三重大学教育学部研究紀要　第61巻　教育科学　(2010)　289 － 298頁

ペリーの関数教育の考察
―『ペリー初等實用數學』[1]を通して―

中　西　正　治

A study on the Education of Function by John Perry
― through "Elementary practical mathematics" ―

Masaharu NAKANISHI

要　旨

本稿は、ペリーが関数についての理解や関数の考え方の育成を数学の中でどのように位置付けていたかを『ペリー初等實用數學』を通して考察することを目的としている。結論として、ペリーは、あくまでも自然科学の学習が目的であって、「方眼紙の使用」や「微積分の方法」をその学習ための道具としていること、および、その指導の中に関数についての理解や関数の考え方の育成を包括させていることを明らかにしている。

1．研究の目的

本研究の目的は、明治後期・大正・昭和初期にかけて関数や関数の考え方が数学教育界にどのように理解され、受け入れられ、どのように実践化されていったのか、その関数や関数の考え方の変遷を考察することである。ペリーは1901年のグラスコーにおける講演『数学の教育』で数学教育史の表舞台にたった人物である。数学教育改造運動はその講演を契機に始まったとされている。そのためペリー運動とも呼ばれているのである。彼が世界に及ぼした影響は大きい。それゆえ、ペリーに関して書かれた書物や論文はこれまでにもいくつか出ている。

　　小林佐平著『ペリームーアクライン新数学教育論の根本思想』[2]
　　小倉金之助著『数学教育の根本問題』[3]
　　小倉金之助補訳『カジョリ初等数学史』[4]
　　木村良夫著「ジョン・ペリーの数学教育改革論」[5]
　　公田　藏著「John Perry と日本の数学教育」[6]
　　板倉聖宣著「ジョン・ペリーの生涯」[7]

などである。しかし、どれもペリーがどのような形で関数や関数の考え方の指導を数学の中で位置付けようとしていたのかについては考察されていない。

そこで本稿は、ペリーが関数についての理解や関数の考え方の育成を数学の中でどのように位置付けていたかを『ペリー初等實用數學』を通して考察することを目的とする。

2．『ペリー初等實用數學』について

『ペリー初等實用數學』は、新宮恒次郎（1894－1935）が"Elementary practical mathematics"

1913、*London* を全訳したもので、1930年に出版されている（以下、『ペリー初等實用數學』を『初等實用數學』と略す）。そこに流れているペリーが考えていた「新方法」は、すでに1873年に「パブリック・スクール」（クリフトン・カレッジ）で試み始められている。

> 今ヲ去ル40年ノ昔、既ニ著者ハ此ノ新方法ヲ英國ノ「パブリック・スクール」デ使イ始メタ。其ノ後、日本ニ於テモ之ヲ使ツタ。(8)

その「新方法」により1つの体系となったものが、“Elementary practical mathematics”である。「新方法」については『数学の教育』において、その基本をなす自然のもっとも初歩的な研究で必要な方法として「計算のさい対数を使うこと、代数の公式を処理する知識と能力、方眼紙の使用、微積分の方法」などを具体的に挙げている。

> 自然のもっとも初歩的な研究において、必要な方法としては、たとえば次のものを挙げることができる—計算のさい対数を使うこと、代数の公式を処理する知識と能力、方眼紙の使用、微積分の方法などである。(9)

そして、これらの学習は生徒にとって容易であるし、それらを使うことによって生徒はその能力を発展させていくと考えている。

> これらのことがらを器用に扱うことは、すべての少年たちが容易に覚えることができるものである。これらを使うことによって、彼らの頭脳の能力は急速に発展するし、また、彼らは喜んでそれを覚える。私は、このような器用さは、妨げることのできるものではないし、また、例外的に優秀な学生が数学を学ぶのにも、それは助けになると確信している。(10)

『初等實用數學』は、以上のような方法と考え方が中心となって書かれているのである。

考察に入る前にここで、上述した4つの方法の中で、特に関数や関数の考え方と直接関係があると考えられる「方眼紙の使用」、「微積分の方法」に対するペリーの考えを見ておくことにする。

(1) 「方眼紙の使用」について

ペリーの数学教育の改革の中で最大の特徴ともいえるのが、この「方眼紙の使用」である。この「方眼紙の使用」についての理由は、1883年に出版された『實用力学（Practical Mechanics）』においてすでに述べられている。2つの事象の依存関係が容易に出来ること、方眼紙はとても安く買えること、観察の誤差を正すことを可能にすること、見つけたい法則を発見できることの4つである。

> **6. 方眼紙の使用.** ——そしてここに我々は実践家にとって最も重要な問題に来た。それは、昔流行した力学の本と昔流行した科学のクラスの教師達は、それについては何も知らないことです。2つの値は互いに依存しているが、我々は実際にその2つをどのように比べたらいいのだろうか。我々はそれらの依存の関係をどうしたら見つけ出せるのだろうか。算術において小数をうまく処理するのにちょっとした困難をもつ階級が、一般社会にあるというおかしな事実がある。しかしそれは、ひじょうにたくさんの人々が、1つの方眼紙がもたらす有用について知らないという、放って置かれた本当におかしな教育の証拠である。
>
> 方眼紙はひじょうに安く買うことができる。それは等しい間隔で水平な線がたくさんあり、同じ種類の線が鉛直にたくさん交わっている。その結果、その紙は小さな正方形で覆われている。この紙はまず第一に、上記の一連の実験における観察の誤差を私たちに正してくれるであろう。そして第二に、我々が見つけたい法則を発見してくれるであろう。(11)

もちろん「方眼紙の使用」は、古典的な数学教育を受けてこなかった労働者あがりの生徒たちに有効

であったからである。しかし『初等實用數學』では、読み書きができない人にも実際に有効であることを指摘している。

> 読み書きも出来ない人によってこれが使用され、しかも極めて賢明にかつ有効に使用されることを知ったということを、諸君に諒解して貰いたいのである。(12)

(2) 「微積分の方法」について

ペリーは、「微積分の方法」を、技術者にとって大切な道具と考える。微積分は、工学の分野において必要とされている知識なのである。

> 彼ら（技術者）が習った数学というものは、実際彼らにはまったく役立たないものである。彼らは、微積分の考えのような、非常に簡単な知的な道具を、使えるようになりたいと望んでいる。彼らは、工学のあらゆる部門において、いろいろのやり方で微積分の知識を必要としている。いま直面している、あらゆる種類の新しい問題に、それを使うために、彼らは、それらに習熟することが必要なのである。これらの簡単な武器を使わないでもすむような工学の理論は、いかなるところにも存在しないのである。(13)

『初等實用數學』においても微積分の比重は大きい。37 ある章の内、第十八章の「微積分ノ概念」以降のほとんどが、微積分と深く関係している章である。ペリーが如何に微積分を重要視しているかがよく分かる。

3.『初等實用數學』における関数や関数の考え方の位置付け及びその考察

実際にペリーは、関数や関数の考え方をその指導において、どのように位置付けたのか。『初等實用數學』の目次は、以下のようになっている。

第一章　算　術
第二章　對　數
第三章　計算尺
第四章　公式ノ評價
第五章　代數學
第六章　測　量
第七章　角
第八章　速　度
第九章　方眼紙ノ使用
第十章　面積、體積、其他ノ測量問題
第十一章　重心、其他ノ測量問題
第十二章　方眼紙上ノ曲線・坐標
第十三章　一次式
第十四章　方眼紙・實驗公式
第十五章　重要ナ曲線
第十六章　方眼紙、近似式、方程式
第十七章　極大及極小
第十八章　微積分ノ概念
第十九章　公式及證明
第二十章　微積分學
第二十一章　説明題
第二十二章　極大及極小
第二十三章　曲　線
第二十四章　説明題
第二十五章　説明題・梁ト支柱
第二十六章　説明題・流體
第二十七章　複利法則
第二十八章　單振動
第二十九章　主トシテ自然振動ニ就テ
第三十章　強制振動
第三十一章　一般ノ週期函數
第三十二章　法則ノ擴張並ニ其證明
第三十三章　虚量ニ關スル問題
第三十四章　基礎ノ公式
第三十五章　電信電話ノ問題
第三十六章　熱ノ問題
第三十七章　「ベクトル」

まず、「對數」を早々と第二章に持ってきている。その理由は算術で行うよりも対数を使ったほうが、遥かに迅速に計算が行えるからである。実測・実験をしていくにはどうしても迅速な計算が必要なのである。だから、対数関数ではなく、ここではあくまでも対数の計算練習なのである。また実験結果の整理のためや計算結果の整理のために対応表がしばしば用いられる（この姿勢は同書を通じて行われている）。

第三章は、第二章との関係で「計算尺」が扱われている。

第四章は「公式ノ評價」ということで、式の値を求める練習をさせている。それに基づいて様々な公式の対応表を作る練習をさせている［図 1，2］。このことは、従属変数と独立変数の関係を扱ったものになっていて、自然と関数の考え方の練習になっている。つまり関数の考え方の指導としての導入である。

第五章「代數學」ではまず、一次方程式、二次方程式（因数分解、根の公式)、連立方程式（一次、二次、三次）などの簡単な方程式を代数的処理で扱っている。そしてその他の解法として、関数の図示を利用した方程式の根の求め方について言及している。

> 教授ニ於テ、最モ大ナル誤ガナサレル所ハ、學生ニ此等總テノ仕事ノ中デモ極ク初期ニ於テ、一種ノ息抜ノ仕事トシテ、方眼紙ヲ用ヒテ**函數ヲ圖示ス**ルコトヲ導入シナイ點ニアル。何トナレバ、x ノ任意ノ函數ヲトリ之ヲ y トシ、x ニ任意ノ値ヲ入レテ y ノ値ヲ計算シ、x ト y トノ對應スル値ヲ方眼紙上ニ採レバ、其ノ函數ノ曲線ヲ得ルカラデアル。其ノトキ、函數ヲ 0 ナラシメル x ノ値ヲ知ツテヲレバ、最モ簡單ナヤリ方デ方程式ヲ解クコト、根ノコト及ビ方程式ノ最上知識ヲ得ルデアラウ。カクテ其ノ生徒ハ教師カラ何等ノ指導ヲ受ケルコトナクシテ、其ノ理ヲ究メルコトガ出來ルデアラウシ、又出來タノデアル。(14)

関数という言葉は、この第五章で初めて出てくる。しかしここでは欄外の（注 p.37）で、関数の定義と記号 f の使い方の説明を「一般ニ、x ノ函數ヲ表ハスニハ $f(x)$ ナル記號ヲ用ヒル。f ハ函數 (function) ノ頭文字デアツテ、(　) ノ中ハ何ヲ變數トスル函數デアルカトイフ事ヲ表ハス。x ト y トノ函數ハ $f(x, y)$ ト書ク」のように、簡単に述べている程度である。

ただ公式は、この章だけでなく他の章でも多く扱っている。そしてペリーはその公式を 1 つの**法則**と見なしているのである。

> 私ハ手當リ次第ニ公式ヲ取ツテ來タ。公式ハドレヲモ一ツノ**法則**デアルト言ツテヨイ。……（中略）……始メニ於テハ、何人モソレ等ノ法則ハ**總テガ唯一ノ法則**デアルトイフ事ヲ知ツテキル。分岐シタ個々ノスベテノ法則ハ、單ニ一ツノ、一般原理カラクル例ニ過ギナイ。彼ハソノ一般原理ハ忘レルコトハ出來ナイ。何トナレバ總テノ彼ノヤル常識的ノ計算ハ、唯此ノ一般的原理ヲ尚一層緊密ニ彼ノ心ニ銘ズルダケデアルカラ。(15)

公式を 1 つの法則と見なすことは、そこに関数の考え方が入っており、いいかえれば公式を 1 つの関数と考えているのである。

上記のような説明の後、単比例、複比例、算術級数、幾何級数、複利、現価及び割引を扱っている。そして練習問題では同様に様々な公式を扱っている［図 3，4］。

ここで、第四章と第五章についてどのような公式を扱っているか、その実際を見ておこう［表 1]。早い時期から、難しい公式も数多く紹介していることがよく分かる。その 1 つ 1 つの公式を具体的な値を与え計算させることで慣れさせていっている。やさしい公式から難しい公式へといった配慮はあまり見受けられない。そして公式を数多く使っていくことは最後まで変わらない姿勢である。

第六章の「測量」では、主に錐や環の面積や体積に関すること、第七章の「角」では、三角比、角速度、射影などを扱っている。

30　第四章　公式ノ評價

s ガ 1 ナラバ,計算スルコトノ出來ナイコトニ注意セヨ. ケレドモ,之ヲ計算スル方法ハアツテ,其ノ答ヲ求メルト問題 1 デ與ヘタヤウニナル.

3.　1 平方吋ノ壓力 p 封度ノ乾燥シタ飽和蒸氣 1 封度ノ體積ガ u 立方呎ナルトキハ,實驗ニ依リ近似的ニ次ノ關係式ヲ得ル.

$$u=329\div p^{0.94}.$$

次ノ p ノ各値ニ對スル u ノ値ヲ計算セヨ.

或ル特殊ノ目的ノ爲ニハ,幾分不正確デハアルガ,次ノ公式ヲ用ヒル必要ノアルコトガアル.

$$u_1=1\div(0.0171+0.0021p).$$

p ノ同ジ値ニ對スル u_1 ヲ計算シテ,兩方ノ場合ノ誤差ヲ述べヨ.

p ノ與ヘラレタ値	答 u	答 u_1	誤差 u_1-u
80	5.36	5.40	0.04
120	3.66	3.72	0.06
140	3.16	3.21	0.05
180	2.50	2.53	0.03
220	2.07	2.09	0.02
280	1.65	1.65	0.00

4.　公式　$p=479\div u^{1.0646}$.

ヲ用ヒテ,次ノ u ノ各値ニ對スル p ノ値ヲ求メヨ.

u ノ與ヘラレタ値	40	20	10	5	3	2
答　p	9.436	19.73	41.28	86.34	148.7	229.1

次ノ二問題ハ極メテ大切ナ近似値ヲ與ヘルモノデアル.

5.　a ガ 1 ニ比シテ極メテ小サイトキニハ,殆ンド

$$(1+a)^n=1+na,$$

トシテヨイ. 之ヲ用ヒテ次ノ關係ガ近似的ニ正シイコトヲ示セ.

$$(1.001)^3=1.003;\quad (1.01)^{\frac{1}{3}}=1.0033;\quad (0.99)^2=(1-0.01)^2=1-0.02=0.98;$$

$$\frac{1}{0.99}=\frac{1}{1-0.01}=(1-0.01)^{-1}=1+0.01=1.01.$$

新宮恒次郎訳注『初等實用數學』p.30

[図 1]

問題　31

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1.01}}=(1+0.01)^{-\frac{1}{3}}=1-0.0033=0.9967.$$

$$\sqrt{99}=\sqrt{100(1-0.01)}=10(1-0.01)^{\frac{1}{2}}=10(1-0.005)=9.95.$$

此等ノ答ノ誤差ハ正確ニ何%デアルカ,求メヨ.

例ヘバ,掛ケ算ヲシテ 1.001 ノ三乘ヲ求メ,其ノ結果ト 1.003 トノ差ガ如何ニ小サイカトイフコトヲ觀察セヨ.

6.　次ノ假定ニハドレダケノ誤差ガアルカ.

$$\alpha=0.01,\ \beta=0.01;\quad \alpha=-0.003,\quad \beta=-0.005\ \text{ナルトキ},$$

$$(a)\ \frac{1+\alpha}{1+\beta}=1+\alpha-\beta;\quad (b)\ (1+\alpha)(1-\beta)=1+\alpha-\beta.$$

答　(a) 誤差ナシ,　0.001%. (b) 0.01%,　0.0015%.

7.　$a+\sqrt{a^2+b^2}$ ヲ計算スル代リニ,殆ンド同ジ答ヲ得ルモノトシテ,ヨク $1.84a+0.84b$ ヲ用ヒル.(1) $a=1$ トシ, b ニ種々ノ値ヲ入レテ答ヲ二通リニ出シ,二組ノ答ノ表ヲ作レ. 誤差ガ 3% ヨリ小サイ爲ニハ b ノ採ルべキ値ノ極限ハ如何デアルカ.

8.　直徑 D 呎ノ圓盤ガ,1 平方吋ニ絶對壓力 p 封度ノ水蒸氣ノ大氣中デ,1 分間ニ n 回廻轉スル場合ニ,摩擦ノ爲ニ失ハレル馬力ヲ P トスレバ, P ハ次ノ式デ與ヘラレル.

$$P=10^{-13}pD^5n^3.$$

次ノ p, D, n ニ對スル P ノ値ヲ計算セヨ.

D	n	p	答 P
5	1000	15	4.7
5	1000	1	0.3
1	1000	15	0.0015
1	1000	1	0.0001
5	500	15	0.6
5	500	1	0.04

9.　點 A ハ海面上 h_0 呎ノ所ニアル. 物體ヲ A カラ毎秒 v_0 呎ノ速度デ投ゲ上ゲタナラバ,投ゲ上ゲタ後 t 秒後ニ海面上ノ高サ h 呎ト,其ノトキ上ニ向フ速度 v トハ次式デ與ヘラレル.

$$h=h_0+v_0t-\frac{1}{2}gt^2,\qquad v=v_0-gt.$$

(1)　此ノ式ノ a, b ハ共ニ正デアル事ヲ條件トスル.

新宮恒次郎訳注『初等實用數學』p.31

[図 2]

問題　61

與ヘラレタ θ ノ値	0	50	100	150	200	250
ϕ_s	2.223	1.938	1.752	1.6225	1.537	1.476

ϕ_s (1) ハ溫度 $\theta°C$ ニ於ケル蒸氣 1 封度ノ「エントロピー」デアル.

10.　ランキン「サイクル」デ動イテキル完全ナ蒸汽機關ノナス仕事ハ,蒸氣 1 封度毎ニ,

$$W=1400\left\{(t-t_0)-t_0\log_e\frac{t}{t_0}+L\left(1-\frac{t_0}{t}\right)\right\},$$

デアル.　　但シ　$L=796.2-0.695t.$

t ハ供給蒸氣ノ絶對溫度, t_0 ハ排出蒸氣ノ絶對溫度デアルコトニ注意セヨ.

與ヘラレタ t	W	w
600	270,300	7.33
550	231,200	8.56
500	184,500	10.73
450	125,600	15.76
400	50,220	39.43

$t_0=373$ デアルトキ,次ノ t ノ各値ニ對スル W ヲ求メヨ.

又各場合ニ就イテ, $w=1.98\times10^6\div W$ ヲ求メヨ.

此ノ w ハ毎時 1 指示馬力毎ニ用ヒタ蒸氣ノ重サデアル.

11.　溫度 $\theta°C$ ノトキ,飽和蒸氣ガ 1 平方吋ニ及ボス壓力ノ封度數ヲ p トスレバ,次ノヤウナ有用ナ實驗式ガアル.

$$\log_{10}p=6.1007-\frac{1518}{t}-\frac{122500}{t^2},$$

但シ　$t=\theta+273.$

次ノ各場合ニ於ケル p ヲ求メヨ.

與ヘラレタ θ	60	100	120	140	160	170	180	190	200
計算シタ p	2.88	14.70	28.83	52.52	89.86	115.1	145.8	182.4	225.9

12.　$e=1-r^{\gamma-1}$. 但シ, $\gamma=1.37$ デアルトキ,次ノ r ノ値ニ對スル e ヲ求メヨ.

(1)　ϕ_s ハ蒸氣 (steam) ノ頭文字 S ヲトツテ, 其ノ「エントロピー」ノ記號トシタモノデアル.

新宮恒次郎訳注『初等實用數學』p.61

[図 3]

62　第五章　代數學

r	0.4	0.3	0.25	0.2	0.17	0.14	0.12	0.10
答 e	0.2876	0.3594	0.4013	0.4487	0.481	0.5168	0.5435	0.5734

e ハオツトー「サイクル」ヲ用ヒタ假想瓦斯機關即チ石油機關ノ能率ヲ表ハス. r ハ餘隙ノ最大體積ニ對スル比デアル.

13.　$e=1-P^{\frac{1}{\gamma}-1}$. 但シ $\gamma=1.37$ デアルトキ,次ノ P ノ値ニ對スル e ヲ求メヨ.

P	2	6	10	14	18	22	26
答　e	0.1708	0.3335	0.4630	0.5095	0.5419	0.5660	0.585

e ハブレートン「サイクル」ヲ用ヒタ假想瓦斯機關即チ石油機關ノ「ダイアグラム」ノ能率デアル. 此ノ P ハ(大氣中デ)燃燒ガ起ルトキノ壓力デアル.

14.　長サ l ナル等質ノ兩端支持梁ノ中央ニ荷重 W ガアルトキ,中軸線ニ關スル斷面ノ慣性能率(1)ヲ I, ヤングノ彈性率(2)ヲ E トスレバ,中央ニ於ケル撓ミ D ハ次式ニ依リ與ヘラレル.

$$D=\frac{Wl^3}{48EI}.$$

直徑 d ナル圓形斷面ノ I ハ $\frac{\pi d^4}{64}$ デアリ,外直徑 d_0, 内直徑 d_1 ノ管デハ $\frac{\pi}{64}(d_0^4-d_1^4)$ デアリ,幅 b 厚サ d ナル矩形斷面デハ $\frac{bd^3}{12}$ デアル. 又輪緣及ビ桁腹ノ幅 b, 深サ d, 厚サ t ナル單梁ガ廻轉シテキルトキ,斷面ノ I ハ

$$\frac{1}{12}\left\{bd^3-(b-t)(d-2t)^3\right\},$$

(1)　廻轉體ヲ構成スル質量 m ナル任意質點カラ,廻轉軸ニ至ル距離ヲ r トシ,物體ノ角速度ヲ ω トスレバ,此ノ質點ノ速度ハ ωr デアルカラ, 此ノ物體ノ有スル「エネルギー」W ハ

$$W=\frac{1}{2}\Sigma m(\omega r)^2=\frac{1}{2}\omega^2\Sigma mr^2,$$

デアル. 此ノ Σmr^2 ノ値ハ物體ノ大小,形狀,質量及ビ廻轉軸ノ位置ニ依リ一定デアル. 之ヲ**慣性能率** (moment of inertia) トイフ. 今 $\Sigma m=M$ トシテ, 二三ノ簡單ナ形狀ノ物體ニツキ慣性能率ヲ表示スル. (63頁脚註)

新宮恒次郎訳注『初等實用數學』p.62

[図 4]

［表１］

第四章　公式ノ評價	公式中の文字に数値を代入して，その式の値を求めることを公式の評価という。 ［問題］ ・$m=(1+\log_e r)/r$ における r の各値に対する m の値を求める。 ・$m=(sr^{-1}-r^{-s})/(s-1)$ における r，s の各値に対する m の値を求める。 ・$u=329\div p^{0.94}$ における p の各値に対する u の値を求める。 ・$p=479\div u^{1.0646}$ における u の各値に対する p の値を求める。 ・$P=10^{-13}pD^5n^3$ における p，D，n の各値に対する P の値を求める。 ・$h=h_0+v_0t-\frac{1}{2}gt^2$，$\mathrm{v}=\mathrm{v}_0-\mathrm{gt}$，$h_0=100$，$v_0=80$，$\mathrm{g}=32.2$ のとき，t の各値に対する h の値を求める。 ・$n=22.75H^{5/4}P^{-1/2}$，$R=2.373P^{1/2}H^{-3/4}$ のとき，P と H の各値に対する n，R の値を求める。
第五章　代數學	方程式を代数的処理で説明している一方，関数を図示して方程式を解くことを強調している。 ［問題］ ・$Q=0.00545d^2ln$ において，$Q=4800$，$l=2$，$n=125$ に対する d の値を求める。 ・$y=\mathrm{w}l^4/384EI$，$w=\frac{W}{l}$，$I=\frac{bd^3}{12}$ において，$W=3.5\times2240$，$l=147$，$b=3$，$d=9$，$E=1.1\times10^6$ のときの w，I，y の値を求める。 ・$E=ad^5n^2$ において，$d=5$，$n=100$，$E=18500$ のときの a の値を求める。 ・$xy^n=a$ において，$y=10$ のとき $x=5$，$y=8$ のとき $x=12$ である。n と a の値を求める。 ・ $t=r(1-\sqrt{1-20p/T})$ において，$r=144$，$T=1.075\times10^5$，$144p=20\times62.5$ のときの t の値を求める。 同じような問題がその後に７題続いている。 単比例（$y=ax$），複比例（$l=a\frac{y}{dh}$）の説明後の例題 ・$I\propto D^{2/3}v^3$（I は指示馬力，D は変位，v は速さ）を評価する問題 ・相似形の物体に関する問題 ・大砲の口径と重さ，砲弾の貫く厚さと口径に関する問題 ・$\mathrm{Q}\propto h^{5/2}$ において，$\mathrm{Q}=0.466$ のとき $h=0.5$ であるときの Q と h の関係に関する問題 ・$y=a+bx$ において，$x=1$ のとき $y=12$，$x=5$ のとき $y=15$ であるとき a と b の値を求める問題 その後，算術級数，幾何級数，複利，現価及び割引を扱っている。

	［問題］ ・$\frac{N}{M}=e^{\mu\theta}$（滑車に懸けるベルトの滑り；$N$は引張った方の張力，$M$は弛んだ方の張力，$\theta$は車に巻く綱の角，$\mu$は摩擦係数）に関する問題 ・$A=P(1+\frac{r}{100})^n$（複利；$P$は元金，年利率$r$%，$A$は元利合計）に関する問題 ・三角関数の和，積の公式を実際の角度で確認する問題 ・$y=e^{bx}$の対応表を作る。 ・二項定理に関する問題 ・$e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots\cdots$の対応表の作成 ・$sin\,\alpha=\alpha-\frac{\alpha^3}{3!}+\frac{\alpha^5}{5!}-\frac{\alpha^7}{7!}+\cdots\cdots$ $cos\,\alpha=\alpha-\frac{\alpha^2}{2!}+\frac{\alpha^4}{4!}-\frac{\alpha^6}{6!}+\cdots\cdots$の三角関数表の作成 ・$t=273+\theta$，$\phi=\log_e\frac{t}{273}$のとき，$\phi$の各値に対する$t$の値を求める問題 ・$\phi_s=\log_e\frac{t}{273}+\frac{796.2}{t}-0.695$，$t=273+\theta$のとき，$\phi_s$の各値に対する$t$の値をもとめる問題 ・$W=1400\{(t-t_0)-t_0\log_e\frac{t}{t_0}+L(1-\frac{t_0}{t})\}$（蒸気1封度に対する，ランキン「サイクル」で動いている蒸気機関の仕事） $L=796.2-0.695t$，$t_0=373$のとき，tの各値に対するWの値を求める問題 ・$\log_{10}p=6.1007-\frac{1518}{t}-\frac{122500}{t^2}$（$t=\theta+273$）のとき，$\theta$の各値に対するとpの値を求める問題 この後さらに12題の練習問題が続いている。

第八章では「速度」という、変化する代表的な物理量を扱っている。時間を独立変数、距離を従属変数と考える。ここでは公式を持ち出さず、具体的な数字を用いた説明だけで、瞬間速度、加速度といった微分の概念について分かりやすく説明している。

第九章は、「方眼紙ノ使用」である。対応表を与えそのグラフをかかせている。

第十二章「方眼紙上の曲線・座標」では、ペリーが最も重要であると考える指数関数$y=ax^n$を取り上げている。$y=ax^n$の対応表を作成しグラフをかかせる。例題にはその応用である$y=b+ax^n$、$y=ae^{bx}$のグラフをかく練習している。その他、楕円、双曲線、サイクロイド曲線も紹介している。

第十三章「一次式」では、一次関数を取り上げて、対応表・グラフを利用して詳しくその特徴（変化の割合が一定）について説明している。練習問題においても一次関数の様々な実例を挙げている。わざわざ一次関数の章を起こしたのは、一次関数が法則を解明していく上で大切な関数であると考えたからであろう。線型的な変化は微分の基本である。

第十四章「方眼紙・實驗公式」では、実験結果である対応表を与え、そのグラフをかき、その形状から式を考え出す方法を教えている。ここでペリーは指数関数の利用度の重要性について触れている。

> 曲線ニ就イテ多クノ事ヲ知ッテキル經驗ノアル人ハ、簡單ナ法則ガ存在シテキルニ拘ハラズ、之ヲ發見スル事ニ屢々失敗スル。若シ、點ガ一直線上ニ近似的ニ存在シナイナラバ、私ハ時々$y=ax^n$、又ハ$y=ae^{bx}$トシテ試ミル。併シ**私ガ試ミヨウトスル式**ハ描イタ曲線ノ形状ニ基クノデアル。[16]

特に第十三章・第十四章は、関数や関数の考え方の指導そのものである。第十四章は、実に実際的であり、実験結果から法則を予想させ、その法則の式を求めるという指導である。これこそ関数の考え方をよく考慮した指導ではないだろうか。この指導内容は生徒にとって、実際場面に直面したときに役に立つ実践的指導である。

第十五章「重要ナ曲線」は、作図で実験式を求める練習である。

第十六章「方眼紙、近似式、方程式」は、方程式の根を作図によって求める練習をしている。

第十七章「極大及極小」では、事象に関する関係式 $y=f(x)$の極大極小を、グラフを利用して考えさせている。

その後、第十八章の「微積分ノ概念」を筆頭として、本格的に微積分・微積分の応用に入っていくのである。

このような関数や関数の考え方の指導の流れを見ると、数学を道具と考えているペリーにとって、関数や関数の考え方もまた道具であることが再認識させられる。現在教科書で扱われているような各関数の段階的な指導のためのカリキュラムや単元は、あまり考えられていない。1つ1つの関数の扱いは均等的ではなく、実験結果から法則を解明するという目的のために、指数関数と一次関数とが中心的な関数になっている。指数関数と一次関数の練習問題には多くを割いている。

また、全体の文脈からすると、2. で述べた「計算のさい対数を使うこと」「代数の公式を処理する知識と能力」「方眼紙の使用」「微積分の方法」は、それぞれ独立しているのではなく、1つの指導順序にもなっている。

常に自然科学を意識し、量に基づき現実問題との関連で、関数や関数の考え方を利用したのである。そしてグラフはそれをよりよく理解する手段として利用されている。

関数についての理解や関数の考え方の育成について、言及した箇所はほとんどない。「方眼紙の使用」や「微積分の方法」の実用的直接的な指導に重点を置いている。それらは数学の指導の中に自ずと伴う形として扱われているのである。ペリーは、あくまでも微積分を利用した自然科学の学習が目的であって、「方眼の使用」や「微積分の方法」の指導の中に、関数についての理解や関数の考え方の育成が包括されているのである。

4．まとめと考察

ペリーは自然科学の学習のために、実用のための数学、言い換えれば数学の応用を考えたのである。そのためにペリーは、自然のもっとも初歩的な研究で必要な方法として「計算のさい対数を使うこと」「代数の公式を処理する知識と能力」「方眼紙の使用」「微積分の方法」の4つを挙げた。そしてこの4つを柱に『初等實用數學』を構築したのである。

「計算のさい対数を使うこと」は、実験・実測を行っていくために小数の計算が迅速に出来ることが必要であるためであり、「代数の公式を処理する知識と能力」は、どうしてその公式が出来てきたのかということを学習することではなく、実際に実験結果や実測の結果に対応して公式（公式を1つの法則

と見なし1つの関数といった見方をしている）を使える知識と能力が必要なためである。「方眼紙の使用」と「微積分の方法」については、前述している。そしてこの4つの柱は、『初等實用數學』の指導順序の大筋にもなっている。

ペリーが実用数学として、一番利用度が高いため重要であると考えていた関数は、指数関数である（第十二章で詳しく扱っている）。その次が一次関数である（第十三章で詳しく扱っている）。この考えは指導順序にも現れている。比例は第五章で扱われているが、指数関数・一次関数と比べればその位置付けは低く、単に式の形（単比例の形・複比例の形）を教えているにすぎないのである。

ペリーは、あくまでも微積分を利用した自然科学の学習が目的であって、その指導の中に、関数についての理解や関数の考え方の育成を包括させるのである。

『中学校学習指導要領解説数学編』（平成20年）によると、「自然現象や社会現象などに考察においては、考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存、因果などの関係に着眼して、それらの諸関係を的確で簡単な形で把握し表現することが有効である」として、中学校数学科のねらいを「いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的にとらえ、数学的に考察できるようにする」としている。そして「関数」指導の意義として、以下の2つを示している。

ア．身の回りの具体的な事象を考察したり理解したりするためには関数的な見方や考え方を必要とする場面が多いこと。

イ．いろいろな関数についての理解及びそれらの学習を通して養われる関数的な見方や考え方は、数学のいろいろな分野のこれまでの学習のとらえ直しやこれからの学習において重要な役割を果たすこと。(17)

中学校では、正比例に始まり、一次関数、二次関数（二乗に比例する関数）を扱い、それぞれの変化の特徴（変化の割合）やその応用を学習する。高校ではさらに、高次の整関数、三角関数、指数関数、対数関数など様々な関数やその発展として微分・積分を位置付けている。関数を柱に段階的にカリキュラムを組んでいる。グラフの指導はその中で大きく位置づけられている。

ペリーの教育の目的は自然科学の学習であるが、現在の学校教育は関数についての理解や関数の考え方の育成が目的である。ペリーは「方眼紙の使用」や「微積分の方法」を自然科学の学習ための道具としている。現在はグラフや対応表を利用して、関数や微積分の学習をしている。グラフの利用という点ではペリーの考えを継承している。しかし、その学習の具体的な指導内容・展開はかなり異なっている。ペリーは実用的な立場から、指数関数・一次関数を中心的な関数と位置付け、また、どの章でも自然科学で扱われている具体的な公式（現代から見ると大学の工学関係で学ぶような公式である。そして公式を1つの法則と見なし関数としている）を多く紹介し、実験結果や実測の結果に公式を使える知識と能力の育成に重点を置いている。しかし、現在では、各関数どれもほぼ均等な比重で扱いであり、どの関数に対してもその特徴について一定の学習をしている。事象と関連した具体事例の数は少なく、練習問題においても自然の事象と関係のある問題はあまりその対象とされていない。

数学に対する生徒の現状（受験数学・数学嫌いなど）を考えるに、もっと事象と関係した学習内容を中心にする数学教育が必要ではないか。筆者はこの点でペリーに学ぶべき点があるのではないかと考える。

[引用文献・参考文献及び注]

（1）“Elementary practical mathematics” は、新宮恒次郎が訳注し、『ペリー初等實用數學』として1930年に山海堂から出版している。本研究では，昭和8年2月24日訂正再版発行のものを使用している。

(2)　小林佐平『ペリー•ムーア•クライン新数学教育論の根本思想』(昭和9年4月20日発行：モナス)

(3)　小倉金之助『数学教育の根本問題』(大正13年3月20日発行、大正13年4月3日第八版発行：イデア書院)

(4)　小倉金之助訳『カジョリ初等数学史』(1998年7月10日復刻版3刷発行：共立出版)

(5)　木村良夫著「ジョン・ペリーの数学教育改革論」神戸商科大学『人文論集』第26巻第1・2号（平成2年12月）

この論文は、「工業物理の教育（The Teaching of Technical Physics)」の前半部分を中心にペリーの主張の紹介とその分析をしている。

(6)　公田　藏「John Perryと日本の数学教育」数理解析研究所講究録1195『数学史の研究』京都大学数理解析研究所（2001年4月）のpp.191－206

この論文は、井口の申報に基づいて、工部大学校におけるペリーの数学教育についての考察を行い、ペリーの数学教育改造運動について考察している。

(7)　板倉聖宣「ジョン・ペリーの生涯」『数学のたのしみ』No.20－23（日本評論社）

この論文は、ペリーが勤務していたパブリック•スクールの学校の程度を明らかにし、ペリーの数学教育の思想を一層詳しく考察している。

(8) 前掲書（1）の「原著者の序」

(9)　丸山哲郎邦訳『数学教育改革論ペリークライン』(1974年12月再版刊：明治図書）p.28

John Perry “The Teaching of Mathematics” *Educational Review* vol.XXIII, Feb., 1902

(10) 上掲書（9）p.28

(11)　John Perry “Practical Mechanics”. *THIRD EDITION, CASSELL* & *COMPANY, LIMITED: LONDON, RARIS, NEW YORK* & *MELBOURNE.*, 1886の本文のpp.7－8

(12) 前掲書（1）p.112

(13) 前掲書（9）p.30

(14) 前掲書（1）p.40

(15) 前掲書（1）pp.43－44

(16) 前掲書（1）p.164

(17) 文部科学省『中学校学習指導要領解説数学編』(平成20年7月）p.53