

ガウス加速器における仕事とエネルギーの測定

牧原 義一・杉本 佳隆¹

Measurements of Work and Energy in the Gauss Accelerator

Yoshikazu MAKIHARA and Yoshitaka SUGIMOTO¹

要 旨

「ガウス加速器」は、鉄球（入射球）とネオジウム磁石球との衝突により、磁石に付けた他の鉄球（射出球）が勢いよく発射される興味深い理科実験である。本研究では、ガウス加速器の衝突前後における全ての仕事とエネルギーを精密に測定して、この現象におけるエネルギー保存則と鉄球の加速機構について調べた。その結果、鉄球の摩擦および回転のエネルギーは小さく、非弾性衝突で消費されるエネルギーが射出球の運動エネルギーの20~25%程度の大きな値を示すことが分かった。また、磁石に鉄球を3個付けたときに射出球の速さが最大となり、その運動エネルギーは本系の衝突前・後における磁氣的ポテンシャルエネルギーの減少分の約81%となった。また、磁石に付ける鉄球の個数を増加させると複数の鉄球が飛び出すことによる運動エネルギーの分散が起こることが分かった。

1. はじめに

ガウス加速器の実験では、図1に示すようにその右側に数個（図の場合は2個）の鉄球を付けたネオジウム磁石球Nに、左側からゆっくりと別の鉄球Aを衝突させると、その瞬間に右端の鉄球Cが予想をはるかに上回るスピードで勢いよく飛び出す。このように鉄球が飛び出す様子からこの装置は「ガウスライフル（Gauss Rifle）」とも呼ばれ、磁石を用いた意外性のある印象的な実験として科学教室や出前授業等でよく取り上げられている。

ガウス加速器における鉄球と磁石球の衝突現象は、一見すると運動量保存の法則やエネルギー保存の法則に反するように感じる。このようなガウス加速器の鉄球の運動に関する先行研究としては、David Kaganによるネオジウム磁石球の磁氣的な位置エネルギーと射出球の運動エネルギーの測定^[1]、James A. Rabchuk

による入射球の初速と射出球の運動エネルギーの増加量に関する研究^[2]、および右近修治によるガウス加速器における運動量とエネルギーに関する考察と新たな実験の提案^[3]などがある。これらの研究では、ネオジウム磁石球が鉄球に行う仕事と鉄球（入射球と射出球）の運動エネルギーの測定結果から、ガウス加速器における仕事とエネルギーについての考察が行われている。しかし、衝突の前後では上記以外の仕事とエネルギーも存在することが分かっている。本研究では、ネオジウム磁石球の右側の鉄球の個数を2個、3個、4個、5個にしたそれぞれの場合において、ガウス加速器の衝突現象に関係する全ての仕事とエネルギーを精密に測定して定量化し、その結果からガウス加速器におけるエネルギー保存則と射出球の加速のメカニズムを検討した。

2. 実験方法

2. 1 衝突前・後における仕事とエネルギーの検討

まず、入射球の発射前と射出球の射出後（これを今後「衝突前・後」と呼ぶ）におけるガウス加速器の運動に寄与する仕事とエネルギーの項目を明らかにする。本研究では、精度の低い測定項目を除くために、ネオ

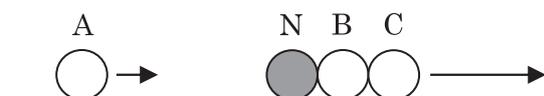


図1. ガウス加速器（N；ネオジウム磁石球，A，B，C；鉄球）

¹（現職）東員町立稲部小学校教諭

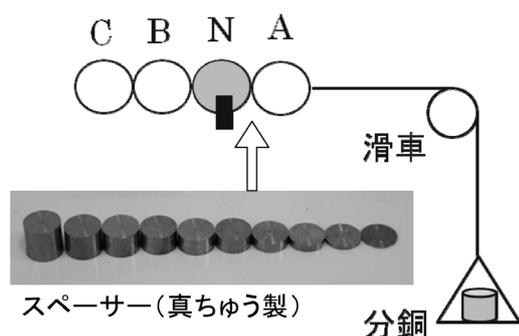


図2. ネオジウム磁石が入射球にする仕事の測定 (N；ネオジウム磁石球 (固定), A；入射球)

ジウム磁石球を固定して衝突後のネオジウム磁石球とそれに吸着した鉄球群の運動エネルギーを0とした。また、入射球の初速を0として実験を行った。このような条件下で、以下の5種類、6項目の仕事とエネルギーに関する測定を行った。

- a) ネオジウム磁石球の磁力が入射球と射出球にする仕事 (W_{in} 、 W_{out})
- b) レールからの摩擦力が入射球にする仕事 (W_f)
- c) 射出球の並進運動エネルギー (K_1)
- d) 射出球の回転運動エネルギー (K_r)
- e) 非弾性衝突等によって失われるエネルギー (P)

2. 2 仕事とエネルギーの測定方法

2 - a) ネオジウム磁石球の磁力が入射球と射出球にする仕事 (W_{in} と W_{out})

Kagan が行った方法^[1]を用いて、入射球および射出球に対してネオジウム磁石球の磁力が行う仕事 (それぞれ W_{in} および W_{out}) を測定した。図2は入射球に対する仕事量を測定する場合の実験システムの概略図である。この図は、射出球側の鉄球の個数が2個 (B, C) の場合を示す。実験では、この鉄球の個数を2, 3, 4, 5個と変化させた場合について同様の測定を行い、それぞれの結果を比較・検討した。

図に示すように、レール上の入射球Aに接着剤を用いてポリエチレン製の糸 (釣り糸) を取り付け、これに滑車を通して重り (分銅) を載せて力を加えてゆき、Aがネオジウム磁石球Nから離れるときの力 (F_{in}) を測定する。同様な方法で、NとAの間に非磁性の真ちゅう製スペーサーを挟んでNA間の距離 (S) を変化させたときの力を測定し、入射球Aに働く磁力とNA間の距離の関係測定する。次に、糸を射出球 (C) に取り付けて同様な測定を行い (この場合、スペーサーは射出球とその隣の鉄球の間に挿入)、射出球に働く磁力 (F_{out}) を測定する。以上の結果から、 F_{in} と F_{out} を距離 S について積分することにより

それぞれ W_{in} と W_{out} を求めた。なお、真ちゅう製の円柱形状スペーサーとして、直径 ϕ が 10 mm、厚さ t がそれぞれ 0.538 mm、1.209 mm、2.283 mm、3.282 mm、4.405 mm、4.960 mm、5.775 mm、6.889 mm、7.781 mm、9.755 mm のものを旋盤を用いて自作した。前記の厚さより小さい厚さのスペーサーとして、コピー用紙を 1 cm × 1 cm の大きさに切った紙のスペーサーを利用した。レールには非磁性で鉄球との摩擦が小さい市販の配線用モールを用いた。使用した鉄球およびネオジウム磁石球の直径 $2r$ はともに 10.000 mm であり、質量 m はそれぞれ 4.080 g および 3.900 g であった。また、ネオジウム磁石球の表面磁束密度の公称値は 610 mT であった。

2 - b) レールからの摩擦力が入射球にする仕事 (W_f)

実験装置にはフォトゲート2個とインターフェイス、および Data Studio 解析システムから構成された米国 PASCO 社の Science Workshop (図3) を用いた (販売会社；島津理化, Cat.No. ME-9204 B, 100-947)。この装置を用いて、レール上の2点での鉄球の速度 (初速 v_1 と終速 v_2)、2点間の移動時間 t を測定し、さらに入射球の質量 m および入射球とネオジウム磁石球の距離 s を測定することにより、次式から摩擦力による仕事 W_f を計算した。

$$W_f = mas \quad (1)$$

ここで、 a は平均の加速度であり、次式によって計算した。

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \quad (2)$$

2 - c) 射出球の並進運動エネルギー (K_1)

フォトゲート1個をセンサーとする Science Workshop システムを用いて、射出球がネオジウム磁石球から飛び出す瞬間にフォトゲートを通過する時間を測定し、この結果と球の直径から射出球の速度および運動エネルギー K_1 を計算した。このとき、射出球

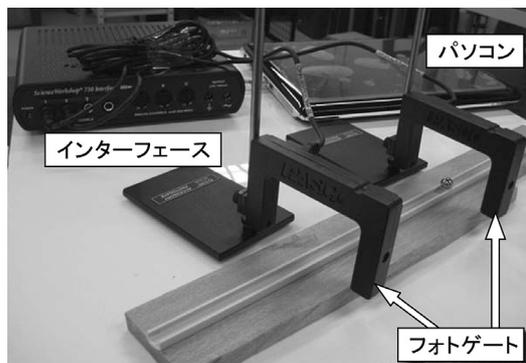


図3. 摩擦力が入射球にする仕事 (W_f) の測定装置

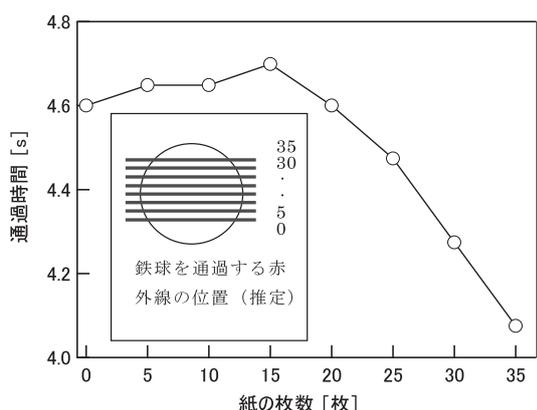


図4. 射出球の位置（高さ）とフォトゲート通過時間。
フォトゲートを固定し、射出球を置くルールが固定された台の下に、紙（コピー用紙）を敷いて射出球の高さを変化させた。

をルールの端にセットすることにより、ルールから射出球に働く摩擦力の効果を可能な限り小さくした。また、速度を正確に評価するために、射出球の直径はマイクロメータで数回測定し、さらにフォトゲートの位置を球の直径部分が正しく通過するように、測定台の下に紙を0～35枚敷いてその高さを調整した。高さの変化による通過時間の測定結果を図4に示す。図から、計測時間が最も長い場合（紙15枚）を適切な高さとして射出球の通過時間の測定を実行した。なお、挿入図は実験結果から推定したフォトゲートの赤外線が球を通過する位置と紙の枚数の関係を示している。

2 - d) 射出球の回転運動エネルギー (K_r)

ハイスピードカメラの動画測定結果から、一定時間内における射出球（慣性モーメント $I = \frac{2}{5}mr^2$ ）の回転角度を測定して角速度 (ω) を求めた。このとき、前記 2 - c) と同様に、射出球をルールの端にセットしてルールからの摩擦力が鉄球の回転に与える寄与を鉄球が飛び出す瞬間に限定した。測定結果を $K_r = \frac{1}{2}I\omega^2$ に代入して回転の運動エネルギー K_r を計算した。

2 - e) 非弾性衝突等によって失われるエネルギー (P)

2 - a) ～ d) の測定結果から衝突前と衝突後のエネルギー差 $W_{in} - (W_f + W_{out} + K_1 + K_r)$ を計算し、その値を非弾性衝突等によって失われるエネルギー P として評価した。 P の中には非弾性衝突以外に、後述する射出球の運動エネルギーの分散の寄与およびその他の評価不明の寄与が含まれる。

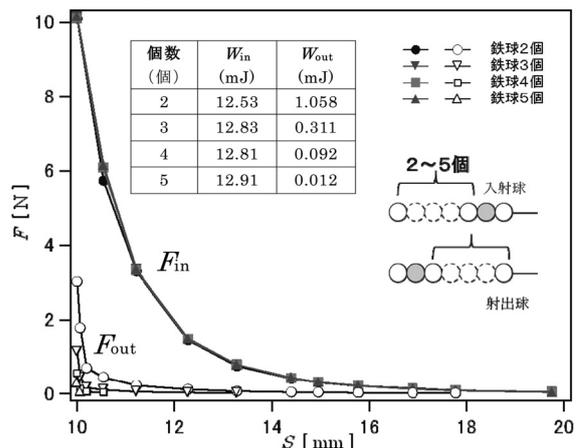


図5. 入射球と射出球に働く力 (F_{in} と F_{out}) の測定結果。図中の表は、力を距離 S について積分して得られた仕事 (W_{in} と W_{out}) の計算結果を示す。

3. 実験結果

3 - a) ネオジウム磁石球の磁力が入射球と射出球にする仕事 (W_{in} と W_{out})

図5に射出側の鉄球の個数が2～5個の場合における入射球に働く力 F_{in} （塗りつぶしたマーカー）と射出球に働く力 F_{out} （白抜きのマーカー）の測定結果を示す。また、これらの力を距離 S について積分して得られた仕事量 W_{in} と W_{out} の結果を図中の表に示している。この結果から、 W_{in} の値は12.5～12.9 mJとなり、鉄球の個数が変わってもほとんど変化しない（わずかに増加すること、および W_{out} は W_{in} に比べてその大きさが1～3桁小さく、鉄球の個数が増えると急激に減少することが分かった。

3 - b) レールからの摩擦力が入射球にする仕事 (W_f)

表1にルール上を運動する鉄球の速度（初速 v_1 、終速 v_2 ）と移動時間 t および加速度 a の9回分の測定結果を示す。加速度の平均値は $a = -3.79 \times 10^{-2} \pm 1.2 \times 10^{-6}$ [m/s²] になった。これから (1) 式によって評価

表1. レール上を運動する鉄球の初速 v_1 、終速 v_2 、移動時間 t および加速度 a の測定結果

測定番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
初速 v_1 [m/s]	0.240	0.260	0.210	0.377	0.188	0.186	0.257	0.287	0.192
終速 v_2 [m/s]	0.193	0.218	0.156	0.346	0.122	0.122	0.212	0.249	0.132
移動時間 t [s]	1.243	1.126	1.470	0.746	1.737	1.747	1.146	1.003	1.660
加速度 a [m/s ²] ($\times 10^{-3}$)	3.78	3.73	3.67	4.16	3.80	3.66	3.93	3.79	3.61

表 2. 鉄球の個数が 2~5 個の場合の射出球の速度と運動エネルギー

鉄球の 個数 [個]	速度 [m/s]					平均値 [m/s]	K_1 [mJ]
	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目		
2	2.174	2.128	2.174	2.174	2.174	2.156	9.48
3	2.222	2.222	2.222	2.273	2.222	2.232	10.2
4	2.083	2.083	2.083	2.083	2.083	2.083	8.90
5	2.041	2.000	2.083	2.041	2.083	2.050	8.57

した W_f の大きさは 4.67×10^{-3} mJ となり、 W_{in} と比べて 3 桁ほど小さい値となった。

3 - c) 射出球の並進運動エネルギー (K_1)

表 2 に鉄球の個数が 2~5 個の場合の射出球の速度の 5 回分の測定結果、およびその値から計算した運動エネルギー K_1 の値を示す。 K_1 は鉄球の個数が 3 個の場合に最大値 10.2 mJ を示し、それ以上の個数でその値は減少した。3 - a) の結果から、ネオジウム磁石球の後に並べる鉄球の個数を増やすと、衝突前・後における系の磁氣的ポテンシャルエネルギーの変化分 ($\Delta U = W_{in} - W_{out}$) が大きくなるため、射出球の速度がしだいに速くなることが予想される。しかし、実験では鉄球が 3 個のとき射出球の速度が全ての条件の中で最も速くなった。これは、鉄球の数が 4 個以上の場合に射出した鉄球が 2 個となったためである。すなわち、鉄球の数が増えると鉄球間の非弾性衝突の効果が大きくなり、さらにネオジウム磁石球からの磁氣的な吸引力が弱まるため、本来の射出球以外の鉄球が飛び出してしまう（射出する球の運動エネルギーが分散する）ことが分かった。

なお、射出球の速度は、射出直後の鉄球（直径 10 mm）がフォトゲートを通過する時間の計測結果から計算した平均速度である。実験 3 - b) の結果から、この鉄球の直径の距離を射出球が移動する際にレールからの摩擦力が射出球にする仕事は小さいものと仮定して無視した。この仮定が妥当であるかどうかについては後述の考察で検討する。

3 - d) 射出球の回転運動エネルギー (K_r)

ハイスピードカメラの動画解析から求めた射出球の回転の角速度は、鉄球 2 個および 3 個の場合について、それぞれ 15 deg/s および 12 deg/s となった。この結果からそれぞれの回転運動エネルギーを計算すると 1.405×10^{-6} mJ および 0.899×10^{-6} mJ となり、射出球の回転の運動エネルギーは系の磁氣的ポテンシャルエネルギーや射出球の並進運動エネルギーと比べて 7 桁

ほど小さく、系のエネルギーを考える上で殆んど無視できることが分かった。

3 - e) 非弾性衝突等によって失われるエネルギー (P)

前述の 3 - a) ~d) の結果から $P = W_{in} - (W_f + W_{out} + K_1 + K_r)$ を計算し、その値を非弾性衝突等によって失われるエネルギーと定義した。後述の考察の項でも示すように、 P の値は鉄球が 2 個の場合の 1.99 mJ から 5 個の場合の 4.32 mJ へと鉄球の個数 n の増加とともに次第に増加した。実験結果から、鉄球が 2 個と 3 個の場合は非弾性衝突の寄与が、4 個と 5 個の場合は非弾性衝突および運動エネルギーの分散による寄与がそれぞれの P の主要な部分を占めていると推察される。なお、 n が 2 個および 3 個の場合の P は、それぞれの場合の K_1 に対して 21.0% および 25.3% の大きな値を示した。

4. まとめと考察

図 6 に、本研究で得られたガウス加速器の運動に寄与する仕事とエネルギーの結果をまとめて示す。摩擦力による仕事 W_f と回転の運動エネルギー K_r については、その値が小さいため図への記入を省略した。図から、磁力が入射球にする仕事 W_{in} と射出球にする仕事 W_{out} の差 $\Delta U = W_{in} - W_{out}$ 、すなわち衝突前・後の系の磁氣的ポテンシャルエネルギーの減少分 ΔU は、鉄球の個数 n の増加とともに 11.47 mJ から 12.90 mJ へと単調に増加することが分かる。しかし、射出球の運動エネルギー K_1 は $n=3$ 個のときに最大となり、それ以上の個数では K_1 は単調に減少した。これは、前述したように、鉄球の数が増えると鉄球間の非弾性衝突の効果が大きくなり、さらにネオジウム磁石球からの磁氣的な吸引力が弱まるため、本来の射出球以外の鉄球も飛び出してしまうためである。最も射出球の速度が大きい $n=3$ 個のときの K_1 の値は 10.16 mJ であり、 ΔU の値の 81.2% となった。また、 $n=2$ 個のときの K_1 は ΔU の 82.7% となった。この結果から、 n が少ないほど磁氣的ポテンシャルエネルギーの運動エネルギーへの変換率は高くなるが、 n の増加とともに ΔU が増加し、また n が 4 個以上で射出球の運動エネルギーが分散するため、 $n=3$ 個のとき射出球の運動エネルギーが最大となることが分かった。このことは、ネオジウム磁石球の後に並ぶ鉄球の数を増やすだけでは、射出球の速さを大きくすることができないことを示している。

ところで、本研究では衝突前・後の仕事とエネルギーを定量化する際に、射出球に働く摩擦力がする仕事を無視した。これは、図 5 に示すように磁石球の磁力が

[4] 私信, 三浦裕一氏 (名古屋大学大学院理学研究科),
2011年8月10日, 日本物理教育学会第28回大会 (広島)

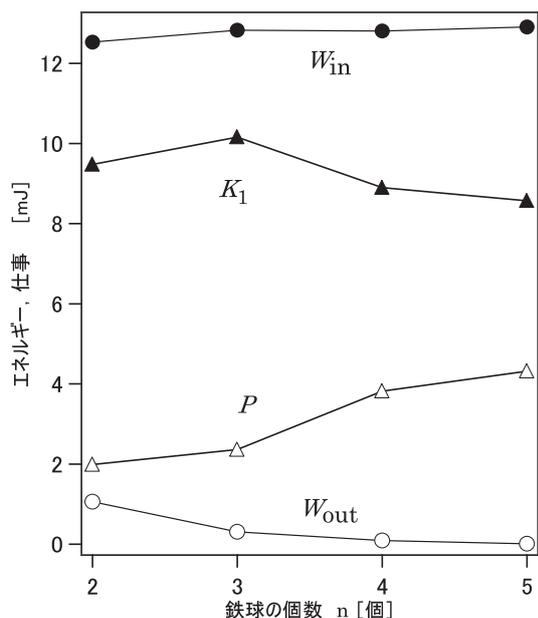


図6. ガウス加速器の鉄球の個数 n に対する仕事およびエネルギーの測定結果のまとめ

射出球に働く到達距離 (S) が短く、鉄球2個のときでその距離はほぼ5 mmまでであり、鉄球の個数が増えると大きく減少し、鉄球3個のときに3 mm以下、4個で0.5 mm程度であることによる。3-b)における入射球での実験結果から、この区間の摩擦力による仕事は無視できるものと考えた。しかし、この区間は鉄球のスピードが速く、鉄球は回転せずに滑った状態で加速されると考えられるため、その際の摩擦力のする仕事の値は本研究で評価した値とは異なる可能性がある。同じことは、入射球がネオジウム磁石球に衝突する直前に摩擦力がする仕事についても言えることである。このような摩擦力がする仕事を正確に定量化するためには、ハイスピードカメラ等によるさらに詳細な計測が必要である。^[4]

また、本研究ではネオジウム磁石球を固定して実験を行ったため、系の運動量保存に関する測定を行うことはできなかった。磁石球を固定しない場合のガウス加速器の仕事とエネルギーを正確に測定し、さらに衝突前・後の運動量の定量化を行うことは今後の重要な課題である。

参考文献

- [1] David Kagan, "Energy and Momentum in the Gauss Accelerator", The Physics Teacher, vol.42 (2003) 24-26
- [2] James A. Rabchuk, "The Gauss Rifle and Magnetic Energy", The Physics Teacher, vol. 41 (2003) 158-161
- [3] 右近修治, 「ガウス加速器に物理法則のメスを入れる」, 理科教室 (4月号) (2006) 17-21