

相似形の定義に関する史的考察

上 垣 渉・山 本 裕 子

A Historical Study on the Definition of Similar Figures

Wataru UEGAKI・Yûko YAMAMOTO

〔1〕問題の所在

今日の中学校の教科書では、相似形における辺の比を考えると、「対応する辺の長さの比が等しい」としている⁽¹⁾。しかし、相似形に関する理論を初めてまとめた形に仕上げたユークリッド(紀元前300年頃活躍)の『原論』⁽²⁾では、これを「等しい角をはさむ辺が比例する」としているのである。

つまり、2つの三角形ABCとDEFが相似であるとき、現在の教科書では、いわば当然のごとくに「 $AB:DE=BC:EF$ 」と表記されているのに対して、初期の理論、すなわち『原論』では、「 $AB:BC=DE:EF$ 」とされていたのである。

幾何教育の内容の多くが『原論』に依拠していること、そして我が国中等学校における近代公教育の統一期においては、特にユークリッド流の幾何が入り入れられ、その範を『原論』にとったことから考えると、相似形の定義に関する上のような食い違い、あるいは変化は幾何教育史上の1つの疑問点と言ってもよい。そして、この問題点を提起し、何らかの見解を示した研究は従来取り上げられてこなかったと思われる。

そこで、本論文では、いつどのようにしてこの変化が起こったのかについて、我が国の幾何教育が統一化される上で、きわめて大きな影響を及ぼした菊池大麓(1855-1917)の『初等幾何学教科書』(初版は、平面部が明治21年、立体部が明治22年)を中心に調べ、明らかにすることにした。

〔2〕相似形の辺の比に関する2種類の規定

ユークリッドの『原論』では、第VI巻定義1において“相似な直線図形”が次のように定義されている。

「定義1 相似な直線図形とは角がそれぞれ等しくかつ等しい角をはさむ辺が比例するものである。」⁽³⁾

またここで使用されている“比例する”という用語は、エウドクソス(紀元前400年頃～347

原稿受理日 平成6年10月12日

* 三重大学教育学部数学教室

** 三重大学大学院教育学研究科

年頃)の創始によると言われている古代ギリシアの比例論を集大成した『原論』第V巻の定義6において次のように規定されている。

「定義6 同じ比をもつ2量は比例するといわれるとせよ。」⁽⁴⁾

したがって、先の“相似な直線図形”に関する規定は「等しい角をはさむ辺が同じ比をもつ」と解釈される。

具体例として、三角形の相似を取り上げてみよう。

右図のように、相似な2つの三角形ABC, DEFがある。この2つの三角形の相似を『原論』流に述べれば、

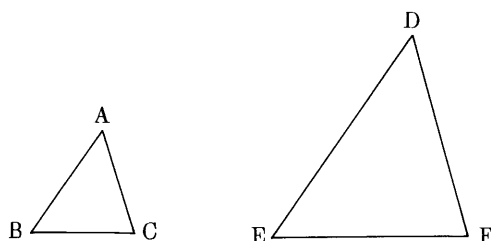
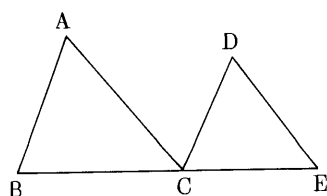


図 1

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \Leftrightarrow \begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E \\ \angle C = \angle F \end{cases} \text{ かつ } \begin{cases} AB : BC = DE : EF \\ BC : CA = EF : FD \\ CA : AB = FD : DE \end{cases}$$

となる。

実際、I. バロー (1630-1677) も『ユークリッドの原論』(1660)において、



$$AB, BC :: DC, CE$$

図 2

のように記述しており、上の解釈と一致している⁽⁵⁾。

ところが今日の中学校の教科書では、相似形の辺の比については「対応する辺の長さの比が等しい」としており、その比例式表現についても、先の2つの三角形ABC, DEFに即して表せば、 $AB : DE = BC : EF$ となっているのである。

したがって、ここには、相似形の辺の比に関する次のような2つの異なった規定を見出すことができる。

(α) 等しい角をはさむ辺が比例する。[$AB : BC = DE : EF$]

(β) 対応する辺の比が等しい。[$AB : DE = BC : EF$]

本論文ではこれ以後、上記2種類の規定のうち、前者(α)にみられる比例式 $AB : BC = DE : EF$ を「形状比型比例式」と呼び、後者(β)にみられる比例式 $AB : DE = BC : EF$ を「相似比型比例式」と呼ぶことにする⁽⁶⁾。

ところで、この異なる2種類の規定をつなぐ橋を幾何教育史の中に求めようとするならば、まず最初に菊池大麓の著書を検討しなければならない。なぜなら、菊池大麓こそ我が国の数学教育、とりわけ幾何教育に多大な影響を及ぼすとともに、その確立にあたっての最大の功労者であったからである。

〔3〕 菊池大麓編纂『初等幾何学教科書』における相似形の定義

菊池大麓は藤澤利喜太郎（1861－1933）とともに、当時の文部省普通学務局長服部一三から、数学の教科課程を一定にする目的のために教科書の編纂を依頼され、その依頼に応じて、『初等幾何学教科書』を編纂したのである⁽⁷⁾。明治21年9月20日に巻壺、明治22年1月10日に巻貳がそれぞれ文部省から出版されたが、ここでは、明治31年3月18日発行の第10版を使用することにする。

さて、この『初等幾何学教科書』では「第五編 比及比例ノ應用」の第二節において相似形が扱われているのであるが、そこでは冒頭に次のような定義が述べられている。

「定義1. 一ツノ直線形ノ角ガ夫ターツノ他ノ直線形ノ（同シ順ニ取りタル）角ニ等シケレハ、二ツノ直線形ハ等角ナリ ト云フ；一ツノ形ノ各ノ角ガ他ノ形ノ之ニ等シキ角ニ對應ス ト云フ；相對應スル角ノ間ニ在ル邊ヲ對應邊ト云フ。」⁽⁸⁾

そして、続く定義2において、

「定義2. 二ツノ直線形ガ等角ニシテ、對應邊ガ比例ヲ為ストキハ、二ツノ直線形ヲ相似直線形ト称ス。本書ニ於テハ、相似直線形ノミヲ論スルヲ以テ、或ハ之ヲ略シテ単ニ相似形ト云フ。」⁽⁹⁾

のように“相似形”が定義されているのである。

ただ、上のような菊池による相似形の定義は文章表現によるのみであって、具体的な式表現が併記されていない。しかし、上の文章で示された定義を具体的に下のような2つの三角形ABCとDEFに適用して、式に表現してみると次のようになると思われる。

すなわち、ABとDE、BCとEF、CAとFDがそれぞれ対応辺であるから、

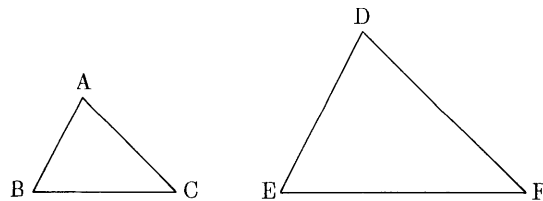


図 3

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \Leftrightarrow \begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E \\ \angle C = \angle F \end{cases} \text{ かつ } \begin{cases} AB : DE = BC : EF \\ BC : EF = CA : FD \\ CA : FD = AB : DE \end{cases}$$

となると思われるのである。

したがって、この定義の仕方は式表現を見るかぎり、先にみた『原論』流の定義（ α ）とは異なり、今日通常用いられている式表現（ β ）と同じであることがわかる。

しかし、その文章表現にまで立ち入って、子細にみれば、今日のように「対応辺の比が等しい」と言わずに、「対応辺が比例を為す」という言い回しを用いているから、今日のものと同一ではないと言わざるを得ない。

つまり、相似形の定義についての表現としては、先の（ α ）、（ β ）に付け加えて、

(γ) 対応辺が比例する
を置かなければならない。

そして、定義(γ)に対する式表現として、菊池は $AB : BC = DE : EF$ を念頭に置いていたと思われるのである。

実際、『原論』の第VI巻命題4に相当する内容⁽¹⁰⁾を扱った定理7での展開を見れば、そのことは明らかである。つまり、『初等幾何学教科書』では、

「定理7. 一ツノ三角形ノ三ツノ角ガ夫々ターツノ他ノ三角形ノ三ツノ角ニ等シケレハ、二ツノ三角形ハ相似ナリ；而シテ、相等シキ角ニ對スル邊ガ對應邊ナリ。」⁽¹¹⁾

が提示された後に、

「二ツノ三角形 ABC 、 DEF ニ於テ、角 A 及 B ハ夫々角 D 及 E ニ等シク；因リテ角 C ハ角 F ニ等シトセヨ；

然ルトキハ三角形 ABC 、 DEF ハ相似ニシテ、

$AB : BC :: DE : EF$ $BC : CA :: EF : FD$

及 $CA : AB :: FD : DE$ ナル可シ。」⁽¹²⁾

ということが証明されているからである。このように、定理の証明においては、相似形に関する式表現は常に「 $AB : BC = DE : EF$ 」という形状比型比例式であったのである。

しかし、前述したように、「(γ) 対応辺が比例する」という定義を式で表現する場合、「 $AB : DE = BC : EF$ 」という相似比型比例式をつくる方がより自然であると思われるのである。

したがって、菊池にあっては、最初の相似形の定義から来るべきと思われる式表現と定理の証明に用いられる式表現との間に一貫性を欠いていると言うことができる。

何故にこのような事態が生じたのであろうか。

この事態をより合理的に説明しうるキー・ワードは「対応する」という用語であると思われるので、次にこの用語を取り上げよう。

〔4〕相似形の定義と「対応する」という用語について

(1) ユークリッドの『原論』では、「比例論」を扱った第V巻の定義11において“対応する”という用語が次のように定義される。

「定義11 前項は前項に対し、後項は後項に対し対応する量とよばれる。」⁽¹³⁾

そして、第V巻の「比例論」を土台として、相似形の理論をも含んだ「比例論の応用」として展開されるのが第VI巻なのであるが、その第VI巻命題4において、相似形における“対応する辺”が次のように登場する。

「命題4 互いに角を等しくする二つの三角形の等しい角をはさむ辺は比例し、しかも等しい角に対する辺がそれぞれ対応する。」⁽¹⁴⁾

この命題4は、今日のいわゆる「三角形の相似条件」の1つである「2組の角がそれぞれ等

しい2つの三角形は相似である」ことに相当する内容であり、「互いに角を等しくする2つの三角形」（これは命題4の証明の中で「2つの等角三角形」と呼ばれている）においては、「等しい角をはさむ辺は比例する」ということが証明されており、それ故に2つの三角形が相似であると結論されているのである。

そして、その直後、等しい角に対する辺が“対応する辺”とされているのであり、『原論』における“対応する辺”はこれが初出である⁽¹⁵⁾。

以上のような『原論』第V巻、第VI巻の記述からみて、『原論』においては、相似形の辺の間に成り立つ式を、

$$AB : BC = DE : EF$$

とすることによって、その首尾一貫性を保っていることがわかる。

なぜなら、上の比例式において、ABとDEがそれぞれ“対応する辺”であると同時に、“前項が前項に対応する”という「比例論」

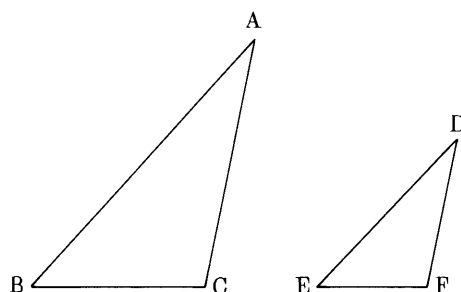


図 4

の観点にも合致しているからである⁽¹⁶⁾。このように見てくると、「等しい角をはさむ辺が比例する」という『原論』における相似形の定義(α)が用意周到になされたものであることがうかがわれる。

(2) これに対して、菊池の『初等幾何学教科書』はどうであろうか。

すでに前節[3]でみたように、菊池は相似形の定義を「対応辺が比例を為す」(定義γ)としたのであったが、その式表現については、より自然に導き出される相似比型比例式 $AB : DE = BC : EF$ を採用せずに、『原論』流の形状比型比例式 $AB : BC = DE : EF$ を用いたのであった。

筆者の推測するところによれば、菊池は『初等幾何学教科書』執筆当時において、上記の2つの比例式表現のいずれを採用すべきかを考えたと思われる。

その結果、定義(γ)に現れる“比例を為す”という用語の使用法に関連して、相似形を扱った「第五編 比及比例ノ應用」の理論的基礎となっている「第四編 比及比例」を振り返ってみたと思われる。

この「比及比例」では、“比例を為す”ということについて、

「定義7. AトBノ比ガPトQノ比ニ等シケレハ、四ツノ量ハ比例ヲ為スト云フ；或ハ之ヲ比例量ナリト云フ。」

と規定され、その後、“対応する”という用語について、

「前項Aハ前項Pニ、後項Bハ後項Qニ對應スト云フ。」

と述べられているのである⁽¹⁷⁾。

したがって、菊池は、「対応辺が比例を為す」という表現に対しては、“対応辺”が“対応する項”(すなわち、比例式の第1項と第3項、第2項と第4項)に置かれなければならないと

考えたのだと思われる⁽¹⁸⁾。

その結果、対応辺であるABとDE、BCとEFがそれぞれ比例式の第1項と第3項、第2項と第4項に置かれた「 $AB : BC = DE : EF$ 」を採用したのだと考えられるのである。

このように、菊池にあっては、相似形の定義に使用した“比例”を強く意識するあまり、本来その意味するところが異なっているはずの、

- ① 相似形の辺に関する“対応する(辺)”
- ② 比例する量に関する“対応する(項)”

という2種類の“対応する”を区別せずに、相似形の辺に関する比例式を立てたのだと思われる。その結果、前節[3]で述べたように、最初の相似形の定義から来るべきと思われる式表現と定理の証明に用いられる式表現との間に一貫性の欠如が生じたのではないかと考えられるのである。

(3)ところで、上に見たような『初等幾何学教科書』における一貫性の欠如については、それを誘発した要因があったと思われる。

実は、菊池は『初等幾何学教科書』の凡例で、

「本書ハ主トシテ英國幾何學教授法改良協會ノ編纂シタル幾何學書ニ拠ルモノナリ。」⁽¹⁹⁾

と述べているように、英国幾何学教授法改良協会（以下、改良協会とする）の教科書を参考としているのである⁽²⁰⁾。

この改良協会の教科書は長澤亀之助（1860－1927）によっても訳され、『初等幾何学』（明治27年、初版）として出版されている⁽²¹⁾。そこでは、「第五編 比例ノ應用」の第一節において相似形が扱われていて、次のような定義が述べられている。

「定義1. 等角形 一ノ直線形ノ各角ガ互ニ他ノ直線形ノ同一ノ順ニ取リタル各角ニ等シキトキハ、此兩直線形ハ等角ナリト云ヒ、其一ノ直線形ノ各角ハ他ノ直線形ノ之ニ等シキ角ニ對應スルト云ヒ、而シテ相當セル角頂ノ間ノ邊ヲ對應邊ト云フ。」⁽²²⁾（下線は著者）

したがって、“対応辺”の規定は『原論』及び『初等幾何学教科書』と同じであることがわかる。

ところが、相似形の定義は次のようになっているのである。

「定義2. 相似形 相似形トハ等角形ニシテ、其邊ガ比例スルモノヲ云フ。但シ對應邊ガ比例ノ相當項ナルヲ要ス。」⁽²³⁾（下線は著者）

ここには、新たに“相当項”なる用語が登場してきているが、この用語については、前もって「比及ビ比例」のところで、次のように定義されている。

「定義6. 比例 比 $A : B$ ガ比 $P : Q$ ニ等シキトキハ、其四量 A, B, P, Q ハ比例量トイヒ、又ハ比例ヲナスト云フ。

比例ハ $A : B :: P : Q$

ト記シ、而シテ之ヲ「 A ノ B ニ於ケルハ P ノ Q ニ於ケルガ如シ」ト唱フ。」⁽²⁴⁾（下線は著

者)

「前項AトP、又ハ後項BトQハ相當スルト云フ。」⁽²⁶⁾ (下線は著者)

つまり、改良協会の教科書では、相似形の定義については、対応辺AB, DEが比例の相当項である位置に置かれることになり、その結果、ここでの相似形の定義を式表現した場合、『原論』流の定義(α)と一致することになり、定義から導出される式表現と後の証明に用いられる式表現との間に矛盾は生じてこないのである。

実際、『原論』第VI巻命題4に相当する内容を扱った定理2は次のように展開されているのである。すなわち、

「定理2. 兩三角形ニ於テ、其各角ガ互ニ相等シキトキハ、此兩三角形ハ相似ナリ。而シテ、等角ニ對スル邊ハ比例ノ相當項ナリ。」⁽²⁶⁾ (下線は著者)

と述べられ、その後、

「三角形ABCノ角A、Bハ互ニ三角形DEFノ角D、Eニ等シトス。依テ角Cハ角Fニ等シ。

然ルトキハ、兩三角形ハ相似ニシテ、 $AB:BC::DE:EF$, $BC:CA::EF:FD$, $CA:AB::FD:DE$ 。」⁽²⁷⁾

が証明されているのである。

この定理2の内容及び証明を前節[3]でみた『初等幾何学教科書』の定理7と比べてみれば、きわめてよく似ていることがわかる。

以上のことから、改良協会の教科書では、「辺が比例する」ことによって相似形が定義されると同時に、比例式表現については、但し書によって、対応辺が第1項と第3項、第2項と第4項に置かれねばならないとされ、そのことによって、全体的な一貫性を保っていることがわかる。

菊池は『初等幾何学教科書』を編纂するにあたって、この改良協会の教科書の記述を参考にしたのであり、それ故に、相似形に関するこの両教科書の記述は酷似しているのである。

しかし、詳細にみると、改良協会の教科書では、単に「辺が比例する」としているのに対し、『初等幾何学教科書』では「対応辺が比例を為す」としていて、微妙に異なっている。

つまり、改良協会の教科書での“比例している「辺」”は必ずしも“対応辺”を意味しているとは言えないのである。定義2の但し書にあるように、対応辺が比例式の相当項(すなわち、第1項と第3項、第2項と第4項)に置かれるということが前提とされているだけなのである。

ところが、菊池はこの定義2の意味する内実と違わないと考えて、「対応辺が比例を為す」を相似形の定義にしてしまったのである。そのため、全体的な一貫性を損ねる結果となってしまったのだと言えよう。

このように考えると、長澤が相似形の辺に関する“対応する”と比例量に関する“対応する”を区別して、後者を“相当する”と訳したのは卓見であったとすることができる。

これに対して、菊池においては、この両者に同一表現が用いられたため、前述したような一貫性の欠如が生じたのだと言える。

(4) しかし、菊池は後に、これまで述べてきたような一貫性の欠如に気づき、『初等幾何学教科書』の随伴書である『幾何学講義』(第二巻)(明治39年、初版)において、

「余ハ従前、相似三角形ノ邊ノ比例ヲ英國多数ノ教科書ノ例ニ倣ヒ、 $AB : BC = ab : bc$ 等ノ如クニ示シ来リタレトモ、第十一版ニ於テ之ヲ訂正シテ、 $AB : ab = BC : bc = CA : ca$ ノ如クニ記スコトニセントス。之レ相似形ノ定義ヨリ直ニ来ルモノニシテ、且簡単ナレハナリ。」⁽²⁸⁾

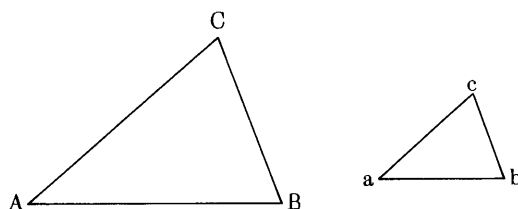


図 5

と述べているのである。ここでは、形状比型比例式 $AB : BC = ab : bc$ よりも相似比型比例式 $AB : ab = BC : bc$ の方が「対応辺が比例を為す」という相似形の定義から直接に導き出されると言われている。これは、筆者がこれまで指摘してきたように、「対応辺が比例を為す」という定義からは、 $AB : DE = BC : EF$ という相似比型の比例式を立てるのがより自然であるということを、菊池自身が認めていることを示していると言える。

ただ、この『幾何学講義』(第二巻)の記述については、2つの疑問点がある。

その第1は、『初等幾何学教科書』は第10版までしか出版されておらず、菊池の言う第11版は結局日の目をみなかったのではないかということである⁽²⁹⁾。

時期的にみても、第10版の発行が明治31年3月18日であるが、翌32年12月4日には菊池の次の幾何教科書である『幾何学小教科書』が発行されているのである。

したがって、この『幾何学小教科書』が『初等幾何学教科書』の第11版に相当するものではないかという推測もできる。しかし、『幾何学小教科書』においても、今問題としている当該部分は訂正されていない。

第2の疑問点は年代的なことである。『初等幾何学教科書』の第10版は明治31年3月発行であるのに対し、『幾何学講義』(第二巻)は明治39年の発行なのである。つまり、時期的に大きなズレがあるのである⁽³⁰⁾。

この2つの疑問点を同時に、しかも合理的に説明できる鍵は、菊池が著した幾何教科書である大正4年発行の『幾何学新教科書』にあると思われる。

実に、この『幾何学新教科書』に至って初めて、『幾何学講義』(第二巻)で菊池が述べた相似形の辺についての比例式に関する訂正が実現しているのである。

そこでは次のように記述されている。

「二ツノ多角形ノ(同ジ順ニ取リタル)角ガ夫々相等シキ時ハ等角ナリト云フ。一ツノ形ノ角ハ夫々他ノ形ノ之ニ等シキ角ニ對應シ、二ツノ對應角ノ間ニ在ル邊ハ相對應スト云フ。等角ニシテ、對應邊ガ比例ヲ成ス多角形ハ相似ナリト云フ。

図ニ於テ、 $ABCDE$, $abcde$ ハ二ツノ相似五邊形ニシテ、角 A , B , C , D , E ハ夫々角 a , b , c , d , e ニ等シクシテ、 $AB : ab = BC : bc = CD : cd = DE : de = E$

A : e a o.]⁽³¹⁾

この記述は『幾何学講義』（第二巻）で述べられた訂正趣旨に沿ったものであることがわかる。したがって、『初等幾何学教科書』の第11版というのは、名称を変えて発行された『幾何学新教科書』であると考えるのが妥当である。

つまり、『初等幾何学教科書』は明治31年に第10版が発行されて以来、そ

のまま据え置かれていたのだと思われる⁽³²⁾。その後、菊池は明治39年発行の『幾何学講義』（第二巻）を執筆する中で、相似形の辺に関する比例式の表現を変更すべきと考え、第11版でそれを実現しようとしたのだと言えよう。

しかし、第10版の発行からすでに15年以上を経過しているという事情等から、『初等幾何学教科書』第11版とせずに、書名を新たに『幾何学新教科書』として発行したのだと考えられる。

このようにして、先の2つの疑問点は無理なく説明することができる。

〔5〕相似形の定義に関する新しい段階

我が国の幾何教育の歩みについて、中谷太郎も「幾何教科書は菊池時代から、林時代に移行した。」⁽³³⁾と述べているように、次第に林鶴一（1873-1935）がより大きな影響力を及ぼすようになってくる。そこで、林鶴一の代表的な幾何教科書である『新撰幾何学教科書』（明治37年6月訂正再版、初版は明治37年3月）における相似形の定義をみてみよう。

林は、「第4編 比」の第4章において、まず対応辺について、

「定義、多角形ノ角ガ夫々他ノ多角形ノ角（同順序ニ取リタル）ニ等シキトキハ、此兩形ハ互ニ等角ナリト云フ。又、等角ヲ對應角ト云ヒ二ツノ對應角ヲ夾ム邊ヲ對應邊ト云フ。」⁽³⁴⁾

と定義し、続いて、多角形の相似について、

「定義、同邊数ノ兩多角形ガ互ニ等角ニシテ、對應邊ノ比ガ皆等シキトキハ、之ヲ相似ナリト云フ。」⁽³⁵⁾

と定義している。そして、この定義の具体的な式表現については、

「例へバ、兩四角形A B C D,
A' B' C' D' ニ於テ
A = A' , B = B' ,
C = C' , D = D' ,
及ビ

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'}$$

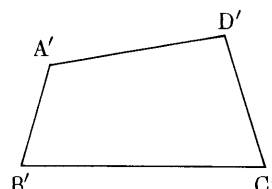
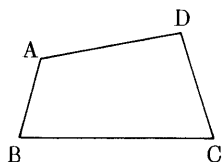


図 7

ナルトキハ、此兩四角形ヲ相似ナリト云フ。」⁽³⁶⁾

と表されている。

ここで、対応辺に関する定義の中にみられる「2つの対応角をはさむ辺を対応辺という」という表現において、「2つの」が“対応角”と“辺”のいずれを修飾しているのか、曖昧である。林もそれに気づいたのか、明治45年の訂正10版においては、「對應角ヲ夾ム二ツノ邊ヲ對應邊ト云フ」⁽³⁷⁾と訂正しているから、「2つの」は“辺”を修飾していたことがわかる。なお、念のため付け加えておくと、相似形の定義については、明治37年版と明治45年版とに変化はない。

ところで、対応辺についての明治45年版の「対応角をはさむ2つの辺」という表現だけを見れば、ABとBCが対応しているかのように見受けられる。しかし、“対応辺”という用語を1つの図形($\triangle ABC$)の2辺ABとBCに対して用いることは考えられない。実際、林は“対応角”という用語を2つの図形($\triangle ABC$ と $\triangle DEF$)の $\angle B$ と $\angle E$ に対して用いているからである。

したがって、この文章は対応角をはさむ2つの辺AB、BCとDE、EFが対応辺だと解釈せざるを得ない。そして結果的には、ABとDE、またBCとEFがそれぞれ対応辺であるということになる。

しかし、この文章はいかにも紛らわしい。林はこの紛らわしさを解消するために、大正2年の『中等教育幾何学教科書』(初版)⁽³⁸⁾にみられる「対応角の間にある辺を対応辺という」のような文章表現を採用したのであろう。

具体的には、次のように記述されている。

「定義. 一ツノ多角形ノ角ガ夫々他ノ多角形ノ角ニ順次等シキトキハ、此兩形ハ互ニ等角ナリト云フ。其相等シキ各組ノ角ヲ夫々對應角ト云ヒ、對應角ノ間ニ在ル邊ヲ夫々對應邊ト云フ。」⁽³⁹⁾

「定義. 兩多角形ガ互ニ等角ニシテ對應邊ノ比ガ皆等シキトキハ、此兩者ヲ互ニ相似ナリト云フ。」⁽⁴⁰⁾

林鶴一の『中等教育幾何学教科書』においては、“対応辺”が「対応角の間にある辺」と規定されているから、ABとA'B'、BCとB'C'が対応辺となる。そして、相似形の定義については、「対応辺の比が皆等しきときは、これを相似なりという」とされていることから、 $AB:A'B'=BC:B'C'$ と表されることになり、定義の具体的な式表現との矛盾は見られないのである。

こうして、今日通常用いられている表現(定義 β)が初めて出現して来る。そして、これに続く定理の証明にも一貫してこの定義が用いられるようになる。

以上のことから、我が国では、菊池による定義(γ)から、林による定義(β)へと移行し、相似形の定義に関する新しい段階に到達したといえることができる。

菊池による定義(γ)にあっては、「対応辺の比例」と「比例式における対応する項」との間に一種の混乱が見られたが、林の定義(β)にあっては、そのような混乱は介入してこなくなる。なぜなら、林の定義では「対応辺が比例する」ではなく、「対応辺の比が等しい」とされているからである。

ここでは、相似形の定義が“比”によって行われ、“比例”から切り離されていることがわか

る。

つまり、相似形の定義が“比例”から切り離されることによって、“対応する”という用語の紛らわしさを払拭することができたのだと言えよう。ただし、林がこのことを意識して、相似形の定義を (β) のようにしたのかどうかは定かではない。

[6] おわりに

我が国中等学校の幾何教育においては、初めルジャンドルの『幾何学』⁽⁴¹⁾ (1794) をその代表的な教科書とするフランス流のものが、ユークリッドの型をできるだけ忠実に守ろうとするイギリス流のものより優勢であったようである。

しかし、明治10年に菊池大麓がイギリスから帰朝して⁽⁴²⁾、トドハンターの『幾何学』(1862)を推奨してから、次第にイギリス流の幾何⁽⁴³⁾へと推移していった。

明治10年代は、主としてアメリカを通じて輸入されたフランス流の幾何が、漸次イギリス流の幾何へと推移していった時期であるが、その間においても、多様な動きを示している⁽⁴⁴⁾。

そして、明治21年に菊池大麓の『初等幾何学教科書』が文部省から出版されるに至って、我が国の幾何教育はユークリッド『原論』の内容と形式を範とする傾向が強まり⁽⁴⁵⁾、この流れは明治35年の中学校数学教授要目の制定によって確定的となったのである。

明治35年の中学校数学教授要目は、我が国の“中等数学教育の礎”ともいうべきものであるが、小倉金之助は『現代数学教育史』(大日本図書、昭和32年)において、この要目を、

「日本における中学校の数学教育が、その内容にわたって厳密に統制されたのは、1902年(明治35年)であった。この明治35年の教授要目は、時の文部大臣、菊池大麓と東京帝国大学教授藤澤利喜太郎との二人の数学者の思想と方法によって、決定されたものであって、従来の日本の数学教育を統一して、その一般的水準を高めた上においては、はなはだ効果的なものであったと思われる。」⁽⁴⁶⁾

と意義づけている。

このような意味において、我が国の近代公教育における幾何教育の確立に甚大なる指導力を発揮したのが菊池大麓であったと言える。

しかし、[4] でみたように、菊池は相似形の定義に関しては、英国幾何学教授法改良協会編纂の教科書を参考にしつつも、そこでの相似形の定義を独自に解釈することによって、いわば「新しい定義」を行ない、その結果、『原論』とは異なる定義を採用するに至ったことが明らかになった。

また、菊池の『初等幾何学教科書』には、相似形の辺に関する比例式表現に一種の混乱もみえたが、続く林鶴一による『中等教育幾何学教科書』の出現によって、今日通常用いられている「対応辺の比が等しい」という表現が定着していったことが明らかになったものと思う。

ところが、相似形の定義については、現在の中学校の教科書では「2つの図形があって、一方が他方を一定の割合に拡大または縮小したものと合同であるとき、この2つの図形は相似である」⁽⁴⁷⁾といったように、拡大・縮小の概念を援用してなされている。

林鶴一による相似形に関するいわば“静的な”定義から、現在のような“動的な”定義への変化がいつ頃、どのようにして起こったのかについては、稿を改めて発表したいと考えている。

[注]

- (1) 正確には、「対応する部分の長さの比が等しい」（東京書籍『新しい数学2』）、「対応する線分の長さの比が等しい」（啓林館『数学 2年』）のように、“部分の長さ”あるいは“線分の長さ”とされているが、ここでは本論文全体の記述に合致させるために、“辺の長さ”とした。このことによって、本論文の主意が損なわれることはないとする。
- (2) ユークリッドの『原論』については、そのギリシア語原本である下記の書を使用した。
E.S.Stamatis, EVCLIDES ELEMENTA, vol. I ~IV, Teubner, 1969.
なお、『原論』の日本語訳である、中村幸四郎・寺阪英孝・伊東俊太郎・池田美恵訳『ユークリッド原論』（共立出版、昭和46年、初版）及び、T.L.ヒースの優れた英訳書である下記の書も随時参考にした。
T.L.Heath, The Thirteen Books of EUCLID'S ELEMENTS, vol. 1 - 3, Dover
- (3) Stamatis, vol. II, p. 39
なお、ここでの訳は下記による。以下同様とする。
中村幸四郎・寺阪英孝・伊東俊太郎・池田美恵訳『ユークリッド原論』（共立出版、昭和46年、初版） p. 117
- (4) 同上書、Stamatis, vol. II, p. 2, 『ユークリッド原論』 p. 93
- (5) Isaac Barrow, EUCLIDE'S ELEMENTS, London, 1732年版, p. 102
- (6) 相似な2つの三角形ABCとDEFを例にとれば、“相似比”とは対応する辺の比、すなわちAB : DE、BC : EF、CA : FDのことであるから、比例式AB : DE = BC : EFは相似比が等号で結ばれていることになる。
したがって、この型の比例式を「相似比型比例式」と呼ぶことにしたのである。
一方、三角形ABC（あるいは、三角形DEF）は、 $\angle B$ （あるいは $\angle E$ ）が与えられていれば、辺ABとBC（あるいは、辺DEとEF）の比によって、その“形”は一意的に決定される。つまり、比AB : BC（あるいは、DE : EF）によって、三角形ABC（あるいは、三角形DEF）の形状が定められるといってもよい。
この意味で、AB : BCは“形状比”と呼ばれている。したがって、形状比が等号で結ばれた比例式AB : BC = DE : EFを「形状比型比例式」と呼ぶことにしたのである。
- (7) このことについては、藤澤利喜太郎が後年、次のように語っていることから明らかであろう。
「当時の普通學務局長服部一三氏から、初等数学の課程を一定するやう教科書の編纂を依頼されまして、菊池博士に幾何を、私に代数を分担するやうにといふことでありました。しかしその當時には、私に何等案が確立して居りませんでしたから、これを断りました。後に到って案が確立したので、その時に代数の教科書を編みました。これは講習會を機会に考へたのであります。」
（佐藤良一郎『数学教授法雑談2』pp.4-5 『師範大学講座 数学教育 第4巻』（第二期）、建文館、昭和10年8月に所収。
この「数学教授法雑談2」は、昭和4年頃のある會議の席上で、藤澤利喜太郎が約1時間にわたって「実に諄々として而かも熱烈に」話された内容を、後に、佐藤良一郎が「傍聴して要点を筆記しておいたものを基にして、出来るだけ當時の記憶を喚起し」て、まとめたものである。）
- (8) 菊池大麓編纂『初等幾何学教科書』（大日本図書、明治31年3月18日発行、第10版、初版は卷壹が明治21年9月20日、卷貳が明治22年1月10日発行、文部省）p. 274
- (9) 同上書、p. 274
- (10) 『原論』第VI卷命題4は以下の通りである。
「互いに角を等しくする二つの三角形の等しい角をはさむ辺は比例し、しかも等しい角に対する辺がそれぞれ対応する。」
（Stamatis, vol. II, p. 46, 『ユークリッド原論』 p. 120）
- (11) 菊池大麓編纂『初等幾何学教科書』 p. 275

- (12) 同上書, pp.275-276
- (13) Stamatis, vol. II, p. 2、『ユークリッド原論』 p. 93
- (14) Stamatis, vol. II, p. 46、『ユークリッド原論』 p. 120
- (15) 『原論』第VI巻の「定義」では“対応する辺”は取り上げられず、命題4において初めて定義されるという構成になっている。このように、『原論』では、必ずしも、使用される用語が前もって各巻の冒頭の「定義」で取り上げられるとは限らない。第I巻での“平行四辺形”などもそのような例の1つである。
- (16) 『原論』のギリシア語原本においては、第V巻での“対応する項”には、「 $\acute{o}\mu\acute{o}\lambda\omicron\gamma\alpha\ \mu\epsilon\gamma\acute{\epsilon}\theta\eta$ 」(定義11)が、第VI巻での“対応する辺”には、「 $\acute{o}\mu\acute{o}\lambda\omicron\gamma\omicron\iota\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\iota$ 」(命題5)が用いられており、両者とも“対応する”に同じ用語「 $\acute{o}\mu\acute{o}\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma$ 」が使用されている。
(Stamatis, vol. II, p. 2 及び p. 48)
- (17) 菊池大麓編纂『初等幾何学教科書』 pp.245-246
- (18) このような菊池の解釈は、竹貫登代多訳補『アッソシエーション平面幾何教科書』(共益商社書店、明治30年9版、初版は明治25年)にも見られる。
- (19) 菊池大麓編纂『初等幾何学教科書』 p. i
- (20) 幾何学教授法改良協会は、正式名称を、
Association for the Improvement of Geometrical Teaching
といい、略して、A.I.G.T.と呼ばれる。
この協会は、ユークリッド流の幾何教育に対する賛否両論の議論が活発に行われる中で、1870年に設立された。より詳細については、小倉金之助『数学教育史』(岩波書店、昭和7年) pp.194-195を参照されたい。
さらに、小倉金之助は『現代数学教育史』(大日本図書、昭和32年)において、
「この会では、ユークリッドから脱却して、新思想を採り入れることを考えないで、ただ多少ユークリッドを簡単にするとか——少しそれに改正を加えるとか——そんな妥協案ばかり考えていた。
それであるからせっかく長い間検討を重ねても、ほとんど何の成果をあげることもできなかった。」(p. 12)
と酷評している。
なお、この協会は「平面幾何学教授條目」(A Syllabus of plane geometry, 1875)を制定し、この條目に準拠した教科書
The Elements of Plane Geometry (1884-1888)
を編集した。
菊池が参考にした本はこの教科書である。
- (21) 長澤亀之助編纂『初等幾何学』(明法堂、明治27年、初版)
この書では、その序において、「本書ハ主トシテ英國幾何學教授法改良協會編纂の平面幾何學ニ從テ訳出シタレドモ、亦自身ノ意見ヲ以テ幾分ノ改良増補變更ヲセリ、是訳述ト云ハズシテ編纂トセル所以ナリ。」と述べられている。
- (22) 同上書, p. 82
- (23) 同上書, p. 82
- (24) 同上書, p. 65
- (25) 同上書, p. 65
- (26) 同上書, p. 83
- (27) 同上書, p. 83
- (28) 菊池大麓編纂『幾何学講義 第二巻』(大日本図書、明治39年) p. 216
- (29) 清水静海氏も、論文「数学教育の模範過程の一考察」の「注」において、菊池の『初等幾何学教科書』に関連して、「…、版を重ねること十回、…」と述べている。

- (30) 『初等幾何学教科書』は明治21年発行以来、次のように1～2年おきに版を重ねている。

再版(明治22年4月)、3版(明治22年10月)、4版(明治23年5月)、5版(明治25年4月)、6版(明治27年3月)、7版(明治28年2月)、8版(明治28年3月)、9版については不詳、10版(明治31年3月)

- (31) 菊池大麓著『幾何学新教科書』(大日本図書、大正5年、第4版、初版は大正4年) p. 203

- (32) 当時の菊池大麓の置かれていた環境を知る意味においても、ここで菊池の簡単な年譜を記しておくことは意味のないことではない。

1855年(安政2年): 1月29日生

1861年(文久元年): 藩書調所(東京大学の遠い前身)に入学(6歳)

1866年(慶応2年): 幕府の命により英国に留学(11歳)

(江戸幕府崩壊のため、1868年(明治元年)帰国)

1870年(明治3年): 明治政府の命により、再び英国に留学(15歳)

1877年(明治10年): 5月に帰国。同年に設立された東京大学理学部教授に就任(22歳)

1881年(明治14年): 東京大学理学部長となる(26歳)

1897年(明治30年): 11月、文部次官となる(42歳)

1898年(明治31年): 東京帝国大学総長となる(5月)、と同時に理学部数学科教授を辞す(43歳)

1901年(明治34年): 6月、文部大臣(第1次桂内閣)に就任(46歳)

1903年(明治36年): 9月、文部大臣を辞任(48歳)(明治35年暮の教科書疑獄事件による)

1908年(明治41年): 京都帝国大学総長となる(53歳)(1912年(大正元年)まで)

1909年(明治42年): 帝国学士院院長(54歳)

1917年(大正6年): 8月19日没(62歳)

この年譜からもわかるように、明治30年代は菊池にとって、社会的・政治的な重責を背負っていた時期なのである。

- (33) 中谷太郎「日本数学教育史16」P. 40(数学教育協議会編『数学教室』(国土社)1967年9月号、No. 167に所収)

- (34) 林鶴一著『新撰幾何学教科書』(開成館、明治37年6月訂正再版、初版は明治37年3月) p. 197

- (35) 同上書、p. 197

- (36) 同上書、pp.197-198

- (37) 林鶴一著『新撰幾何学教科書』(開成館、明治45年3月、訂正10版) p. 185

- (38) 林鶴一著『中等教育幾何学教科書』(開成館、大正2年12月、初版)

この書では、その序において、「著者が先ニ著セル新撰幾何学教科書ヲ新制ノ中学校数学教授要目ニ拠リテ、更ニ改訂補修シタルモノナリ。」と述べられている。

- (39) 同上書、p. 205

- (40) 同上書、p. 205

- (41) ルジャンドル(1752-1833)の『幾何学』については、小倉金之助『数学教育史』(岩波書店、昭和7年)において、次のように解説されている。

「ルジャンドルは幾何学の中に、算術と代数を或る程度まで用ひている。また論理の厳密を尊重しながらも、必らずしも之を以て唯一のものとせず、時には直観に訴へて、事実を主とした所もある。ユークリッドが非度量的なるに反して、ルジャンドルは度量的であり、特に無理数(不可約量)のことは、算術で學んだものと見なして、簡単に比例論を取扱っている。」(pp.142-143)

- (42) 菊池大麓は1866年(慶応2年)、幕府の命によりイギリスへ留学した。このとき、わずか11歳であった。2年の留学の後、明治元年、いったん帰国したのであるが、それは、江戸幕府が崩壊したためである。

そして、2年後の1870年(明治3年)、今度は明治政府の命により、再びイギリスへ留学した。

イギリスでは、トドハンター(1820-1884)に師事した。(小倉金之助・鍋島信太郎『現代数学教育史』(大日本図書、昭和32年)、p. 10を参照されたい。)

そして、明治10年5月、帰国し、同年設立された東京大学の理学部教授となった。弱冠22歳であった。

- (43) イギリス流の幾何について、小倉金之助は『近代日本の数学』（新樹社、昭和31年）の中で、次のように述べている。

「元来トドハンターの幾何というのは、本当のユークリッドの形式で、計算の記号をいっさい用いず、全部言葉で述べる。幾何学的量を数に直して計算をすることは、決して許されないといった、古いギリシャの伝統そのものを伝えたもので、これをイギリス流の幾何と、ふつう呼んだのです。」(p. 243)

- (44) 当時は、アメリカのロビンソンの数学書が多く翻訳されたようである。そして、ロビンソンの幾何はルジャンドル型のものだったのである。

明治10年代は、ロビンソンの幾何からトドハンターの幾何へと移行していった時代ではあるが、ウィルソンやライトの幾何のように、イギリス流とフランス流の折衷的な教科書も用いられたようである。

より詳しくは、小倉金之助『近代日本の数学』（新樹社、昭和31年）に所収の「日本における近代的数学の成立過程」を参照されたい。

- (45) 菊池は、『幾何学講義 第一巻』（大日本図書、明治30年）において、たとえば、次のように述べている。

「斯ノ如ク幾何学ニ於テハ少数ノ公理及定義ヲ基礎トシ、夫ヨリ逐次推探シ正當ノ証明無クシテハ一歩モ進マズ、実ニ演繹推理法ノ最好キ例ナリ。」(p. 4)

「幾何学ト代数学トハ別学科ニシテ幾何学ニハ自カラ幾何学ノ方法有り、濫ニ代数学ノ方法ヲ用井ル可カラザルナリ。」(p. 20)

- (46) 小倉金之助・鍋島信太郎『現代数学教育史』（大日本図書、昭和32年）p. 98

- (47) 東京書籍の『新しい数学2』では、「1つの図形を、形を変えずに一定の割合に拡大、または縮小して得られる図形は、もとの形と相似であるという。」と述べられている。

また、啓林館の『数学2年』では、「一般に、2つの図形があって、一方が、他方を一定の割合に拡大または縮小したものと合同であるとき、この2つの図形は相似であるという。」と記述されている。