

様 式 C - 1 9、F - 1 9 - 1、Z - 1 9 （共通）

科学研究費助成事業 研究成果報告書



令和 5 年 5 月 15 日現在

機関番号：14101

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2022

課題番号：20K03781

研究課題名（和文）周期駆動系における非平衡現象と非断熱効果

研究課題名（英文）Nonadiabatic effects in periodically driven nonequilibrium systems

研究代表者

高橋 和孝（Takahashi, Kazutaka）

三重大学・工学研究科・特任准教授（研究担当）

研究者番号：70415214

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,800,000 円

研究成果の概要（和文）：系を周期的に駆動したときの状態制御について研究を行い、主に次の成果を得た。(1)断熱（準静的）近似に頼らずに系を任意速度で制御する方法について、Krylov部分空間法に基づいて制御項を構成する一般的な処方箋を得た。(2)任意の二つの時間発展状態の「距離」が満たす普遍的な不等式を得た。従来知られている関係式と違って、周期系にも有用なものとなる。(3)量子開放系への応用を行い、散逸効果を調べた。散逸効果が系の状態に応じて適応的に決まるため、系のふるまいは複雑なものとなる。(4)古典確率過程への応用を行った。量子系と同様にして、緩和過程やアニーリング過程、周期過程などを扱うことができる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

これまでの物理学の基礎理論では、系の状態は主に静的な視点から議論されてきた。外部から駆動される場合や、系が自発的に安定状態に向かって変化する過程を捉えることは、各論の問題になってしまうため、普遍的な描像を得ることができていなかった。系を動的に制御する手法が近年議論されるようになってきている。この方法は動的な系の普遍的な描像や記述法を明らかにしてくれるものでもある。本研究では、熱機関や量子系、古典確率過程などの周期駆動系を分野横断的に扱い、動的な系の特徴を調べている。新しい方法を提案することや普遍的に成り立つ不等式の導出を行い、熱機関など具体的な問題の特性を調べた。

研究成果の概要（英文）：I worked on dynamical control of periodically-driven systems. The main findings are categorized into four parts: (1) Methods of constructing the control field. Based on the commutation relation for the control field, I discussed the general properties of the relation and found that the Krylov subspace method is a useful tool to find the control field. (2) Universal speed limit relations. A distance between arbitrary time-evolved states is bounded by a universal quantity. The inequality is applied not only to quantum systems but also to classical stochastic systems. (3) Applications to quantum open systems. I studied how dissipation effects affect the efficiency and the power of a quantum heat engine model. (4) Application to classical stochastic processes: relaxation, annealing, and periodically-driven processes. The analysis can be carried out in analogy with the quantum systems.

研究分野：量子・統計物理学

キーワード：断熱ショートカット 速度限界 量子開放系 古典確率過程

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

外場を周期的に変化させて系を駆動することは、熱力学やエンジニアリングの問題で標準的に用いられる設定である。基礎的な視点からは Carnot の定理のような普遍的な原理を明らかにすることが研究動機となり、応用からは非自明な物性を創発することなどが主な動機となる。これらの課題を扱うに際して、系を「効率的」に制御するにはどのようにすればよいかという問題意識が生じる。

普遍的な性質を得るために用いられる描像は、ほとんど全てが静的な視点から得られている。対応して、系を準静的に動かすことによって得られる性質に主眼が置かれてきた。動的な性質を扱うには運動方程式を扱う必要があるが、各論の問題になってしまうため、普遍的な性質を得ることが困難となる。エネルギー論のみに頼った議論にも限界がある。

近年研究が行われている断熱ショートカット (shortcuts to adiabaticity) の方法は、動力学における普遍的な構造を明らかにしてくれるものである。孤立量子系を対象としてさまざまな応用が行われてきたが、動力学一般に適用可能な基礎的な概念に基づくものであることはあまり知られていない。

以上の背景をふまえ、本研究の基本的な動機は次のようになる。

- (1) 断熱 (準静的) 過程を非断熱・動的な描像という広い枠組みの中で見直したとき、どのような位置づけになるのか
- (2) 断熱ショートカットの方法を周期的な非平衡現象に応用することによって、非平衡熱力学に新たな視点を加えることができるのか

2. 研究の目的

系を外部から周期的に駆動することによって生じる非平衡現象の研究を行う。ゆらぎが主要な役割を果たす微小系を扱い、熱力学系としてみたときの特性や制御の効率・最適性などを調べる。断熱 (準静的) 近似 (極限) によって得られている描像や結果をこえることに主眼をおく。完全計数統計理論の枠組みにおいて、断熱状態を制御する断熱ショートカットの方法に基づいた解析を行い、「非断熱描像」を明らかにする。

3. 研究の方法

当初の計画では次のように三つに分け、一つめの課題を軸にして他のものを適宜進めると定めていた。

- ・非断熱描像に基づいた理論構築: 完全計数統計の理論、幾何学的描像の有効性、拡張・一般化
- ・熱力学的性質: ゆらぎの定理とその帰結、制御の効率と不確定性
- ・最適制御の理論: 制御項の構成、プロトコルの設計

実際には、次の内容で行われた。

- (1) 断熱ショートカットの方法の新展開
- (2) 速度限界不等式の拡張・一般化
- (3) 量子開放系における制御と効率
- (4) 古典確率過程への応用

4. 研究成果

- (1) 断熱ショートカットの方法の新展開

制御項の構成

系を制御するために導入する制御項を得るには、元のハミルトニアン固有値・固有状態が必要とされる。本研究では、制御項演算子の満たす交換関係を用いて制御項がどのように構成できるかを議論した。制御項の満たす交換関係は以前から知られていたものの、近似の出発点として用いられており、厳密に扱うという視点での研究はこれまでに存在していなかった。特に、不定性をどのように解消できるかの議論を行った。

また、制御項なしで時間発展を行ったときのエラーがどの程度のものになるかを、量子速度限界の関係を用いて議論した。制御項を近似的に扱ったときのエラーを見積もることもできるため、汎用性は高い。

Krylov 部分空間

制御項を求めるためには、演算子の交換関係を用いた式を解く必要がある。変分法を用いて近似的に解く手法は確立しているものの、一般的な解き方は知られていなかった。本研究では、制御項を解くために、Krylov 部分空間の方法が有用であることを示した。Krylov の方法で得られる Lanczos 係数から制御項が閉じた形で与えられる。Lanczos 係数の性質から制御項のさまざまな

性質が読み取れる。これまで用いられてきた変分法の基礎づけともなる。また、多体系を含むさまざまな系への応用を行い、実際に制御項が求められることを示した。Krylov の方法は数値計算で用いられているアルゴリズムであるが、本研究ではそれを解析的に扱っており、独自性は大きい。これまでとは全く異なるアプローチで制御項を求める方法を提供しており、多自由度の系にも適用しやすい。制御項の普遍的性質なども得ることができる方法であり、今後の発展が期待される。論文は 2023 年 5 月現在、投稿中である。

(2) 速度限界不等式の拡張・一般化 一般化

従来知られていた量子速度限界の不等式は、初期状態と時間発展状態の距離について普遍的な上限を与えてくれるものである。本研究では、任意の状態間の不等式が得られることを示した。三角不等式を用いることによって任意の三つの状態を設定してさまざまなタイプの不等式を導くことができる。たとえば、上限のみならず下限も得ることができる。このことにより、周期系など従来の不等式が有用でない場合にも意味のある不等式が得られるようになった。応用として、時間が大きくてもタイトな不等式が得られる場合があること、プロトコルによらない限界が得られる場合があること、限界を最適化できることなどを示した。

演算子が満たす不等式

量子速度限界の不等式は状態についてのものであるが、物理量を表す演算子が満たす不等式も議論されている。本研究では、演算子の満たす不等式の一般的な関係を得た。これまで議論されてきたものの中でもっとも一般的な不等式となる。また、フロー方程式と Krylov 部分空間の問題についての応用を行った。特に、不等式が等式として成り立つ非自明な場合が存在することをそれぞれの問題において示した。フロー方程式の場合には戸田方程式を用いた系において特別な初期状態を用いると実現し、Krylov 部分空間の場合には定義される Krylov complexity などの量が特別の対称性をもつときに実現する。不等式の等号成立条件は状態空間が小さい自明な例のみが知られていたが、本研究では多自由度の系でも等号が成立する場合が存在することが示された。論文は 2023 年 5 月現在、投稿中である。

(3) 量子開放系における制御と効率 熱機関の効率とパワー

量子系の熱機関を扱い、効率やパワーを計算した。用いられているモデルはこれまでに議論されてきたものであるが、散逸項の扱いが異なる。散逸効果を系の状態に応じて適宜決まるものとする事で熱力学と矛盾しない性質が導かれるようになる。このことに注意して解析を行った。一般に、量子効果によって制御の効率が上がることが議論されているが、扱っているモデルでは多数のパラメータが存在し、設定によっては効率が下がる場合があることもわかった。量子効果が必ずしも効率改善につながらないことを示している。また、得られた熱の流れを詳しく解析し、効率が量子効果によってどのように影響を受けるかを調べた。古典系では温度差がないと熱の流れが生じないが、量子系ではその限りではない。そのため、得られる性質は多様なものとなる。古典系で得られている熱力学的不確定性関係が量子効果によって破れることも示した。

量子開放系の周期駆動と制御項

量子開放系において厳密な制御項を導入することは容易ではない。上述したように散逸効果が系の状態に応じて決まるからである。本研究では近似的な制御項を導入したときにどのような性能をもつかを調べた。一般に、制御項の性質は元のハミルトニアンのスケーリング(定数倍すること)に依存しないが、開放系の場合には、ハミルトニアンおよび散逸項のスケーリングに応じて制御の性能が決まる。

また、本研究では量子マスター方程式を行列形式で表すことを行った。ハミルトニアンと散逸項の瞬間固有状態基底を用いて表すことによって、非断熱効果や散逸効果がどのようにあられるかがわかりやすくなる。

(4) 古典確率過程への応用 Lee-Yang ゼロ

古典確率過程において定義されるカレントの生成関数の解析的性質を調べた。生成関数は因数分解され、そのゼロ点が生成関数を完全に特徴づける。統計力学の分配関数で用いられている方法を、カレント生成関数に応用した。これまでは限られた例で解析が行われていたが、本研究ではさまざまな場合に拡張できることを示した。連続時間の過程を扱うとゼロ点は数点に集約されてしまうが、離散時間の場合を調べると多数のゼロ点が得られる。また、周期系への応用を行った。断熱(低周波)領域では、プロトコルの幾何学的な性質がゼロ点分布によって特徴づけられる。高周波領域では Floquet-Magnus 展開を用いて解析を行った。

速度限界

速度限界は基本的に量子系に適用される概念であるが、原理的には異なる系にも適用できる。本研究では、古典確率過程への適用を行った。上述した研究結果と組み合わせることによって、任意の状態間の距離についての不等式を得ることができる。緩和過程やアニーリング過程、周期過程などへの応用を行い、それぞれの特徴を調べた。

総論として、本研究は周期系の制御に狙いを定めて計画されたものであるが、断熱ショートカットについて新しい可能性を見出したため、周期系に限らず適用できる問題についての研究が多くなった。特に、Krylov 部分空間を用いた方法は、断熱ショートカットの基礎づけともなる方法であり今後重要な概念になると期待される。周期系については、熱機関の性能や速度限界不等式の応用、Lee-Yang ゼロの方法の応用など、さまざまな研究を行った。多方面への可能性を探ったため、ややまとまりに欠ける成果となったが、いずれも今後の発展につながるものと期待される。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 Pablo Bayona-Pena and Kazutaka Takahashi	4. 巻 104
2. 論文標題 Thermodynamics of a continuous quantum heat engine: Interplay between population and coherence	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 042203-1-11
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.104.042203	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kazutaka Takahashi	4. 巻 91
2. 論文標題 Bifurcation-based quantum annealing with nested spins	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 044003-1-6
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.7566/JPSJ.91.044003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Hiroki Yoshida and Kazutaka Takahashi	4. 巻 105
2. 論文標題 Dynamical Lee-Yang zeros for continuous-time and discrete-time stochastic processes	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 024133-1-10
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevE.105.024133	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Hatomura Takuya and Takahashi Kazutaka	4. 巻 103
2. 論文標題 Controlling and exploring quantum systems by algebraic expression of adiabatic gauge potential	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 012220-1,8
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.103.012220	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 嶋村拓矢、高橋和孝	4. 巻 76-05
2. 論文標題 断熱ショートカットとダイナミクスの構造	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本物理学会誌	6. 最初と最後の頁 270, 277
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takahashi Kazutaka, Hino Yuki, Fujii Keisuke, Hayakawa Hisao	4. 巻 181
2. 論文標題 Full Counting Statistics and Fluctuation-Dissipation Relation for Periodically Driven Two-State Systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Physics	6. 最初と最後の頁 2206 ~ 2224
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10955-020-02661-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazutaka Takahashi	4. 巻 24
2. 論文標題 Quantum lower and upper speed limits using reference evolutions	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 New Journal of Physics	6. 最初と最後の頁 65004
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1367-2630/ac7607	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kazutaka Takahashi	4. 巻 380
2. 論文標題 Dynamical invariant formalism of shortcuts to adiabaticity	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Philosophical Transactions of the Royal Society A	6. 最初と最後の頁 20220301
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1098/rsta.2022.0301	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1．著者名 Kazutaka Takahashi	4．巻 380
2．論文標題 Counterdiabatic driving for periodically driven open quantum systems	5．発行年 2022年
3．雑誌名 Philosophical Transactions of the Royal Society A	6．最初と最後の頁 20210276
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1098/rsta.2021.0276	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1．著者名 Kazutaka Takahashi and Yasuhiro Utsumi	4．巻 5
2．論文標題 Generalized speed limits for classical stochastic systems and their applications to relaxation, annealing, and pumping processes	5．発行年 2023年
3．雑誌名 Physical Review Research	6．最初と最後の頁 13217
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevResearch.5.013217	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ルクセンブルク	University of Luxembourg			