三重大学教育学部研究紀要　第52巻　自然科学（2001）　23－45頁

Japanese Theorem の起源と歴史*

上　垣　　渉**

On the Origin and History of the Japanese Theorem

Wataru UEGAKI

目　　次

[1]　本論文の目的

筆者は Southeast Missouri State University の数学教授であり、数学史にも関心を持っておられる Mangho Ahuja 氏から "Japanese Theorem" と称される定理の起源と歴史に関する照会を受けた。Mangho Ahuja 氏はこの "Japanese Theorem" を雑誌 "The Mathematical Gazette" (Vol. 77、1993) に掲載された Nick Mackinnon の論文 "Friends in youth" で知ったとのことである。

確かに、この雑誌には、

"The Japanese Theorem

Triangulate a cyclic polygon from one vertex.　The sum of the radii of the in-circles of the triangles is independent of the vertex chosen."

とあって、次ページの図のように、円に内接する五角形の場合が例示されている[1)]。

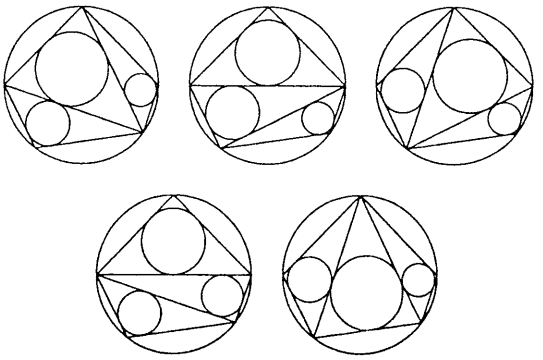
この定理の内容は、

「円に内接する任意の多角形において、１頂点を通る弦で分けられるすべての三角形の内接円の半径の和は、どの頂点に関しても等しく一定である。」

* 原稿受理日　平成12年９月20日
** 三重大学教育学部数学教室

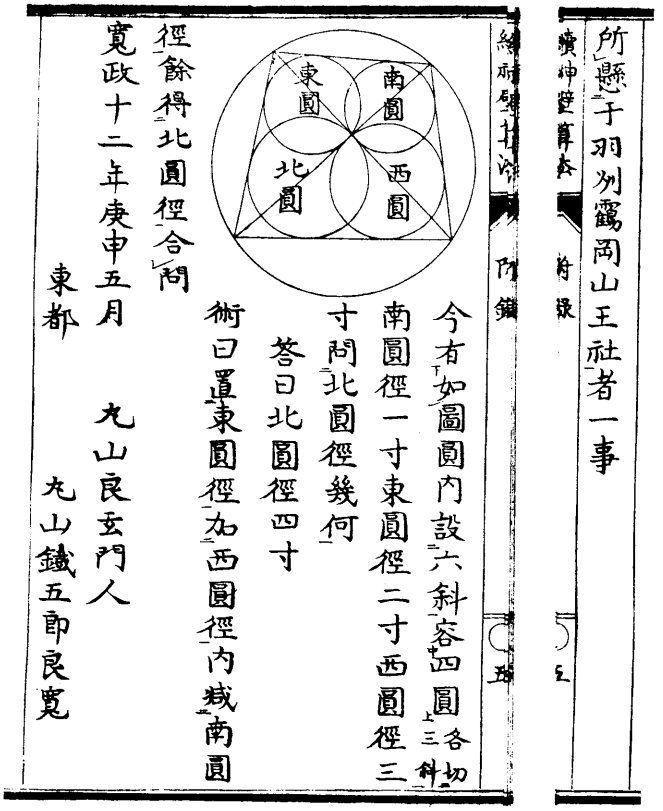
という意味であり、この定理が "Japanese Theorem" と呼ばれているわけである。

そこで、本論文では、この定理の起源と歴史を可能な限り明らかにすることを目的とする。



[2]　"Japanese Theorem" の起源

上記の "Japanese Theorem" は、円に内接する任意の多角形に関する定理であるが、この定理の起源は、円に内接する任意の四角形の場合のもので、1807(文化４)年に刊行された藤田嘉言編『続神壁算法』に見られる次のものであると思われる[2)]。



この『続神壁算法』は1796(寛政８)年から1806(文化３)年までの10年間の、全国の神社仏閣から門弟の奉納した算額を収集したもので、藤田貞資[3]（1734－1807）の門弟のもの32面、付録には、藤田貞資の高弟のそのまた門人のもの27面が加えられている。

上記の『続神壁算法』での記述から知られるように、円に内接する任意の四角形の場合を示したのは丸山良玄（1757－1816）の門人である丸山良寛なる人物であることがわかる[4]。以下に、この算額の内容の現代訳を掲げる。

羽州鶴岡山王社に縣げたる所の者一事
今、図の如く、円内に六斜を設け四円（おのおの三斜に接す）を容れてあり。南円径一寸、東円径二寸、西円径三寸、北円径幾何かと問う。
答えて曰く。北円径四寸。
術に曰く。東円径を置き、西円径を加え、内より南円径を減じ余、北円径を得る。問に合う。
寛政十二年庚申五月　　丸山良玄門人
東都　　丸山鉄五郎良寛

つまり、丸山良寛の示した内容は、文字を用いて命題の成立を一般的に示すという今日の数学的作法に従ったものではなく、一寸・二寸・三寸という具体的数値が与えられた後に、四寸という解答を得るという「術」を示していることがわかる。そして、その解法として、「東円径と西円径の和から南円径を減じることによって北円径を求める」という方法を採用していることから、「東円径＋西円径＝南円径＋北円径」であることを知っていたと言うことができる。これは "Japanese Theorem" の四角形の場合に相当する内容であるが、「東円径＋西円径＝南円径＋北円径」についての一般的証明は見られない。もっとも、このような記述の仕方は和算の世界における奉額の作法であったから、当然のことであると言える。重要なことは、丸山良寛は「東円径＋西円径＝南円径＋北円径」という内容、すなわち "Japanese Theorem" の四角形の場合に相当する内容を得ていたということである。この事実から、"Japanese Theorem" の四角形の場合に相当する部分は「丸山良寛の定理」と呼ばれているのである[5]。したがって、今後は、本稿においても、"Japanese Theorem" の四角形の場合に相当する内容を「丸山良寛の定理」と呼ぶことにする。

なお、『続神壁算法』によれば、丸山良寛の定理は「算額」という形式をとって、羽州（現在の山形県・秋田県の２県に相当する地域）にある鶴岡山王社という神社に奉納されたものであることがわかる[6]。以上のことから、"Japanese Theorem" の日本における起源が「一応は」明らかにされたと思われるが、この定理の起源と歴史をめぐっては、さらに考察を加える必要がある。

[3]　「丸山良寛の定理」から "Japanese Theorem" への拡張

すでに述べたように、"Japanese Theorem" は円に内接する一般の多角形において成り立つ定理であり、「丸山良寛の定理」は円に内接する四角形についての内容であった。それでは、「丸山良寛の定理」から "Japanese Theorem" への一般化は誰によってなされたのであろうか。この問題に関しては、林鶴一[7]（1873－1935）が『東京物理学校雑誌』第176号（明治39年７月）に寄稿した「三上義夫君ノ「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」ト題スル論文ニ就テ」という論文に、

「而シテ此定理ガ四角形ニ就テ証明セラレタルトキハ之ヲ任意ノ多角形ノ場合ニ拡張スルコトハ三上君ノ示サレタルガ如ク容易ナリ」[8)]

とあることから、一般の多角形への拡張は三上義夫[9)]が行なった仕事であると考えられる。実際、『東京物理学校雑誌』第172号（明治39年３月）に掲載された論文「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」には、その証明が見られる[10)]。

さらに、小倉金之助（1885－1962）による譯註書『るーしぇ、こんぶるーす　初等幾何学』［第一巻　平面之部］（1927(昭和２)年訂正11版、初版は1923(大正２)年)では、「平面幾何學演習問題」の最後に「譯者選演習問題補遺」が付けられていて、その中の「補４」に「丸山良寛の定理」が見られ、その拡張を求める問題が示されているが、その注として、

「和算ノ一問題（1800年頃)。長澤亀之助氏等ノ解アリ。其ノ後三上義夫（1905)、澤山勇三郎（1906）氏等ノ擴張アリ」[11)]

と記されていることから、三上の行なった拡張の後、澤山勇三郎[12)]も定理の拡張に成功していることがわかる。実際、澤山は『東京物理学校雑誌』第178号（明治39年９月）に「一幾何学定理ノ拡張」と題する論文を寄稿し、その証明を示している[13)]。

［4］ “Japanese Theorem” という名称

“Japanese Theorem” を初めて外国に紹介したのは三上義夫（1875－1950）であった。彼は雑誌 “Archiv der Mathematik und Physik”（3, 9, 1905）に “A Chinese theorem on geometry” と題する論文[14)]を、そして『東京物理学校雑誌』第172号（明治39年３月）にも「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」と題する論文[15)]を寄稿しているのである。

これらの論文題目の中には、「中国の定理」を意味する “Chinese Theorem” という名称が使用されていて、「日本の定理」を意味する “Japanese Theorem” という名称を見い出すことはできない。では、“Japanese Theorem” という名称は何に由来するのであろうか。第１節でも述べたように、筆者の友人 Mangho Ahuja 氏からの情報によれば、雑誌 “The Mathematical Gazette”（Vol. 77、1993）に掲載された論文において “Japanese Theorem” という名称が見られ、これが初見であったとのことである。しかし、この雑誌は1993年の発行であるから、これが初見書だとするならば、“Japanese Theorem” という名称はずいぶん新しいものだと言わねばならない。そして、“Japanese Theorem” という用語はこの論文の著者である Nick Mackinnon の造語であるということになるが、事実はそうではない。

実際、Mangho Ahuja 氏の調査結果によれば、1906年発行の雑誌 “The Mathematical Gazette” Vol. 3 に、この定理を紹介する論文が掲載されているのである[16)]。この論文の著者である W. J. Greenstreet は、“Japanese Mathematics” という表題をこの論文に付けていることから、上記の1993年発行の “The Mathematical Gazette”（Vol. 77）の論文の著者 Nick Mackinnon は、この表題に示唆を得て、“Japanese Theorem” という用語を作ったのかもしれないと思われるが、やはり、このような固有名詞的名称にはもっと直接的な起源があるはずだと筆者は考える。そのような観点から調査を進めた結果、1911年発行の雑誌 “Mathesis”（4, 1, 1911）に興味深い論文を見い出すことができた。この論文は林鶴一によるもので、その表題は仏語で “Un Théorème Japonais” となっていて、まさに「日本の定理」すなわち “Japanese Theorem” なのである[17)]。

この論文では、まず、

「三角形 ABC の外接円、内接円及び3つの傍接円の中心をそれぞれ O, I, I_a, I_b, I_c とし、それらの半径を R, r, r_a, r_b, r_c とする。そして、傍接円 I_a, I_b, I_c の2つずつに引かれた第4の共通接線たちが作る三角形を $A_1B_1C_1$ とする。このとき、$\triangle A_1B_1C_1$ に内接する円の中心は $\triangle I_aI_bI_c$ の外接円の中心に一致し、その半径 r_1 は、

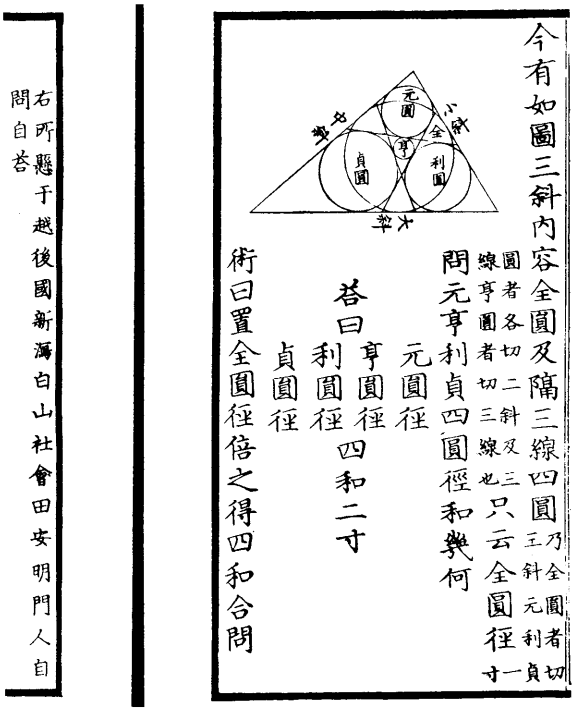
$$r_1 = 2R + r = \frac{r + r_a + r_b + r_c}{2}$$

であることを証明せよ。」

という問題が雑誌 "Mathesis"（1896、p. 192）に掲載されたことを紹介した後、同誌（1898、p. 203）で、Colart、Deprez、Delahaye、Jerabek によって証明が与えられたことが報告されている。そして林は、その直後に、この定理は実はすでに、福田廷臣[18] による1820（文政3）年の『算法變形指南』に次のような形で見られると紹介しているのである。

「与えられた三角形の内部に三角形が作られるように3本の直線を引いて、与えられた三角形のおのおのの頂点が作る3つの五角形に円が内接させられるようにせよ。このとき、これら3つの円の半径と内部の三角形の内接円の半径の和は、与えられた三角形の内接円の直径に等しい。」

実際、『算法變形指南』には、次のような記述が見られる[19]。この命題は、三角形の中に作られた（すなわち、容れられた）、3辺（三斜）及びもとの三角形によってできる5個の円に関するものであるから、「三角内容三斜五円術」の命題とでも言うことができる。


今有如圖三斜内容全圓及隅三線四圓乃全圓者切三斜元利貞切圓者各切二斜及三線亨圓者切三線也只云全圓徑一寸問元亨利貞四圓徑和幾何

元圓徑

亨圓徑

利圓徑

貞圓徑

答曰四和二寸

術曰置全圓徑倍之得四和合問

右所懸于越後國新潟白山社會田安明門人自問自答

著者の林鶴一は、この定理は会田安明[20]（1747－1817）の門弟によって最初に証明され、神社に奉額されたと報告している。つまり、林鶴一はこの定理を "Japanese Theorem" としてヨーロッパに紹介したわけであり、その内容は、本論文の冒頭で紹介した "Japanese Theorem" とは

明らかに異なっている。林鶴一は、本論文の冒頭で紹介した "Japanese Theorem" がすでに三上義夫によって "Chinese Theorem" という名称を付けて紹介されたことを知っていたから、上記の定理に対して、新名称 "Japanese Theorem" を与えたのだと考えられる。

したがって、現時点からみると、"Japanese Theorem" という名称には、歴史的に2通りの使用法があったと言うことができる。実際、雑誌 "Mathesis" のその後を調査すると、"Japanese Theorem" という名称は、1926年の第XL巻に掲載された V. Herbiet の記事、及び1951年の第LX巻に掲載された E. Ehrhart の記事に見い出すことができる。それらは以下の通りである。

[1926年の第XL巻の記事（一部）][21]

57. *Sur le théorème Japonais* (M, 1906-257). Ce théorème s'énonce : *Si* r_1, r_2, r_3, r_4 *sont les rayons des cercles inscrits aux triangles formés par les diagonales et les côtés d'un quadrilatère convexe inscrit à un cercle, on a*

$$r_1 + r_3 = r_2 + r_4.$$

[1951年の第LX巻の記事（全文）][22]

18. Sur un théorème japonais. L'énoncé (M, 1951-119) aurait dû être : les quatrièmes tangentes communes à deux des cercles exinscrits forment un triangle $A_1B_1C_1$ dont le centre *du cercle inscrit* coïncide avec celui I_1 du cercle circonscrit à $I_aI_bI_c$.

Mais même sous cette forme, le théorème n'est vrai que pour un triangle acutangle, ce qui semble avoir échappé aux auteurs qui se sont occupés de la question. Si A par exemple est obtus, c'est le centre du cercle exinscrit dans A_1 qui coïncide avec I_1 ; si A est droit, A_1 est à l'infini, et I_1 est le centre du cercle inscrit dans celle des deux demi-bandes formées par a_1, b_1, c_1 qui renferme le triangle ABC.

Pour rendre le théorème *uniforme*, il suffit de considérer (M, 1951-17) le triangle orienté de base (T_0) porté par ABC et ses cycles tritangents. On aura : Les axes tangents communs, non portés par les côtés, à deux cycles exinscrits de (T_0) forment un triangle, dont le cycle inscrit est concentrique au cercle $I_aI_bI_c$ et dont le rayon est $\rho = 2R + r$.

En remplaçant dans cet énoncé (T_0) par le pseudotriangle (T) et I_a, I_b, I_c par I, I_c, I_b, on obtient le théorème parallèle ($\rho' = 2R' + r' = 2R - r_a$).

(E. EHRHART)

すなわち、V. Herbiet は「丸山良寛の定理」を "Japanese Theorem" として扱っているのに対して、E. Ehrhart は林鶴一が紹介した "Un Théorème Japonais" を "Japanese Theorem" として扱っているのである。このように見てくると、"The Mathematical Gazette" (Vol. 77) の論文の著者 Nick Mackinnon は、1926年の第XL巻に掲載された V. Herbiet の記事を見て、「日本の定理」を意味する用語 "Japanese Theorem" を使用した可能性が高いと思われる。

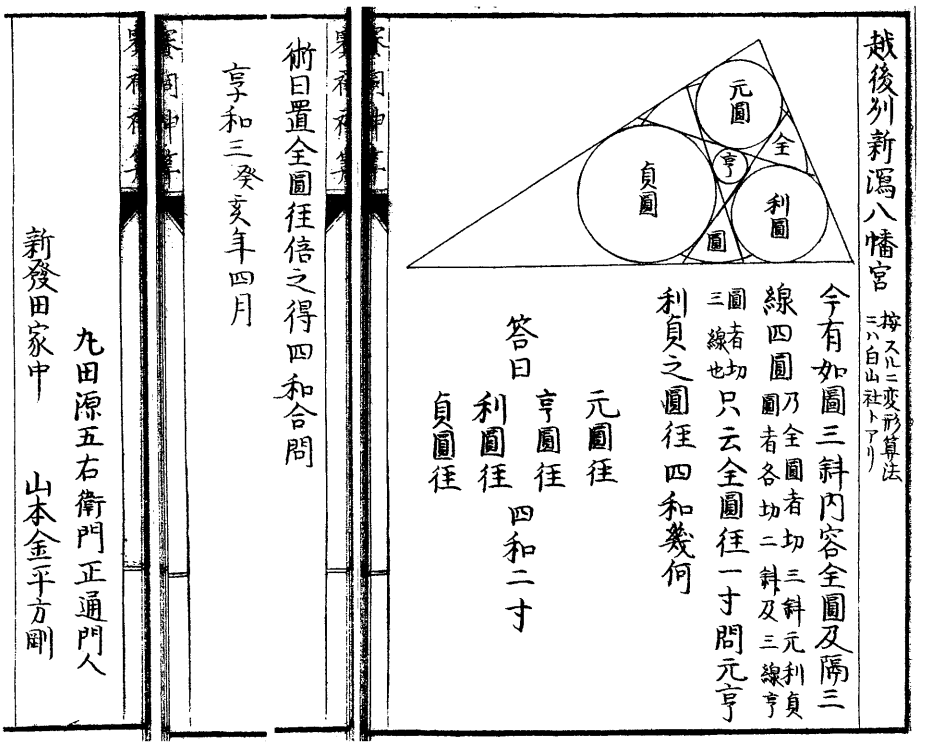
いずれにしても、"Japanese Theorem" という名称は、歴史的にみて2通りの意味で使用されてきたことが明らかになった。そこで本論文では、これ以後、「丸山良寛の定理」の拡張として

の “Japanese Theorem” と上述の林鶴一が紹介した “Japanese Theorem” とを区別し、前者を “Japanese Theorem I” と呼び、後者を “Japanese Theorem II” と呼ぶことにする。

[5] “Japanese Theorem II” の起源

雑誌 “Mathesis” (4, 1, 1911) に掲載された論文 “Un Théorème Japonais” において、林鶴一は “Japanese Theorem II” が福田廷臣による1820(文政3)年の『算法變形指南』に見られると報告していた。その内容は前節で紹介した通りである。

ところで、林鶴一は、この定理は会田安明 (1747－1817) の門弟によって最初に証明され、神社に奉額されたとも報告していたが、それは中村時萬[23] が1830年に奉掲算額を輯した『賽祠神算』に次のように見られる[24]。


越後州新潟八幡宮 按スルニ変形算法ニハ白山社トアリ

今有如圖三斜内容全圓及隔三線四圓乃全圓者切三斜元利貞圓者各切二斜及三線亨圓者切三線也只云全圓徑一寸問元亨利貞之圓徑四和幾何

元圓徑
亨圓徑
利圓徑 四和二寸
貞圓徑

術曰置全圓徑倍之得四和合問

享和三癸亥年四月

九田源五右衛門正通門人
新發田家中 山本金平方剛

この史料によれば、この算額は越後州新潟八幡宮に1803(享和3)年4月に奉額されたものであることがわかる[25]。そして、奉額した和算家は丸田源五右衛門正通の門人山本金平方剛である。丸田は会田安明の四天王の一人であるから、山本は会田の孫弟子ということになる[26]。

ただ、算額という形式上、証明は記述されておらず、ただ術文のみが、

「術曰、置全円径、倍之、得四和、合問」

(現代訳「術に曰く、全円径を置き、之を倍すると、四和を得る、問に合う」)

と述べられているに過ぎず、証明は見られない。

なお『新潟の算額』によれば、この定理は縣越後国新潟白山堂 (新潟市一番堀通町にある白山神社) に奉額されたものとして紹介されており[27]、上記の『賽祠神算』に見られる「変形算法ニハ白山社トアリ」という記述と一致している。

[6] "Japanese Theorem I" の中国における起源

第4節で見たように、"Japanese Theorem I" は "Chinese Theorem" と呼ばれていたのであった。したがって、この定理はもともと中国から日本に輸入されたものではないかと考えられるのである。実は、雑誌 "The Mathematical Gazette" (Vol. 3、1906) には、この問題に関連する論文 "Japanese Mathematics" があり、その中に、

"The following theorem was recently sent to a Japanese mathematician by one of his Chinese friends."

という一節が見られる[28]。

この一節からは、"Japanese Theorem I" が中国の友人の一人から日本の数学者に送られたことがわかるが、日本の数学者やその数学者の友人の氏名は不明である。しかし、この論文の後段に "Mathesis, Dec., 1905" とあることから、この論文は、著者である W. J. Greenstreet が、雑誌 "Mathesis" (3, 5, 1905) に掲載された J. Neuberg の記事を参照して書いたものであることがわかる。ところが、この雑誌に掲載された記事 "26 Un théorème chinois de géométrie" には、三上義夫が Herrn A. Gutzmer に、興味深い定理に関する1905年3月29日付けの手紙を送ったこと、そして、その定理は、中国の数学者がその友人に宛てたものであることが報告されているにとどまっていて、氏名は不明である[29]。そこで、三上自身の論文「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」を見てみると、次のような一節を見い出すことができる。すなわち、冒頭に "Japanese Theorem I" の内容を述べた後、

「此問題ハ単純ナレドモ而モ稍々趣味ニ富メル者ナリ。此問題ハ清国ノ学者某氏ノ手ヨリ来レリ」[30]

と述べているのである。また、三上の論文 "A Chinese theorem on geometry" には、

"The following proposition is one among others that were proposed by a certain Chinese mathematician to a friend of mine."[31]

とある。したがって、「日本の数学者」が三上の友人であることはわかるが、その氏名は不明であり、「中国の友人」についても「清国の学者」とあるのみで、その氏名はやはり不明である。さらに、三上の論文では、続けて、

「之ガ証明ノ彼国ニ於テ存立スルヤ否ヤ、又支那ノ学者ハ此種ノ問題ヲ如何ニ処理スルヤニ就テハ、余ハ今些ノ確ムル所アルヲ得ザルナリ」[32]

と述べられていることから、三上にあっても、"Japanese Theorem I" の中国における起源については不詳であったと思われる。そして、その後の『東京物理学校雑誌』にも、中国における起源に言及した記事は見られないことから考えて、この問題は現在でも未解決であると言わなければならない。

[7] 「丸山良寛の定理」の証明

三上義夫によって "Japanese Theorem I" が1905(明治38)年に公表されて以後、この定理を論じた日本の数学者の一人に林鶴一がいる。林は『東京物理学校雑誌』第176号 (明治39年7月) での論文「三上義夫君ノ「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」ト題スル論文ニ就テ」において、自身の知人である忽那善一[33]、松尾源作[34]、大森乙五郎[35] 等によって得られた4つの証明を紹介するとしている[36]。ただ、この証明は "Japanese Theorem I" についてのものではなく、「丸山

良寛の定理」についてのものである。さらに、この論文では、第1証明から第4証明のうち、どの証明が誰によるものであるかは明示されていない。

ところが、"Mathesis"（3, 6, 1906）に掲載された林鶴一の論文 "Sur un Soi-Disant Théorème Chinois" では、5つの証明が紹介されており、しかも、それぞれの証明が誰によるものであるかが明記されているのである[37]。論文 "Sur un Soi-Disant Théorème Chinois" における5つの証明と論文「三上義夫君ノ「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」ト題スル論文ニ就テ」における4つの証明を比較対照すると以下のようになる。

"Sur un Soi-Disant Théorème Chinois"		「三上義夫君ノ「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」ト題スル論文ニ就テ」
第1証明	⇔	第1証明
第2証明	⇔	
第3証明	⇔	第2証明
第4証明	⇔	第3証明
第5証明	⇔	第4証明

そして、論文 "Sur un Soi-Disant Théorème Chinois" において、第1証明から第5証明までの発見者が以下のように明示されている。

第1証明：長澤亀之助[38]
第2証明：澤山勇三郎
第3証明：野崎常蔵[39]
第4証明：松尾源作、大森乙五郎
第5証明：周達[40]

続いて、林は『東京物理学校雑誌』第177号（明治39年8月）に「本誌前号ノ所論ニ就テ」を寄稿し、この定理についてのその後の調査結果を報告している。それによると、「丸山良寛の定理」はすでに1905（明治38）年発行の長澤亀之助（1860－1927）による譯補『かたらん氏幾何学定理及問題』（日本書籍）の中に見い出されることを澤山勇三郎と小倉金之助が報じているとのことである[41]。

上記の長澤亀之助譯補『かたらん氏幾何学定理及問題』は、長澤の「自序」によれば、フランスの数学者ウーゼーヌ・シャルル・カタラン（Eugène Charles Catalan、1814–1894）の著書である "Théorèmes et Problèmes de Géométrie élémentaire" の増訂第6版（1879年版）を訳述し、これに若干の増補を加えた書であると記されている。実際、長澤亀之助の譯補書を見ると、「丸山良寛の定理」は「第二編　圓」の中の「定理XXXII［補］」[42]、及び「第三編　比例」の中の「定理LXXVI」の「備考」[43]として扱われていて、長澤が付加したものであることが確認できる[44]。そして、前述した林鶴一の論文 "Sur un Soi-Disant Théorème Chinois" で紹介した5つの証明のうち第1、第5の証明が「定理XXXII［補］」で、第3の証明が「定理LXXVI」の「備考」で扱われている。第1の証明についてはその発見者の氏名はこの書には示されていないが、上に見たように、長澤亀之助である。第3の証明の発見者は兵庫県龍野中学校教諭である野崎

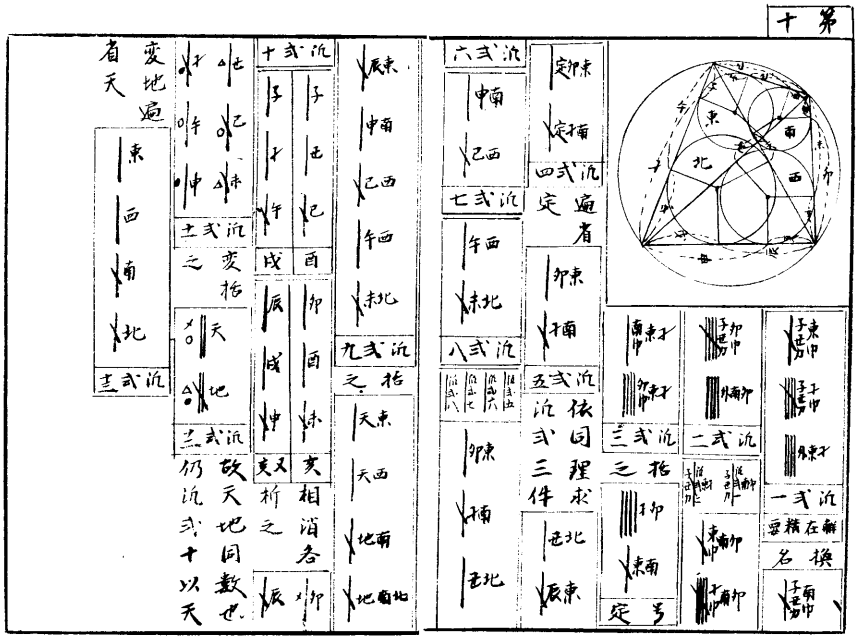
常蔵であり、第５の証明の発見者は清国潯渓公学数学教習楊州知新算社長である周達であることが明示されている。

一方、第２の証明に関しては、岩田至康編『幾何学大辞典１』（槇書店、1971年）にその記述が見られ[45]、そこでは、この証明が澤山勇三郎によるものとされ、澤山の著書である『初等幾何学』（積善館）が紹介されている[46]。なお、林が『東京物理学校雑誌』第176号において記していた忽那善一なる人物については、今なおこの定理との関連が不明である。

[8]「丸山良寛の定理」の和算家による証明

前節では、林鶴一の論文に見られた「丸山良寛の定理」の５つの証明を扱ったが、いずれも明治期のものであり、和算家によるものではなかった。また、第２節で見たように、丸山良寛自身も定理の証明を示してはいなかった。では、和算家による証明はなかったのであろうか。

筆者の調査によれば、ここに示すものが和算家による最初の証明であるかどうかは定かではないが、吉田為幸[47]の著書『続神壁算法附録解』に「丸山良寛の定理」の証明が下記のように示されていることが明らかになった[48]。



この証明の概要を現代の表記法によって示すと、以下の通りである。

図において、各 $a_{i,j}$ は頂点から円の接点までの長さを表す。

まず、$H_2H_4=H_1H_3$ を示す。

$$a_{1,1}+a_{2,1}-a_{2,2}+a_{4,3}-a_{1,2}=a_{4,1}$$

$$a_{2,1}+a_{3,1}-a_{2,3}+a_{4,2}-a_{3,1}=a_{4,1}$$

であるから、

$$a_{1,1}+a_{2,1}-a_{2,2}+a_{4,3}-a_{1,2}=a_{2,1}+a_{3,1}-a_{2,3}+a_{4,2}-a_{3,2}$$

となり、

$$a_{1,1}-a_{2,2}+a_{4,3}-a_{1,2}=a_{3,1}-a_{2,3}+a_{4,2}-a_{3,2}$$

となるから、

$$a_{1,2}-a_{1,1}+a_{3,1}-a_{3,2}=a_{2,3}-a_{2,2}+a_{4,3}-a_{4,2}$$

が成り立つ。ところが、

$$a_{1,2}-a_{1,1}+a_{3,1}-a_{3,2}=2H_2H_4$$

$$a_{2,3}-a_{2,2}+a_{4,3}-a_{4,2}=2H_1H_3$$

であるから、

$$H_2H_4=H_1H_3$$

が成り立つ。一方、$\angle A_2A_3A_1=\angle A_2A_4A_1$ であるから、

$$r_2:a_{3,1}=r_1:a_{4,3}$$

が成り立つ。同様にして、

$$r_3:a_{4,2}=r_2:a_{1,1}$$

$$r_4:a_{3,2}=r_1:a_{2,2}$$

$$r_4:a_{1,2}=r_3:a_{2,3}$$

が成り立つ。したがって、

$$r_2a_{4,3}=r_1a_{3,1}$$

$$r_3a_{1,1}=r_2a_{4,2}$$

$$r_4a_{2,2}=r_1a_{3,2}$$

$$r_4a_{2,3}=r_3a_{1,2}$$

となる。よって、

$$r_2a_{4,3}-r_1a_{3,1}+r_3a_{1,1}-r_2a_{4,2}+r_1a_{3,2}-r_4a_{2,2}+r_4a_{2,3}-r_3a_{1,2}=0$$

となり、

$$r_2(a_{4,3}-a_{4,2})-r_1(a_{3,1}-a_{3,2})-r_3(a_{1,2}-a_{1,1})+r_4(a_{2,3}-a_{2,2})=0$$

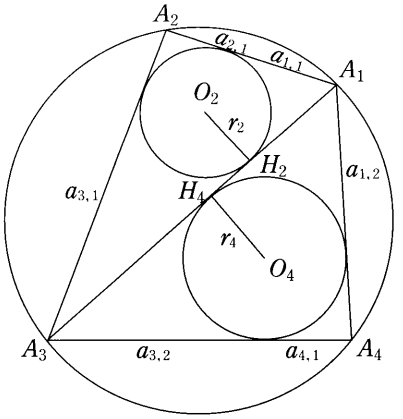
となる。したがって、

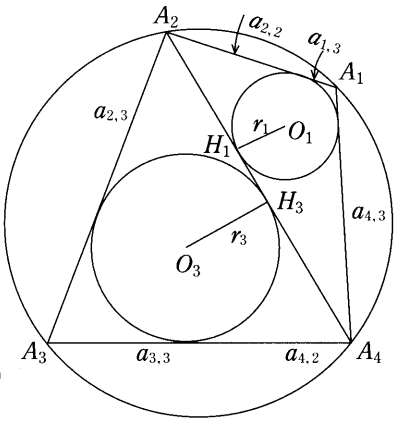
$$r_2H_1H_3-r_1H_2H_4-r_3H_2H_4+r_4H_1H_3=0$$

となり、

$$r_1+r_3=r_2+r_4$$

が成り立つ。



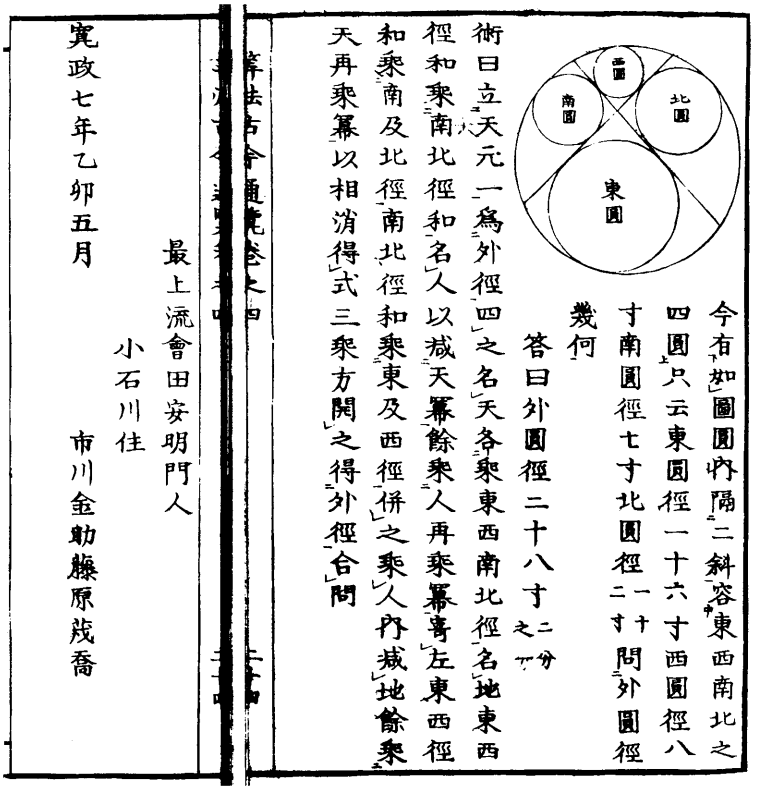


[9] “Japanese Theorem” の周辺 ——結語にかえて——

前節までで、“Japanese Theorem” の日本における起源と歴史の概要が明らかになった。それによると、この定理の起源は1800(寛政12)年に鶴岡山王社に奉額された「丸山良寛の定理」であった。実は、この1800年をはさむ時期、すなわち1700年代の終わり頃から1800年代の前半にかけての時期には、この “Japanese Theorem” に類似の命題が当時の和算家たちによって多く扱われているのである。

たとえば「丸山良寛の定理」は、円内に作った（すなわち、容れた)、6辺（六斜）から作られる三角形に内接する4個の円に関する定理である。したがって、これは「円内容六斜四円術」の命題と言うことができ、1800年をはさむ時期には、この種の問題が多く解かれているのである。そのような問題の1つに「円内に任意に引かれた2本の弦によって分けられた4つの部分に円を内接させたときの、それぞれの円の円径に関する問題」があるが、この問題は1794(寛政

6）年に、会田安明の四天王の１人である市野茂喬によって牛込神楽坂上善国寺毘沙門堂に掲げられ[49]、その解は市野茂喬本人によって、1795（寛政７）年に、同じく毘沙門堂に奉額された。この算題は会田安明編『算法古今通覧　巻之四』に収められている「最上流関流算術神明論」の中に次のように見られる[50]。


今有如圖圓内隔二斜容東西南北之四圓只云東圓徑一十六寸西圓徑八寸南圓徑七寸北圓徑一十二寸問外圓徑幾何

答曰外圓徑二十八寸二分之一

術曰立天元一爲外徑四之名天各乘東西南北徑名地東西徑和乘南北徑和名人以減天冪餘乘人再乘冪寄左東西徑和乘南及北徑南北徑和乘東及西徑併之乘人乃減地餘乘天再乘冪以相消得式三乘方開之得外徑合問

最上流會田安明門人

小石川住

寛政七年乙卯五月

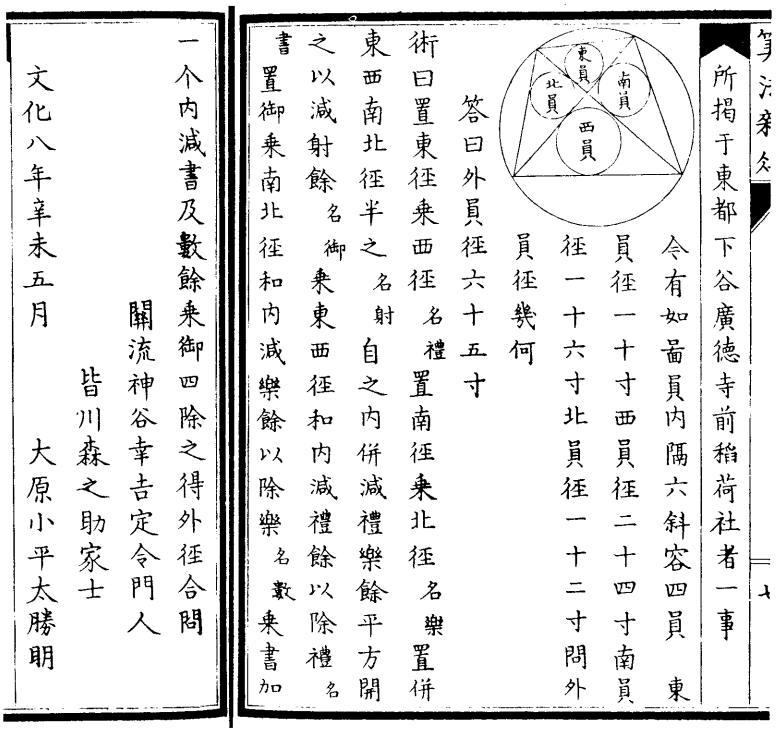
市川金助藤原茂喬

これは「円内容二斜四円術」の問題とでも言うことができるが、実は、この問題は関流と最上流との間で、その先取権をめぐって争われたとも言われている問題であった。会田安明は関流の藤田貞資の門に入ろうとしたが果たせず、関流に対抗して「最上流」を創始したのであり、会田が、藤田の『精要算法』（1781）に対抗して『改精算法』（1785）を著すことによって、関流と最上流との論争が始まったのである。会田は関流の點竄術を改名して「天生法」と命名したのであるが、『明治前日本數學史　第四巻』によれば、

「（会田は）關流に反抗して最上流をはじめ、貞資と論戰を交ゆること二十年に及び、大に最上流の存在を天下に知らしめた。最上流はその内容において別に關流と相違はない。ただその記號、術語等を異にするのみである。」[51]

と記されている。つまり、1800年をはさむ時期は関流と最上流の論戦が交わされていた時期であり、円と多角形に係わる問題が両派の間で盛んに取り扱われたのである。ここで、そのいくつかを紹介しておく。

まず、“Japanese Theorem I”に類似の問題として、岩井重遠[52]の『算法雑俎』には次のような問題が扱われている[53]。これは「円内容六斜四円術」の問題と言え、会田安明の『神廟仏閣算學集』にも見られるとのことである。



所掲于東都下谷廣徳寺前稲荷社者一事

令有如畠員内隔六斜容四員 東員徑一十寸西員徑二十四寸南員徑一十六寸北員徑一十二寸問外員徑幾何

答曰外員徑六十五寸

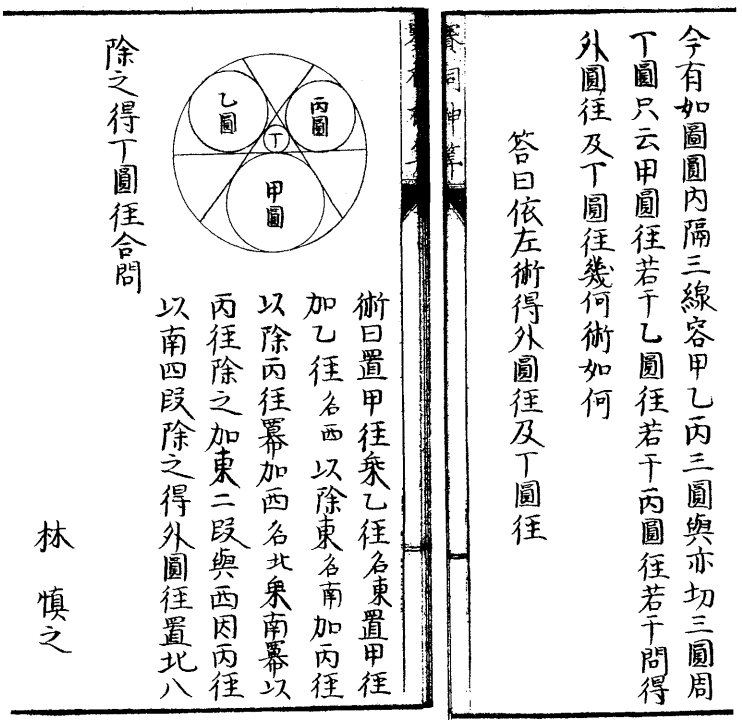
術曰置東徑乗西徑名禮置南徑乗北徑名樂置併東西南北徑半之名射自之内併減禮樂餘平方開之以減射餘名御乗東西徑和内減禮餘以除禮名書置御乗南北徑和内減樂餘以除樂名數乗書加一个内減書及數餘乗御四除之得外徑合問

關流神谷幸吉定令門人

皆川森之助家士

文化八年辛未五月　大原小平太勝明

また、“Japanese Theorem II” に類似の問題として、『賽祠神算』に次のような問題が見られる[54] が、これは「円内容三斜四円術」の問題とでも言うことができる。



今有如圖圓内隔三線容甲乙丙三圓與亦切三圓周丁圓只云甲圓徑若干乙圓徑若干丙圓徑若干問得外圓徑及丁圓徑幾何術如何

答曰依左術得外圓徑及丁圓徑

術曰置甲徑乗乙徑名東置甲徑加乙徑名西以除東名南加丙徑以除丙徑冪加西名北乗南冪以丙徑除之加東二段與西因丙徑以南四段除之得外圓徑置北八除之得丁圓徑合問

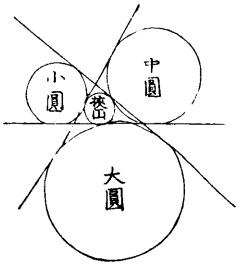
林　慎之

さらに、同種の問題として、次のような問題も見られる。［命題1］及び［命題2］は「三斜四円術」の問題、［命題3］は「円内容二斜五円術」の問題とでも言うことができる。

［命題1］[55)]

所懸于東都湯嶋天満宮者一事

今有如圖設大中小三圓及三線而其三圓中容挾圓（挾圓者圓及三線三圓者各切于二線）大圓徑三十六寸中圓徑二十五寸小圓徑一十六寸問挾圓徑幾何



答曰挾圓徑八寸

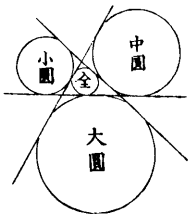
術曰置小圓徑以中圓徑除之開平方名天置大圓徑以中圓徑除之開平方名地併入天及一箇以除天乘地及中圓徑得挾圓徑合問

天明九年己酉正月

關流藤田貞資門人
松平播磨守家士
郡司恒藏忠良

［命題2］[56)]

今有如圖以大中小三圓及三線挾全圓只云全圓徑八寸大圓徑三十六寸中圓徑二十五寸問小圓徑幾何



答曰小圓徑一十六寸

矩曰此題ノルモノハ右過乘トメ捨ル所ノ甲ト名ルモノ即チ此条ノ定矩合トナルナリ故ニ甲ヲ列シテ定矩合ハシ而シテ天及人ヲ解テ得

小商	中商
大商	全商
大商	全商
中商	全商
小商	全商
合矩	甲

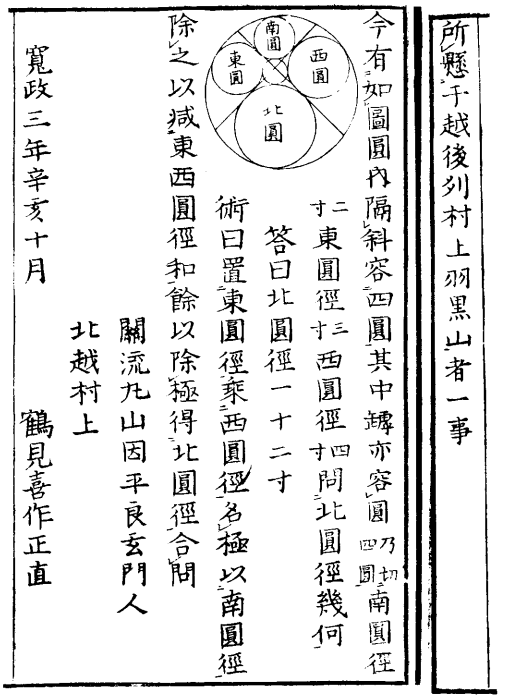
仍得小商求式

大中商和	全
全	大中商

得小商式故施答術

術曰大中徑相乘開平方名子倍之加大中徑和乘全徑冪以子全徑差冪除之得小徑合問

［命題 **3**］[57)]


所懸于越後刈村上羽黒山者一事

今有如圖圓内隔斜容西圓其中罅亦容圓乃切四圓南圓徑二寸東圓徑三寸西圓徑四寸問北圓徑幾何

答曰北圓徑一十二寸

術曰置東圓徑乘西圓徑名極以南圓徑除之以減東西圓徑和餘以除極得北圓徑合問

關流九山因平良玄門人

北越村上

寛政三年辛亥十月

鶴見喜作正直

このように、1700年代の終わり頃から1800年代の前半の時期は、“Japanese Theorem” の起源であった「丸山良寛の定理」及びそれに類似した問題が多く扱われたのであった。そして、これらの問題の中から、三上義夫は「丸山良寛の定理」に着目し、それを一般の多角形に拡張し、ヨーロッパに紹介したのである。さらに、林鶴一は福田廷臣の『算法變形指南』に見られた「三角内容三斜五円術」の命題をヨーロッパに紹介したのである。そして、それらが後になって “Japanese Theorem” と称呼されるようになったわけである。

付録（1） 明治期における「丸山良寛の定理」の 5 つの証明

［第 **1** 証明］ 長澤亀之助

半径 R の円 O に内接する四角形を $ABCD$ とし、三角形 ABC, BCD, CDA, DAB の内接円の半径をそれぞれ r_1, r_2, r_3, r_4 とする。また、点 O から辺 AB, BC, CD, DA, AC, BD に下ろした垂線の長さをそれぞれ a, b, c, d, e, f とすると、

$$R+r_1=a+b+e,\ R+r_3=c+d-e$$

が成り立つ。したがって、

$$2R+r_1+r_3=a+b+c+d$$

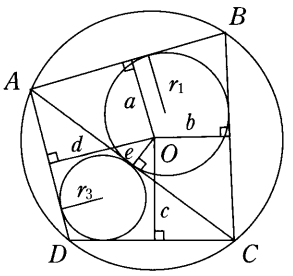
となる。同様にして、

$$2R+r_2+r_4=a+b+c+d$$

である。よって、

$$r_1+r_3=r_2+r_4$$

が成り立つ。



［第 2 証明］　澤山勇三郎

辺 AB, BC, CD, DA, AC, BD に対する矢をそれぞれ $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6$ とすると、

$$2R-r_1=\mu_1+\mu_2+\mu_5,\ 2R-r_3=\mu_3+\mu_4+(2R-\mu_5)$$

が成り立つ。したがって、

$$2R-r_1-r_3=\mu_1+\mu_2+\mu_3+\mu_4$$

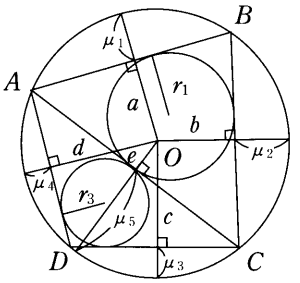
となる。同様にして、

$$2R-r_2-r_4=\mu_1+\mu_2+\mu_3+\mu_4$$

である。よって、

$$r_1+r_3=r_2+r_4$$

が成り立つ。



［第 3 証明］　野崎常蔵

三角形 ABC, BCD, CDA, DAB の内心をそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_4 とすると、四角形 $I_1I_2I_3I_4$ は長方形になる。

この長方形の対角線の交点を S とすると、

$$\overline{OI_1}^2+\overline{OI_3}^2=2\overline{OS}^2+2\overline{I_1S}^2=2\overline{OS}^2+2\overline{I_4S}^2=\overline{OI_2}^2+\overline{OI_4}^2$$

となる。ところで、

$$\overline{OI_1}^2=R^2-2Rr_1,\ \overline{OI_2}^2=R^2-2Rr_2,\ \overline{OI_3}^2=R^2-2Rr_3,\ \overline{OI_4}^2=R^2-2Rr_4$$

であるから、

$$r_1+r_3=r_2+r_4$$

が成り立つ。

［第 4 証明］　松尾源作、大森乙五郎

辺 AC と I_1I_3 の交点を V、辺 BD と I_2I_4 の交点を W とすると、

$$\angle I_3AV=\angle I_2BW,\ \angle I_4I_3V=\angle I_1I_2W$$

となり、さらに、

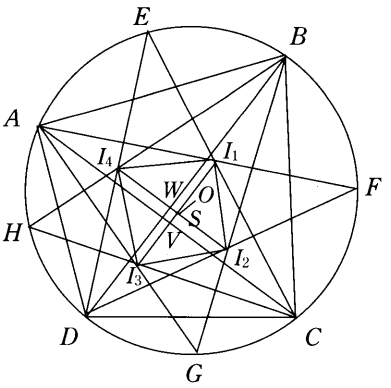
$$\angle AI_3I_4=\angle ADE=\angle BCE=\angle BI_2I_1$$

となる。したがって、

$$\angle AI_3V=\angle BI_2W$$

となるから、

$$\triangle AI_3V \backsim \triangle BI_2W$$



となる。したがって、辺 AC と I_1I_3 のなす角は、辺 BD と I_2I_4 のなす角に等しい。

さらに、$I_1I_3=I_2I_4$ である。それゆえに、辺 AC の任意の垂線上に I_1I_3 の正射影を作り、辺 BD の任意の垂線上に I_2I_4 の正射影を作れば、この両正射影は等しい。そして、この正射影の 1 つは r_1+r_3 であり、他は r_2+r_4 である。

よって、

$$r_1+r_3=r_2+r_4$$

が成り立つ。

［第 5 証明］ 周達

内心 I_1, I_4 より、辺 AB に垂線 I_1I_1', I_4I_4' を下ろし、内心 I_2, I_3 より、辺 CD に垂線 I_2I_2', I_3I_3' を下ろす。このとき、

$$I_1I_1' = r_1,\ I_2I_2' = r_2,\ I_3I_3' = r_3,\ I_4I_4' = r_4$$

である。

弧 ED' を弧 ED に等しくとり、弧 GA' を弧 GA に等しくとり、ED' と弧 AI_4I_1B との交点を J、GA' と弧 CI_2I_3D との交点を K、JI_4 と I_1I_1' との交点を M、KI_3 と I_2I_2' との交点を N とする。このとき、

$$\angle I_1I_4J = \frac{1}{2}\angle I_1EJ = \frac{1}{2}\angle CED',\ \angle I_2I_3K = \frac{1}{2}\angle I_2GK = \frac{1}{2}\angle BGA'$$

となるから、

弧 BA' = 弧 CD'

となる。よって、

$$\angle I_1I_4J = \angle I_2I_3K$$

である。したがって、(直角三角形 I_1I_4M) ∽ (直角三角形 I_2I_3N) となる。

よって、AB, BC, CD, DA, AC, BD の長さをそれぞれ a, b, c, d, e, f とすれば、

$$AI_1' = \frac{1}{2}(a+e-b),\ AI_4' = \frac{1}{2}(a+d-f)$$

となるから、

$$I_4'I_1' = I_4M = \frac{1}{2}(e+f-b-d)$$

となる。同様にして、

$$I_2'I_3' = I_3N = \frac{1}{2}(e+f-b-d)$$

となるから、$\triangle I_1I_4M \equiv \triangle I_2I_3N$ となる。

したがって、

$$I_1M = I_2N$$

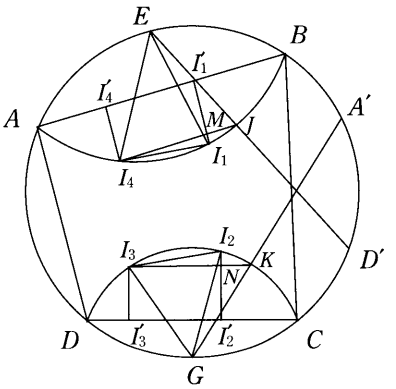
となり、

$$r_1 - r_4 = r_2 - r_3$$

すなわち、

$$r_1 + r_3 = r_2 + r_4$$

が成り立つ。



付録（2） “Japanese Theorem I” の 2 つの証明

［三上義夫による証明］

(1) 任意の四角形の場合

4 辺 AB, BC, CD, DA に対する円周上の角をそれぞれ $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ とし、外接円の半径を R とする。ここで、$AB = 2R\sin\alpha$ である。

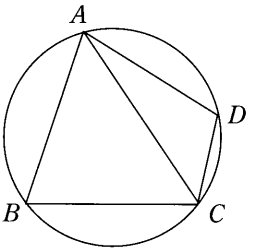
さて、三角形 ABC に内接する円の半径 ρ は、

$$\rho=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(AB+BC-CA)(AB-BC+CA)(-AB+BC+CA)}{AB+BC+CA}}$$

である。そして、

$$\begin{aligned}AB+BC+CA&=2R\sin\alpha+2R\sin\beta+2R\sin(\alpha+\beta)\\&=2R\{\sin\alpha+\sin\beta+\sin(\alpha+\beta)\}\\&=8R\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\end{aligned}$$

また、同様に、



$$AB+BC-CA=8R\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$AB-BC+CA=8R\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$-AB+BC+CA=8R\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

であるから、

$$4\rho^2=8^2R^2\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}$$

となる。ところが、$\alpha+\beta+\gamma+\delta=\pi$であるから、

$$4\rho^2=8^2R^2\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}\sin^2\frac{\gamma+\delta}{2}$$

となり、

$$\rho=4R\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma+\delta}{2}$$

となる。また、同様にして、三角形 ACD の内接円の半径を ρ' とすると、

$$\rho'=4R\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\delta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned}\rho+\rho'&=4R\left(\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma+\delta}{2}+\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\delta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\\&=4R\sum\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\delta}{2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (※)\end{aligned}$$

となる。ただし、ここで、$\sum$ 記号内の和は、4つの角の中の3つの正弦と他の1つの余弦との相乗積をすべて加えたものである。

上の式（※）は $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ についての対称式であるから、三角形 BAD, BCD の内接円の半径の和もまた同じ式で表される。よって、それらの両和は等しくなり、任意の四角形の場合、定理は証明された。

(2)　任意の多角形の場合

$A_1\cdots A_r\cdots A_nA_{n+1}$ を円に内接する $(n+1)$ 角形とし、頂点 A_r より対角線を引いて得られる諸三角形の内接円の半径の和を S_r と表すことにする。さらに、対角線 A_1A_n を引き、多角形 $A_1\cdots A_r\cdots A_n$ を作り、この多角形について定理が成り立つと仮定し、相等しい半径の和を S とする。

（ｉ）　$n=4$ のときの定理の成立は(1)によって確かめられた。

（ii） 任意の n 角形について定理が成り立つと仮定し、$(n+1)$ 角形においても成り立つことを示す。

三角形 $A_1A_nA_{n+1}, A_1A_rA_n, A_1A_rA_{n+1}, A_rA_nA_{n+1}$ の内接円の半径をそれぞれ $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ とすると、

$$S_1 = S + \rho_1$$

となる。さらに、

$$S_r = S - \rho_2 + \rho_3 + \rho_4$$

が成り立つ。よって、

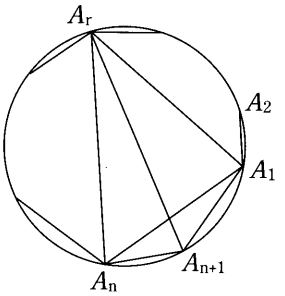
$$S_1 - S_r = \rho_1 + \rho_2 - (\rho_3 + \rho_4)$$

となるが、ここで、$A_1A_rA_nA_{n+1}$ は円に内接する四角形であるから、すでに証明したように、$\rho_1 + \rho_2 = \rho_3 + \rho_4$ が成り立っている。よって、任意の r について、

$$S_1 = S_r$$

となるから、

$$S_1 = S_2 = \cdots = S_{n-1}$$



となり、S_n, S_{n+1} もこれらの値に等しいことがわかるから、定理が n 角形において成り立つと仮定すると、$(n+1)$ 角形においても成り立つことが示された。よって、定理は任意の多角形において成り立つ。

［澤山勇三郎による証明］

任意の三角形の内接円、外接円の半径をそれぞれ r, R とし、この三角形の辺と外接円で作られる 3 つの弓形の矢（弓形の弧の中点とその弦との距離）を μ, μ', μ'' とすれば、$\mu + \mu' + \mu'' = 2R - r$ が成り立つ。（澤山は、すでにこの命題を「丸山良寛の定理」の証明において使用していた）まず、この命題を任意の多角形の場合に拡張した次の定理を証明する。

「半径 R の円に内接する多角形の 1 つの頂点から諸対角線を引いて三角形を作り、その諸三角形の内接円の半径の和を $\sum r$ とし、この多角形の辺と外接円で作られる諸弓形の矢の和を $\sum \mu$ とすると、

$$\sum \mu = 2R - \sum r$$

が成り立つ。」

（証明）

円に内接する任意の n 角形の頂点を $A_0, A_1, A_2 \cdots, A_{n-1}$ とし、さらに、この多角形の辺 $A_{p-1}A_p$ を弦とする弓形の矢を μ_p とする。また、対角線 A_0A_{p+1} を弦とし、その弧が点 A_1 を含む弓形の矢と、その弧が点 A_{n-1} を含む弓形の矢をそれぞれ δ_p, d_p とする。そして、三角形 $A_0A_pA_{p+1}$ の内接円の半径を r_p とすると、

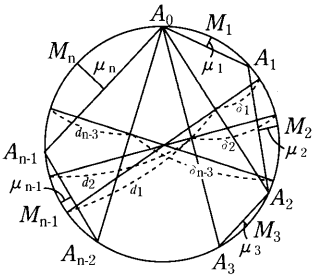
$$\mu_1 + \mu_2 + d_1 = 2R - r_1$$

$$\delta_1 + \mu_3 + d_2 = 2R - r_2$$

$$\delta_2 + \mu_4 + d_3 = 2R - r_3$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\delta_{n-3} + \mu_{n-1} + \mu_n = 2R - r_{n-2}$$



が成り立つ。辺々加え、$d_p + \delta_p = 2R$ であることに留意すれば、

$$\sum\mu = 2R - \sum r$$

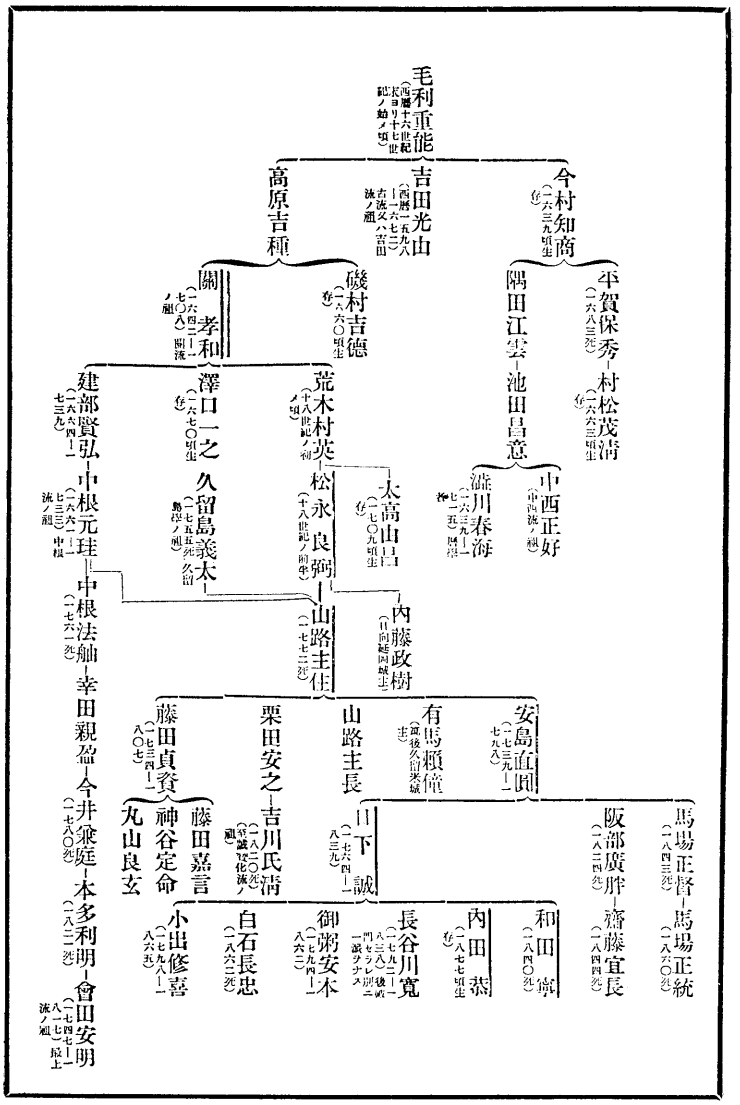
が得られる。(証明終)

上の等式$\sum\mu = 2R - \sum r$より、$\sum r = 2R - \sum\mu$となるが、この等式は多角形の三角形分割を行なったときの諸三角形の内接円の半径の和が、三角形分割の仕方に関係なく、常に$2R - \sum\mu$に等しいことを示している。

したがって、"Japanese Theorem I" は証明された。

付録 (3) ［関流算家系譜略］

東京数学物理学会が「関孝和先生二百年忌記念」として、明治41年4月に刊行した『本朝数学通俗講演集』には、下記のような「関流算家系譜略」が付けられている[58)]。



［注］

1) Nick Mackinnon, Friends in youth (The Mathematical Gazette, Vol. 77, 1993, pp. 20–21) 三重大学教育学部数学図書室所蔵

2) 藤田権平貞資閲　藤田門彌嘉言編　早川嘉三高寧訂『続神壁算法』1807(文化４)年、附録五丁、早稲田大学附属中央図書館小倉文庫所蔵

3) 藤田貞資は、和算の最大流派である関流荒木派の流れをくむ和算家山路主住（関流三傳）に学び、関流四傳を安島直圓に譲ったものの、当時、天下第一人と称せられていた。著書には『精要算法』、『神壁算法』、『続神壁算法』などがある。門弟数百人という。

4) 丸山良寛なる人物は丸山良玄の門人であるが、姓が同じであることから、父親と息子という血縁関係にあるとも考えられるが、詳らかではない。現在のところ、丸山良寛に関しては、丸山良玄の門人であることしか明らかでなく、生没年、生地、著作などすべて不詳である。一方、丸山良玄に関しては以下のことが判明している。1757(宝暦７)年に越後に生まれ、通称を因平、帰厚堂と號した。越後村上藩士であったが、後浪人して江戸に出て、関流の和算家藤田貞資の門に入る。著作としては、『新法綴術詳解』(1796(寛政８)年)、『丸氏算法』(1812(文化９)年）がある。1816(文化13)年没す。行年60歳。

5) 林博士遺著刊行會『林鶴一博士和算研究集録』(下巻）東京開成館、昭和12年５月、「索引」p. 66　三重大学教育学部数学図書室所蔵

6) 平山諦・松岡元久編『山形の算額』(昭和41年９月、愛知大学豊橋図書館所蔵）によれば、この算額は山形県鶴岡市荒町96にある日枝神社に奉額されたものであり、現存しないとのことである。なお、『山形の算額（続)』に付けられた「山形県算家名鑑」によれば、丸山良寛が主として居住した地として「東都」とあるから、彼は主として江戸に居住していたことがわかる。また、丸山の師に関しては「丸山良玄（関流)」とある。

7) 林鶴一については、林博士遺著刊行会編『林鶴一博士和算研究集録　下巻』(東京開成館、昭和12年）に掲載されている「林鶴一先生略歴」、「林鶴一先生著作年表」や『日本中等教育数学会雑誌』(第18巻第１号）に掲載の「林鶴一博士小傳」、日本数学教育学会誌である『算数教育』(1972年）の第54巻第６号、第10号及び『数学教育』(1972年）の第54巻第11号に掲載の諸稿に詳しい。

8) 林鶴一「三上義夫君ノ「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」ト題スル論文ニ就テ」(『東京物理学校雑誌』第176号、明治39年７月に所収)『東京物理学校雑誌　巻之拾五』二八三頁　京都大学理学部数学図書室所蔵

9) 三上義夫については、日本科学史学会編集『科学史研究』第18号（1951年４月）に掲載された小倉金之助の論稿「三上義夫博士（1875－1950）とその業績」や三上義夫著佐々木力編『文化史上より見たる日本の数学』(岩波文庫、1999年）に付けられている佐々木力の「解説」などに詳しい。

10) 三上義夫「幾何学ニ於ケル支那ノ一定理」(『東京物理学校雑誌』第172号、明治39年３月に所収)『東京物理学校雑誌　巻之拾五』一二五頁　京都大学理学部数学図書室所蔵

11) 小倉金之助譯註『るーしぇ、こんぶるーす　初等幾何学』[第一巻　平面之部] 山海堂出版部、昭和２年訂正11版、p. 498　三重大学附属図書館所蔵

12) 澤山勇三郎は1860(萬延元)年５月29日、武安治平の五男として、山口県に生まれる。16歳のとき山口県の鴻城學舎に学び、24歳で萩中学校の準助教諭となる。30歳で上京し、36歳のとき澤山家に入り、澤山ツナ子に配す。42歳のとき陸軍教授に任じ、陸軍士官学校予科附となり、65歳まで勤続する。また、76歳まで東京物理学校に勤続し、1936(昭和11)年、77歳で没す。著書に『初等幾何学』(共著）(積善館、1931年）がある。

13) 澤山勇三郎「一幾何学定理ノ拡張」(『東京物理学校雑誌』第178号、明治39年９月に所収)『東京物理学校雑誌　巻之拾五』三六二頁　京都大学理学部数学図書室所蔵

14) Y. Mikami, A Chinese theorem on geometry (Archiv der Mathematik und Physik, 3, 9, 1905, pp. 308–310)　名古屋大学大学院多元数理科学研究科図書室所蔵

15) 前掲論文（10）

16) W. J. Greenstreet, Japanese Mathematics (The Mathematical Gazette, Vol. 3, 1906, pp. 268-270) 広島大学中央図書館所蔵

17) T. Hayashi, Un Théorème Japonais (Mathesis, 4, 1, 1911, pp. 208-209) 京都大学理学部数学図書室所蔵

18) 福田廷臣は、和算の一派である長谷川派を興した長谷川寛（1782－1838、はじめ関流五傳日下誠の門に入るが、後に破門される）の高弟である。

19) 長谷川善左衛門寛閲　福田彦兵衛廷臣編『算法變形指南』1820(文政３)年10月、十四丁、なお、表紙裏には「関流算法變形指南」とある。早稲田大学附属中央図書館小倉文庫所蔵

20) 会田安明（1747－1817）が志を立てて江戸に出てきたのは1769(明和６)年であったが、その当時の当代一の和算家が 関流藤田貞資であった。会田は藤田の門に入ろうとしたが果たせず、関流に対抗して「最上流」を創始した。ただ、一時期、本多利明（1744－1821）に師事したことは確かである。会田は、藤田の『精要算法』(1781）に対抗して『改精算法』(1785）を著したのであるが、これによって、関流と最上流との論争が始まったのである。会田は関孝和の點竄術を改名して「天生法」とし、『算法天生法指南』(1810）を著した。

21) V. Herbiet, Sur le théorème Japonais (Mathesis, XL, 1926, p. 454) 京都大学理学部数学図書室所蔵

22) E. Ehrhart, Sur un théorème Japonais (Mathesis, LX, 1951, p. 205) 京都大学理学部数学図書室所蔵

23) 中村時萬は、和算の一流派である至誠贊化流の祖である古川氏清（1758－1820）の高弟久保寺正福の弟久保寺正久（1795－1863）の門弟である。至誠贊化流は、はじめ関流、中西流、久留島流を統合した意で「三和一致流」と称したが、後に改名した。

24) 中村時萬『賽祠神算』1830(文政13)年、巻之三、国立国会図書館所蔵

25) この算額には、実は２つの命題が見られるが、他の１つは省略した。

26) 丸田源五右衛門正通は会田安明の高弟で、最上流の四天王の一人である。越後新発田の藩士である。山本金平方剛については不詳。

27) 道脇義正編『新潟の算額』(長岡工業高等専門学校内和算研究会発行、昭和42年７月）新居浜工業高等専門学校附属図書館所蔵

なお、この書によれば、この算額は「現存しない算額」として紹介されている。

28) 前掲論文（16)、p. 269

29) J. Neuberg, 26 Un théorème chinois de géométrie (Mathesis, 3, 5, 1905, p. 268) 京都大学理学部数学図書室所蔵

30) 前掲論文（10)

31) 前掲論文（14)、p. 308

32) 前掲論文（10)

33) 忽那善一については不詳。

34) 松尾源作については不詳。

35) 大森乙五郎については不詳。

36) 前掲論文（8)

37) T. Hayashi, Sur un Soi-Disant Théorème Chinois (Mathesis, 3, 6, 1906, pp. 257-260) 京都大学理学部数学図書室所蔵

38) 長澤亀之助は1860(万延元)年、久留米市に生まれ、幼名を加熊といい、良信･蓋竜と號した。1875(明治８)年長崎師範学校に入学し、1878(明治11)年に卒業した。後に京都に出て塾を開き、さらに東京に移り、関流七傳川北朝鄰に関流の和算を学んだ。そして、1927(昭和２)年、68歳で没するまでに、翻訳書をはじめ著書150冊の多きに達している。

39) 野崎常蔵は、兵庫県龍野中学校教諭である。

40) 周達は、清国潯渓公学数学教習楊州知新算社長である。

41) 澤山と小倉がどの雑誌上で紹介したものかは不詳。

42) 長澤亀之助譯補『佛國かたらん氏幾何學定理及問題』日本書籍、明治38年１月、pp. 65-67、東京学芸

大学附属図書館所蔵

43) 同上書、p. 172

44) Eugène Charles Catalan の原書 "Théorèmes et Problèmes de Géométrie élémentaire"（第5版、1872年、東京大学総合図書館所蔵）には、「丸山良寛の定理」に関する記述は見られない。

45) 岩田至康編『幾何学大辞典1』槇書店、1971年5月、p. 254

46) 澤山勇三郎・森本清吾共著『初等幾何学』積善館、昭和13年4月、訂正7版（初版は昭和6年6月）p. 102（奈良県立奈良図書館所蔵）に澤山勇三郎の証明が見られ、「コノ定理ハ和算書続神壁算法ニ見ヘタ定理デコノ証明ハ著者ノ一人勇三郎ノ証明デアル」と注釈が付けられている。

47) 吉田為幸（1819－1892）は、和算家北川猛虎の孫弟子にあたる。北川猛虎ははじめ西尾喜宣（和算の一流派である関流建部派の流れをくむ本多利明の門弟）に学び、後に丸山良玄（関流の藤田貞資の門弟、1757－1816）につく。したがって、吉田為幸も流派としては関流に属すると思われるが、著書の中に『算法天生法指南補遺』が見られることから、会田安明を祖とする最上流との係わりもあったと考えられる。

48) 吉田為幸『続神壁算法附録解』刊行年不詳、第十、早稲田大学附属中央図書館小倉文庫所蔵

49) 市野金助茂喬は、はじめ会田安明が一時期師事した本多利明（1744－1821）に学んだが、後に会田安明の門弟となり、四天王の一人となった。会田の生前には、市川金助茂喬と署名したものが多い。なお、この問題は「関流の学士を励ます」ために出題されたものである。

50) 会田算左衛門安明編「最上流関流算術神明論」1797(寛政9)年、二十四丁（会田安明編『算法古今通覧　巻之四』に所収)、早稲田大学附属中央図書館小倉文庫所蔵

51) 日本學士院編『明治前日本數學史　第四巻』岩波書店、1959年3月、p. 3

52) 岩井重遠（1804－1878）は上毛碓氷郡劔崎村に生まれ、関流五傳日下誠（1764－1839）の門弟である白石長忠（1795？－1862）の門人である。

53) 白石長忠世彦閲　巖井右内重遠編　市川玉五郎行英訂『算法雑俎』1830(文政13)年、七丁、早稲田大学附属中央図書館小倉文庫所蔵

これは「円に内接する四角形に2本の対角線を引いてできる4つの三角形の内接円を東円、西円、南円、北円としたとき、東円、西円、南円、北円の円径を知って、四角形の外接円の円径を求める」問題である。

54) 前掲書（24)、巻之三

これは「三角形の内接円を丁円とし、3つの傍接円を甲円、乙円、丙円とし、これら3つの傍接円の外接円を作ったとき、甲円、乙円、丙円の円径を用いて、これら3円に外接する円の円径及び丁円の円径を表す」問題である。

55) 藤田権平貞資閲　藤田門彌嘉言編　門人城崎庄右衛門方弘　神谷幸吉定令同訂『増刻　神壁算法』1796(寛政8)年、十五丁、早稲田大学附属中央図書館小倉文庫所蔵

これは「三角形の内接円を挟円とし、この挟円に接し、三角形の辺の延長に接するように大円、中円、小円を作ったとき、大円、中円、小円の円径を知って、挟円の円径を求める」問題である。

56) 最上流元祖会田算左衛門安明編集　門人市野金助茂喬　丸田源五右衛門正通校訂『算法天生法指南巻之四』1811(文化8)年、二十丁、早稲田大学附属中央図書館小倉文庫所蔵

これは「三角形の内接円を全円とし、3つの傍接円を大円、中円、小円としたとき、大円、中円、全円の円径を知って、小円の円径を求める」問題である。

57) 前掲書（55)、増刻二丁

これは「円内に引かれた2本の弦によって分けられた4つの部分に東円、西円、南円、北円を内接させ、さらに、これら4つの円に外接するような円が描かれたとき、東円、西円、南円の円径を知って、北円の円径を求める」問題である。

58) 東京數學物理學會『本朝數學通俗講演集』大日本図書株式会社、明治41年4月、p. 46