤差抑制補償器に着目する。

モデル誤差抑制補償器 (MEC: Model Error Compensator)^[9, 10, 11, 12] は、2 自由度制御系を構成できるため、フィードバック制御器でノミナル性能を、誤差補償器でロバスト性を考慮できる。加えて、外乱オブザーバとは異なり、MEC の構造に制御対象の逆システムを用いないため、非線形な制御対象や非正方な多入力多出力 (MIMO: Multiple Input Multiple Output) 系にも有効な補償器である [11, 12]。MEC は制御対象モデルと実対象の出力の差を制御入力にフィードバックすることで実対象の出力の特性をモデルへ近づけることを考えている。その出力差は誤差補償器を通じてフィードバックされるため、誤差補償器のゲインを調整する必要がある。MEC の設計問題は補償器の設計パラメータに対して非線形な最適化問題となっている。そして、設計はモデルベース設計法 [9, 12] やメタヒューリスティックな解探索法の粒子群最適化^[10]、もしくは手作業^[11] で試行錯誤に調整されている。また、モデル化誤差が大きく見積もられた場合、保守的な補償性能しか得られない恐れがある。特にパラメータ依存の非線形な制御対象では、固定の補償器を用いると想定するモデル化誤差が制御対象のパラメータによって変化してしまう。ロバスト制御の考え方従うと、最も大きな不確かさを想定して補償器は設計されるべきである。そのため、固定の補償器では不確かさを大きく見積もることになり、保守的な補償性能になることが予想される。

そこで、本研究ではパラメータに依存する非線形システムに対し、制御対象の状態に応じて補償器のゲイン調整可能なゲインスケジュールド制御を導入することを考える。ゲインスケジュールド制御は一般的にモデルを用いて考えられるが、文献 [13] では周波数応答を用いて調整を行う手法が示されている。提案手法では周波数応答を用いて、文献 [9] で示された設計問題をゲインスケジュールド制御へ拡張する。これにより、制御対象のスケジューリング変数に応じて補償器のゲインが決定し、補償性能の向上が期待できる。また周波数応答を用いた設計とすることで制御対象のモデル同定を必要とせず調整ができる。本研究で示す設計問題は 1 入力 1 出力 (SISO: Single Input Single Output) 系と MIMO 系の制御対象に対してそれぞれ記述される。それらの設計問題はもとの MEC の

非線形な設計問題を近似を用いて凸最適化問題として定式化される。また、パラメータ変動システムの制御対象としてアームを介して制御される倒立振子 (図 5.5) を例に本手法を適用した結果を示す。

1.2 論文の構成

本研究では、周波数応答に基づく数値最適化を用いたモデル誤差抑制補償器のゲインスケジュールド設計を提案する。なお、本論文は全 6 章で構成されており、各章の構成は以下のとおりである。

第 2 章 モデル誤差抑制補償器

MEC のオリジナルの設計問題について説明する。

第 3 章 フィードバック系の MEC の設計問題に対する凸最適化問題への定式化

SISO 系における MEC の設計問題を近似を用いて凸最適化問題へと定式化する手法を示す。

第 4 章 MIMO 系に対するゲインスケジュールド補償器の調整

MIMO 系における MEC の設計問題を近似を用いて凸最適化問題へと定式化する手法を示す。

第 5 章 数値シミュレーション

SISO 系, SIMO 系のそれぞれの制御対象を用いた数値シミュレーションを示す。

第 6 章 結言

本研究のまとめと今後の課題を述べる。

第2章 モデル誤差抑制補償器

本章ではまず、MEC について文献 [9] に基づき補償器の特徴と設計問題について説明する。

2.1 MEC の構造

MEC はモデル化誤差を抑制するための補償器である。MEC の構造を図 2.1 に示す。ここで $P(s)$ は実際の制御対象, $P_n(s)$ はノミナルな制御対象, $D(s)$ は誤差補償器, $P'(s)$ は補償された制御対象である。ここで実際の制御対象 $P(s)$ とノミナル時の制御対象 $P_n(s)$ のモデル化誤差を $\Delta_p(s)$ とし, (2.1) 式のように定義する。

$$\Delta_p(s) = P(s) - P_n(s) \quad (2.1)$$

補償された制御対象 $P'(s)$ とノミナル時の制御対象 $P_n(s)$ のモデル化誤差を $\Delta'_p(s)$ とし, (2.2) 式のように定義する。

$$\Delta'_p(s) = P'(s) - P_n(s) \quad (2.2)$$

MEC の設計では誤差補償器 $D(s)$ を調整することで $\Delta'_p(s)$ を $\Delta_p(s)$ より小さくし, モデル化誤差を抑制することを考えている。ここで補償された制御対象 $P'(s)$ の伝達関数は u から y までで与えられ, (2.3) 式である。

$$P'(s) = \frac{1 + P_n(s)D(s)}{1 + (P_n(s) + \Delta_p(s))D(s)} (P_n(s) + \Delta_p(s)) \quad (2.3)$$

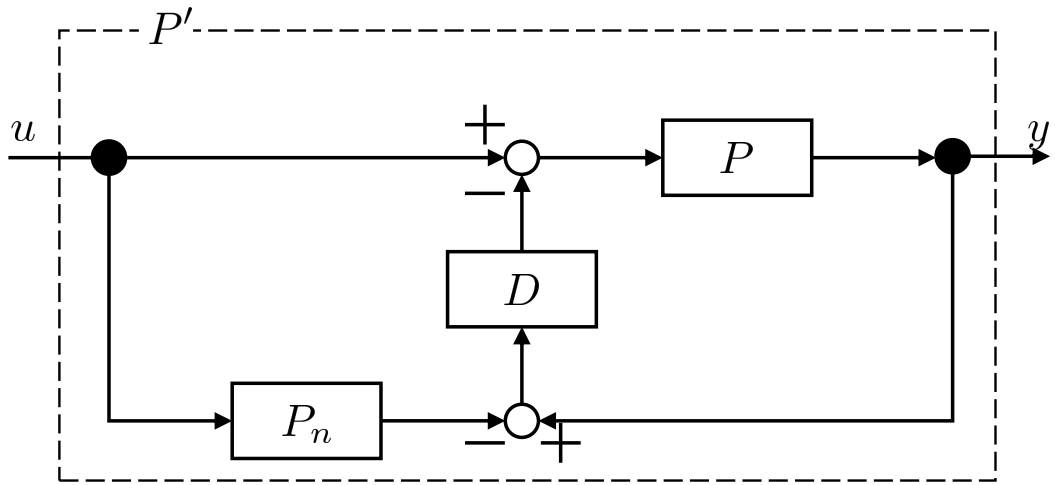


図 2.1: MEC のブロック線図

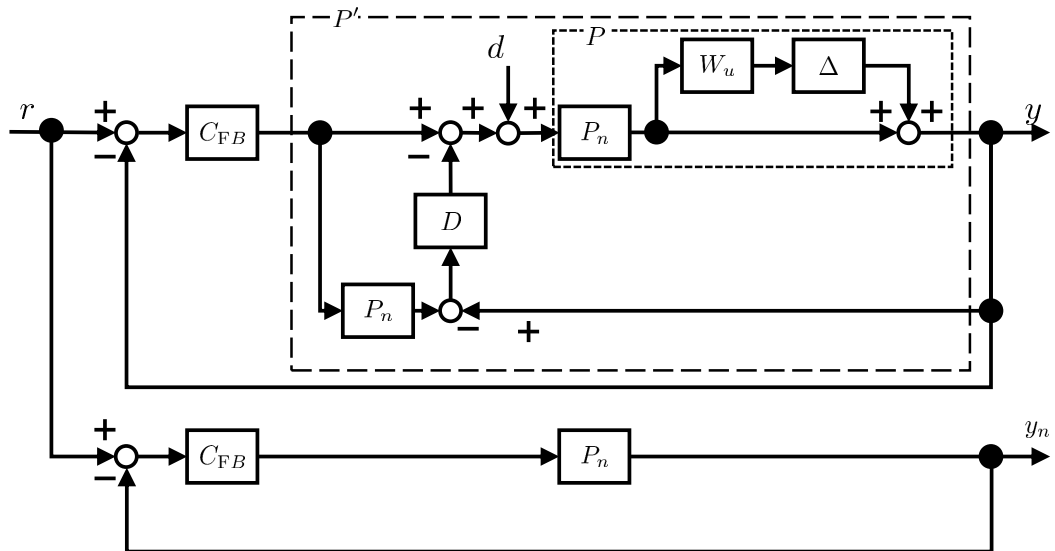


図 2.2: MEC を含むフィードバックブロック線図

2.2 フィードバック系に対する設計問題

本節では SISO フィードバック系に対する MEC の設計問題を与える。また、不確かさの重み関数は乗法的な不確かさとして扱われ、実際の制御対象 $P(s)$ は (2.4) 式で与えられる。

$$P(s) = P_n(s)(1 + \Delta(s)W_u(s)) \quad (2.4)$$

ここで $W_u(s)$ は不確かさを表す重み関数であり、 $\Delta(s)$ は $|\Delta(j\omega)| \leq 1$ を満たすスケールリングファクタである。また、(2.1) 式に従うと、 Δ_p は (2.5) 式で表される。

$$\Delta_p(s) = \Delta(s)W_u(s)P_n(s) \quad (2.5)$$

フィードバック系における MEC では図 2.2 に示す r から y までと r から y_n までの入出力関係を近づけ、モデル化誤差の抑制を考えている。(2.3) 式を用いると r から y までの伝達関数は (2.6) 式である。

$$\begin{aligned} \frac{y}{r} &= \frac{P'(s)C_{FB}(s)}{1 + P'(s)C_{FB}(s)} \\ &= \frac{(\Delta_p(s) + P_n(s))C_{FB}(s)(1 + D(s)P_n(s))}{(1 + D(s)P_n(s))(1 + P_n(s)C_{FB}(s)) + (D(s) + C_{FB}(s) + D(s)P_n(s)C_{FB}(s))\Delta_p(s)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

図 2.2 の下側で示されるノミナル時の閉ループ系の伝達関数 (r から y_n まで) は (2.7) 式である。

$$\frac{y_n}{r} = \frac{P_n(s)C_{FB}(s)}{1 + P_n(s)C_{FB}(s)} \quad (2.7)$$

r から y までと r から y_n までの入出力関係を近づけることを考えるため、(2.6) 式と (2.7) 式の差を取り、最小化することを考える。その差は (2.8) 式で表される。

$$\frac{y - y_n}{r} = \gamma_*(s)\Delta_p(s) \quad (2.8)$$

ここで $\gamma_*(s)$ は (2.9) 式で表される。

$$\begin{aligned} \gamma_*(s) &= \frac{C_{FB}(s)}{(1 + P_n(s)D(s))(1 + P_n(s)C_{FB}(s))^2 + \psi(s)} \\ \psi(s) &= (1 + P_n(s)C_{FB}(s))(C_{FB}(s) + D(s) + P_n(s)C_{FB}(s)D(s))\Delta_p(s) \end{aligned} \quad (2.9)$$

文献 [9] では (2.8) 式の最小化ではなく、 $|\Delta_p(j\omega)| \leq |W_e(j\omega)|$ を満たす重み関数 $W_e(s)$ を導入し、 $\gamma_*(s)$ と $W_e(s)$ の積を最小化することを考えている (最小化問題 (2.10))。

$$\min_D \|W_e(s)\gamma_*(s)\|_\infty \quad (2.10)$$

この最適化問題は $\gamma_*(s)$ の分母に補償器 $D(s)$ が含まれるため、補償器 $D(s)$ の設計パラメータに対して非線形な問題である。文献 [9, 10, 11] では、モデルベース設計法や手作業で設計がなされている。

2.3 MIMO 系に対する設計問題

本節では MIMO 系として制御対象や補償器を扱う。それに伴い、表記を $P(s) \rightarrow \mathbf{P}(s)$, $P_n(s) \rightarrow \mathbf{P}_n(s)$, $P'(s) \rightarrow \mathbf{P}'(s)$, $D(s) \rightarrow \mathbf{D}(s)$, $\Delta_p(s) \rightarrow \mathbf{\Delta}_p(s)$, $\Delta'_p(s) \rightarrow \mathbf{\Delta}'_p(s)$ とベクトル表記にする。加えて、不確かさの重み関数は、前節とは異なり、加法的な不確かさとして扱い、実際の制御対象は (2.11) 式で表されるとする。

$$\mathbf{P}(s) = \mathbf{P}_n(s) + \mathbf{\Delta}_p(s) \quad (2.11)$$

ここで $\mathbf{P}(s)$, $\mathbf{P}_n(s)$, $\mathbf{P}'(s)$ は m 入力 n 出力であり、 $\mathbf{D}(s)$ は n 入力 m 出力である。そして、 $\mathbf{\Delta}_p(s)$ は (2.12) 式で表される。

$$\mathbf{\Delta}_p(s) = \Delta(s)\mathbf{W}_u(s) \quad (2.12)$$

ここで $\mathbf{W}_u(s)$ は加法的な不確かさの重み関数であり、 $\mathbf{P}(s)$ と同様に m 入力 n 出力である。

SISO 系では (2.3) 式で表される補償された制御対象の伝達関数は行列を用いて表されるようになるため、改めて (2.13) 式で与えられる。

$$\mathbf{P}'(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{P}(s)\mathbf{D}(s))^{-1}\mathbf{P}(s)(\mathbf{I} + \mathbf{D}(s)\mathbf{P}_n(s)) \quad (2.13)$$

本節の設計問題では $\mathbf{\Delta}'_p(s)$ が $\mathbf{\Delta}_p(s)$ より小さくなるように補償器を設計することを考える。そのため、 $\mathbf{\Delta}'_p(s)$ の最小化を行う。(2.13) 式を用いると、 $\mathbf{\Delta}'_p(s)$ は (2.14) 式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta}'_p(s) &= \mathbf{P}'(s) - \mathbf{P}_n(s) \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{P}(s)\mathbf{D}(s))^{-1}\mathbf{P}(s)(\mathbf{I} + \mathbf{D}(s)\mathbf{P}_n(s)) \\ &\quad - (\mathbf{I} + \mathbf{P}(s)\mathbf{D}(s))^{-1}(\mathbf{I} + \mathbf{P}(s)\mathbf{D}(s))\mathbf{P}_n(s) \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{P}(s)\mathbf{D}(s))^{-1}(\mathbf{P}(s) - \mathbf{P}_n(s)) \\ &= \boldsymbol{\sigma}_*(\mathbf{D}(s), s)\mathbf{\Delta}_p(s) \end{aligned} \quad (2.14)$$

文献 [12] では前節と同様に重み関数 $\mathbf{W}_f(s)$ を与え、最小化問題を記述している ((2.15) 式)。

$$\min_D \|\mathbf{W}_f(s)\sigma_*(s)\|_\infty \quad (2.15)$$

この最適化問題は $\sigma_*(s)$ に補償器 $D(s)$ を含む逆行列が存在するため設計パラメータに対し、非線形な最適化問題である。文献 [12] ではモデルベース設計法で設計がなされている。

2.4 外乱オブザーバとの比較

SISO 系を例に MEC と外乱オブザーバ (DOB : disturbance observer) との比較を行う。DOB のブロック線図は図 2.3 に示す。図 2.2 と図 2.3 を比較するとブロック線図が似ていることが分かる。

MEC の利点は、制御対象モデルの逆システムを必要としない、ことである。欠点は、1. 誤差補償器 D の設計, 2. 外乱除去をするために誤差補償器に積分器を持たせること、の 2 点である。DOB の利点は、フィルタ Q をローパスフィルタにすることで簡便に外乱除去が実現できる、ことである。欠点は、制御対象モデルの逆システムを必要とする、ことである。MEC の利点は逆システムを得ることが困難な非線形な制御対象や正方システムでない MIMO 系に対して有効である。一方で、誤差補償器に積分器を持たせる必要性について考える。まず、図 2.2 の d から y までの伝達関数 ((2.16) 式) に着目する。

$$\frac{y}{d} = \frac{P(s)}{1 + P(s)C_{FB(s)} + P(s)D(s)(1 + P_n(s)C_{FB(s)})} \quad (2.16)$$

定常外乱除去のために 1 型サーボ系を構成したいと考えると、 $s = 0$ に (2.16) 式が零点を持つ必要があり、 $P(s)$ が $s = 0$ に零点を持たなければ、補償器 $D(s)$ もしくは制御器 $C_{FB(s)}$ に積分器を持たせる必要がある。DOB に関しても同様に d から y までの伝達関数を導出すると (2.17) 式になる。

$$\frac{y}{d} = \frac{1 - Q(s)}{P(s)(1 - Q(s) + 2P(s)C_{FB(s)} - C_{FB(s)}Q(s) + Q(s)P_n^{-1}(s)P(s))} \quad (2.17)$$

ここでステップ外乱入力を想定する場合、制御対象 $P(s)$ の相対次数に応じて、 Q は $\frac{1}{(\tau s + 1)^a}$ の a 次のローパスフィルタである。(2.17) 式の分子は $1 - Q(0) = 0$ となり、 $s = 0$ に零点を持つため、積分器を用いず 1 型サーボ系を構成できている。

本研究では 1 入力 2 出力の非正方システムである倒立振子を制御対象の一例として扱う。入出力数が異なるため、適用が容易である MEC に着目をした。本手法では設計パラメータに対して非線形な最適化問題である (2.9) 式, (2.15) 式を凸最適化問題として定式化を行った。

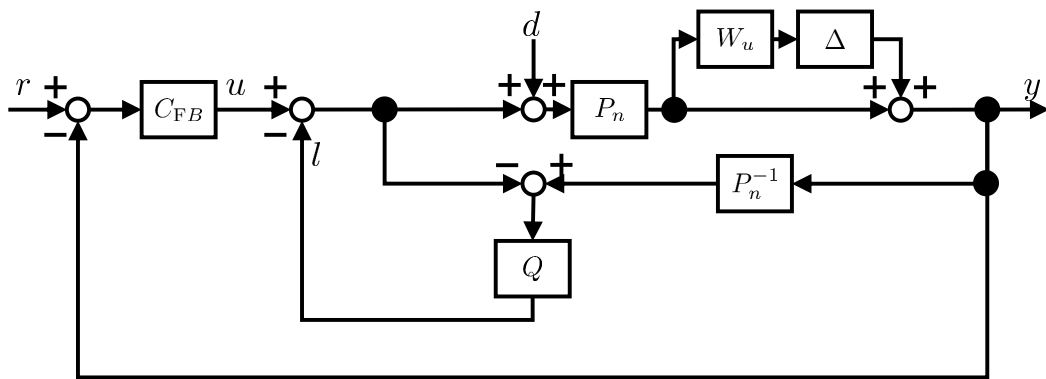


図 2.3: DOB を含むフィードバックブロック線図

第3章 フィードバック系のMECの設計問題に対する凸最適化問題への定式化

前章の最小化問題 (2.10) は補償器 $D(s)$ に対して非線形な設計問題であるため、求解が困難である。本章では近似を用いて設計問題を凸最適化問題へ定式化を行う。凸最適問題とすることで試行錯誤なく容易に求解を実現する。また、提案する設計問題は周波数応答を用いて記述される。

本章ではノミナルな制御対象 $P_n(s)$ を安定化する初期誤差補償器 $D_0(s)$ とフィードバック制御器 $C_{FB}(s)$ が少なくとも 1 つ存在し、既知であると仮定する。

3.1 補償器の構造

本手法は不確かさを大きく見積もってしまうことによる保守的な補償器の設計を避けることを目的にゲインスケジュールド補償器の調整を行う。ゲインスケジュールド補償器の構造は文献 [13] を参考に (3.1) 式のように設計パラメータに対して線形に定義する。

$$D(\boldsymbol{\rho}, \theta, s) = (\boldsymbol{\rho}\bar{\boldsymbol{\theta}})^T \boldsymbol{\psi}(s) \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{1,w-1} & \rho_{1,w-1} & \cdots & \rho_{1,0} \\ \rho_{2,w-1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{v,w-1} & \cdots & \cdots & \rho_{v,0} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}^T = [\theta^w \ \theta^{w-1} \ \cdots \ \theta^1 \ \theta^0] \quad (3.3)$$

$$\boldsymbol{\psi}^T(s) = [\psi_1(s) \ \psi_2(s) \ \cdots \ \psi_v(s)] \quad (3.4)$$

ここで $\boldsymbol{\rho}$ は $v \times w$ の設計パラメータ行列、 θ はスケジューリング変数、 $\psi_i(s) (i = 1, 2, \dots, v)$ は補償器の基底となる伝達関数、 w は制御パラメータを特徴づけるスケジューリング変数の次数であり、 $\boldsymbol{\rho}\bar{\boldsymbol{\theta}}$ によって v 個の θ の w 次多項式が得られる。そして、 $\boldsymbol{\rho}\bar{\boldsymbol{\theta}}$ は補償器のゲインを決定するため、スケジューリング変数 θ によってゲインが変

化することが分かる。

ゲインスケジュールド制御器設計では安定性の観点からスケジューリング変数の速度項 $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ について考慮する必要がある。しかし、本手法では周波数応答を用いた調整法であり、制御対象モデルを用いることができないため、スケジューリング変数の速度項に関しては低速で変化し、無視できるものと仮定する。加えて、設計問題ではスケジューリング変数 θ をいくつかの値に固定することで最適化問題を記述し、補償器の調整を行っている。補償器を実装する際は、 θ を補間することで補償器のゲインが決定される。

3.2 CCCP を用いたゲインスケジュールド補償器の調整

最小化問題 (2.10) 式に対し、新たに正の実数である γ を導入し、(3.6) 式を制約を持つ γ の最小化問題として書き直す。

$$\min_{\rho} \gamma \quad (3.5)$$

$$\text{s.t. } |\Delta_p(j\omega)\gamma_*(\rho, j\omega)| < \gamma \quad \forall \omega \quad (3.6)$$

CCCP(The Concave Convex Procedure)^[14, 15] は凸関数の差で表される非凸な評価関数もしくは制約式を含む最適化問題に対する計算アルゴリズムである。CCCP では、凸関数の差で表現される非凸な問題を線形近似を用いることで凸最適化問題へと定式化を行う。繰り返し凸最適化問題を行うことで評価関数の単調減少を保証しながら解更新を可能にし、準最適解を導出できる。

(3.6) 式は $\gamma_*(\rho, j\omega)$ の分母に補償器 $D(\rho, \theta, s)$ が含まれるため、設計パラメータ ρ に対して非線形な最適化問題である。凸関数の差で表すために (3.7) 式のように式変形を行う。

$$|\Delta_p(j\omega)C_{\text{FB}}(j\omega)| - \gamma|A(j\omega) + D(\rho, \theta, j\omega)B(j\omega)| < 0 \quad (3.7)$$

$$A(j\omega) = (1 + P_n(j\omega)C_{\text{FB}}(j\omega))^2 + (1 + P_n(j\omega)C_{\text{FB}}(j\omega))C_{\text{FB}}(j\omega)\Delta_p(j\omega)$$

$$B(j\omega) = (1 + P_n(j\omega)C_{\text{FB}}(j\omega))^2(P_n(j\omega) + \Delta_p(j\omega))$$

定数は凸関数であるため、左辺第 1 項 $|\Delta_p(j\omega)C_{\text{FB}}(j\omega)|$ は凸関数である。左辺第 2 項は設計パラメータ ρ を線形にパラメトライズした $D(\rho, \theta, s)$ を含む絶対値であるため、 ρ に関して凸関数である。左辺第 2 項を γ , ρ に関して前回の解まわりでテイラー展開をし、1 次近似を行うことで (3.7) 式を凸近似する。最終的には以下に定義される制約付き

の γ の最小化問題が繰り返し凸最適化問題として定式化される。

$$\min_{\rho} \gamma_k \quad (3.8)$$

$$\text{s.t. } \left| \Delta_p(j\omega) C_{\text{FB}}(j\omega) \right| - \text{Re} \left[\frac{E^*(j\omega)}{|E(j\omega)|} \{ \gamma_k E(j\omega) + \gamma_{k-1} (D_k(\rho, \theta, j\omega) - D_{k-1}(j\omega)) B(j\omega) \} \right] < 0 \quad (3.9)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

$$E(j\omega) = A(j\omega) + D_{k-1}(j\omega) B(j\omega)$$

ω_l は設計周波数点, l は周波数点の番号, k は繰り返し回数, N は周波数点の個数を示す。(3.9) 式は全ての周波数 ω について設計問題を解く必要があるが, 細かく刻まれた周波数点列 ω_l について (3.9) 式を連立することで問題を可解としている。

CCCP による計算アルゴリズムは前回の解まわりでテイラー展開による 1 次近似を行っているが, 凸最適化問題の評価関数は近似前の評価関数の上界であるため, 十分条件となっている。また, 繰り返し凸最適化問題を解くことで γ の単調収束を保証している。そのため, 非線形最適化やメタヒューリスティックな探索に比べ, 容易に準最適解を導出できる。しかし, 前回の解まわりでテイラー展開を行うため, 仮定した安定化初期補償器 $D_0(s)$ の初期パラメータを必要とする。

3.3 ナイキスト軌跡に基づく安定制約

(3.9) 式を制約とする γ の最小化問題のみを解いた場合, システムを不安定化させてしまう誤差補償器を導出する恐れがある。そこで, 繰り返し凸最適化問題を解く際に安定制約を設けることで安定化補償器を得ることを考える。文献 [9] で, MEC を含むフィードバック系であるブロック線図 (図 2.2) が内部安定であるための条件は, 制御器 $C_{\text{FB}}(s)$ によって閉ループが内部安定であるとき, 誤差補償器 $D(s)$ とノミナルモデル $P_n(s)$ によって構成される開ループ伝達関数 $L(s) = D(s)P_n(s)$ の閉ループが安定であれば良い, ということが示されている。そのため, $L(s) = D(s)P_n(s)$ のナイキスト軌跡に着目して安定制約を設ける。

文献 [16] では, 周波数応答のみを用いたナイキスト軌跡に基づく安定制約が提案されている。この安定制約は開ループ特性が臨界点を回る回数を制御器の更新前後で維持する制約である。そのため, 更新前の解が閉ループを安定化するのであれば, 更新後の解が閉ループを安定化することを保証する。

更新前の開ループ特性を $L_{k-1}(j\omega)$, 更新後の開ループ特性を $L_k(j\omega)$ とすると, 安定制約は (3.10) 式として表される。

$$|1 + L_{k-1}(j\omega_l)| > |L_{k-1}(j\omega_l) - L_k(j\omega_l)| \quad (3.10)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

ナイキスト線図上において, (3.10) 式の左辺は臨界点と更新前の開ループ特性との距離を表し, 右辺は更新前後の開ループ特性の距離を表している。左辺が右辺より大きくなるためには, $L_k(j\omega_l)$ が中心 $L_{k-1}(j\omega_l)$, 半径 $|1 + L_{k-1}(j\omega_l)|$ の臨界点を通る円内に位置することになる (図 3.1)。この制約は設計パラメータ ρ を含む $L_k(j\omega)$ に関して凸制約であるため, 近似を必要とせず利用できる。一方で 1 回目の最適化計算には $L_0(j\omega)$ が必要であるため, 仮定した閉ループを安定化する初期誤差補償器 $D_0(s)$ が必要である。

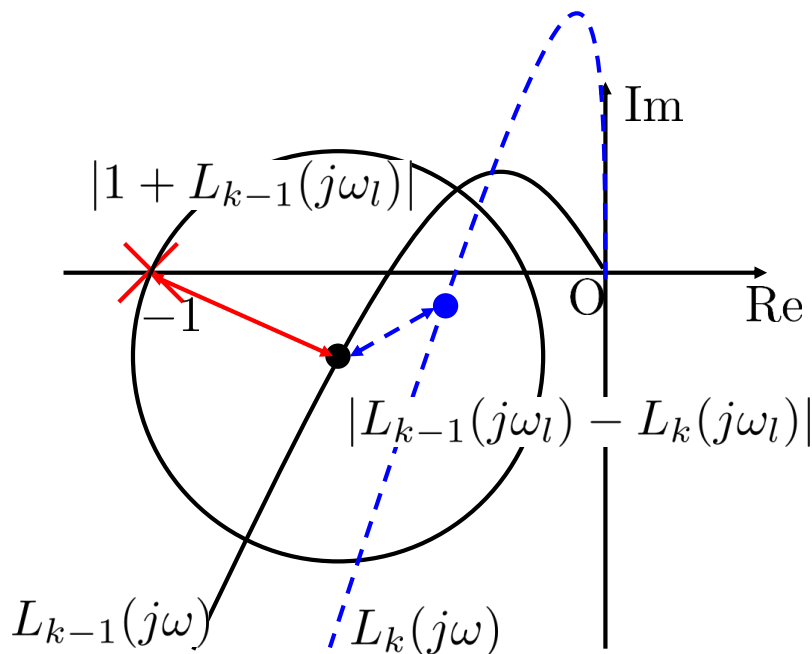


図 3.1: 周波数応答に基づくナイキスト軌跡の安定制約

3.4 ゲインスケジュールド制御器 C_{FB} の調整

DOB と同様に MEC を用いることで 2 自由度制御系を実現できる。適切な補償器を設計することでモデル化誤差を抑制できるため、ロバスト性を確保できる。そして $C_{\text{FB}}(\theta, s)$ はノミナル時における追従性能を向上させるように設計することが望ましい。性能の重み関数 $W_s(s)$ を導入し、低感度化を目指す。低感度化を実現するにあたり、安定限界付近の制御器を設計する恐れがある。それを防ぐために円条件^[17]を用いて、ゲイン余裕・位相余裕の安定余裕を確保しながら制御器 $C_{\text{FB}}(\theta, s)$ を設計する。

ゲインスケジュールド制御器 $C_{\text{FB}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, s)$ の構造はゲインスケジュールド補償器 $D(\boldsymbol{\rho}, \theta, s)$ の構造と同様であり、以下の構造を持つものとする。

$$C_{\text{FB}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, s) = (\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}} \bar{\boldsymbol{\theta}})^{\text{T}} \boldsymbol{\psi}_{\text{FB}}(s)$$

$$\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}} = \begin{bmatrix} \rho_{\text{FB},1,c-1} & \rho_{\text{FB},1,c-1} & \cdots & \rho_{\text{FB},1,0} \\ \rho_{\text{FB},2,c-1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{\text{FB},b,c-1} & \cdots & \cdots & \rho_{\text{FB},b,0} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}^{\text{T}} = [\theta^c \ \theta^{c-1} \ \cdots \ \theta^1 \ \theta^0]$$

$$\boldsymbol{\psi}_{\text{FB}}^{\text{T}}(s) = [\psi_{\text{FB},1}(s) \ \psi_{\text{FB},2}(s) \ \cdots \ \psi_{\text{FB},b}(s)]$$

3.4.1 感度最小化

制御器調整の評価関数には感度最小化を用いる。性能の重み関数 $W_s(s)$ を導入すると、感度最小化は以下の制約付きの δ の最小化問題として記述される。

$$\min_{\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}} \delta \quad (3.11)$$

s.t.

$$|W_s(j\omega)S'(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, j\omega)| < \delta \quad \forall \omega \quad (3.12)$$

$$S'(j\omega) = \frac{1}{1 + P'(j\omega)C_{\text{FB}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, j\omega)}$$

感度関数は分母にゲインスケジュールド制御器を含むため設計パラメータ $\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}$ に対して非線形な関数である。そのためこの問題も CCCP を用いて求解を行う。凸関数の差で表すため、(3.12) 式の制約を (3.13) 式に式変形をする。

$$|W_s(j\omega)| - \delta |1 + P'(j\omega)C_{\text{FB}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, j\omega)| < 0 \quad (3.13)$$

左辺第 1 項は定数であり、左辺第 2 項は ρ_{FB} に関して凸関数である。そこで左辺第 2 項を δ , ρ_{FB} の前回の解まわりでテイラー展開をし、1 次近似をする。それにより得られる制約式は (3.14) 式である。

$$|W_s(j\omega_l)| - \text{Re} \left[\frac{F^*(j\omega_l)}{|F(j\omega_l)|} \delta_p F(j\omega_l) + \delta_{p-1} (C_{\text{FB},p}(\rho_{\text{FB}}, \theta, j\omega_l) - C_{\text{FB},p-1}(j\omega_l)) P'(j\omega_l) \right] < 0 \quad (3.14)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

$$F(j\omega_l) = 1 + P'(j\omega_l) C_{\text{FB},p-1}(j\omega_l)$$

ここで p は繰り返し回数を示す。

3.4.2 円条件による安定余裕の確保

円条件^[17] では、ナイキスト線図上で禁止円を与え、その円内に開ループ特性 $L'_{\text{FB}}(\theta, j\omega) = P'_n(\theta, j\omega) C_{\text{FB}}(\theta, j\omega)$ が侵入しないように制御器を設計することで指定したゲイン余裕と位相余裕を確保することが可能となる。図 3.2 にナイキスト線図上の禁止円を示す。図 3.2 上のようにゲイン余裕 g_m , 位相余裕 α と定義する。2 点 $(-\frac{1}{g_m}, 0)$, $(-\cos \alpha, -\sin \alpha)$ を通る円が禁止円である。禁止円の中心 $(-a, j0)$ と半径 r は 2 点を通ることと実軸上の円の方程式 $(x - a)^2 + y^2 = r^2$ から (3.15) 式, (3.16) 式と導出できる。

$$a = \frac{g_m^2 - 1}{2g_m(g_m \cos \alpha - 1)} \quad (3.15)$$

$$r = \frac{(g_m - 1)^2 + 2g_m(1 - \cos \alpha)}{2g_m(g_m \cos \alpha - 1)} \quad (3.16)$$

ただし、この禁止円が内部に臨界点を含むために (3.17) 式, (3.18) 式を満たす g_m , α である必要がある。

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad (3.17)$$

$$1 < g_m \cos \alpha \quad (3.18)$$

ナイキスト線図上で開ループ特性 $L'_{\text{FB}}(\rho_{\text{FB}}, \theta, j\omega)$ が禁止円の外側に存在する条件は (3.19) 式で表される。

$$r < |L'_{\text{FB}}(\rho_{\text{FB}}, \theta, j\omega) + a| \quad \forall \omega \quad (3.19)$$

(3.19) 式は設計パラメータ ρ_{FB} に関して非凸な制約であるため、この制約式も CCCP を用いて凸な制約式として近似することで、まず (3.19) 式を (3.20) 式のように凸関数の差

で表す。

$$r - |L'_{\text{FB}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, j\omega) + a| < 0 \quad (3.20)$$

左辺第 2 項目を $\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}$ に関してテイラー展開を行い、1 次近似を行うことで (3.21) 式が得られる。

$$r - \text{Re} \left[\frac{V^*(j\omega_l)}{|V(j\omega_l)|} (P'(j\omega_l) C_{\text{FB},p}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, j\omega_l) + a) \right] < 0 \quad (3.21)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

$$V(j\omega_l) = a + P'(j\omega_l) C_{\text{FB},p-1}(j\omega_l)$$

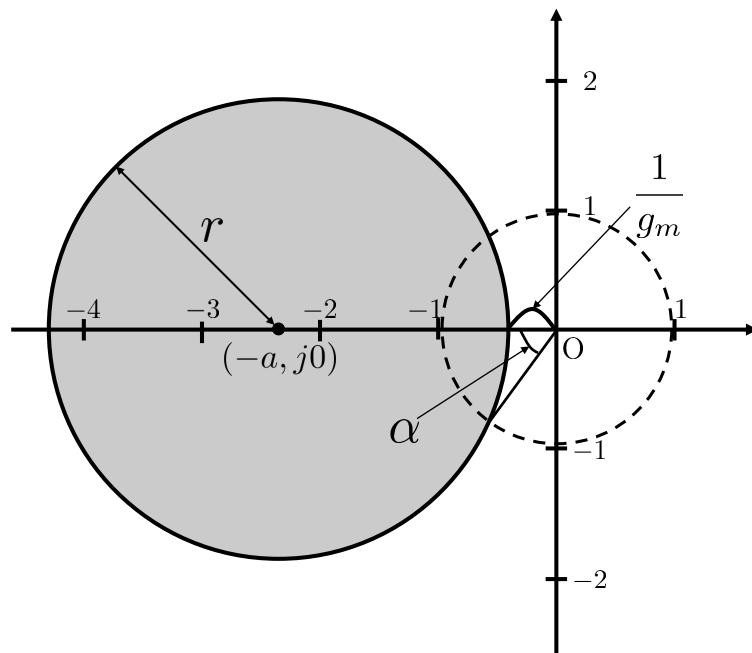


図 3.2: 円条件

最終的にフィードバック制御器 $C_{\text{FB}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, j\omega)$ の設計問題は (3.14) 式と (3.21) 式を制約とする δ の最小化問題である。

$$\min_{\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}} \delta_p \quad (3.22)$$

s.t.

$$\begin{aligned} |W_s(j\omega_l)| - \text{Re} \left[\frac{E^*(j\omega_l)}{|E(j\omega_l)|} \delta_p E(j\omega_l) \right. \\ \left. + \delta_{p-1} (C_{\text{FB},p}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, j\omega) - C_{\text{FB},p-1}(j\omega_l)) P'(j\omega_l) \right] < 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} r - \text{Re} \left[\frac{F^*(j\omega_l)}{|F(j\omega_l)|} (P'(j\omega_l) C_{\text{FB},p}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, j\omega_l) + a) \right] < 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

これにより、フィードバック制御器の調整も繰り返し凸最適化問題として定式化ができた。補償器 $D(\boldsymbol{\rho}, \theta, s)$ と制御器 $C_{\text{FB}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{FB}}, \theta, s)$ の調整は γ と δ の設計問題を交互に解き、評価値が収束するまで繰り返される。また、設計問題ではスケジューリング変数 θ を固定し、評価を行っているため、 $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ のスケジューリング変数の速度項を考慮していないため、厳密に安定性を確保できてはいない。ゲインスケジュールド補償器と制御器は実装される際は、 θ を補間し、ゲインを決定している。最適化計算は MATLAB にてソルバー `sdpt3`[18] を用いて行われる。

第4章 MIMO系に対するゲインスケジュールド補償器の調整

2章の最小化問題 (2.15) は補償器 $D(s)$ に対して非線形な設計問題である。本章では、求解を容易にするため、近似を用いて反復 LMI として設計問題を定式化する。

本章ではスケジューリング変数 θ をもつノミナルな制御対象 $P_n(\theta, s)$ を安定化する初期誤差補償器 $D_0(s)$ が少なくとも1つ存在し、既知であると仮定する。またスケジューリング変数 θ は1変数である。

4.1 補償器構造

補償器は MIMO 系であるため、(4.1) 式で定義する。

$$D(\mathbf{rho}, \theta, s) = \begin{bmatrix} D_{1,1}(\mathbf{rho}, \theta, s) & D_{1,2}(\mathbf{rho}, \theta, s) & \cdots & D_{1,n}(\mathbf{rho}, \theta, s) \\ D_{2,1}(\mathbf{rho}, \theta, s) & D_{2,2}(\mathbf{rho}, \theta, s) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ D_{m,1}(\mathbf{rho}, \theta, s) & \cdots & \cdots & D_{m,n}(\mathbf{rho}, \theta, s) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

(4.1) 式の $m \times n$ 個の各要素は (3.1) 式で定義した補償器と同様に定義されるものとする。

4.2 周波数応答を用いたゲインスケジュールド補償器の調整

最小化問題 (2.15) 式に対し、新たに正の実数である σ を導入し、(4.3) 式を制約に持つ σ の最小化問題として書き直す。

$$\min_{\rho} \sigma \quad (4.2)$$

$$\text{s.t. } \|\sigma_*(\rho, j\omega)\|_{\infty} < \sigma \quad \forall \omega \quad (4.3)$$

(4.3) 式のノルム制約は (4.4) 式の周波数応答を用いた式に書き換えることができる。ただし $\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega) = \mathbf{I} + \mathbf{P}(\theta, j\omega)\mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega)$ と定義する。

$$\sigma^2 \mathbf{I} - (\mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l))^* \mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) > 0 \quad (4.4)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

ここで \bullet^* は共役複素転置を表す。本来, (4.4) 式は全ての周波数 ω について設計問題を解く必要があるが, 細かく刻まれた周波数点列 ω_l について (4.4) 式を連立することで問題を可解としている。(4.4) 式を整理すると (4.5) 式が得られる。

$$\mathbf{H}^*(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) - \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{I} > 0 \quad (4.5)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

しかし, (4.5) 式は $\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l)$ に対して 2 次行列不等式 (QMI : quadratic matrix inequality) となっている。そのため, 設計パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ に対して, 非線形な制約である。QMI の解集合は非凸集合であるため, 求解が困難である。そこで文献 [19] で提案された手法を用いて反復 LMI として記述することで求解を行う。(4.6) 式の式変形を用いることで, $\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l)$ の 2 次関数の部分をアフィンな関数として置き換える。任意の $\tilde{\mathbf{H}}(j\omega)$ に対して

$$(\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) - \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l))^* (\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) - \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l)) > 0$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

が成り立つことを利用すると,

$$\begin{aligned} & \mathbf{H}^*(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) > \\ & \mathbf{H}^*(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) + \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) - \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) \end{aligned} \quad (4.6)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

を得る。(4.6) 式の右辺を (4.5) 式の左辺第 1 項目に代入すると, (4.5) 式の十分条件として (4.7) 式を得る。

$$\begin{aligned} & \mathbf{H}^*(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) + \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l) \\ & - \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) - \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{I} > 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

また、 σ は正の実数であるため、 $\sigma^2 > 0$ であることから、シュール補題を用いると (4.8) 式を制約とする σ^2 の最小化問題として設計問題が記述される。

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{\rho}} \sigma^2 \\ \text{s.t.} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \sigma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \\ & \text{for } l = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) = & \mathbf{H}^*(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) + \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) \\ & - \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) \end{aligned}$$

この設計問題を繰り返し解くことによって求解する。また、 $\tilde{\mathbf{H}}(j\omega)$ は 1 回前の最適化計算で得られたパラメータを用いて、(4.9) 式のように更新される。

$$\tilde{\mathbf{H}}(j\omega) = \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}_{k-1}, \theta, j\omega) \quad (4.9)$$

(4.9) 式とすることで、最適化計算が収束している付近では $\mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}_{k-1}, \theta, j\omega) \simeq \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega)$ であり、(4.6) 式で用いた近似が精度よく成り立つ。そのため、収束している付近は、もとの問題である (4.4) 式と同等の問題を扱っていることになる。また、1 回目の最適化計算時には仮定した $\mathbf{D}_0(s)$ を用いる。

この最適化計算は CCCP と同様に大域的最適解に収束する保証はなく、局所最適解に収束する可能性がある。しかし、繰り返し最適化を解くことで σ^2 の単調収束を保証しているうえ、CCCP のようにテイラー展開による 1 次近似を行う必要がない。そのため、非線形最適化やメタヒューリスティックな探索に比べ、容易に準最適解を導出できる。

4.2.1 2 ノルムによる評価

5 章で (4.8) 式を含む σ^2 の最小化問題を用いて数値シミュレーションを行った結果を示すが、良い設計結果とはなっていない。理由の 1 つとして考えられるのが評価している周波数帯域における σ^2 の最大値の最小化問題である、ということである。そこで、評価している周波数帯域の 2 ノルムを考慮することとした。文献 [20] では評価値を周波数関数として、その評価値を積分することで 2 ノルムの評価としている。本研究でも同様に周波数点ごとに評価関数を与える。

設計問題は先ほどのものと大きく変わらず、 σ を $\boldsymbol{\sigma}$ と変更し、周波数点の関数とする。その $\boldsymbol{\sigma}$ は (4.10) 式で表す。

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1(j\omega_1), \sigma_2(j\omega_2), \dots, \sigma_N(j\omega_N)] \quad (4.10)$$

もともと σ^2 は (4.4) 式で示すように $(\mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l))^* \mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l)$ の最大特異値となっている。この σ を角周波数点について σ_l ($l = 1, 2, \dots, N$) のように、評価している周波数点の全てに与えることでそれぞれの周波数点の $(\mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l))^* \mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\rho}, \theta, j\omega_l)$ の最大特異値が得られる。そのため、 σ_l^2 の総和をとることで評価している全ての周波数点を評価値に組み込むことができる。まとめると制約付きの σ における 2 ノルムの最小化問題は以下のように記述される。

$$\min_{\boldsymbol{\rho}} \sum_{l=1}^N \sigma_l^2 \quad (4.11)$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \sigma^2(j\omega_l) \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.12)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) = & \mathbf{H}^*(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) + \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) \\ & - \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) \end{aligned}$$

4.3 ナイキスト軌跡に基づく安定制約

3 章と同様に (4.8) 式もしくは (4.12) 式を制約とする σ^2 もしくは $\sum_{l=1}^N \sigma_l^2$ の最小化問題のみを解いた場合、安定化補償器が得られない可能性がある。そこで、 $\mathbf{L} = \mathbf{P}_n \mathbf{D}$ に着目して安定制約を考慮する。

MIMO 系におけるナイキスト軌跡は開ループ特性の固有値軌跡を用いて考えられる。しかし、本紙の数値シミュレーションでは制御対象として 1 入力 2 出力の倒立振子を扱い、補償器 \mathbf{D} は 2 入力 1 出力である。制御対象の伝達関数行列を $\mathbf{P}_n = [P_{n11} \ P_{n21}]^T$ 、補償器の伝達関数行列を $\mathbf{D} = [D_{11} \ D_{12}]$ としたとき、開ループ特性は (4.13) 式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \mathbf{P}_n \mathbf{D} \\ &= \begin{bmatrix} P_{n11} D_{11} & P_{n11} D_{12} \\ P_{n21} D_{11} & P_{n21} D_{12} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

\mathbf{L} の固有値 λ は $\lambda = 0$, $P_{n11} D_{11} + P_{n21} D_{12}$ となる。固有値が 0 の固有値軌跡は意味を持たない。また、 $P_{n11} D_{11} + P_{n21} D_{12}$ は制御対象と補償器の乗じる順番を入れ替えた (4.14) 式の $\tilde{\mathbf{L}}$ の固有値と同じである。

$$\tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{D} \mathbf{P}_n = D_{11} P_{n11} + D_{12} P_{n21} \quad (4.14)$$

そのため、 \tilde{L} のみから得られるナイキスト軌跡を用いて SISO 系と同様の安定判別を行う。安定判別の手法は 3 章と同様であるため、(4.15) 式を用いる。

$$|1 + \tilde{L}_{k-1}(\boldsymbol{\rho}_{k-1}, \theta, j\omega_l)| > |\tilde{L}_{k-1}(\boldsymbol{\rho}_{k-1}, \theta, j\omega_l) - \tilde{L}_k(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l)| \quad (4.15)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

最終的にある固定された θ に対する $\mathbf{D}(\boldsymbol{\rho}, \theta, s)$ を調整する設計問題は (4.8) 式と (4.15) 式を制約式とする σ^2 の最小化問題となる。

$$\min_{\boldsymbol{\rho}} \sigma^2 \quad (4.16)$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \sigma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \quad (4.17)$$

$$|1 + \tilde{L}_{k-1}(\boldsymbol{\rho}_{k-1}, \theta, j\omega_l)| > |\tilde{L}_{k-1}(\boldsymbol{\rho}_{k-1}, \theta, j\omega_l) - \tilde{L}_k(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l)|, \quad (4.18)$$

for $l = 1, 2, \dots, N$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) = & \mathbf{H}^*(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) + \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \mathbf{H}(\boldsymbol{\rho}_k, \theta, j\omega_l) \\ & - \tilde{\mathbf{H}}^*(j\omega_l) \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_l) \end{aligned}$$

2 ノルムの設計問題にも同様の安定制約が課される。

この設計問題ではいくつかの値に θ を固定することで評価を行っているため、始めに述べたように、 $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ のスケジューリング変数の速度項を考慮していない。また補償器を実装する際には θ を補間し、ゲインを決定している。

第5章 数値シミュレーション

本章では制御対象の周波数応答を用いたゲインスケジュールド補償器の調整の数値シミュレーションを示す。数値例 1 では 3 章で示した SISO 系におけるゲインスケジュールド補償器とゲインスケジュールド制御器の調整を示す。数値例 2 では 4 章で示した MIMO 系に対するゲインスケジュールド補償器の調整を示す。

5.1 数値例 1

3 章で示した γ と δ の最小化問題を解くことで誤差補償器 $D(\rho, \theta, s)$ と制御器 $C_{\text{FB}}(\rho_{\text{FB}}, \theta, s)$ のパラメータ調整を行う。

5.1.1 シミュレーション条件

制御対象は (5.1) 式で表される、スケジューリング変数によって共振位置が変化するシステムを想定する。

$$P(\theta, s) = \frac{\omega_0^2(\theta)}{s^2 + 0.2\omega_0(\theta)s + \omega_0^2(\theta)} \quad (5.1)$$

$$\omega_0(\theta) = 2 + 0.2\theta \quad (5.2)$$

$$\theta \in [-1, 1] \quad (5.3)$$

スケジューリング変数 θ は等間隔に 21 点取得した。モデル化誤差は乗法的な不確かさを想定し、その重み関数 $W_u(s)$ は (5.4) 式で与えた。

$$W_u(s) = \frac{0.5s + 10}{s + 10} \quad (5.4)$$

$C_{\text{FB}}(\theta, s)$ 調整時の感度最小化に用いる性能の重み関数は $W_s(s)$ は (5.5) 式で与えた。

$$W_s(s) = \frac{0.85(s + 800)}{100s + 10} \quad (5.5)$$

円条件に用いたゲイン余裕 g_m 、位相余裕 α は $g_m = 3(9.54 \text{ dB})$ 、 $\alpha = \frac{5}{18}\pi$ である。調整時において、制御対象や重み関数は周波数応答で与えられる。その設計周波数点は

$10^{-2} \sim 300 \text{ rad/s}$ を対数的に等間隔に 300 点と取った。CCCP ではテイラー展開を用いるため、システムを安定化する初期解を必要とする。初期誤差補償器 $D_0(\theta, s)$ は固定制御器として初期パラメータを安定化補償器となるように試行錯誤的に与え、(5.6) 式で表される。

$$D_0(s) = 88 + \frac{60.2}{s} + \frac{2.20s}{1 + 0.01s} \quad (5.6)$$

初期制御器 $C_{\text{FB}0}(\theta, s)$ は (5.7) 式で表される。

$$C_{\text{FB}0}(\theta, s) = \frac{1}{1 + 0.1s} \left\{ (0.0049\theta + 0.216) + (-0.102\theta + 3.42) \frac{1}{s} + (-0.183\theta + 0.883)s \right\} \quad (5.7)$$

本手法では補償器と制御器の調整は交互に行われる。終了条件は、 $D(\rho, \theta, s)$, $C_{\text{FB}}(\rho_{\text{FB}}, \theta, s)$ の個々の調整に関しては繰り返し前後の評価値 γ , δ の変化量が 1% 以内となることが 5 回連続で発生した場合に収束したとみなした。また、最終的に $D(\theta, s)$ と $C_{\text{FB}}(\theta, s)$ の調整の終了は $C_{\text{FB}}(\theta, s)$ の調整後の評価値 δ を繰り返しごとに比較し、その変化量が 1% 以内となることが 5 回連続で発生した場合に収束したとみなした。

5.1.2 シミュレーション結果

調整後の誤差補償器 $D(\theta, s)$ は (5.8) 式である。

$$D(\theta, s) = (19.1\theta + 83.4) + (-37.0\theta + 83.4) \frac{1}{s} + (-0.475\theta + 3.78) \frac{s}{1 + 0.01s} \quad (5.8)$$

調整後の制御器 $C_{\text{FB}}(\theta, s)$ は (5.9) 式である。

$$C_{\text{FB}}(\theta, s) = \frac{1}{1 + 0.1s} \left\{ (-0.163\theta + 0.854) + (-0.149\theta + 11.7) \frac{1}{s} + (-0.744\theta + 2.98)s \right\} \quad (5.9)$$

初期解と比較したそれぞれの評価値を表 5.1, 表 5.2 に示す。図 5.1 に $\theta = -1$ のときの不確かさを含む制御対象 $P(-1, j\omega)$, ノミナルな制御対象 $P_n(-1, j\omega)$, 補償後の制御対象 $P'(-1, j\omega)$ (初期解と調整後) のゲイン線図を示す。誤差補償器 $D(\theta, s)$ は表 5.1 から最適化計算により評価値を減少させることが可能であった。また、図 5.1 から調整後の誤差補償器の方が 20rad/s 付近で初期補償器に比べノミナル時の周波数応答に近づいていることが分かる。 θ が他の値である場合にも、初期の固定補償器に比べ、20rad/s 付近の共振を抑えることができ、ノミナルな制御対象の特性に近づけることが確認できた。

制御器 $C_{FB}(\theta, s)$ に関しても、表 5.2 から評価値が減少し、1 未満となっていることからノミナル性能を満たす制御器の調整ができた。 $\theta = -1$ のときの感度関数 $S'(-1, s)$ と性能の重み関数の逆数 $W_s^{-1}(s)$ のゲイン線図を図 5.2 に示す。感度最小化により、低周波から中周波域で低感度化が実現していることが分かる。 θ が他の値である場合でも初期制御器に比べ低域から中域での低感度化が実現し、 $W_s^{-1}(s)$ より小さい感度であることが確認できた。また、図 5.3 にナイキスト線図を示す。円条件により開ループ特性が禁止円に侵入しておらず、指定した安定余裕を確保していることが分かる。

表 5.1: γ の評価関数

	初期誤差補償器	調整後誤差補償器
評価値	31.72	15.59

表 5.2: δ の評価関数

	初期誤差補償器	調整後誤差補償器
評価値	3.347	0.9441

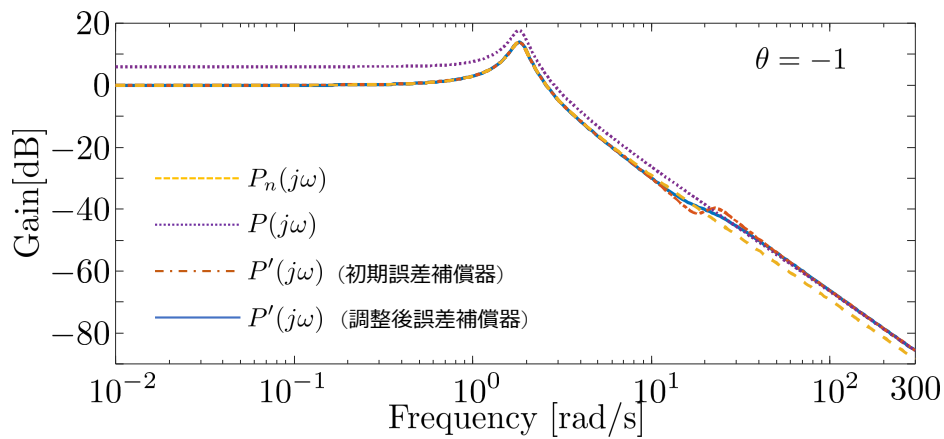


図 5.1: 制御対象ゲイン線図

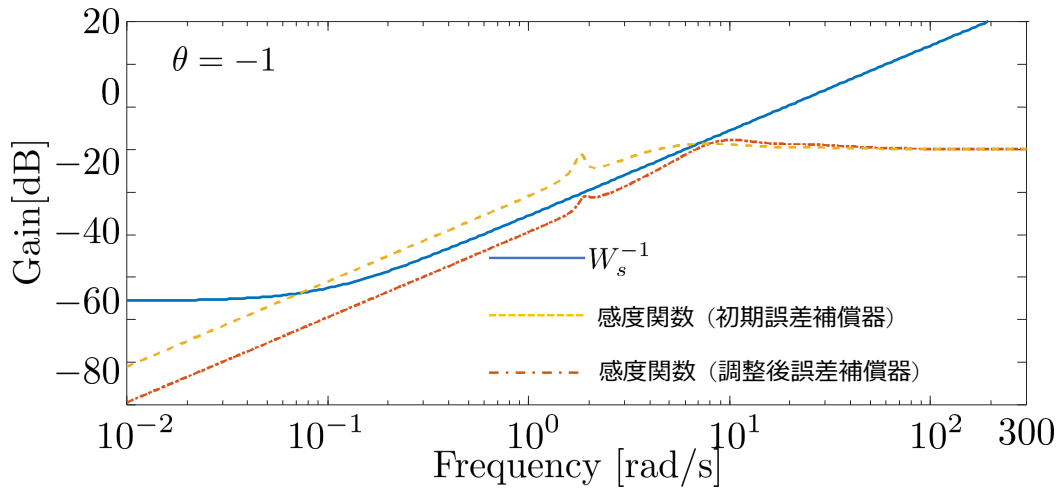


図 5.2: 感度関数のゲイン線図

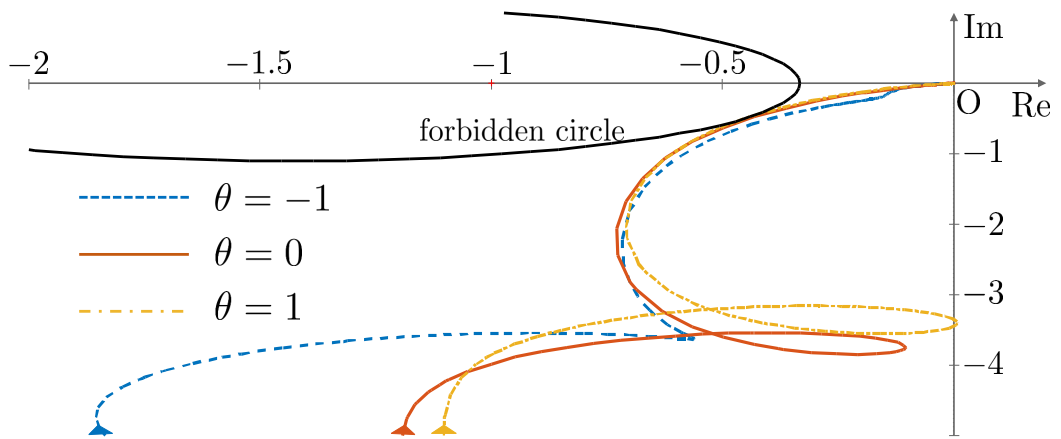


図 5.3: ナイキスト線図

Simulink 上で調整した補償器を用いて、時間応答を取得した。制御器は調整したものをを用いる。指令値はステップ応答とし、スケジューリング変数 θ は $\theta(t) = \sin 20t$ と変化すると仮定した。スケジューリング変数を正弦波とすることで $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ が変化するようにしている。図 5.4 にノミナル時との時間応答の差のプロットを示す。平均二乗誤差 (MSE : Mean Square Error) と最大値 (MAX) を用いて評価を行う。それらをまとめた値は表 5.3 に示す。補償器がない時に比べ補償器を加えたほうが MSE, MAX ともに減少している。しかし、ゲインスケジューリング化をしたことによる改善は MSE の評価からは見受けられない。ただし, MAX は 20% 近く減少している。

表 5.3: 時間応答における MSE と MAX

	MSE	MAX
補償無し	0.0141	0.3967
初期補償器	0.0039	0.2771
調整後補償器	0.0038	0.2252

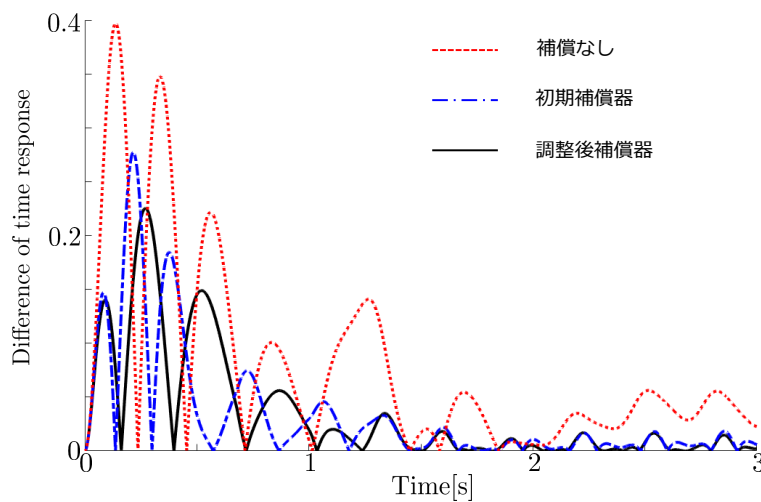


図 5.4: 時間応答の差のプロット

5.2 数値例 2

4 章で示した σ^2 の最小化問題を解くことで誤差補償器 $D(\rho, \theta, s)$ のパラメータ調整を行う。

5.2.1 シミュレーション条件

制御対象は図 5.5 に示す倒立振子を扱う。モータのトルク τ が入力、アーム角度 θ と振り子角度 ϕ が出力の 1 入力 2 出力のシステムである。アーム角度 θ によって制御対象の特性が変化するため、 $\cos \theta$ をスケジューリング変数として扱う。ノミナルモデルを得るために制御対象の状態方程式の導出を以下に示す。

図 5.5 中と表 5.4 中のパラメータを用いるとアームの運動エネルギー T と位置エネルギー U が以下のように得られる。

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}(m_1 \dot{\theta}^2 l_1^2 + J_1 \dot{\theta}^2 + J_2 \dot{\phi}^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} m_2 \{ \dot{\theta}^2 L_1^2 + \dot{\phi}^2 l_2^2 + 2\dot{\theta} \dot{\phi} L_1 l_2 (\cos \theta \cos \phi + \sin \theta \sin \phi) \} \\ U &= m_1 g l_1 \cos \theta + m_2 g (L_1 \cos \theta + l_2 \cos \phi) \end{aligned}$$

またアームの散逸エネルギー以下とする。

$$F = \frac{1}{2} \mu_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \mu_2 (\dot{\phi} - \dot{\theta})^2$$

ラグランジュの運動方程式よりアームの運動方程式 (5.10) 式と振り子の運動方程式 (5.11) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \tau &= J_a \ddot{\theta} + Z_1 \cos(\theta - \phi) \ddot{\phi} + Z_1 \sin(\theta - \phi) \dot{\phi}^2 \\ &\quad + \mu_2 (\dot{\theta} - \dot{\phi}) + \mu_1 \dot{\theta} - Z_2 \sin \theta \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} 0 &= J_p \ddot{\phi} + Z_1 \cos(\theta - \phi) \ddot{\theta} - Z_1 \sin(\theta - \phi) \dot{\theta}^2 \\ &\quad - \mu_2 (\dot{\theta} - \dot{\phi}) - Z_3 \sin \phi \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$J_a = J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2$$

$$J_p = J_2 + m_2 l_2^2$$

$$Z_1 = m_2 L_1 l_2$$

$$Z_2 = (m_1 l_1 + m_2 L_1) g$$

$$Z_3 = m_2 l_2 g$$

速度の 2 乗項や三角関数が含まれるため非線形な制御対象である。非線形項に対して線形近似を行い、それをノミナルモデルとして扱う。 ϕ に関しては振り子の倒立状態を維持

しながら制御をするため ϕ が十分小さいとして $\phi \simeq 0$, $\sin \phi \simeq \phi$ として近似する。またアームと振子の速度は小さいものとして速度の 2 乗項は無視する。 θ に関しては $\cos \theta$ をマクローリン展開すると以下の式が得られる。

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} \cdots$$

右辺第 2 項目まで考慮すると以下の式が得られる。

$$\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2!}$$

スケジューリング変数 $\cos \theta$ を含むパラメータ p を (5.12) 式のように定義する。

$$p = 1 - \cos \theta \simeq \frac{\theta^2}{2} \quad (5.12)$$

$\sin \theta$ も同様にマクローリン展開の第 2 項目までの近似を行うと

$$\sin \theta \simeq \theta - \frac{\theta^3}{3!} \quad (5.13)$$

となり、パラメータ p を用いて (5.14) 式で表される。

$$\sin \theta \simeq \theta \left(1 - \frac{p}{3}\right) \quad (5.14)$$

上記の近似を用いると, (5.10), (5.11) 式の運動方程式が (5.15), (5.16) 式と記述される。

$$\tau = J_a \ddot{\theta} + Z_1(1-p)\ddot{\phi} + (\mu_1 + \mu_2)\dot{\theta} - \mu_2\dot{\phi} - Z_2\left(1 - \frac{1}{3}p\right)\theta \quad (5.15)$$

$$0 = J_p \ddot{\phi} + Z_1(1-p)\ddot{\theta} - \mu_2\dot{\theta} + \mu_2\dot{\phi} - Z_3\phi \quad (5.16)$$

このディスクリプタシステムは以下のように表される。

$$\mathbf{E} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \mathbf{B}\tau$$

$$\begin{bmatrix} \theta & \phi \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_a & Z_1(1-p) \\ 0 & 0 & Z_1(1-p) & J_p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ Z_2(1-\frac{1}{3}p) & 0 & -(\mu_1 + \mu_2) & \mu_2 \\ 0 & Z_3 & \mu_2 & -\mu_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

\mathbf{E} , \mathbf{A} 行列にパラメータ p が含まれるため、制御対象がパラメータ変動システムであることが分かる。数値シミュレーションではスケジューリング変数に含まれる θ は $\theta \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ の範囲で等間隔に 11 点取得した。

設計周波数点は $10^{-2} \sim 10^3$ の間で 500 点取得した。

加法的不確かさは制御対象と同じ入出力数を持つため 1 入力 2 出力であり、 $\mathbf{W}_u = [W_{u1} \ W_{u2}]^T$ である。数値シミュレーションではアームと振子の長さ、重さにそれぞれ 0.8, 1, 1.2 倍のパラメータ変動が生じたと仮定した。アームの長さ、重さ、振子の長さ、重さの 4 種類のパラメータがあるため、変動するパラメータの組み合わせに基づき $3^4 - 1 = 80$ 種類 (ノミナル時は含まれない) の変動モデルを得た。不確かさは (2.1) 式に則り、その変動モデルとノミナルモデルの周波数応答の差を取り、その大きさの最大値とした。不確かさのゲイン線図は図 5.6, 図 5.7 に W_{u1} と W_{u2} を赤線でそれぞれ示す。黒線はいくつかの変動モデルを用いて得られた不確かさであり、赤線はそれらの黒線の最大値である。

初期の補償器 $D_0(s)$ は固定の補償器として与え, (5.17) 式である。

$$D_0(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.355s^3 - 23.55s^2 - 347s - 45.2}{s^3 + 49.2s^2 + 279.7s + 117} \\ \frac{-1280s^3 - 275s^2 - 2140s - 5620}{s^3 + 49.2s^2 + 279.7s + 117} \end{bmatrix}^T \quad (5.17)$$

終了条件は各繰り返し計算時の評価値の変化量が 1% 以内となることが 10 回連続で続いたときとした。

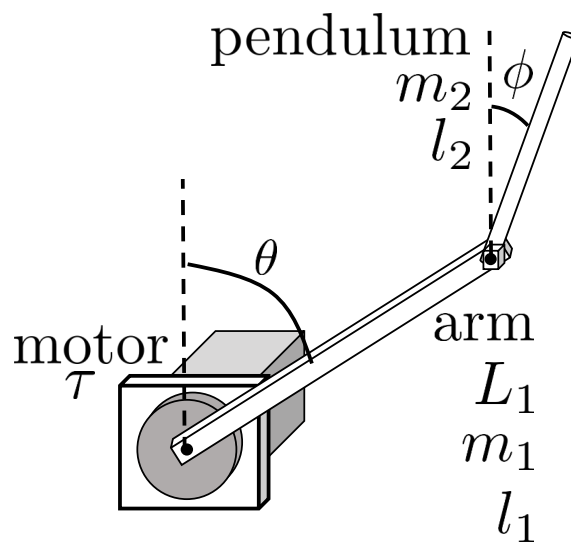


図 5.5: 倒立振り子イメージ図

表 5.4: 制御対象のパラメータ

J_1	arm inertia[kgm ²]	4.25×10^{-3}
μ_1	arm viscosity [Nms/rad]	9.30×10^{-3}
m_1	weight of arm[kg]	0.274
L_1	length of arm[m]	0.33
l_1	center of gravity of arm[m]	0.165
J_2	pendulum inertia[kgm ²]	1.37×10^{-3}
μ_2	pendulum viscosity[Nms/rad]	5.25×10^{-4}
m_2	weight of pendulum[kg]	0.065
L_2	length of pendulum[m]	0.45
l_2	center of gravity of pendulum[m]	0.225
g	gravitational acceleration[kg/s ²]	9.80

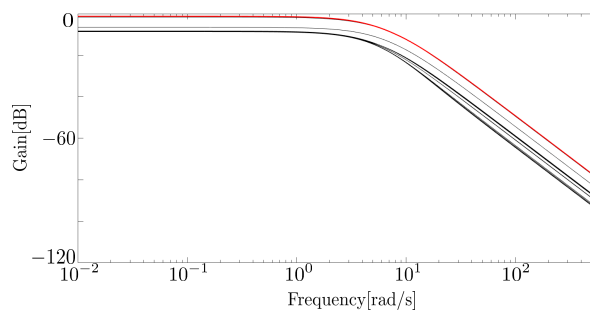


図 5.6: W1

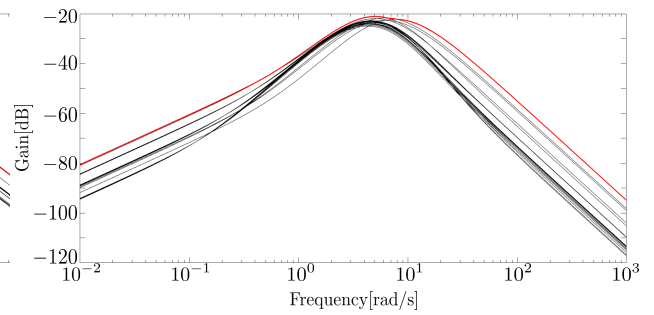


図 5.7: W2

5.2.2 シミュレーション結果

調整後の補償器を (5.18) 式に示す。

$$D(s) = \begin{bmatrix} \frac{(84.8 \cos \theta - 90.2)s^3 + (2200 \cos \theta - 2230)s^2 + (6370 \cos \theta - 24800)s + (-21500 \cos \theta + 5320)}{s^3 + 49.2s^2 + 279.7s + 117} \\ \frac{(791 \cos \theta - 861)s^3 + (123 \cos \theta - 2730)s^2 + (53600 \cos \theta - 91300)s + (82400 \cos \theta - 22500)}{s^3 + 49.2s^2 + 279.7s + 117} \end{bmatrix}^T \quad (5.18)$$

補償器のボード線図を図 5.8 に示す。 $(I + PD)^{-1}$ を小さくするために補償器のゲインが大きくなっていることが分かる。評価値と $(H^{-1})^*H^{-1}$ の最大特異値を図 5.9 に示す。 Δ_p と Δ'_p の特異値を図 5.10($\theta = 0$ のとき), 図 5.11($\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき) に示す。1 点鎖線が不確かさを含む制御対象 P (補償無し), 実線が調整後の補償器 $D(\theta, s)$ を含む P' , 点線が初期の補償器 $D_0(s)$ を含む P' を表す。最大特異値の最小化問題であることから, 調整後の最大特異値は初期の最大特異値に比べ小さくなっていることが分かる。また, 図 5.10, 5.11 は $\theta = 0, \frac{\pi}{6}$ の時のプロットであるが, 11 点の全ての θ において調整後の最大誤差が最も小さくなっていることが確認された。しかし, 低周波域の特異値を小さくすることができていても中周波域では, 不確かさを含む制御対象よりも大きくなっていることが分かる。そのため, 中周波域の特性は補償していないときに比べ悪化している。

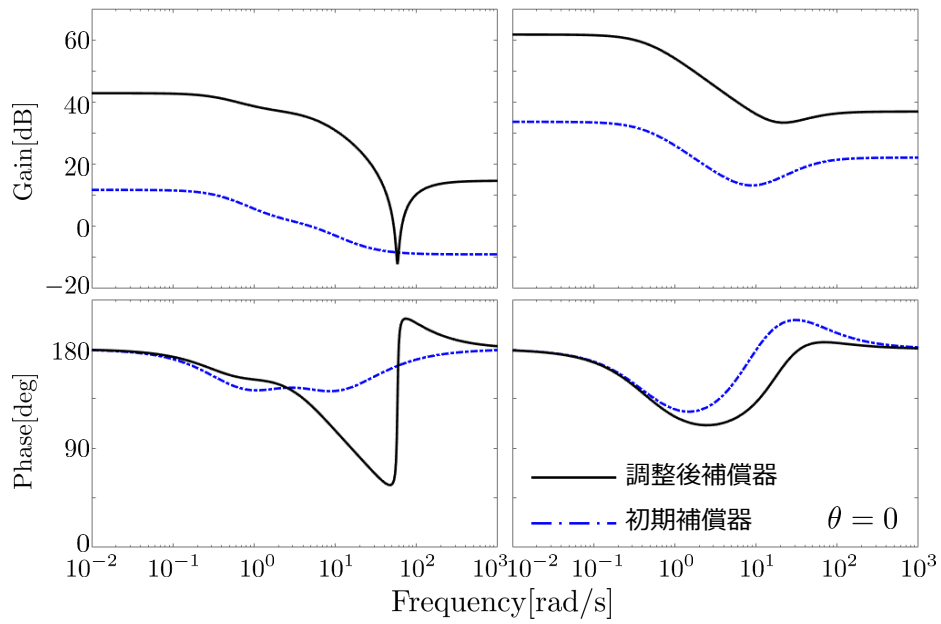


図 5.8: 補償器のボード線図

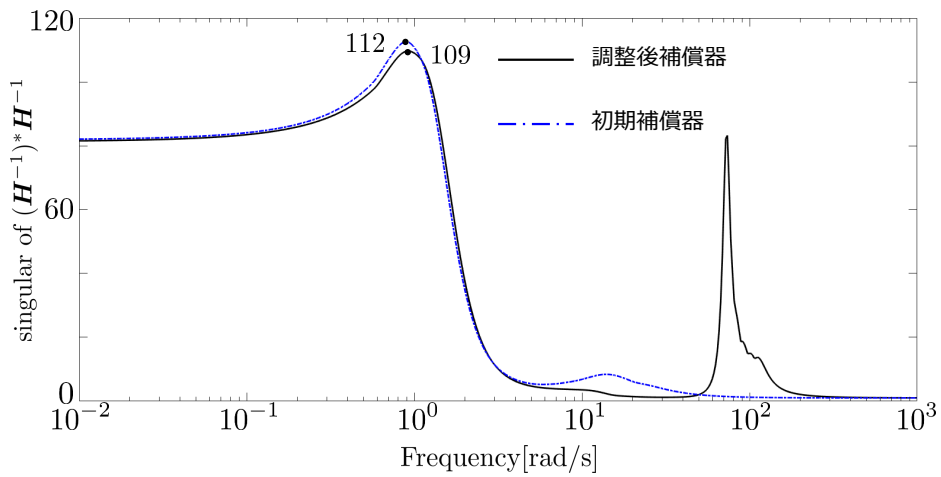


図 5.9: $(H^{-1})*(H^{-1})$ の特異値プロット

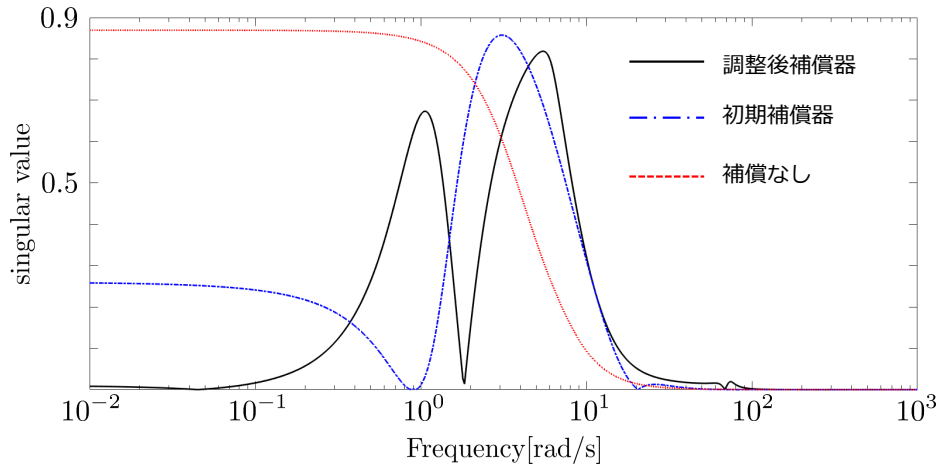


図 5.10: 特異値プロット ($\theta = 0$)

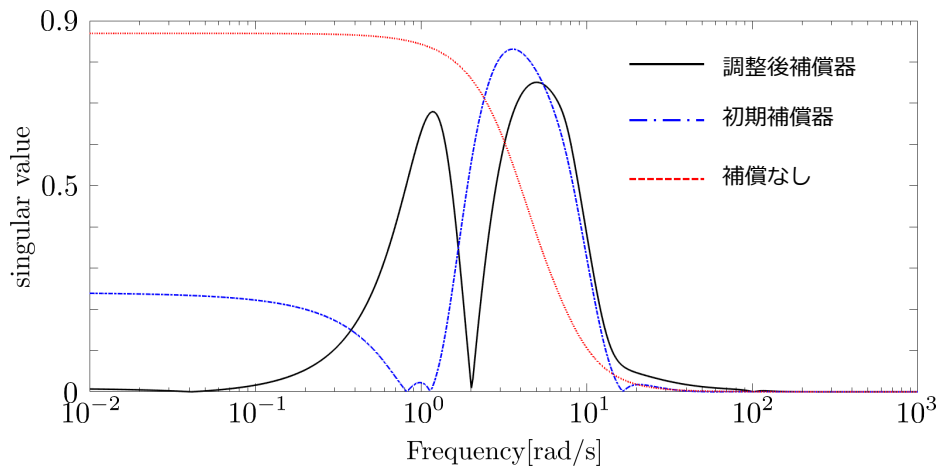


図 5.11: 特異値プロット ($\theta = \frac{\pi}{6}$)

Simulink 上で調整した補償器を用いて時間応答を取得した。 ϕ の指令値は振子の倒立状態を維持するため 0 であり、 θ は $0.4 \sin 20t$ として与えた。また、Simulink 上では不確かさを周波数応答で与えるのが困難であるため、ゲイン特性が近くなるように (5.19) 式, (5.20) 式として伝達関数で与えた。

$$W_1 = \frac{43}{(s + 8)^2} \quad (5.19)$$

$$W_2 = \frac{s(2s + 1)}{100(0.35s + 1)^2(0.09s + 1)^2} \quad (5.20)$$

図 5.12, 5.13 にノミナル時との時間応答の差を示す。表 5.5 にそれぞれの MSE と MAX を示す。ゲインスケジューリング化したものが全ての値で最も良くなっているものの大き

な差はないと言える。あまり差ができなかった原因は、図 5.10, 5.11 の特異値のプロットから分かるように、補償器がない方がノミナル時に近い特性になっている周波数があるためだと考えている。実際、 θ の指令値を変化させると、調整後の補償器を用いた場合の MSE と MAX は悪化する結果も得られている。

表 5.5: 時間応答における MSE と MAX

	θ		ϕ	
	MSE	MAX	MSE	MAX
補償無し	0.02897	0.3834	0.007936	0.1802
初期補償器	0.02935	0.3830	0.007843	0.1782
調整後補償器 (無限大ノルム)	0.02883	0.3818	0.007689	0.1763
調整後補償器 (2 ノルム)	0.02851	0.3765	0.007670	0.1775

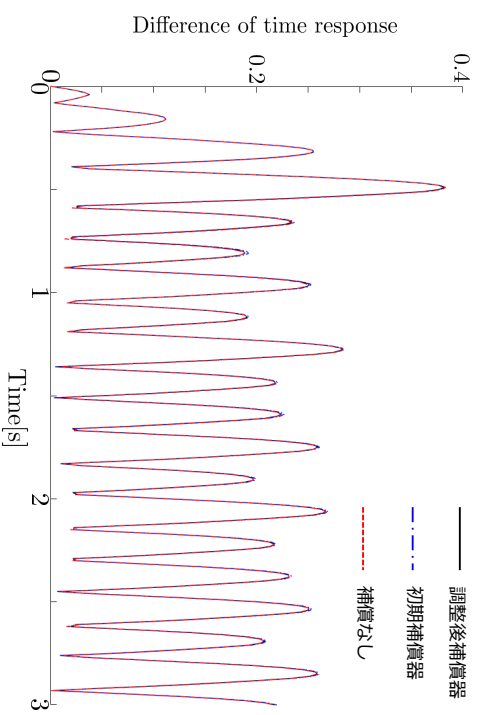


図 5.12: 時間応答の差のプロット θ

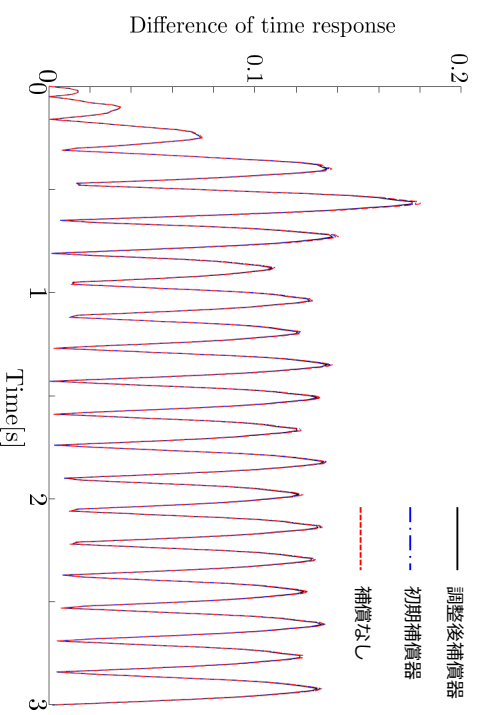


図 5.13: 時間応答の差のプロット ϕ

5.2.3 2 ノルムを用いた調整によるシミュレーション

シミュレーション条件は 5.2.1 節と同じである。

調整後の補償器を (5.21) 式に示す。

$$D(s) = \begin{bmatrix} \frac{(70.8 \cos \theta - 69.7)s^3 + (653 \cos \theta - 678)s^2 + (-1660 \cos \theta - 1110)s + (-1970 \cos \theta + 1350)}{s^3 + 49.2s^2 + 279.7s + 117} \\ \frac{(100 \cos \theta - 120)s^3 + (539 \cos \theta - 871)s^2 + (-55.3 \cos \theta - 2320)s + (-16500 \cos \theta - 9650)}{s^3 + 49.2s^2 + 279.7s + 117} \end{bmatrix}^T \quad (5.21)$$

補償器のボード線図を図 5.14 に示す。こちらの結果も補償器のゲインが大きくなっていることが分かる。評価値と $(H^{-1})^*H^{-1}$ の最大特異値を図 5.15 に示す。 Δ_p と Δ'_p の特異値を図 5.16($\theta = 0$ のとき), 図 5.17($\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき) に示す。図 5.16 と図 5.10 を比べると低周波域は大きくなっているが, 1 rad/s 付近の差を抑えることが確認できる。図 5.17 と図 5.11 を比べるとこちらも低周波域は大きくなっているものの 6 rad/s 付近の差を小さくできおり, 無限大ノルムの最小化とは異なる性質の解が得られている。一方で 2 ノルムを評価とした場合でも補償しない方が特異値が小さい周波数が存在する。原因として考えられるのが不安定零点の存在である。例として, 制御対象 $G(s)$ がある周波数 ω_z で $G(\omega_z) = 0$ となる不安定零点を持つとする。そのときの感度関数と相補感度関数はどのような制御器を用いても $S(\omega_z) = 1, T(\omega_z) = 0$ となる。不安定零点を持つ制御対象の場合, この式によって制限を受けるため, 感度関数を下げるのが困難になる周波数が存在する。そして, 今最小化を考えている問題は $(I + PD)^{-1}$ であり, 感度関数と同等であると考えられる。加えて, 倒立振子は最初に逆ブレをしてから倒立状態を維持するため, 不安定零点が存在することが分かる。この制御対象の不安定零点のために, 評価値を下げにくい周波数が出ているのではないかと考えているが, まだ根拠を得るまでには至っていないため, 検討する必要がある。

表 5.6 に無限大ノルムと 2 ノルムの設計問題における, $(H^{-1})^*H^{-1}$ の特異値の 2 乗和と最大値を示す。どちらの値も 2 ノルムベースの設計問題の方が小さくなっていることが分かる。無限大ノルムベースの方が MAX が小さくならないのは, 質の悪い局所解に陥ったからだと考えられる。

表 5.6: 特異値の二乗和と最大値

	2 乗和	最大値
無限大ノルム	109.6	21420
2 ノルム	98.10	19610

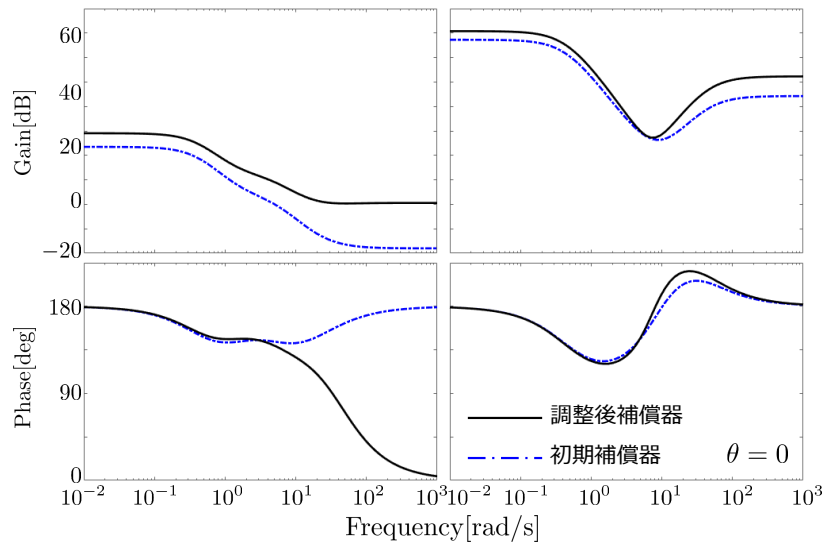


図 5.14: 補償器のボード線図

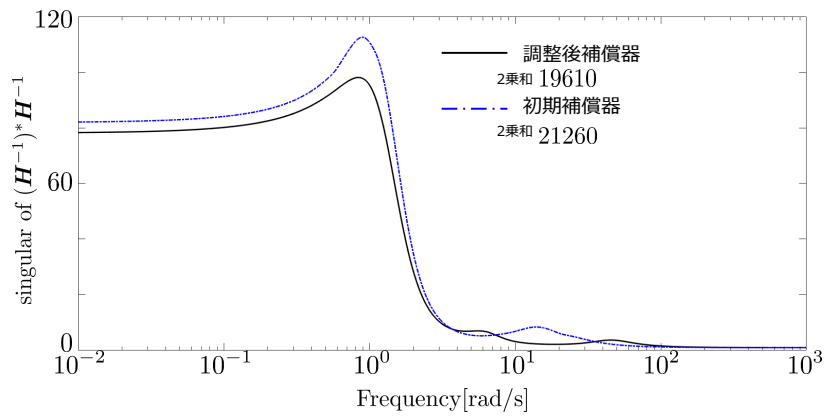


図 5.15: $(H^{-1})*(H^{-1})$ の特異値プロット

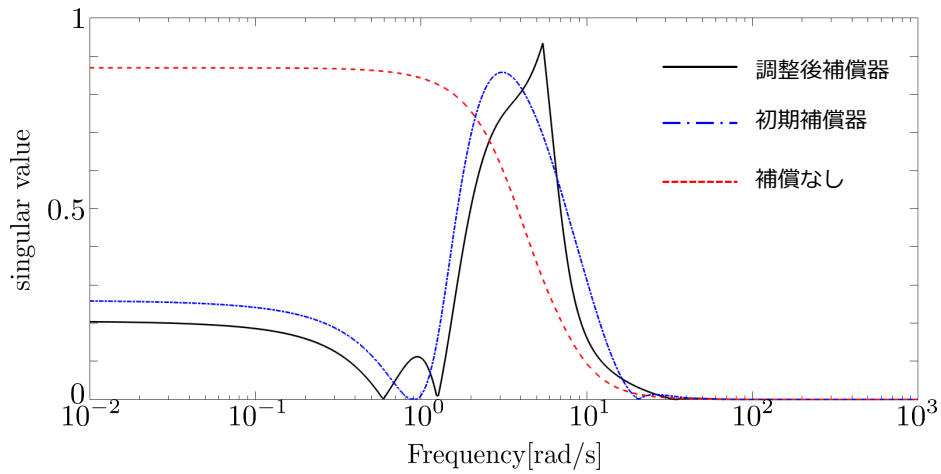


図 5.16: 特異値プロット ($\theta = 0$)

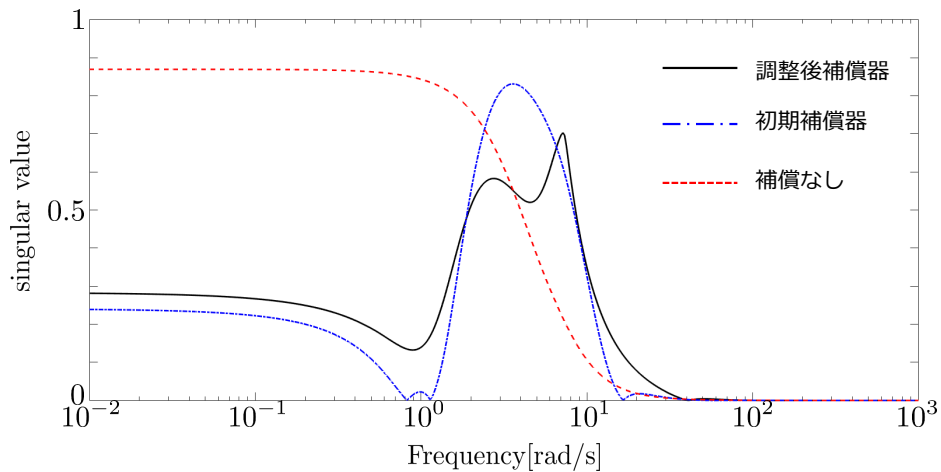


図 5.17: 特異値プロット ($\theta = \frac{\pi}{6}$)

時間応答についても同様に Simulink 上でシミュレーションを行った。図 5.18, 5.19 にノミナル時との時間応答の差を示す。表 5.5 にそれぞれの MSE と MAX を示す。2 ノルムベースの設計問題は無限大ノルムの最小化を考えた場合に比べ θ の MSE と MAX, ϕ の MSE に関してわずかに小さくなっている。一方で、この制御対象はパラメータ変動システムであるため、その特異値は周波数とスケジューリング変数に依存している。時間応答の最中でアーム角度 (スケジューリング変数) が変化するため、初期のスケジューリング変数や指令値の与え方などで時間応答の結果が大きく変化するとと思われる。それゆえ時間応答の評価が妥当なものであるかは判断がし難い。

本研究では無限大ノルムの評価と 2 ノルムの評価をそれぞれ試したが、それらの設計

問題に優劣はなく，制御対象などの問題設定によってどちらの設計問題を用いるかを柔軟に対応すべきである。それらの設計問題は大きな変更がなく，プログラム上で試しやすいため，両方ともを利用して良い結果が得られた方を選択することも簡易に実現できる。

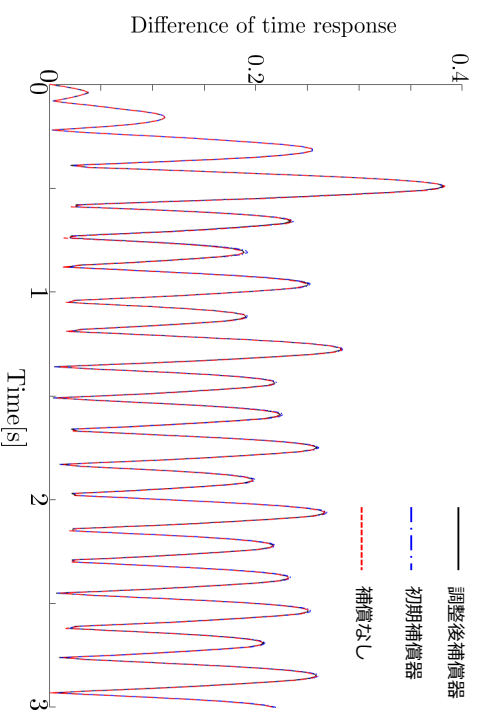


図 5.18: 時間応答の差のプロット θ

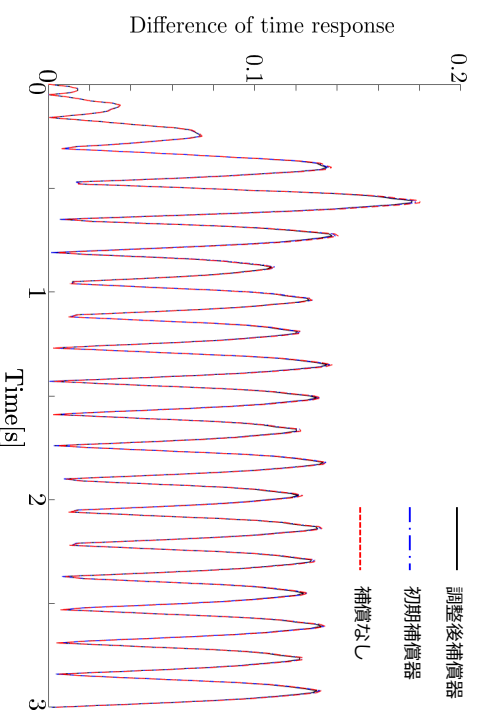


図 5.19: 時間応答の差のプロット ϕ

第6章 結言

6.1 まとめ

本研究ではモデル誤差抑制補償器のゲインスケジューリング化を提案するとともに、その調整法を周波数応答を用いて凸最適化問題として記述することを提案した。モデル誤差抑制補償器は固定の補償器として設計が行われていたため、モデル化誤差を大きく見積もられた場合に補償性能が十分に発揮できない可能性がある。特に非線形な制御対象であるパラメータ変動システムは固定の補償器を用いると想定するモデル化誤差が制御対象のパラメータによって変化してしまう。最も大きな不確かさを考慮して補償器は設計されるべきであるため、固定の補償器では不確かさを大きく見積もることになり、保守的な設計結果になることが予想される。そこで本研究ではモデル誤差抑制補償器をゲインスケジューリング化することを考えた。これによりパラメータ変動システムの制御対象への補償性能の向上を目指した。さらに、設計問題はもとの非線形な最適化問題を近似を用いることで凸最適化問題へと定式化した。これにより、試行錯誤を必要とせず自動的な補償器のパラメータ調整を実現した。また周波数応答を用いて設計を行うため、正確な制御対象モデルを必要としない。本研究では SISO 系のフィードバックシステムにゲインスケジュールド補償器を適用した結果を示した。ゲインスケジューリング化をすることによって初期の固定の補償器に比べゲインスケジュールド補償器は制御対象の特性をノミナル時のものに近づけられることが確認できた。加えて、SISO 系のみではなく SIMO 系であるアームを介した倒立振子を例に問題を拡張し、調整した結果を示した。設計問題が最大値最小化であるためノミナル時と補償時の制御対象の特異値の最大誤差を小さくすることは確認できた。また、2 ノルムによる評価においても初期解に比べ特異値の平均二乗誤差を小さくすることが確認できた。しかし、周波数帯域によっては補償していないときの制御対象の方が特異値が小さいため改善する必要がある。

6.2 今後の課題

今後の課題として以下の 3 つが挙げられる。

1. ノミナルモデルについて

モデル誤差抑制補償器の構造上、補償のために制御対象のノミナルモデルを必要とする。制御対象を正確にモデル同定をする必要はないが、制御対象と全く異なるノミナルモデルを用いると不確かさが大きくなってしまふ恐れがある。本紙ではノミナルモデルをノミナルな制御対象と同じものを用いているので、ノミナルモデルが調整結果に与える影響は小さい。しかし、ノミナルモデルとノミナルな制御対象が一致するという事は制御対象モデルが既知であるということのため、モデルベース設計法を適用できるということになるので、周波数応答を用いて調整をする利点が少なくなる。そこで、初期のノミナルモデルを設計者が与え、ノミナルモデルを更新しながら補償器を調整することが望ましい。非線形な最適化問題ではあるものの文献 [21] では Internal Model Control のフィードバック制御器と内部モデルを同時に設計する手法がデータ駆動制御器設計法を用いて提案されている。そのため、本手法でも補償器のみでなくノミナルモデルについても考慮する必要があると考えている。

2. 初期解の選定

本手法は設計問題を凸最適化問題として定式化する際に、テイラー展開などによって 1 次近似をしている。そのため、初期の安定化補償器が必要とされる。そして、設計問題は局所最適解への収束を保証するものであるため、初期解によっては良い結果が得られない可能性がある。どのようにリーズナブルに初期解を得るのかということを検討する必要がある。

3. 補償器の分母分子調整

補償器の構造から分子のみ設計パラメータを含む形になっている。今後より良い調整結果を目指すのであれば分母にも設計パラメータを含ませ、設計の自由度を増やすべきだと考える。分母分子調整に拡張すると 4 章の MIMO 系の方ではシュール補題にした際の 1×2 要素と 2×1 要素に分母の設計パラメータが含まれる形になるのではないかと考えている。

参考文献

- [1] M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savaresi: “Virtual Reference Feedback Tuning:a direct method for the design of feedback controllers”, *Automatica*, Vol. 38, No. 8, pp. 1337–1346 (2002)
- [2] 相馬 将太郎, 金子 修, 藤井 隆雄: 「一回の実験データに基づく制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ – Fictitious Reference Iterative Tuning の提案」, システム制御情報学会論文誌, Vol. 17, No. 12, pp. 528–536 (2004)
- [3] Takenori Atsumi and William C. Messner: “Modified Bode Plots for Robust Performance in SISO Systems With Structured and Unstructured Uncertainties”, *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, Vol.20, No.2, pp.356-368 (2012)
- [4] Lu Xia and William Messner: “An Improved Version of the RBode Plot”, *Proc. of the 2008 American Control Conference*, pp.4940-4945 (2008)
- [5] A. Karimi, G. Galdos: “Fixed-order H_∞ Controller Design for Nonparametric Models by Convex Optimization”, *Automatica*, Vol.46, No.8, pp.1388-1394 (2010)
- [6] T. Nagasaka, K. Yubai and J. Hirai: “Design of Track-Following Controller Satisfying Robust Performance Condition on Nyquist Diagram”, *Proc. of 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pp.3239-3244 (2011)
- [7] 伊東 航平, 弓場井 一裕, 矢代 大祐, 駒田 諭: 「数値最適化による周波数応答に基づいたロバスト性能を満たす制御器設計」, 電気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌), Vol. 141, No.12, pp. 1360-1370 (2021)
- [8] W. Xiaoke, W. Ohnishi and T. Koseki: “Frequency Response Data-based Disturbance Observer Design via Convex Optimization”, *Proc. of 21th IFAC World Congress*, pp.8740-8745 (2020)

- [9] H. Okajima, H. Umei, N. Matsunaga and T. Asai: “A Design Method of Compensator to Minimize Model Error”, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 6, No. 4, pp. 267-275 (2013)
- [10] 岡島寛, 一政豪, 松永信智: 「非最小位相系に対するモデル誤差抑制補償器の設計」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 51, No. 11, pp. 794-801, (2015)
- [11] 岡島寛, 奥村洸祐, 松永信智: 「モデル誤差抑制補償器を用いた車輪型倒立振子のロバスト速度補償」, 電気学会論文誌 C, Vol. 139, No.3, pp.219-226 (2019)
- [12] 梅井啓紀, 岡島寛, 松永信智, 浅井徹: 「モデル誤差抑制補償器の多入出力システムに対する設計」, システム制御情報学会論文誌, Vol. 27, No.2, pp.67-72 (2014)
- [13] M.Kunze, A. Karimi and R. Longchamp: “Gain-Scheduled Copntroller Design by Linear Programming with Application to a Double-Axis Positioning System”, *Institute of Electronics Engineers*, Tech. Rep., (2009)
- [14] A.L. Yullie, “The concave-convex procedure”, *Neural Computation*, Vol15, pp.915-936, (2003)
- [15] M. Hast, K. J. Astrom, B. Bernhardsson and S. Boyd: ”PID Design Convex-Concave Oprimization”,*Proc. of the 2013 European Control Conference*, pp.4460-4465 (2013)
- [16] S. Aoki, K. Yubai, D. Yashiro and S. Komada: “Data-Driven Tuning of State Feedback Gains with Stability Constraint Using Experomental Data”,*Proc. of the 2016 CACS International Automatic Control Conference*, pp.109-114 (2016)
- [17] 穂高一条, 鈴木正之, 坂本登: 「指定されたゲイン余裕と位相余裕を確保するコントローラの設計」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 35, No. 4, pp. 577-579 (1999)
- [18] K.C. Toh, M.J. Todd, R.H. Tutuncu,“SDPT3 version 4.0 - a MATLAB software for semidefinite-quadratic-linear programming”, <https://blog.nus.edu.sg/mat-tohkc/software/sdpt3/> (2009)
- [19] S. Boyd, M. Hast and K. J. Astrom: “MIMO PID tuning via iterated LMI restriction”,*International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, No. 8, pp. 1718-1731 (2016)
- [20] Achille Nicoletti, Michele Martino and Alireza Karimi:“A Data-Driven Approach to Power Converter Control via Convex Optimization”,*Proc. of the 1st Conference on Control Technology and Applications*(2017)
- [21] O. Kaneko, Y. Watagaki and S. Yamamoto:“Fictitious reference iterative tun-

ing for Internal model controllers”, *Proc. of the 2nd IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing*, Fr2A-1 (2016)

謝辞

本研究の遂行及び修士論文の作成にあたって、親身にご指導を賜りました 三重大学大学院工学研究科教授 弓場井 一裕 先生に深く感謝を申し上げます。先生のご指導のおかげで、目標であった学会発表で賞を頂くことや論文投稿を成し遂げることができ、大きく成長できたように思います。先生の下で学び、研究に打ち込めたことを誇りに思います。この場を借りて心よりお礼を申し上げます。

本研究の副査として適切なお助言・ご指摘をいただきました同大学助教 矢代 大祐 先生、同大学助教 小山 昌人 先生に深く感謝を申し上げます。また、中間審査にて、本研究にご助言やご指導をいただきました同大学教授 駒田 諭 先生、同大学准教授 山村 直紀 先生に感謝を申し上げます。また、研究室での事務手続きや技術面を支えていただきました 同大学技術職員 中村 勝 氏に感謝を申し上げます。

制御理論部門の先輩として、親身にご指導頂きました、堀田 敦 氏、辻井 祥太郎 氏、森田 晃史 氏、酒徳 大雅 氏に深く感謝致します。資料作成、プレゼンテーション、就活、研究遂行だけにとどまらず、私生活においても大変お世話になりましたこと、重ねてお礼を申し上げます。また、同期として励まし合い苦楽を共にした、田中 虹輝 君、稲垣 颯太 君、中村 敬 君、堀川 航平 君、加藤 進ノ介 君、長岡 佑馬 君、田中 健太郎 君に感謝いたします。日頃より交流を深め、研究室生活を共にした中山 尚貴 君をはじめ後輩の皆さまに感謝し、今後の活躍を心から期待しています。制御理論部門・ロボット部門の皆さまとの馴れ合いに、大きく支えられました。皆さまのおかげで、かけがえのない研究室生活となりましたこと、重ねて感謝いたします。

最後に、何一つ不自由なく学生生活を支援していただいた両親に心から深く感謝いたします。

論文目録

投稿論文

- (1) 伊東 航平, 弓場井 一裕, 矢代 大祐, 駒田 諭: 「数値最適化による周波数応答に基づいたロバスト性能を満たす制御器設計」, 電気学会論文誌 C (電子・情報・システム部門誌), Vol. 141, No.12, pp. 1360-1370 (2021.12)

国際会議

- (1) Kohei Ito, Kazuhiro Yubai, Daisuke Yashiro and Satoshi Komada: “Frequency-Response-Based Controller Design for Robust Performance by Numerical Optimization” , *Proceedings of International Symposium for Sustainability by Engineering at MIU* (2020.12)
- (2) Kohei Ito, Kazuhiro Yubai, Daisuke Yashiro and Satoshi Komada: “Frequency-Response-Based Controller Design for Robust Performance by Numerical Optimization” , *Proc. of the 7th IEEJ international workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization*, pp.206-211 (2021.3)
- (3) Kohei Ito, Kazuhiro Yubai, Daisuke Yashiro and Satoshi Komada: “A tuning method of gain-scheduled model error compensator using frequency response by numerical optimization” , *Proc. of the 8th IEEJ international workshop on Sensing, Actuation, Motion Control, and Optimization* (2022.3 発表予定)

学会発表

- (1) 伊東 航平, 弓場井 一裕, 矢代 大祐, 駒田 諭: 「凸最適化を用いたロバスト性能を満たす周波数応答に基づく制御器設計」, 電気学会制御研究会資料, No. CT-20-87, pp. 33-38 (2020.8) (電気学会優秀論文発表賞 A 受賞)
- (2) 伊東 航平, 弓場井 一裕: 「数値最適化を用いた周波数応答に基づくモデル誤差

抑制補償器のゲインスケジュールド設計」, 2021 年電気学会電子・情報・システム部門大会, No. GS2-4, pp. 923-928(2021.9)

- (3) 伊東 航平, 弓場井 一裕, 矢代 大祐, 駒田 諭:「周波数応答を用いた数値最適化によるモデル誤差抑制補償器のゲインスケジュールド設計」, 電気学会制御研究会資料, No. CT-22-036, pp. 79-84 (2022.1)