

音楽療法における数学的パラダイムに関する研究*

A Study of the Mathematical Paradigm on Music Therapy

上垣 渉**・根津知佳子***
Wataru UEGAKI・Chikako NEZU

要約

本論文の目的は、音楽療法における数学的パラダイムの構造を明らかにすることである。そのために、古代ギリシアにおける音楽理論の形成過程と、その特徴及び人間への影響の仕方を考察した。古代ギリシアの音楽理論はオリュポスによって創始され、テルパンドロスによってオクターブ的 7 音階が成立した。ピュタゴラスはそれを改革して 8 音階を完成させ、数比（ラチオ）にもとづく音楽理論を展開した。一方、アリストクセノスは音楽理論における数比主義を排除して、調和（ハルモニア）を求める聴覚に依拠した知覚主義的音楽理論を唱えた。これら 2 つの音楽理論の統一を図ろうとしたのがプトレマイオスであった。音楽の世界と数学の世界を結びつけるのは比例（アナログア）であり、比例によって音律論は強固な数学的基礎を獲得したのである。音楽は人間の精神に対して倫理的・教育的な作用力を発揮するが、本論文では、そのような音楽の特性を「音楽のエートス」と名づけた。プトレマイオスは、エートスの発生はトノスの転位の結果であると考え、7 種のオクターブ形式を定式化した。この 7 種の形式が人間の精神に対して勇気、悲哀など種々の影響をもたらすのである。以上の考察から、数学的パラダイムはラチオとハルモニアを核とし、アナログアを介して、音楽的エートス論を形成するという構造を持っていることを明らかにした。

キーワード：音楽療法、数学的パラダイム、古代ギリシアの音楽理論、数比、エートス
music therapy, mathematical paradigm, music theory of ancient Greek, ratio of number, ethos

第 1 節 本論文の目的

音楽療法に係る概念的枠組みとして、スマイスターズによって「4 つのパラダイム」が提起されている⁽¹⁾。すなわち、魔術的パラダイム、医学的パラダイム、心理学的パラダイム、そして本論文の対象である数学的パラダイムの 4 つである。この“4 つのパラダイム”論が適切であるか否かの是非はさておくとして、音楽が数学ときわめて密接に関わっていることは歴史的に明らかであり、音楽が人間の心身に影響を与えることについても、ピュタゴラスを引用しつつ、古くから多くの事例が伝えられている。たとえば、ポルピュリオスは、

「彼（ピュタゴラスのこと-筆者）はまた友人（弟子）たちをこよなく愛した・・・友人たちが健康であるときには常時一緒に生活し、また彼らが体を病むときには治療し、魂を病むとき

* 原稿受理日 平成 24 年 10 月 1 日
** 三重大学名誉教授、岐阜聖徳学園大学教育学部数学教室
*** 三重大学教育学部音楽教育講座

には、すでに述べたように、ある者を歌と秘法で、他の者を音楽によって元気づけた．というのは、彼は体の病気も治す音曲を知っていて、これを歌って病人を回復させたのである．また魂の苦しみを忘れさせ、怒りを和らげ、法外な欲望を取り除く音曲も知っていた」⁽²⁾

と報告しているし、プルタルコスは、音楽に造詣の深いソテリコスに、

「・・・ホメロスが・・・古代の人々の宴席や集会の際に、音楽を取り入れたのは、最大の有益性と治療のためなのだから．なぜなら、音楽が導入されることになったのは、音楽には酒に潜在する温める力を押し戻し、鎮静化するだけの働きがある、という考えによるのだから．・・・なにしろ、彼は、酒には本来、それを鰯腹飲むと、その者の身体と分別を不安定なものにする性質があるが、これに対し音楽は、音楽自体が持っている秩序と均衡とによって、それとは反対の状態へと導き、それを宥めるのであるから、音楽を導入すべきである、と述べていたのだから．したがって、ホメロスの言い分は、このような事態を処理するために、その治療薬として古代人は音楽を採用したのだ、ということなのだ」⁽³⁾

と語らせている．このような音楽に関するピュタゴラスの関与とその意義に依拠して、スマイスターズは音楽療法に係るパラダイムの1つに数学的パラダイムを設定したのだと筆者は推測する．

しかしながら、取り上げられている数学的パラダイムの基調はピュタゴラス派の思想であり、マクロコスモスとしての「天球の音楽」とミクロコスモスとしての「人間の精神」の共鳴性に音楽療法の説明原理を置くものである．この原理は多くの人々に心情的に受け入れられるかもしれないが、その原理がどのような数学的概念によって、どのような構造として組み立てられているかについては、必ずしも明示的に明らかにされてはいない．

ピュタゴラスによる「無理量の発見」は正方形の一辺と対角線の比の考察からであり、音楽における「ピュタゴラス音律の確立」は一弦琴における弦の長さの比に関わっている．すなわち、それらに共通している原理を支えている数学的概念は“数比”なのである．つまり、宇宙・自然は数比によって支配されているという考えがピュタゴラス派の思想的根底をなしていると言ってもよいが、古代ギリシアの音楽理論がピュタゴラス派だけに帰せられるわけではない．音律・音階はピュタゴラス以前から探求・考察されてきたし、ピュタゴラス以後も多く楽理家によって研究され続けてきたのであり、ピュタゴラス派だけに焦点を当てた数学的パラダイムの考察は不十分と言わざるを得ない．

本論文の目的は、連綿と探求され続けてきた古代ギリシアの音楽理論を歴史的・数学的に考察することを通して、「音楽療法における数学的パラダイム」の構造を明らかにすることであるが、それは同時に、「音楽療法とは何か？」という根本的な問いかけをも内含することになる．言い換えれば、音楽療法の定義の問題に深く関わっているのである．音楽療法という術語はさまざまに定義されているのが現状である⁽⁴⁾が、その多くが音楽の治療的・治癒的役割に言及されている．音楽療法という言葉自体がそのような想起を引き起こしていると言うことができる．したがって、スマイスターズの問題提起は、音楽療法をより広い視点から捉えなおす試みの必要性を主張しているとも考えられるのである．

第2節 古代ギリシア音楽理論の系譜

古代ギリシアの音楽理論を論述するにあたっては、ピュタゴラス派から始められることが多いが、実は、その始まりはずっと古く、その始祖はオリュンポスとされている．たとえば、偽プルタルコスの『音楽について』には、

「オリュンポスは、・・・古代には知られていなかったものを導入することにより、音楽を発展させ、かくして、ギリシアの、そして品格高い音楽の創始者となったように思われます」⁽⁵⁾

と記録されている．

オリュンポスの生存年代は前 8 世紀後半であり、ピュタゴラスの時代を遡ること百数十年前である。そして、前 8 世紀と言え、世界最古の叙事詩人であるホメロスの時代でもある。オリュンポスは 4 度音程のテトラコルドに関するエンハーモニックの発見者と言われており、古代ギリシア音楽史における最初期の音楽家である。また、同時期のテルパンドロスも最初期の音楽状況の中で、キタラーの弦の本数を 4 本から 7 本に増やすという楽器の改良を行なったが、その背景には理論的改革があったことを意味している⁽⁶⁾。

オリュンポスによるエンハーモニックの発見以前は、あらゆる音楽はディアトニックかクロマティックであったと言われており、特に、ディアトニックは自然発生的な音組織としてホメロス以前の時代に既に出来上がっていたと考えられている。そして、その変容としてクロマティックが成立していたのである。ただ、エンハーモニックの成立後も、ディアトニックなどが自然な音組織として併存していたことは明らかである。なぜなら、エンハーモニックに関しては、前 5 世紀中葉の最盛期に、既に凋落の兆しが見え始めたと言われており、それがクロマティックの急速な浸透によるものだと考えられているからであり、パーカーやヘンダーソンはこの変容を「音楽革命」と命名している⁽⁷⁾。

オリュンポスやテルパンドロスなどの初期音楽理論の次に来るのがピュタゴラス派による数比主義にもとづく音楽理論であるが、その実質的な貢献者は前 5 世紀のピロラオスと前 4 世紀のアルキュタスである。特にアルキュタスはピュタゴラス派の音楽理論における数比主義を代表する理論家として知られており、プラトンのシケリア旅行の際に親交を持ち、プラトンの思想形成に大きな影響を与えたと言われている⁽⁸⁾。

ピュタゴラス派の始祖ピュタゴラスは、音楽史上最初の音律である「ピュタゴラス音律」の創始者として知られていることからわかるように、オリュンポスやテルパンドロスなどによる初期ギリシア音楽理論の最初の変革者であり、離接のトノスの挿入による 8 音音階の完成にこそ、音階構造の形成過程における寄与が認められるのである。その意味において、ピュタゴラス派によって、最も純粹にギリシア固有の音楽理論（ハルモニア論）が樹立されたとも言える。

一方、前 4 世紀のアリストクセノスは、最初はピュタゴラス派の音楽理論を学ぶが、後にはピュタゴラス派から離れ、アリストテレスの門下生となり、数比主義による音楽理論を批判し、聴覚によってのみ音楽を把握できるという知覚主義的音楽理論を展開することになる。つまり、アリストクセノスはピュタゴラス的な数比至上主義による音楽理論は聴覚による音楽的事実に合致しない⁽⁹⁾として批判し、別の方法論を提起したのである⁽¹⁰⁾。

アリストクセノスは、音階構成の基本に 8 度・5 度・4 度の音程を据える点ではピュタゴラス派と同様であるが、5 度と 4 度の間隔に数比 $9/8$ ではなく、1 という数値をあてがうのである。したがって、ピュタゴラス派がレイマとした数比 $256/243$ （ピュタゴラス的半音）には $1/2$ なる数値があてられることになる。それゆえに、アリストクセノスにあっては、4 度音程は全音 2 個半となる。この発想は、いわば平均律に相当する概念によってピュタゴラス音階を説明したとも言えるが、もちろん当の本人に、その自覚はない。

数比主義による音楽理論は、アリストクセノスのすぐ後の、と言っても、ほぼ同時代とも言えるエウクレイデス（ユークリッド）によって継承される。彼の著書『カノンの分割』はアリストクセノスの『ハルモニア原論』を意識的に批判して著されたかに見える。その批判は後代の 2 世紀のプトレマイオスを想起させるものがある⁽¹¹⁾。

古代ギリシアの音楽理論におけるピュタゴラス的な数比主義とアリストクセノス的な知覚主義という 2 つの潮流の統一化を試みたのが紀元 2 世紀のプトレマイオスである。プトレマイオス自身は新ピュタゴラス派に属すると言われているが、アリストクセノスの知覚重視の方法論にも十分な考慮が払われている。たとえば、プトレマイオスの著書『ハルモニア論』第 1 巻の冒頭では、ハルモニアの判別者

は聴覚と理性であると断言されている⁽¹²⁾。さらに、

「聴覚は質料つまり情態としての判定者なのであり、理性は形相つまり原因としての判定者なのである」⁽¹³⁾

のように「質料」と「形相」というアリストテレス哲学の対概念によって説明されているから、プトレマイオスはアリストテレス主義者としての一面も持っていることがわかる。プトレマイオスの『ハルモニア論』第2巻はオクターブ種をトノス論（旋法論）として解釈し、その音階の有するはずのエートスの発生する源泉を明らかにすることが主題とされ、古典期以来の「エートスの問題」はプトレマイオスによって、理論的には完全に解決されたことになると言われている。

その後、古代ギリシア音楽理論はボエティウスによって中世ラテン世界にもたらされるが、それはピュタゴラス派の音楽理論であった。特に、エウクレイデスの『カノンの分割』とニコマコスの失われた『音楽入門』に代表されるピュタゴラス派の数比主義的音楽理論が中世ラテン世界にもたらされたのである。楽理の歴史において、本流とはならなかったアリストクセノスの知覚主義的音楽理論はボエティウスによって無視されたし、プトレマイオス音楽理論についても、『ハルモニア論』（全3巻）の第1巻が紹介されたにすぎない⁽¹⁴⁾。

第3節 古代ギリシアにおける音階構造の形成過程

古代ギリシアの音階構成の原理的位置に置かれているのは4度音程のテトラコルドである⁽¹⁵⁾。テトラコルドとは4本の弦から成るリュラの原型で、両端の2本の弦は完全4度に調律され固定されているのに対して、中間の2本の弦は移動音を発することができるように、自由に調律できるようになっている。そして、この4本の弦の発する音は、低い方から順に、ヒュパター（H）、パリュパター（P_i）、リカノス（L）、メセー（M）と名付けられ、この4度は「メソーン」と呼ばれている。さらに、オクターブの音域を作るために接合されるべく構成されたテトラコルドは「ディエゼウグメノーン」と呼ばれ、構成音は低い方から順に、パラメセー（P_m）、トリター（T）、パラネーター（P_n）、ネーター（N）と名付けられている。中間の2つの移動音の位置を決めることは、テトラコルドの分割の問題となって現れるが、その分割はディアトニック、クロマティック、エンハーモニックの3つの類に大別され、さらに、それぞれが分類されて、合計6種類の形式が得られている。

アリストクセノスによれば、オリュンポス以前は、あらゆる音楽はディアトニックかクロマティックであったことから、彼こそがエンハーモニックの発見者であるとのことである⁽¹⁶⁾。そして、最初に現れた最も古い音階はディアトニックであり、次にクロマティック、最後にエンハーモニックが立てられたとのことである。ディアトニックの構造は平明で自然であり、人間の本性が最初に出会うものであると言われ、有史以前から日常的に用いられていたと考えられている。また、クロマティックはディアトニックの情緒的側面を強調するように立てられたものであり、エンハーモニックはその情緒性を高めるとともに、ディアトニックの秩序だった美を極限まで達するように立てられたものと考えられている。

オクターブは「低位のテトラコルド」と「高位のテトラコルド」を接合して構成されるのであるが、この接合のされ方に2種類、「離接」と「連接」がある。離接とは、低位のテトラコルドと高位のテトラコルドの間に全音（トノス）を介在させて接合する形式であり、これによってオクターブ音階が構成される。また連接とは、低位のテトラコルドの最高音を高位のテトラコルドの最低音として接合する形式であり、この場合はオクターブに1全音が不足する音列となるが、歴史的には、この形式の方がより古いと言われている。この連接の場合は、オクターブに満たないので、全体の底部か高部に全音を1個付加しなければならないが、歴史的には底部に付加された形式が採り上げられ、プロスランバノメノスと呼ばれている。これら離接のオクターブと連接のオクターブを合成すると、15個の

楽音から成る 2 オクターブの音階が得られるが、これは「大完全音階」⁽¹⁷⁾ (図 1) と呼ばれ、音階の標本としての役割を果たすことになる。すなわち、大完全音階から切り出される 7 個の部分がそれぞれ独立に機能して、独自のエートスを示すことになるからである。

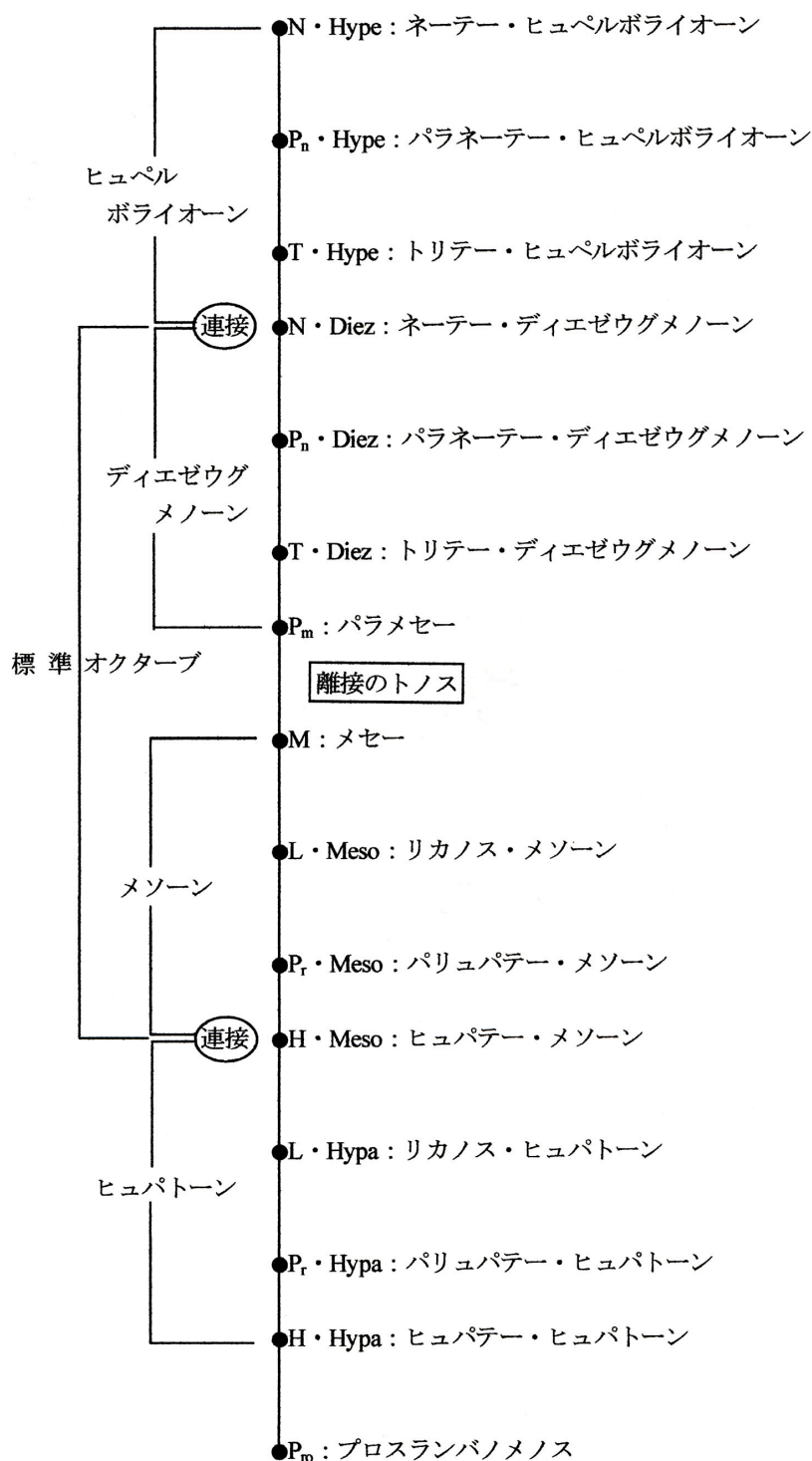


図 1

第 2 節において、テルパンドロスがギターラの弦の本数を 4 本から 7 本に増やすという楽器の改良を行なったと述べたが、それは低位のテトラコルドと高位のテトラコルドを接続することによって構成された 7 音音階の構成を意味している。すなわち、H, P_r, L, M, T, P_n, N の 7 音であるが、テルパン

ドロスは7音のままで、音域をオクターブ（6全音）まで拡張したのである。

偽アリストテレスの『問題集』によると、「テルパンドロスがトリテーを除いてネーテーを付け加えたが、・・・」⁽¹⁸⁾とされているから、トリテーを除外する代わりに、ヒュパテーからオクターブ上の位置に、新たに最高音ネーテーを付け加えたのであろう。この改変に伴って、パラネーテーはトリテーに、ネーテーはパラネーテーに名称変更されたのだと考えられる。したがって、テルパンドロスのオクターブ的7音音階の構造は下記のようなになる。ここで、（ ）内は連接テトラコルドの初期状態の音を示している。

H P_r L M (T) T(P_n) P_n(N) N

また各音の間隔に関しては、(H, M)は2.5全音、(M, T)は1.5全音、(T, N)は2全音で計6全音となって、オクターブの音域を保持していることがわかる。このテルパンドロスの7音音階はオクターブ音階形成の端緒となる構造を有していると言える。この7音音階を改革し、純然たるオクターブ構造を持つ8音音階を完成させたのがピュタゴラスである。それは「離接のトノスの挿入」、すなわち「パラメセーの挿入」による8音音階の完成である。ニコマコスの『音楽教程』では、

「あらゆる人々の内の第一人者ピュタゴラスは、・・・第8番目の音をメセーとパラメセーの間に調和せしめて付加した。・・・その結果として、7音音階における以前のパラメセーは、ネーテーから3番目の地点に置かれていて、丁度その地点にあるので、トリテーと呼ばれるようになった」⁽¹⁹⁾

と記述されている。こうして、

H P_r L M P_m T P_n N

という8音音階の構造が確立されたのであり、後代の人々によって「ピュタゴラスの8弦琴」と呼ばれたと言われている。

第4節 ハルモニアとラチオ

前節までに見てきた古代ギリシア音楽理論を省察してみれば、その深層に深く突き刺さっている2つの鍵概念を見出すことができる。すなわち、「ハルモニア」と「ラチオ」である。ハルモニアという術語はさまざまな語義で用いられるが、ここでは「調和」の意味と解する⁽²⁰⁾。そして、ラチオとは「数比」である。この両者は図2のように示すことができ、音楽療法における数学的パラダイムの核となる概念である。

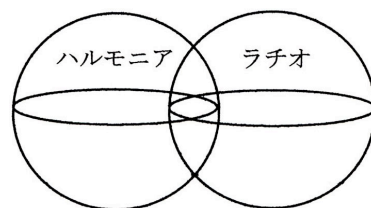


図2

ピュタゴラス派の数比主義は、ピロラオスによって「アポトメ」、「ディエシス」、「コンマ」の概念が導入される⁽²¹⁾など、一層の深まりを見せるが、一方では、数に関する理性主義を超えた神秘主義的傾向も孕むようになった。そのような理性的数比主義からの逸脱を是正して、合理的な数比主義にもとづく音楽理論を最初に完成させたのがアルキュタスである。プトレマイオスは『ハルモニア論』第1巻第13章において、

「タラスの人アルキュタスは、ピュタゴラス派の人々の内でも最も音楽に造詣が深く、旋律をなす音程比の本性には比が固有であると考えて、調和においてのみならず、テトラコルドの分割においても数比に従った構造を保持しようとしている」⁽²²⁾

と述べて、アルキュタスによってなされた3種のテトラコルド分割、すなわちエンハーモニック、クロマティック、ディアトニックについて詳説している。プトレマイオスは、

「アルキュタスはこれらの分割を、それぞれ次のように行なっている。最低部の比を、3つの類について同じ28:27を設定している。中間の比は、エンハーモニックでは36:35、ディアトニックでは8:7である。したがって、主導的な比は、エンハーモニックでは5:4、ディアトニックでは9:8となる」⁽²³⁾

と説明している。この説明によれば、エンハーモニックでは、ヒュパター（H）とパリュパター（P_r）の比が28:27、パリュパター（P_r）とリカノス（L）の比が36:35であることから、リカノス（L）とメセー（M）の比が5:4であることが結論されている。この結論はテトラコルド（4度音程）の比が4:3であることから、リカノス（L）とメセー（M）の比を「x:y」とすれば、

$$\frac{28}{27} \times \frac{36}{35} \times \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

が成り立ち、x:y=5:4であることが導出されることになる。同様にして、ディアトニックの場合においても、

$$\frac{28}{27} \times \frac{8}{7} \times \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

から、x:y=9:8であることが導き出される。

メソーンのリカノスに対応するディエゼウグメノーンの音はパラネーターであるから、この2音を3種の分割ごとに区別して、ディアトニック・リカノス（Dia.L）、クロマティック・リカノス（Chr.L）、エンハーモニック・リカノス（Enh.L）、そして、ディアトニック・パラネーター（Dia.P_n）、クロマティック・パラネーター（Chr.P_n）、エンハーモニック・パラネーター（Enh.P_n）とし、ヒュパターからネーターまでの各音相互の比率を計算すると、見事なまでにエピモリックな比（ラチオ）をなしていることがわかる⁽²⁴⁾。

数比主義的音楽理論、特にエウクレイデスの『カノンの分割』に見られる音楽理論においては、音程比は、(A)マルティプル・ラチオ、mn:nの形をした比、(B)エピモリック・ラチオ、(n+1):nの形をした比、(C)エピメリック・ラチオ、(n+m):nの形をした比、の3種類に大別され、協和音程をなす数比は(A)と(B)であるとされていた。したがって、「mn:nの形をした比」であるオクターブ（2:1）、5度＋オクターブ（3:1）、2オクターブ（4:1）は協和音程をなし、さらに「(n+1):nの形をした比」である5度（3:2）、4度（4:3）も協和音程をなすわけである。

しかし、最小の協和音程が4度であり、オクターブ関係にある音の同質性から考えて、4度＋オクターブも協和音程と見なされるべきであるが、4度＋オクターブの数比が8:3であることから、ピュタゴラス的音楽理論では、協和音程から除外されてしまうのである。ここが、4度＋オクターブを協和音程と見なすアリストクセノスの音楽理論と異なる点である。

第5節 アナログア論

古代の伝承によれば、ピュタゴラスは一弦琴（モノコルド）を用いて、5度音・4度音・8度音という協和音を見出し、5度音と4度音の音程比を用いて音楽史上最初の音律を構成したと伝えられている。この実験においては、まず張られた弦全体の出す音が聞き取られ、その後、この音に対する5度、4度、8度が探し求められたのである⁽²⁵⁾。ピュタゴラスの時代には、弦を短縮しなければならないということは知られていたが、問題はどれだけ短縮すればよいかということであった。そして、その解答は多くの試行や実験を重ねた後に得られたのである。どのようにして見出されたのかを、順次、見てみると次のようになる。

- (1)全弦 (A) に対して、求める協和音を発するより短い弦切片 (B) が見出されたとき、眼前には 2 つの異なった長さの距離があった。
- (2)このとき、短い弦 (B) が単位と考えられ、長い弦 (A) から単位 B が引き去られた。そうすると、そこには差(Rest)つまり縮められた部分が残ることになる。
- (3)この差の大きさを知るために、今度は差 R が単位とされ、R が小さいほうの距離 (B) から何回引き去られるかが試される。すると、5 度の場合は 2 回 (図 3)、4 度の場合は 3 回、8 度の場合は 1 回であった。

こうして、全弦に対する 5 度、4 度、8 度のそれぞれの弦の長さの比は 3:2, 4:3, 2:1 であることが見出されたのである。この方法は数学における 2 数の最大公約数を見出す方法とまったく同じである。たとえば、5976 と 3984 の最大公約数を求めてみる。

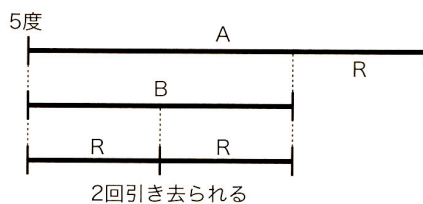


図 3



図 4

図 4 のように、5976 から 3984 が引き去られ、残った差 1992 が 3984 から何回引き去られるかを試みると、ちょうど 2 回引き去られる。したがって、1992 を単位とすれば、5976 はその 3 つ分、3984 は 2 つ分となり、1992 が最大公約数であることになる。そして、5976 と 3984 の比は 3:2 となる。この図 4 によって示された構造は、図 3 の 5 度音の場合に見られる構造とまったく同じであることがわかる。このような最大公約数の求め方は、古くは「交互差し引き法」と呼ばれていたが、前 300 年頃の成立と言われるユークリッド（エウクレイデス）の『原論』第Ⅶ巻命題 1 及び 2 に採り入れられたことから、「ユークリッドの方式」と呼ばれるようになった⁽²⁶⁾。もちろん、時代的には、協和音程の数比を見出す方法がずっと古く、後になって、数学はピュタゴラス派の音楽論で使用された方法を借用したわけである。その意味において、音楽と数学は姉妹関係にあると言ってもよい。

上述したように、比という数学的概念を介して、音楽と数学の親近性を例証したが、古代ギリシアにおいては、より広く、音楽（音階論）は数学的諸科学の 1 つと見なされていた。たとえば、ピュタゴラス派のアルキタスはその著『数学について』において、数学的諸科学に関し、

「数学者たちは立派な判断を下したと私には思える。そして個々の事柄について、それがどういう性質のものであるかを彼らが正しく理解していることは何ら驚くべきことではない。なぜなら、全体の本性に係わることにについて立派に判断したのであるから、個々の事柄に関してもまた、それがどういう性質のものであるかを、立派に見極めることになるのも当然であった。こうして、彼らは、星の速度とその上昇と下降についても、また幾何学と算術と天球学（天文学）についても、そしてもちろん音楽についても、私たちに明確な認識を与えてくれたのである。なぜなら、それらの学問は姉妹関係にあるように思えるからである。というのも、それらはいずれも、存在の第一の種類をなすもので、姉妹関係にある二つのもの（数と量のこと―筆者）に関係しているからである」⁽²⁷⁾

と述べている。

ここで「数学者」という言葉を使用した。古代ギリシア初期において「数学者」という概念があったとは思われない。実際、上述のアルキタスの言明では、「マテマタ（*μαθηματα*）にたずさ

わる人々」という言いまわしが使用されている。

この「マテーマタ」という言葉は「学ぶ」を意味する動詞マンタノー（*μανθάνω*）から派生したマテーマ（*μαθημα*）の複数形であって、もともと「学ばれるべきもの」を意味していた。このマテーマという言葉から「数学」を意味するギリシア語マテーマティケー（*μαθηματική*）が作られ、英語のマテマティクス（*mathematics*）の語源となったのである。

前述のアルキュタスの言明では、幾何学、算術、天文学、音楽という4つの学問が姉妹関係にあるとされているが、それは“存在の第一の種類”をなす“数”と“量”に関係しているからだと考えられているからである。これと同趣旨の内容は新プラトン主義者プロクロスの『ユークリッド『原論』第I巻註釈』の「プロロゴスI」にも、

「ピュタゴラス派の人々はすべての数学的学問を4つに分けた。その1つを数に、今1つを量に区分した。そして、それぞれをさらに2つに分けた。それというのも、数はそれ自身として存在するか、または他の数との関係で考えられるかのいずれかであるし、量も静止においてか運動においてかのいずれかだからである。数論は数自体を、音楽は他の数との関係で、幾何学は静止における量を、天文学は運動における量を考えるのである」⁽²⁸⁾

と記述されている。

これらの言明を総合すると、マテーマタはまず、「数に関する研究」と「量に関する研究」の2つに大別され、さらにそれらは、「静止における研究」と「運動における研究」の2つに区分されていることがわかる。数を静止において研究する学問が数論、動きにおいて研究する学問が音階論、量を静止において研究する学問が幾何学、運動において研究するのが天文学であり、これらの学問は「ピュタゴラス派の四科（Pythagorean Quadrivium）」と呼ばれている。以上のことを図式的にまとめれば、図5のようになる。

このピュタゴラス派のマテーマタ（四科）は調和と秩序を保ったコスモスの探究に欠かすことのできないものとされるとともに、何よりも人間の知性を高め、精神を清らかにし、魂を浄化するためのものであったと言われている。

音楽が“運動”において数を探究する学問であるという思想は、古代キリスト教世界において最大の影響力を示した神学者アウグスティヌスによる「音楽の定義」にも見られる。その定義とは、

“Musica est scientia bene modulandi.”

というものであり⁽²⁹⁾、「音楽とは正しく音を動かす科学である」とでも訳すことができ、その背景として、「運動における音」が「静止における数」に対比させられていると解釈できる。数学的には、比「(音)：(運動)」が比「(数)：(静止)」に等置されていると考えられる。こうして、音楽の世界と数学の世界との一層の親近性を「比」という数学的概念によって明らかにすることができる。

一般に、比「A:B」は「Bに対するAの関係」を意味するものと解されるように、比は「数」ではなく「関係」を表現する数学的概念である。この概念は「似ている」という人間の素朴な認識から発生したものである。たとえば、旧約聖書『創世記』の冒頭部分にも、「われわれは人をわれわれの像の通り、われわれに似るように造ろう」（下線は筆者）とある⁽³⁰⁾。この「AとBが似ている」という認識の数学的表現が「A:B」という関係性であるが、その関係性を異なる世界に見出そうとすると、
「比例」という概念が生まれる。たとえば、「ドアに対する鍵の関係」は「缶詰に対する缶切りの関係」に同じであるということは、「(鍵)：(ドア) = (缶切り)：(缶詰)」と表される。すなわち、何かを「開ける」という意味において、両者は同じ関係性を持っていると考えられるわけである。こうして、「ドアという建物の世界」と「缶詰という食物の世界」を結び付けることができたのである。

	静 止	運 動
数	数 論	音階論
量	幾何学	天文学

図5

また、前節で述べた「(音) : (音楽) = (数) : (数学)」と「(運動) : (音楽) = (静止) : (数学)」をもとにして、ユークリッド『原論』第V巻命題 24 によって、「(音+運動) : (音楽) = (数+静止) : (数学)」とすることができ、「探究し理論づける」という意味において、音楽と数学が同じ関係性にあることが示される。そしてまた、「音楽の世界」と「数学の世界」が結び付けられる根拠が明示されていると考えられる。

一般に、2つの比「A:B」と「C:D」が等しいとき、「A,B,C,D は比例する」と言われ、比例式「A:B=C:D」によって表される。上記の例では、「(鍵) : (ドア) = (缶切り) : (缶詰)」及び「(音+運動) : (音楽) = (数+静止) : (数学)」であることから、それぞれの比例式を構成する四者は比例していることになる。比 (ratio) は、ラテン語ではラチオ (ratio) であるが、その語源は「言葉」あるいは「理性」を意味するギリシア語のロゴスである。そして、すでに述べたように、「同じ比をもつ」ことが「比例する」ということであるから、「比の思想」は「比例の思想」でもある。

比例は英語では「proportion」であるが、これは同じ意味のラテン語である「proportio」から来ており、古代ローマの哲学者キケロの造語なのである。すなわち、キケロが、

「ギリシア語のアナロギアは、ラテン語では比較 (compartio), もしくは比例 (proportio) と言

われればもっとも適切である。ただし、これらの語はわれわれが初めて使う新語である」⁽³¹⁾

と言明していることからわかるように、比例という術語はギリシア語の「アナロギア」に由来しているのである。

このアナロギアは「アナ」と「ロゴス」という2つの語の合成語である。そして、「アナ」は、一般的には「遡って」という意味であるが、この場合には、「～に応じて」という意味で使用されている。また、「ロゴス」は前述したように、「言葉」とか「理性」という意味であるが、この場合は「比」という意味で使用されている。したがって、アナロギアとは「比に応じて」という意味となるわけで、このことから、この術語には「比に応じて (物を) 配分する」とか、「比に従って思考する」、「比に応じて (何事かを) 構成する」などの語義が含まれていることがわかる。

比が等しいとき「比例している」と言い、比例 (アナロギア) は異なる世界を結びつける機能を持っていたが、この機能によって、ハルモニアとラチオを核とする数学的パラダイムの図式は下のような図 6 となるが、次節以下で述べるように、この図式をさらに包み込む音楽的エートス論によって音楽療法に貢献することになる。

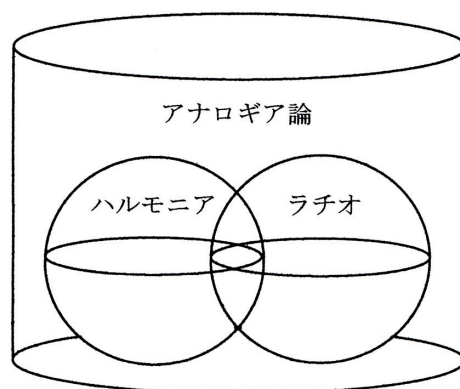


図6

第6節 エートス論の系譜

音楽が人間の精神、心的情態に影響を及ぼすことは、これまでも述べてきたように、古くから知られていた。たとえば、古代から中世への橋渡しの存在であるボエティウスは有名な『音楽教程』において、

「音楽は激怒した心的状態を平静にさせるなど、しばしば身体と精神に大きな影響を与えることは広く知られていることである。ピュタゴラスが、プリュギア調の楽音に刺戟されて酔っぱらったタオルミナの青年をスポンダイック調の楽音によって平静な状態に戻したことを知らない人はいない」⁽³²⁾

と述べている。

また、ディオゲネス・ラエルティオスも『ギリシア哲学者列伝』において、ピュタゴラスの徒は寝る前に神々への感謝を示すために、リュラ琴に合わせて讃歌を歌ったと伝えている⁽³³⁾。そのことによって、穏やかな睡眠が得られたというのである。

さらに、イアンブリコス『ピュタゴラス伝』には、

「音楽も適切に用いるなら、健康に寄与するところ大であるとかの人（ピュタゴラス-筆者）は解していた。かような浄めをあたおろそかならず日々行じ、これをしも「音楽による癒し」と名付けていたからだ。・・・これ以外の時にも、音楽を治癒療法でピュタゴラス一門は使い、魂の病のためには、つまり、抑鬱と心神障害のためには或る節があり、・・・、怒りと逆上、ならびに、かような魂のありとある惑乱のためには別の節があり、食欲には別種の音楽が作曲されていた」⁽³⁴⁾

との記述も見られ、音楽の心身に対する治癒作用に言及されている。

上記のようなピュタゴラス派による音楽的諸機能はプラトン、アリストテレスにも継承されていく。たとえば、プラトンは「正義について」という副題を持つ『国家』第2巻で、国家の守護者に必要な教育として「身体のための体育」と「魂のための音楽」を指摘している⁽³⁵⁾。そして、第3巻において、より詳細に音楽論が展開されるのであるが、そこでは、音楽による教育の目的が、

「リズムと調べが魂の内奥へと深くしみこんで行き、気品ある優美さをもたらし、気品ある人間を形成することにある」⁽³⁶⁾

と論じられている。ここでの“気品”がすなわちプラトンのエートスである。また、数比主義的な音楽理論に批判的なアリストテレスではあったが、

「音楽が靈魂の性格を或る性質のものになし得るということは明らかであり、・・・、その教育を受けなければならぬことは明らかである」⁽³⁷⁾

と述べて、音楽の持つ教育的意義を高く評価するとともに、人間の「徳の涵養」との関わりにおいて音楽を重視している。アリストテレスの音楽論は『政治学』第8巻で論じられているが、その第5章において、音楽は何ほどか徳に関係を有するものと考えらるべきであり、それは「ちょうど体操が身体を或る性質のものにすることができるように、音楽も正しく喜ぶように習慣づけることによって性格を或る性質のものにすることができるから」⁽³⁸⁾だと述べられている。

エートスという用語は、「習慣」を意味するギリシア語であるエトスに語源を持つが、古代ギリシアにおいては、音楽論との関連で形成されてきた概念である。すなわち、音楽が人間の魂の内奥に入り込んで、ある種の「気質」を形成するという作用を持つと見なされたからである。そして、この音楽的作用がより広く人間の心、精神に倫理的・教育的な作用力を発揮するものとして扱われ、ギリシア哲学において、「徳性」あるいは「性格」とりわけ「倫理的性格」を表す用語として定着していったのであるが、本論文においては、上記のような作用力を生じる音楽の特性を「音楽のエートス」と呼ぶ。

プラトン、アリストテレスは「音楽のエートス」を彼らの国家論、教育論に結びつけ、哲学的概念として昇華させ、彼らの哲学的体系の内に採り入れたのであるが、音楽論に固有のエートスを考察する理論としての「音楽的エートス論」は、「人間の精神と音楽との間に措定可能なある種の照応関係をアナログ的に探求し、もろもろの音組織に心的気質を個別的に対応づけ、その対応を体系化する

理論」と意義づけることができる⁽³⁹⁾。そして、この意味でのエートス論の端緒は、第一義的にはプトレマイオスの『ハルモニア論』第3巻第5章から第7章にかけて見られる。

第7節 音楽的エートス論の構造

プトレマイオスは『ハルモニア論』第3巻第7章において、エートスの発生はトノス（旋法）の転位の結果であると述べているが、その楽理的説明は第2巻の「トノス論」においてなされているので、本節では、その構造を見てみよう。

プトレマイオスのトノス論における鍵概念は「テシス」（位置）と「デュナミス」（機能）という2つの概念であり、これらの概念は楽音の命名法に関連して導入されるのである。彼は第2巻第5章において、

「・・・完全な2オクターブの音階を構成する楽音名を次のように与える。ある場合には、テシスそれ自体によって、つまりそれぞれの楽音が端的に高い位置にあるか低い位置にあるかによってなされる。・・・またある場合には、デュナミスそれ自体によって、つまり、それぞれの楽音が他の楽音といかなる関係にあるかによってなされる」⁽⁴⁰⁾

と述べている。

つまり、テシスとしての音組織では、高いオクターブと低いオクターブの共通音をメセー、最高音をネーテー・ヒュペルボライオン、最低音をプロスランバノメノスと命名し、残りの12音については、位置は定まらないが、順序としては一定させているのである。また、デュナミスとしての音組織では、固定音がプロスランバノメノス、ヒュパター・ヒュパトーン、ヒュパター・メソーン、メセー、パラメセー、ネーテー・ディエゼウグメノーン、ネーテー・ヒュペルボライオンと命名され、残りは移動音とされるのであるが、この固定音と移動音の関係については、

「機能が位置にとって替わるならば、固定音と移動音を決める限界点はもはや同じ点に一致することはない」⁽⁴¹⁾

と述べられている。

この一文について、バーカーは次のように解釈している⁽⁴²⁾。機能上のプロスランバノメノスが2オクターブ音階の3番目に置かれたならば、位置上のパリュパター・ヒュパトーンが固定音となり、位置上のプロスランバノメノスはそれであることを終えることになる。というのは、その箇所は機能上のトリテー・ヒュペルボライオンによって占められることになるからである。このようなテシスとデュナミスという観点から、プトレマイオスは7種のオクターブ形式を定式化するのである⁽⁴³⁾。

これら7種の形式は音組織における「特定の比」、すなわち「5度とオクターブにおいては離接の全音の比、4度においては主導的な2音（メセーとリカノス）のなす比」の置かれ方によって決まるものであり、『ハルモニア論』第2巻第3章では、

「われわれは、特定の比が主導的なトポスを占めるときに、それを共通に第1の形式と呼ぶ。主導的なものは第一義的であるからである。また、特定の比が主導的なトポスの次のトポスを占めるものを第2の形式と呼び、第3のトポスを占めるものを第3の形式と呼ぶ。それに続くものも同様である」⁽⁴⁴⁾

と説明されている。

したがって、形式はトポスの数に対応して前述の7種が定式化されることになり、それぞれにおける特定の比の働きによって、オクターブ種ごとにエートスの差異が生じると考えられるのである。そして、このエートスの差異が生じる原因の究明は第2巻第6章での連接音階（小完全音階）の構造分析を通してなされる。

離接音階とは2つのテトラコルドを“離接の全音”を挿入する（パラメセーの導入）ことによって

接続した音階であったが、接続音階とはこの離接の全音を挿入せず、メセーの次にトリテー、パラネーテー、ネーテーと続くテトラコルドを接続して構成された音階である。プトレマイオスは、

「この種の音階（接続音階のこと-筆者）は、古の人々によって、転位の別形式として用立てられるように構成されていたものと思われる」⁽⁴⁵⁾

と述べてつも、離接音階をもとにした接続音階への変容は「古の人々には気づかれなかった」⁽⁴⁶⁾のだと言明し、「オクターブに4度を接続させた大きさは、いかにして完全音階と見なされたか」（第2巻第6章の標題）という問いを立て、その解明に向かい、そこからエートスの発生原因を理論的に説明するのである。

接続音階は、離接音階を基準にすれば、メセーの次に全音上がってパラメセーに至るべきところが、半音低いトリテー・シュネーメノーンに上がるにとどまるものであり、その次の2音（パラネーテー・シュネーメノーンとネーテー・シュネーメノーン）は離接音階のトリテー・ディエゼウグメノーンとパラネーテー・ディエゼウグメノーンと同じ高度になっている。したがって、結果的に言えば、接続音階の構造は離接音階のパラメセーを半音下げることによるものに他ならない。これは、一定の時間にわたって継起している旋律が、ある時点で異なった形式に進行方向を変えると、慣れ親しんだエートスに変容が生じるということで、プトレマイオスは「ディアトニックからクロマティックへの転換」や「5度の調和をなす音から4度の調和をなす音への転換」を例示し、続けて、

「実際、旋律がメセーへと上昇していき、メソーンのテトラコルドと5度の調和をなしているディエゼウグメノーンのテトラコルドへと進むのではなくて、いわば外らしめられ、メセーと接続されたシュネーメノーンのテトラコルドへと結び付けられて、その結果として、メセーの前の諸楽音と5度の調和をなす代わりに4度の調和をなすことになる場合には、こういった音は期待に反して生じているので、感覚にとっては、変容感や逸脱感が生じるのである。ただし、その継起の連結が良い比例関係にある場合は受け容れられるが、そうでない場合は受け容れられないのである」⁽⁴⁷⁾

と述べている。

つまり、5度の音程から4度の音程へと進行方向が変化したとき、感覚は変容感や逸脱感を感じるのであるが、4度音程も調和音程（良い比例関係）であるから、感覚はすぐに受容するようになるというのである。ただ、ここで注意しておかなければならないことは、変容感や逸脱感などが生じる原因について、プトレマイオスは「トノスの転換」だけでなく、「ゲノスの転換」をも指摘していることである。しかし、以後の議論においては、なぜか主として「トノスの転換」に焦点が当てられることになる。

プトレマイオスは変容感や逸脱感などの変化を、5度と4度の差すなわちトノス（全音）に由来する「トノス的变化」として捉えるのであるが、そのトノス的变化は音組織全体にわたる転位の問題に適用されることになる。そして、トノスの転位によって生じた音組織を見出そうとするのは、

「1つの声によって、同じ旋律をあるときには高いトポスから始め、またあるときは低いトポスから始めることによって、エートスのある種の変容を作り出さんがためなのである」⁽⁴⁸⁾

とする。

プトレマイオスが定式化した7種の形式はトノスの転位の結果であり、それゆえに、それらの形式はそれぞれ独立したトノスと見なすことができる。そして、その内の、

「3つの最古のトノス、・・・それらが発生した民族に因んで、ドーリオス、プリュギオス、リューディオスと呼ばれるトノス」⁽⁴⁹⁾

は古代ギリシアの音楽理論の始祖とされるオリュンポスの頃、あるいはそれ以前から知られていたと言われている。この件に関しては、第2巻第10章に、

「[彼ら⁽⁵⁰⁾は] それら（3つの最古のトノスのこと-筆者）が互いに全音（トノス）だけ異なっていると考えた。たぶんここから、これらをトノスと命名したのであろう」⁽⁵¹⁾
と述べられていて、“トノス”という名称の由来を示す貴重な歴史的証言となっている。

上記の文章に続いて、プトレマイオスは、

「こうした事情から、彼らは、三者のうちの最も低いドーリオスから高い方向へ4度だけ上がった転位を第1の調和的な転位であるとした上で、このトノスをリュウディオスへの接近のゆえにミクソリュウディオスと呼んだ。このトノスのリュウディオスに対する超過分は、もはや全音の大きさではなくて、ドーリオスからリュウディオスに至る2倍音の後に生じている4度の残りの大きさ（レイマ）となっている」⁽⁵²⁾

と述べているが、これは先に見たプトレマイオスの7種の形式のうちの第1形式に相当している。この後、ヒュポリュウディオス、ヒュポプリュギオス、ヒュポドーリオスが説明され、

「ヒュポドーリオスよりもオクターブだけ高い方向にあるトノスを、付帶的に同じトノスであるとして、ヒュペルミクソリュウディオスと呼んだ」⁽⁵³⁾

と結ばれている。低い方向への指標は「下へ」を意味するギリシア語「ヒュポ」が用いられ、高い方向への指標は「上へ」を意味するギリシア語「ヒュペル」が用いられているのである。こうして、プトレマイオスが定式化した7種のオクターブ形式⁽⁵⁴⁾については、それぞれ、

第1形式：H_y・Hypa から P_mまで・・・・・・ミクソリュウディオス

第2形式：P_r・Hypa から T・Diez まで・・・・・・リュウディオス

第3形式：L・Hypa から P_n・Diez まで・・・・・・プリュギオス

第4形式：H_y・Meso から N・Diez まで・・・・・・ドーリオス

第5形式：P_r・Meso から T・Hype まで・・・・・・ヒュポリュウディオス

第6形式：L・Meso から P_n・Hype まで・・・・・・ヒュポプリュギオス

第7形式：M から N・Hype まで・・・・・・ヒュポドーリオス

と命名され、独立したエートスを示す音組織（オクターブ）が、プトレマイオスにあつては、改めて「トノス」として捉え直される。すなわち、トノスは高度とか全音などの意味を離れて、一定の位置に設定されたオクターブ音階を示す術語として確立されるのである。

ただ、上記の文脈では、「プトレマイオス的トノスが独立したエートスを醸し出す」と単純化されるかのようであるが、プトレマイオス自身も述べているように、エートスの変容が生じるのは、異なった形式に進行方向を変えることに起因するのであって、その形式がトノス以外のもの、たとえばゲノスの場合もあり得るわけであるから、エートスの変容をトノスの変化だけに単純化することは避けなければならない⁽⁵⁵⁾。しかしながら、図7に示したような7種のオクターブ形式がエートスの変容を生むことは、プラトン、アリストテレスなどの言明からも明らかであり、古代ギリシアにおける一般的通念であったことも確かである。

第8節 音楽療法における数学的パラダイムの構造図 ― まとめにかえて

古代ギリシアにおいては、前節で見た7種のオクターブ形式が人間の精神（あるいは魂）、身体に与える影響について、さまざまに語られている。たとえば、ミクソリュウディオスについてアリストテレスは、

「混合リュディア様式と呼ばれる音階法に対しては、比較的に物悲しく心の引き締まる気持ちにされるが、・・・」⁽⁵⁶⁾

と語っている。また、プラトンは『国家』において、ソクラテスの「悲しみを帯びた調べとしては、どんなものがあるか」という質問に対して、「混合リュディア調や、高音リュディア調や、これに類

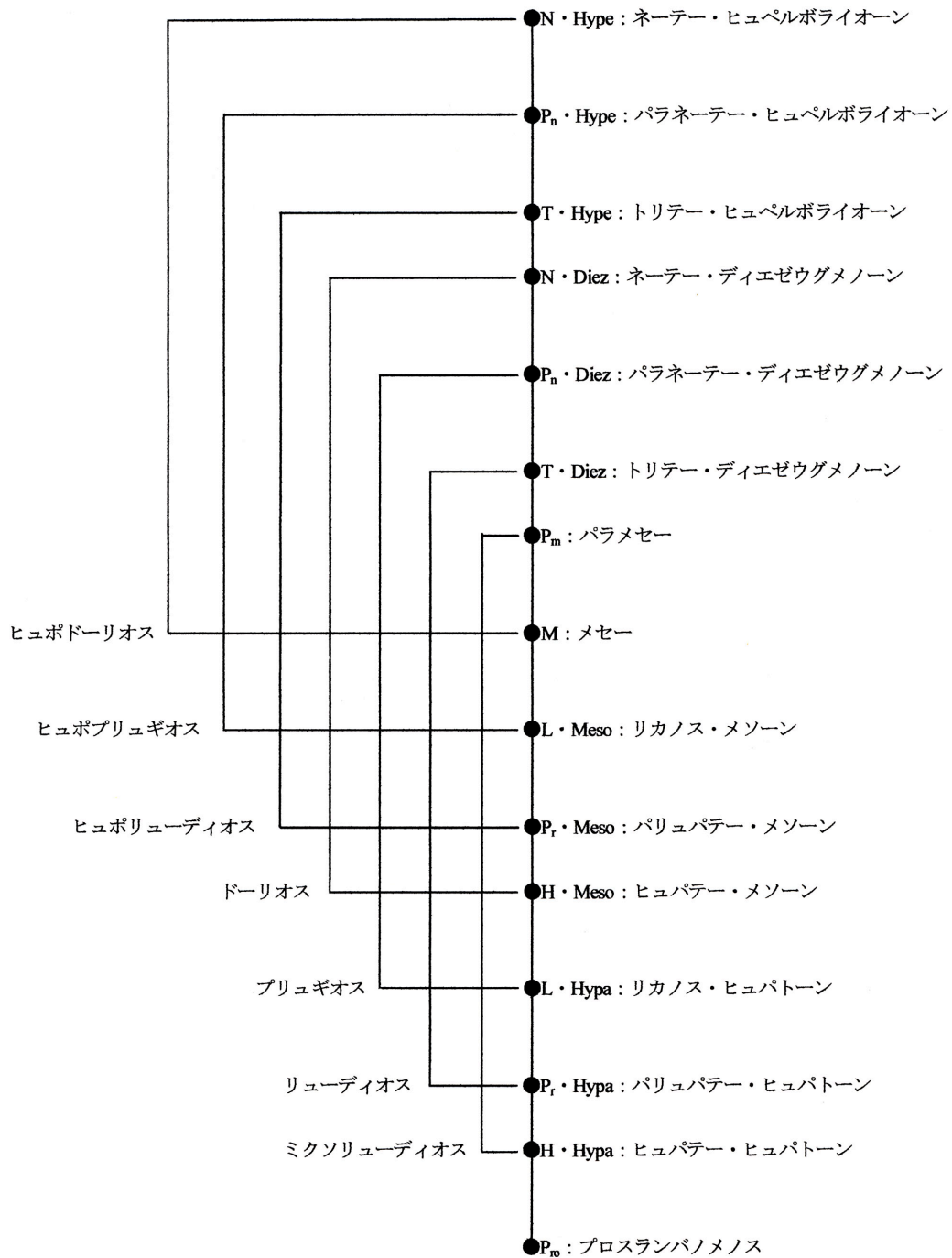


図 7

するいくつかのものです」とグラウコンに答えさせている⁽⁵⁷⁾。このミクソリュディオスが悲しみ、悲哀のエートスを生むことは、それがギリシア悲劇に合っていることから伺い知ることができる。実際、プルタルコスは、

「アリストクセノスの言では、サッポーが最初に混合リュディア調を発明し、彼女から悲劇詩人たちが学んだ、とのことだ」⁽⁵⁸⁾

と記録しているのである。

一方、ドーリオスに関しては、プラトンは「勇気を表現するのがドリス調」⁽⁵⁹⁾と断言しているし、プルタルコスは「ドリス調は壮大で威厳ある性格を与えますし、・・・」⁽⁶⁰⁾と述べて、品格において

優れているとの認識を示している。さらに、アリストテレスも「ドリス調は最も落ち着きのあるもので、かつ最も男性的な性格を持つ」、「ドリス様式が年少者の教育には一層ふさわしい」⁽⁶¹⁾などの評価を与えていて、古代ギリシアにあっては、ドーリオスは倫理的に高い評価を与えられ、教育的意義を備えていると見なされていたことがわかる。

上述したミクソリューディオス、ドーリオス以外のオクターブ形式についても、たとえば、プリュギオスは「熱狂的で狂乱的なもの」、「野性的な興奮を醸し出すもの」と評価されたし、リューディオスは「愁嘆場に似合うもの」、ヒュボドーリオスは「気宇壮大で確乎不動の性格のもの」などのエートスを生むとされていた⁽⁶²⁾。

オリュンポスからプトレマイオスまでの古代ギリシア音楽理論を概括的に考察すれば、素朴な意味での療法的意義あるいは魔術的な意味合いに触発された“音楽への意識化”から、その理論的考察が始められたと思われる。そして、ハルモニアとラチオという2つの概念が抽出され、その関係性をめぐるアナログア的方法論が模索され、感覚と理性（ハルモニアとラチオ）の葛藤が連綿と続いてきたことがわかる。その葛藤はプトレマイオスのトノス論に至って、とりあえずの止揚が試みられ、部分的には成功したかに見えるが、音律とそれが醸し出すエートス問題が完結したとは言えない。

しかし、古代ギリシア音楽理論の考察だけからも、音楽の療法的・治癒的作用の奥に潜む数学的な枠組み（パラダイム）の構造を組み立てることが可能であると思われる。すなわち、音楽療法における数学的パラダイムにおいては、まず第1に“ハルモニアとラチオ”を2つの鍵概念とし、ユークリッドの方式に代表される数学的方法によって、数比論が構築される。これによって、数学が音楽理論の強固な基盤であることが明らかになる。

そして第2に、数比の関係としてのアナログア論によって音楽的数比論が整備されるとともに、より一般に、アナログア概念が音楽と数学を結ぶ思想的意義を有していることが明らかになるのである。こうして構築されたアナログア論及びプトレマイオス・トノス論は、感覚において種々のエートスを

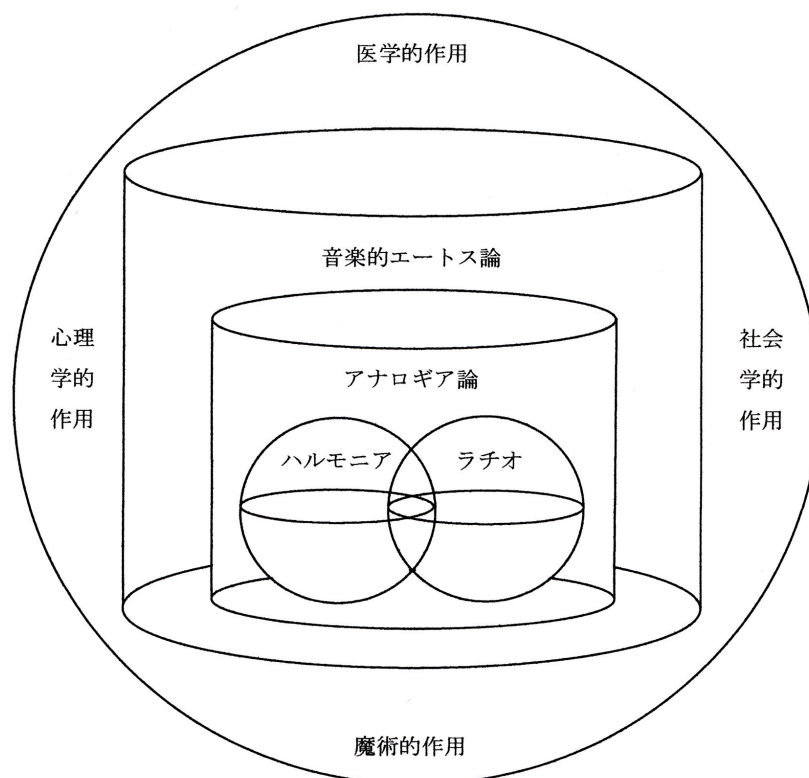


図8 音楽療法における数学的パラダイムの構造図

生み出す根源を解明したとされている。そして、この音楽的エートスが人間の精神と身体に対して善くも悪くも影響を及ぼすとされることから、本論文では、その総体を「音楽的エートス論」と呼んだのである。このように見てくると、音楽療法における数学的パラダイムは図8のような構造を持っていることがわかる。

この数学的パラダイムの構造図は以下のことを示している。第1に、音楽的エートス論は素朴には魔術的作用をもたらすものとしての音楽を意識化することから出発している。そして第2には、個々の人間に対して、その精神・身体に心理学的・医学的な作用を及ぼし、療法的・治癒的效果をもたらすと考えられる。さらに第3には、種々の集団（教育、宗教など）に対して社会的ステイタスをもたらすなどの社会学的な働きをも有する⁽⁶³⁾。

本論文では、音楽療法における数学的パラダイムの構造に関して、一定の問題提起を行なったと考えるが、より広く、数学が「音と人間の関係を探求する科学」⁽⁶⁴⁾にどのように貢献できるのかについては今後の研究課題である。

注

- (1) H.スマイスター「現代の音楽療法的諸方法に関する歴史的背景」（ハンス＝ヘルムート・デッカー＝フォイクト他編著『音楽療法事典〔新訂版〕』阪上正巳・加藤美知子・齋藤考由・真壁宏幹・水野美紀訳、人間と歴史社、2004年9月に所収、pp.121-126）
- (2) ポルピュリオス『ピュタゴラスの生涯』（水地宗明訳）晃洋書房、2007年9月、p.25
- (3) プルタルコス『音楽について』（プルタルコス『モラリア 14』戸塚七郎訳、京都大学学術出版会、1997年6月に所収）、p.217
- (4) ケネス・E・ブルシア『音楽療法を定義する』（生野里花訳、東海大学出版会、2001年5月）を参照されたい。
- (5) 前掲書(3)、pp.178-179、Andrew Barker, *The Plutarchian treatise On Music*, (Barker. A, *Greek Musical Writings I*, Cambridge, 1984 に所収、pp.205-257)
- (6) Barker. A, *Greek Musical Writings I*, Cambridge, 1984, p.49
- (7) 同上書では、第7章が「The musical revolution of the later fifth century」となっている。
- (8) R. S. ブラック『プラトン入門』（内山勝利訳、岩波文庫、1992年6月）には、「アレクサンドリアの作家たちが伝えるところによれば、彼（プラトンのこと＝筆者）がイタリアへ赴いたのはピュタゴラス派の哲学者であるピロラオスおよびエウリュトスに会うためであったという。このとき、彼がはじめてアルキュタスに出会ったことはほぼまちがいあるまい。・・・アルキュタスはプラトンの親密な友人となり、・・・のちにプラトンをあるきわめて困難な事態から救い出すことになる。彼の命を救ったと言っても過言ではあるまい」（pp.39-40）とある。
- (9) この点に関しては、本論文の第4節の最後の段落を参照されたい。
- (10) 山本建郎『アリストクセノス『ハルモニア原論』の研究』東海大学出版会、2001年2月
- (11) Andrew Barker, *The Euclidean Sectio Canonis*, (Barker. A, *Greek Musical Writings II*, Cambridge, 1989 に所収、pp.190-208)、エウクレイデス『カノンの分割』については、片山千佳子『『カノンの分割』解題・訳・注釈』（『東京芸術大学音楽学部 年誌』第11集、1986年に所収）に翻訳と優れた解説がある。また、天野千佳子「伝・ユークリッド著『カノンの分割』における音程比理論」（『地中海学研究』IV、1982年に所収）も参照されたい。
- (12) 『アリストクセノス／プトレマイオス 古代音楽論集』（山本建郎訳）京都大学学術出版会、2008年5月、p.110

(13) 同上書, p.110

(14) C. M. Bower, *BOETHIUS Fundamentals of Music*, Yale University Press, 1989

(15) 古代ギリシアの4度音程に関して、ゲオルギアーデスは「古代ギリシアの音楽も・・・四度を基礎にしていた。しかしそれは、主として旋律的に用いられていた。・・・四度音程はそれ自体完結した、閉鎖的な、スフィンクスのように謎にみちた、重く堅牢な性質をもっている。したがって、古代ギリシアのそのような四度音程を基礎とした音楽文化は、われわれにとってきわめて理解しがたいものとなっている」(T.G.ゲオルギアーデス『音楽と言語』木村 敏訳、講談社学術文庫、1994年、1月、pp.44-46)と述べている。

(16) 前掲書(6), pp.215-216

(17) 完全音階には、もう1種類、「小完全音階」がある。これは3個のテトラコルドの接続から成るもので、「オクターブ+4度」とも言える。プロスランバノメノスから上昇してメソーンに至り、その上にトノスを置かないで、1個のテトラコルド(シュネーメノーンと呼ばれる)が接続される構造である。大完全音階が「離接音階」であるのに対して、小完全音階は「連接音階」である。

(18) 『アリストテレス全集 第11巻』[問題集](戸塚七郎訳)岩波書店、1968年11月、p.268
全38巻から成る「問題集」のうち、第19巻が「音楽的調和に関する諸問題」である。

(19) Barker. A, *Greek Musical Writings II*, Cambridge, 1989, p.255

(20) ハルモニアは「整頓する」、「整える」を意味するギリシア語の *αρμολογία* (ハルモゾー, fit together) から派生した概念で、調和一般を意味するが、楽器の調律された状態を表すこともある。

(21) 前掲書(19), pp.36-38 ピロラオスは、4度(4/3)から全音(9/8)2個分を差し引いて求められる数比の値(「差し引く」とは、音律的には乗除計算を意味するから、 $4/3 \div 9/8 \div 9/8 = 256/243$)を「ディエシス」(小半音)と呼び、それを「256-243」すなわち13の値を意味するとした。ディエシスは後に「リンマ」あるいは「レイマ」と呼ばれる。また、全音を27と考え(9/8を243/216と変形し、その差を求めて27を得る)、先の小半音(13)を引いた値14に対して「アポトメ」(大半音)なる名称を与えた。さらに、アポトメとディエシスの差(14-13=1)を「コンマ」(ピュタゴラス・コンマ)としたのである。上記のようなピロラオスの数値は、“数の素”である1, “最初の奇数”である3, それらから得られる9(3×3), 13(1+3+9), 14(1+13), 27(3×3×3)を充てたものであり、数の神秘主義的な取扱いとも言える。なお、音律的に乗除計算を適用すれば、アポトメは「 $9/8 \div 256/243 = 2187/2048$ 」、コンマ(ピュタゴラス・コンマ)は「 $2187/2048 \div 256/243 = 531441/524288$ 」と正しく求められる。

(22)(23) Barker. A, Ptolemy, (前掲書(19)に所収, pp.270-391), p.304

(24) 前掲書(19), p.47

(25) イアンブリコス『ピュタゴラス伝』(佐藤義尚訳)国文社、2000年1月、pp.107-120

(26) 中村幸四郎・寺阪英孝・伊東俊太郎・池田美恵 訳・解説『ユークリッド原論』(共立出版、昭和46年7月)第Ⅶ巻命題1は「二つの不等な数が定められ、常に大きい数から小さい数が引き去られるとき、もし単位が残されるまで、残された数が自分の前の数を割り切らないならば、最初の2数は互いに素であろう」、命題2は「互いに素でない2数が与えられたとき、それらの最大公約数を見いだすこと」であり、いずれも、交互差し引き法(互除法)が使用されている。

(27) 内山勝利編『ソクラテス以前哲学者断片集 第Ⅲ分冊』岩波書店、1997年11月、p.117

(28) G. R. Morrow, *PROCLUS A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, Princeton, 1970, pp.29-30

(29) アウグスティヌスの音楽論については、たとえば『アウグスティヌス著作集 第三巻』(教文館版、1989年8月)所収の原正幸訳『音楽論』(pp.235-593)、並びに、海老沢敏『音楽の思想 西洋音楽

思想の流れ』（音楽之友社，1972 年 10 月）所収の「アウグスティヌスの《音楽論》」を参照されたい。

(30) 『旧約聖書 創世記』（関根正雄訳）岩波文庫，1967 年 8 月改版発行，p.11

(31) アルパッド・サボー『ギリシア数学の始原』（中村幸四郎・中村清・村田全訳）玉川大学出版部，1978 年，p.169

(32) 前掲書(14)，p.5

(33) ディオゲネス・ラエルティオス『ギリシア哲学者列伝 下』（加来彰俊訳）岩波文庫，1994 年 7 月，p.30

(34) 前掲書(25)，pp.102-104

(35) 『プラトン全集 第 11 巻』[国家]（藤沢令夫訳）岩波書店，1976 年 1 月，pp.147-154

(36) 同上書，p.219

(37) 『アリストテレス全集 第 15 巻』[政治学]（山本光雄訳）岩波書店，1969 年 3 月，p.340

(38) 同上書，p.335

(39) 津上英輔「プトレマイオスの旋法エートス論」（1983 冬，『美学』135 号に所収）を参照。

(40) 前掲書(19)，p.325，前掲書(12)，pp.193-194

(41) 前掲書(19)，p.326，前掲書(12)，p.196

(42) 前掲書(19)，p.326 の註釈 41

(43) 前掲書(19)，p.326，前掲書(12)，pp.196-197

(44) 前掲書(19)，p.326，前掲書(12)，pp.196-197

(45) 前掲書(19)，p.328，前掲書(12)，p.198

(46) 前掲書(19)，p.329，前掲書(12)，p.202

(47) 前掲書(19)，p.329，前掲書(12)，pp.200-201

(48) 前掲書(19)，p.332，前掲書(12)，p.209

(49) 前掲書(19)，p.336，前掲書(12)，pp.217-218

(50) 「彼ら」とは，正確には不明であるが，アリストクセノス派の影響を受けた「プトレマイオスと同時代の人々」ではないかと考えられている [前掲書(12)，p.217]。

(51)(52)(53) 前掲書(19)，p.336，前掲書(12)，p.218

(54) この 7 種のオクターブ形式は，下記に示すような中世の 8 つの教会旋法のもとになった。

正格旋法：ドリア，フリギア，リディア，ミクソリディアの 4 旋法

変格旋法：ヒュポドリア，ヒュポフリギア，ヒュポリディア，ヒュポミクソリディアの 4 旋法

(55) 片山千佳子は，論文「クレオネイデス（？）『ハルモニア論入門』におけるトノスと機能」において，「・・・音程配列の違いにすぎないオクターブ種を，古代ギリシアの旋法（mode）と呼ぶのは間違いである・・・聴き手が感じ取るエートスのちがいに大きく寄与したのは，トノスの相違なのであろうか，ゲノスの相違なのであろうか？ この問いに何らかの答えを得るのは容易ではない。問いは問いとして開かれたままにしておきたい」と述べている。

(56) 前掲書(37)，p.339

(57) 前掲書(35)，p.211

(58) 前掲書(3)，p.182

(59) 前掲書(35)，p.212

(60) 前掲書(3)，p.182

(61) 前掲書(37)，pp.346-347

(62) プラトン『国家』，アリストテレス『政治学』及び『問題集』，プルタルコス『音楽について』などを参照されたい。

(63) 阪上正巳は、論文「音楽療法」(飯森眞喜雄 [編集]『芸術療法』日本評論社、2011 年 3 月に所収、pp.133-150)において、スマイスターズの《4 つのパラダイム論》を「音楽作用の説明のされ方」という観点から捉え、新たに「社会学的パラダイム」を加えるのが現状に適すると述べている。この説に依拠して、本論文では、「数学的パラダイム」を中心に置いて、「魔術的作用」、「医学的作用」、「心理学的作用」、「社会学的作用」の 4 つの音楽作用を配置した。

(64) 前掲書(4)では、「付録」として、61 種類の音楽療法の定義が紹介されているが、その中のベネンソン (Benenzon) による定義には、「科学的視点から見た音楽療法とは、音-人間の複合の研究と調査に関する一部門である」(p.281) とある。この捉え方を参考にして、筆者は「音楽療法とは、音と人間の間関係を探求する科学である」とした。

Abstract

A Study of the Mathematical Paradigm on Music Therapy

Wataru Uegaki¹⁾ Chikako Nezu²⁾

1) Department of Mathematics, Faculty of Education, Gifu Shotoku Gakuen University

2) Department of Music, Faculty of Education, Mie University

The aim of the paper is to make clear the structure of the mathematical paradigm on music therapy. I considered the formative process of the music theory in the ancient Greek, its special feature and the aspects of effects on the human spirit.

The music theory in the ancient Greek was created by Olympus at first, and Terpander founded the seven-note scale of octave. Pythagoras reformed the seven-note scale and completed the octave scale, also developed the music theory based on the numerical ratio.

On the other hand, Aristoxenus eliminated the music theory based on the numerical ratio and advocated the conscious music theory depending on the sense of hearing searching for the harmony. Ptolemaeus tried to unify the Pythagorean theory and the Aristoxenian theory.

The idea of proportion (analogy) combines the musical world and the mathematical world. The theory of music tune acquired the mathematical base by using the idea of proportion (analogy). As music increases the ethical and educational effects on the human spirit, I name the special musical quality “musical ethos.”

Ptolemaeus judged that the occurrence of the ethos was resulted from the change of tonos and he formulated the seven kinds of octave-forms. The seven octave-forms have great influences on the human spirit, such as courage and sorrow.

The mathematical paradigm on music therapy has the structure as follows; the core of the structure is “ratio” and “harmony”, the theory of musical ethos is formed through the proportion (analogy) and the theory of musical ethos shows the magical, medical, mental and social powers.