三重大学教育学部研究紀要　第65巻　教育科学　(2014)　303 － 314頁

「別府の算術」に関する一考察*
― 河野三五郎の算術教育 ―

田　中　伸　明*

A Study on the "Mathematics of Beppu"
: Mathematics Education Taught by Kawano Sangoro

Nobuaki TANAKA

要　旨

大正期，九州の別府南尋常小学校では，「約説的教育」が唱導された．「約説的教育」とは，ヘッケルによる「個体発生は系統発生を反復する」という発生学の「約説原理」を，あらゆる教育実践に適用し，その効果を上げようというものであった．その代表的実践家こそが，河野三五郎である．

大正期の新主義教育は百花繚乱．その一つとして，別府の「約説的教育」は開花した．河野は，算術教授法としての「質問戦」や，問題解決法としての「作図解法」を編み出し，「約説原理」に基づき，児童の「数心象」の発達に沿って，綿密な算術の指導段階を設定した．それは，徹底的とでもいえる算術教育の方法論的整備であった．

本稿では，「別府の算術」として知られる河野三五郎の算術教育に光を当て，算術教育方法史的考察を与えることにする．

1．別府における「約説的教育」

大正期，大分県の別府南尋常小学校では，第 13 代校長吉良荒太（大正 4 年 7 月から 9 年 1 月まで在職）により，「約説的教育」が創唱された．「約説原理」とは，ドイツの生物学者エルンスト・ヘッケル(Ernst Haeckel 1834-1919)による生物学的原理である．その「約説原理」は，「反復原理」とも称され，「個体発生は系統発生を反復する．」という言葉で端的に集約される．それは，

> 「個体発生の初段階において，短時間にわれわれの眼前に起こる諸変化は，その生物の祖先が，その古生物学的発展の間に長い年月をかけてゆっくりと経過した諸変化の短いくり返しに他ならない．」(1)

というものである．別府南尋常小学校の「約説的教育」は，ヘッケルの「約説原理」を，様々な教育実践に適用し，その効果を上げようというものであった．恒松栖（2000）は，その概要を以下のように記している．

> 「生物学的約説原理を文化発達史に適用し，現代人はその発達史をわずか 20 年ほどの間に『約説的に通過する』のであるから学校教育においては先人が文化発達において煩悶したのと類似の追体験をさせることにより子どもは学習を自らのものとすることが出来る．」(2)

すなわち，胎児が母親の体内で成長する際，数億年費やした脊椎動物の進化の歴史を，わずか 10 か月でたどるとされる．そのごとく，子どもの学習を構成するにおいても，先人が長い年月を経て文化を獲得し発達させてきた歴史を，短い期間で類似的に追体験させれば，子どもの学習は生きたものとなるという理念に基づいている．

吉良氏が提唱した「約説的教育」は，第 14 代校長高田亀一（大正 9 年 4 月から昭和 8 年 4 月まで在職）に引き継がれた．つまり，吉良，高田の 2 代に亘る有力校長が在任した間に，「約説的教育」は九州別府の地で創設され，完成し，隆盛を極めたのである．

* 平成 25 年 10 月 31 日 原稿受理
** 三重大学教育学部数学教育講座

2．河野三五郎の約説的算術教育

河野三五郎は，明治 17 年 9 月 5 日に西庄内の造り酒屋生野家に生まれ，後，湯布院の河野家の養子となった．検定で教員となり，大分郡東庄内尋常小学校准訓導，西庄内尋常小学校及び大分市別保尋常小学校訓導を経て，大正 2 年 4 月から昭和 11 年にかけて別府南尋常小学校に在職した．主席訓導になった後，昭和 11 年から 13 年 6 月まで，湯布院の綿陰尋常小学校の校長を務め，同校を最後に依願退職．その後，昭和 40 年 1 月 5 日に他界している．

河野は，在任していた別府南尋常小学校において，吉良，高田両校長のもと，「約説的教育」の理念を日々の教育実践によって強固なものした．河野の算術教育は「別府の算術」として全国に名を馳せ，全国各地から文部省の督学官や図書監修官，大学教授，各県の視学官，訓導などが，相次いで視察，参観に来校し，その数は，年間数千人に及んだと言われている．

さて，河野の著作は，以下の 3 冊である．

『私の算術教育』文教出版 昭和 2 年
『数理発展算術補充問題集』非売品 昭和 3 年
『私の算術作図研究』文教出版 昭和 4 年

彼の著作『私の算術教育』には，「約説的教育」と河野の算術教育との関係について，以下のように記されている．

「人間が発達進歩しないものならば勿論教育はない筈である．人間の向上伸展の公道は只約説的経路があるのみである．…（中略）…，児童の世界を認め真に教育的自由への解放を尊重したならば其の学習態度は期せずして約説的進行をとるのである．生物学は教へて曰く『個体の発生は系統的発生を繰り返す』と之が即ち約説の原理である．吾々人類も身体的に此の原理を反復すると同様に精神的にも亦原理を繰り返へすものである．『個人の精神発達の段階も人類の進化に於て経過した段階の順序を反復する』とはホールの言である．」[3]

河野が引用しているホール（Granville Stanley Hall 1844-1924）は，ヘッケルが提唱した「約説原理」を，心理学に応用し体系化させたアメリカの心理学者である．別府南尋常小学校の「約説的教育」，河野の算術教育は，ホールの児童心理学を小学校教育に適用して創られたものと考えられる．さらにこの著作の中で，河野は以下のように述べている．

「約説的に発達して来た算術を約説的に発達する児童が，人類の自然的法則に順応して学習をなさんとする事は必然のことである．この必然的学習に依って自ら伸びんとする児童の学習指導は亦約説的でなければならぬ．」[4]

つまり，算術の発達，児童の成長がともに「約説原理」に基づくがゆえ，その学習指導そのものも「約説的でなければならぬ」と主張しているのである．

3．「数心象」の発生

河野は，「約説原理」に基づいた学習指導により，児童自らが「数心象を発生する」としている．河野は，「数心象」という言葉を多用するが，これについて，平林一榮（1958）は，当時健在であった河野自身から，以下のように聞き取っている．

「河野氏は，『数系列』と『量観念』が結合したものを『数心象』と名づけている．前者は『先人の約束であり，教えるべきもの』，後者は『子供の中にそなわっているもの』であるという．そして『両者は生活の中で結合されて，数心象になる』と説明しておられた．多分に観念的な説明であるが，その由来するところをききもらしている．」[5]

「約説的教育」の理念に照らせば，算術教育において，約説的に成長する子どもの「量観念」を見定め，それを引き出し，子供に対し先人の作り上げてきた数学の手法・発展過程を段階的に追体験させることで，教えるべき「数系列」との結合がなり，そのことで，子どもの中に，河野の言う「数心象の発生」がなると解釈できるであろう．

さて，河野の「約説的算術教育」の第一の特徴は，この「数心象の発生」に至るまで，「質問戦」を展開することである．これは，「発見」を重視した児童中心主義の実践であると言える．また，第二の特徴として，綿密な段階を踏んだ「作図解法」を問題解決の手段として用いていることである．次節以降で，これらを吟味したい．

4．「質問戦」の構成

河野の著作『私の算術教育』は，「第一編 緒論」，「第二編 綱領」，「第三編 学習の実際」の 3 つからなる．この著作の大部分を占める「第三編 学習の実際」は，河野の実践記録であり，これにより，彼の授業の実際を窺い知ることができる．

そこから，児童らの「質問戦」の様子を見てみたい．場面は，「分数に整数を掛くること，割ることの完成整理」である．ここでは，$\frac{2}{5}\times 2$ や $\frac{2}{5}\div 2$ のような「分数×整数」，あるいは「分数÷整数」の計算は，$\frac{2\times 2}{5}$ や $\frac{2\div 2}{5}$ と計算し，分子のみに整数を乗じたり除したりすればよい．このことを既に学習し，「分数の加減乗除は出来るようになった」と得意がる児童らに対

し，河野は，分子が除数で割れない「$\frac{1}{2}\div 2$」を提示し，そこから，児童とともに「質問戦」を繰り広げる．長くなるが，河野実践の臨場感を得るため引用する．

教師：お，えらいものだね．ちょっとの間に皆出来出したね．そんなら之はどうか？（といひつ，次の問題板書提出．）　$\frac{1}{2}\div 2=$　（児童暫く黙考，やがて，）
藤原：不合理です．
池辺：そうです．分子が割れません．
数生：そうです．　教師：そこがこの問題の研究点だ．
数生：分かりました．一寸待ってください．
（児童暫く沈思黙考，室内極めて静か）

野村：あ，出来ます．
（得意然とした発言静けさを破って聞ゆ．）
数生：あ，出来ます，出来ます．（続いて叫ぶ）
教師：出来る人，立って．（野村外数生立つ．）
教師：梅原さんいくら？　梅原：$\frac{0.5}{2}$．
教師：（$\frac{0.5}{2}$ と板書．）　数生：賛成です．数生：不賛成．
藤原：$\frac{0.5}{2}$ は分数と小数が混ってゐるからいけないと思ひます．（立って突く．）
数生：そうです．不賛成です．　梅原：分りました．
（梅原説に賛成者 $\frac{0.5}{2}$ を取り消す．）
教師：之は小数が混ってゐるからいけないといふのか？
数生：そうです．

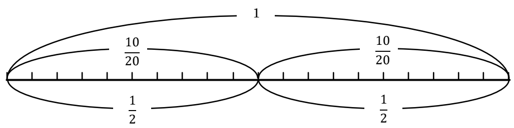
数生：他にあります．
野村：$\frac{5}{20}$．（確信ありげに得意然とし答ふ．）
教師：（ $\frac{5}{20}$ と板書．）　数生：賛成（幸，木村の二生．）
三好：まだあります．$\frac{2}{8}$．　教師：（ $\frac{2}{8}$ と板書．）
数生：賛成．（増倉，佐藤，藤原，内藤の四生賛意の叫びあり．）
荒金：まだあります．　教師：お，まだあるか？荒金．
荒金：$\frac{1}{4}$．　教師：（$\frac{1}{4}$ と板書．）
数生：それもございます，賛成．
（野村，川野，内藤，挙手．其他多数児童は，$\frac{5}{20}$，$\frac{2}{8}$，$\frac{1}{4}$ が果して正しいか否か頗る疑問の体．）
川野：不審があります．$\frac{5}{20}$ はどうして出ましたか．
（とけたゝましく立って質問するや煩悶せる多数の児童も一時に立って，）
数生：そうです私もです．どうして出たのですか．
（計算経路の説明を求むるや，野村得意然と壇上に走り出る．）

教師：野村，ちょっと待て．
（壇上に走り出た野村をその場に待たせ教師更に全児に目を配り，）

教師：$\frac{5}{20}$ に賛成の人，立って．ふん二人か，よし．
教師：$\frac{2}{8}$ に賛成の人？ はは，四人か．よし．
教師：$\frac{1}{4}$ に賛成の人立って．お,之は三人か,よし．他の人は皆不審だね．（と賛否の人員を調査して其都度次の如く賛成者の数を板書し賛否者の態度を鮮明にす．）

$\frac{5}{20}$	……………	2 人
$\frac{2}{8}$	……………	4 人
$\frac{1}{4}$	……………	3 人

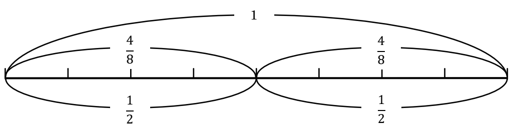
野村：（壇上に待ってゐる野村次の如く説明．）
$\frac{1}{2}$ の分子が 2 で割れないから，私は分子が割れるやうにするのに分子を十倍しました．$\frac{1}{2}$ は 1 箇を二等分した一つだから半分です．半分を 10 に分けると 1 箇は $\frac{20}{20}$ になります．それで $\frac{20}{20}$ の半分は $\frac{10}{20}$ だから，$\frac{1}{2}$ と同じです．只小さく分けただけです．$\frac{10}{20}$ の分子は 2 で割れるから 10 を 2 で割ると 5 になります．それでお答は $\frac{5}{20}$ でようございます．
（といひながら次の如き作図を描きそれに就いて多数の不審者に理解を求めやうとする．）



教師：そうすると野村さんはこういふのだね．$\frac{1}{2}$ の分子が 2 で割れないから，分子が割れるやうにする為に分子を 10 倍する．そうすると $\frac{10}{2}$ になる．これは $\frac{1}{2}$ と値打が異ふ，即ち数値が異ふから分母も 10 倍する．そうすると $\frac{10}{20}$ になるね．之は只分け方を小さくしただけの事で $\frac{1}{2}$ と数値は同じといふのだね．（といひつつ数値と板書．）　野村：そうです．
教師：$\frac{10}{20}$ は分子が 2 で割れるから 2 で割ると $\frac{5}{20}$ になるといふのか？
（と野村の説明を整理しつつ $\frac{1\times10\div2}{2\times10}=\frac{5}{20}$ と板書．）
野村：そうです．
多生：分かりました．（不審者疑問解け一同歓喜の眼を見張る室内に頗る緊張）
教師：野村は偉い事を考へたね．（と謝辞を与ふ．野村ニコニコ．）

多生：$\frac{2}{8}$ は分かりました．
（と野村の説明に依って $\frac{2}{8}$ を推断して判りましたと叫ぶ者過半数，後の不審者は続いて，）
近藤：$\frac{2}{8}$ はどうして出ましたか．
（と質問の先駆を切り出すや．）
数生：そうです．私も不審です．
（と他の不審者続いて叫ぶと之に説明せんとする者

数生先を争ふて壇上に走り出る．）
教師：三次説明．（と三好を指名する．）
三好：私も $\frac{1}{2}$ の分子が 2 で割れないから之を割られる数にするのに 4 を掛けました，すると $\frac{4}{2}$ になります．（と説明するや遠藤直ちに立って，）
遠藤：不賛成 $\frac{4}{2}$ は 2 箇であります．$\frac{1}{2}$ と数値が違ふからいけません．
（と切り込む．三好は笑ひながら遠藤を見やって，）
三好：まあ，待って下さい．私の意見を終わりまでよく聞いてください．
（といふと遠藤早まったと悟ったのかニコニコして）
遠藤：分かりました．
（と立って云ふ，三好説明を続けて，）
三好：$\frac{1}{2}$ の分子だけに 4 を掛けると $\frac{4}{2}$ 即ち 2 箇になります．それで分母にも又 4 を掛けます．そうすると $\frac{4}{8}$ になります．（といひながら次の如く板上に作図を描き，）$\frac{4}{8}$ は $\frac{1}{2}$ と数値は同じです．だから $\frac{4}{8}$ の分子を 2 で割れば $\frac{2}{8}$ になります．



遠藤：賛成、分かりました．
教師：そうすると，三好はこういふのだね．$\frac{1}{2}$ の分子が 2 で割り切れないから割り切るるやうにする為に分子に 4 を掛ける．そうすると，$\frac{4}{2}$．$\frac{4}{2}$ は $\frac{1}{2}$ と数値が違ふから分母にも矢張り 4 を掛けねばならぬ．そうすると $\frac{4}{8}$（といひつ，作図に対照して次の如く板書）
$\frac{1\times4}{2\times4}=\frac{4}{8}$
教師：$\frac{4}{8}$ も 1 箇の半分，$\frac{1}{2}$ も 1 箇の半分だから形は違ふが数値は同じといふのだね．だから $\frac{4}{8}$ を 2 で割れば $\frac{2}{8}$．（といひつつ，前の板書につけ加へて次の如く板書．）$\frac{1\times4\div2}{2\times4}=\frac{2}{8}$
児童：そうです，分りました．

児童：あ，$\frac{1}{4}$ はようございます．　　数生：賛成です．
児童：不審があります．$\frac{1}{4}$ はどうして出ましたか．
佐藤：$\frac{1}{2}$ の分子が 2 で割り切れないから，私は分子を 2 倍しました．そうすると $\frac{2}{2}$ になります．$\frac{1}{2}$ と数値を同じにせねばならぬから分母にも 2 を掛けます．そうすると $\frac{2}{4}$．$\frac{2}{4}$ を 2 で割れば $\frac{1}{4}$ になります．
数生：分かりました．（と宮前，土田，秋月，市原納得）
教師：佐藤はこういふのだね．（と佐藤の説明を次の如く整理しつゝ，板書）　$\frac{1\times2\div2}{2\times2}=\frac{1}{4}$（と板書終るや内藤立って，）

内藤：あ，早道があります．（と叫ぶ．他生は不思議の眼を以って沈思黙考．）先生いはせて下さい．（と内藤は頻りに発言を求むる．）
教師：お，早道があるかね．
数生：あります．いはせて下さい．（と内藤，野村，佐藤二三歩離れて発言を求む．）
教師：ふん，野村．
野村：（壇上に走り出て板書　$\frac{1\times2\div2}{2\times2}=\frac{1}{4}$ を指し，）$\frac{1}{2}$ の分子の 1 に 2 を掛けて又 2 で割れば矢張りもとの 1 が出るから分子は掛けたり割ったりせないで分母だけに 2 を掛けたらようございます．
三好：不賛成．（と立って）分母だけに 2 を掛くれば $\frac{1}{4}$ になります．$\frac{1}{4}$ と $\frac{1}{2}$ とは数値が違ふから不賛成です．
多生：そうです．.三好さんに賛成です．
（と多数は意気旺盛）
野村：（すかさず立って）意見があります．（と叫ぶ）それはそうです．けれど分子に 2 を掛けて又 2 で割れば掛けない前と同じではありませんか．だから分母だけに 2 を掛けたら割った事になるではありませんか．
三好：（野村の意見終わるや三好立って，）そうすればお答は出ますが理屈に合ひません．
内藤：（三好の意見を掴んだ内藤つと立って，）理屈は佐藤さんや三好さんに賛成ですが，私達は計算の早道をいふのです．（と爾説を看破した内藤の意見に満場納得して，）
多生：それなら賛成です．（と，賛成の声室に満つ爾説勇士莞爾として顔を見合す．）
教師：そうすると　$\frac{1}{2}\div2$ の場合，理屈は $\frac{1}{2}$ の分子が割り切れぬから割り切れるやうにする為に分子に 2 を掛ける．そうすると $\frac{2}{2}$．$\frac{2}{2}$ は，$\frac{1}{2}$ と数値が違ふから分母にも矢張り 2 を掛ける．そうすると $\frac{2}{4}$，$\frac{2}{4}$ は $\frac{1}{2}$ と形は違ふが数値は同じだから $\frac{2}{4}$ を 2 で割ったらよいといふのだね．（といひつゝ板書　$\frac{1\times2\div2}{2\times2}=\frac{1}{4}$ を指す．）
多生：そうです．
教師：だが計算の早道として分子に 2 を掛けて又 2 で割ることは結局掛けない前と同じだから分母だけに 2 を掛けたらよいといふのか？
多生：そうです．

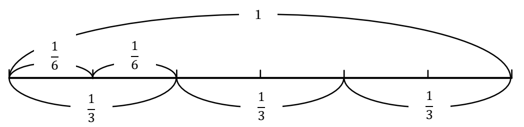
教師：そんならこれ？（といって次の問題板書提出）
$\frac{1}{3}\div2=$
全生：出来ます（と即座に叫ぶ．）
教師：おゝ，早いね．濱崎さん．
濱崎：$\frac{1}{6}$．（教師 $\frac{1}{6}$ と板書．）　多生：賛成．
教師：どうしました？　　多生：分かります．
教師：藤田さん．
藤田：分子が割り切れぬから分母に 2 を掛けました．
多生：賛成．　　教師：なぜ？　　多生：分かります．
教師：荒金さん．
荒金：$\frac{1}{3}$ の分子が割り切れないから分子に 2 を掛けて分

母に 2 を掛けます．そうすると$\frac{2}{6}$．それを 2 で割るのが本当だけれど，分子に 2 を掛けて 2 で割るのは馬鹿らしいから，分母だけに 2 を掛けました．

全生：そうです．

教師：分子が割り切れぬ時は分母に掛けたら割ったことになるといふのか？　全生：そうです．

教師：それでは実際よいか一つ験して見ようか．（といって次の作図を実験的に描く．）



教師：おゝ，$\frac{1}{6}$ でよいね．うまい，この理屈は一つの大発見だね．

多生：そうです．（と児童ニコニコ．）

児童らは，前時までに「分数÷整数」は，「$\frac{b}{a} \div c = \frac{b \div c}{a}$」と，分子を除数で割ればよいことを学び，$\frac{4}{5} \div 2$ などは，$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$ と計算が出来るようになっている．

この授業は，$\frac{3}{5} \div 2$ のように被除数の分子が除数で割れず，上記のような方法では解決できない問題について，その解決法を児童らに発見させることを目的としている．前時までに学んだことを活かし，被除数を倍分して割れるようにした後，その分子を除数で割ることから始まり，最終的には，その「早道」として「$\frac{b}{a} \div c = \frac{b}{a \times c}$」と，被除数の分母に除数を掛ければよいという方法を発見させているのである．

河野による授業の流れを，今一度振り返ろう．

冒頭で，児童らは「分数の割り算はもう出来る」と主張する．

そこで，教師は，「$\frac{1}{2} \div 2$」を提示し児童らに葛藤を起こさせる．被除数の分子 1 が除数 2 で割れないからである．「不合理です．」と訴える児童らに，教師は「そこがこの問題の研究点だ．」と切り出す．

黙考の後，数人が「出来ます．」と訴える．梅原が指名され，「$\frac{0.5}{2}$」と答える．しかし，他の児童から「分数と小数が混じっているからいけない．」と指摘を受け，梅原は自分の答を取り下げる．

次に，野村が $\frac{5}{20}$，三次が $\frac{2}{8}$，荒金が $\frac{1}{4}$ になると主張．教師は，前に出て説明をしようとする野村を制止し，それぞれの答に賛同する児童の人数を調べ板書する．「$\frac{5}{20}$ が 2 人，$\frac{2}{8}$ が 4 人，$\frac{1}{4}$ が 3 人」である．

教師は野村を指名し，檀上で $\frac{5}{20}$ となる理由を述べさせる．野村は，分母と分子に 10 を掛けて，分子が除数 2 で割れるようにしてから割ったと説明．野村は，その考えが正しいことを線分図を用いて説明する．教師は，野村の意見を整理し，「$\frac{1 \times 10 \div 2}{2 \times 10} = \frac{5}{20}$」と板書し，「野村は偉い事を考えたね．」と誉める．

続いて，近藤が「$\frac{2}{8}$ はどうして出ましたか」と質問の先駆を切り出す．他の児童も多数疑問を投げかける．すると三好が壇上に走り出て，まず，除数 2 で割れるように 被除数 $\frac{1}{2}$ に 4 を掛け $\frac{4}{2}$ にすると言う．数値が変わってしまうと異議を挟もうとする遠藤を押さえ，数値を変えないために，分母にも 4 を掛け $\frac{4}{8}$．これを 2 で割って $\frac{2}{8}$ を得たことを，線分図を描き示しながら説明．教師は，野村の時と同様，三好の意見を整理し，「$\frac{1 \times 4 \div 2}{2 \times 4} = \frac{2}{8}$」を板書する．

次に，$\frac{1}{4}$ がどうして出たかという児童からの質問に対し，佐藤が説明を始める．$\frac{1}{2}$ の分母と分子に 2 を掛け同じ大きさの分数，$\frac{2}{4}$ を作り，これを 2 で割ったというのである．直後，早道に気づいた児童のうち，野村が「分子に 2 を掛けて又 2 で割れば掛けない前と同じではありませんか，だから分母だけに 2 を掛けたら割ったことになる」と，「計算の早道」に気づく．

教師は，児童らのやりとりをまとめ，「$\frac{1 \times 2 \div 2}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$」と板書し，「早道として，分母だけに 2 を掛けたらよいというのか？」と確認する．

教師は，「$\frac{1}{3} \div 2$」を提示．この「早道」で即座に得させた答 $\frac{1}{6}$ の理由を荒金を指名し述べさせる．荒金は，「分母と分子に 2 を掛け，次に分子を 2 で割るのが本当であるが，分子 2 を掛けて又 2 で割るのは馬鹿らしいから，分母だけに 2 を掛けた」と説明する．教師は，これが正しいことを線分図を描き確かめる．「おお，$\frac{1}{6}$ でよいね．うまい，この理屈は一つの大発見だね」とまとめる．児童は「ニコニコ」笑顔になる．

5．河野実践の特徴

さて，「質問戦」に見る河野実践の特徴を検討してみたい．松本裕司（1999）の先行研究(6)では，河野実践の特徴として 3 点を指摘している．ここでは松本が指摘した 3 点に準じ，前節に取り上げた授業場面も参照しつつ捉えていくことにする．

第一に，「教科書第一主義」からの脱却である．当時使用されていた教科書は，「黒表紙」と通称される『尋常小学算術書』(7)である．「黒表紙」は，国定教科書として，全国の小学校で使用が義務付けられていた．言うまでもなく，別府南尋常小学校においても，「国定教科書」としての絶大な権威と強力な統制力を持つものであった．しかしながら，河野は，

「私は教科書盲従主義（ママ）ではない．…（中略）…小学校令施行規則第五十三條には『算術教科書は学校長に於て之を児童に使用せ

しめざることを得』と，尚更に各学年教科書凡例第二項には『実際の授業に当っては適宜に斟酌を加へ生徒の能力及び其の他の状況に適応せんことを務む可きなり』と，….」[8]

と，教科書の扱いに対して校長と指導者に裁量が認められている点を強調し，教科書「黒表紙」の内容配列に対して大胆な変更を加え，このことを「法令違反の如く考ふることは愚の至りである.」としている．具体的には,「尋六教科書は第一学期に分数，第二学期に歩合，第三学期に復習」という配列で構成されている．これに対し,

「何故に分数を先に歩合を後廻はしにせなければならぬかと云ふことに就いては私には要領を得ない，強ひて前後を論ずるならば，小数との関連上約説的に其の発達の上から寧ろ分数を後に歩合を先きに取扱ふ方が自然的ではないかとも思はれる.」[9]

とし，さらに,

「併し歩合の一割は分数の十分の一,一歩は百分の一,結局歩合は 10 の冪数を分母とする分数の変形である．故に分数の一部分と見做すことが出来る．之を殊更別物の如く隔壁を設けて取扱ふよりも同時に並行して相関的に且つ有機的に進行することが自然的であり,合理的であり,経済的ではあるまいか．之が即ち約説的である.」[10]

と述べ，著作『私の算術教育』では，6 年生の最初 4 時間で「分数歩合数心象発生」をなし，計 16 時間で分数歩合の解決に至る実践例が示されている．また,

「教科書の編纂に就いて兎角の悪口をこぼす者がある而も其のこぼす者ほど教科書に執着が強い，誠に可笑い話である.」[11]

と，教科書に執着することの愚かさを説いている．河野実践の第一の特徴は，児童を主体と捉える約説的教育の立場に立ち，河野の考える児童の数心象の獲得のため，その客体である教科書の内容配列には大胆に切り込んでいることだと言える.

次に，第二の特徴として，多様な教授技術を用いて，児童による「質問戦」を組織し，児童自らの「大発見」を導いていることである．まず，児童らに討論の手法を見事に得させている．「賛成です」,「不賛成です」などと，他者の意見に対して自分の立場を明確に示すこと，疑問点があれば,「不合理です」,「不審があります」と問いを投げかけることなどである．さらには,児童自らが壇上に出て，自分の考えを説明する場面を設けること，それのみならず，時に早まった発言が出れば,「ちょっと待てください」,「私の意見を終わりまでよく聞いてください」と，他者を制止する場面なども見られる．これらの活動を通して，児童の多種多様な考えが引き出され，活発な討論が展開されているのである.

途中で，児童から出された 3 種の解答を板書し，それぞれの賛成者の人数を確認することで教室内の対立を明確にし，児童を学習に引き込む手法も用いている.これは，河野がよく用いる方法である.

また，教師自身は，児童の考えを整理したり，討論の方向性を示したりする程度に留まり，児童への信頼を基礎に，その意欲や関心，思考過程を尊重し，最後は児童自らによる「大発見」によって，学習課題を見事に達成，授業を完結させている.

なお,「野村は偉い事を考へたね」,「この理屈は一つの大発見だね」と評価を行い,「児童ニコニコ」と達成感を持たせていることもわかる．これらの教授技術は，今日でも難しい高度なものであるといえよう.

第三の特徴として,「質問戦」の背景にある河野の児童観，教育観を挙げておく．河野は,「あるがまゝの自分自身を，あるがまゝに生かして心ゆくばかり伸びようとする純真な児童の自然性」[12]を認め,「千人の人間が千人それぞれに違った欠点と同時に違った美点を持っている筈」[13]と主張している．その上で,「学習者の質疑，これに対する応答，相互学習における論究討議」[14]を編む中で「質問戦」が構成され，その「熱誠肺腑を衝く一言一句，熱血全身に漲る一挙一動,凡てが赤裸なる児童の現はれ其のまま」[15]であるとしている.こうして実践された「質問戦」は,「児童の世界を認め真に教育的自由への開放を尊重」[16]するという「約説的教育」の児童観，教育観の心髄に他ならない.

6．作図の発生

河野の算術教育のもう一つの特徴として，徹底的な作図の利用が挙げられる.

河野の著作である『私の算術作図研究』によれば,学習の過程において，児童は「量認識」を発展させ,思考の道具となるものも，実物から代用具物へ，代用具物からより抽象的な「○」が示す量図へと移行し,さらにその量図は「幅広線」を経て,「直線作図」へと発展するとしている．すなわち,「その発展的段階を次の五期に分つ」として，以下の枠線内[17]のような「時代」区分を示している.

第一期時代

実物又は代用具物を方便として，実験実測的に量認識を繰り返し，数系列と量観念の結合に努むる時代.

左の手の指を，3 本出してごらん，よろしい．右の指を 4 本出してごらん．さうだ．皆で何本ですか．（と問へば児童は一二三…六七と数系列を追ひ実測的に指を数へ足して其の和を求める．）

第二期時代

実物又は代用具物を方便として分解綜合を行ふは勿論，進んでそれが黒板上に描かれた量図について，量認識を繰り返し数心象の発生に努むる時代．

左の手には甘栗 3 つ，（といって○を 3 個描く．）右の手には 4 つ持ってゐる，（といって○を 4 個書き足す．）皆でいくつか．（と問へば盤上の量図を順次実測的に数へ足して其の和 7 を求める．）

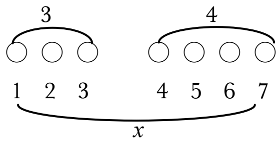
○○○　　○○○○

1 2 3　　4 5 6 7

第三期時代

量図について分解綜合を行ひ，度々量認識を繰り返し量観念の確立をはかると共に数心象の発生に努むる時代．

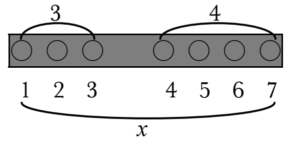
兵隊さんが，はい何人，（といって○3 個を描く．）さう 3 人，（といって○の上に孤線を引き 3 と書く．）そこへ又兵隊さんが，（といって○を 4 個書き足し，）はい，何人来ました？さう，4 人来ましたね．（といって○の上に弧線を引き 4 と記す．）皆で何人ですか．（といって○全部に弧線を引き x を記す．）



第四期時代

量図より直線作図に到達する過渡期で，量図を直線作図に便化し分解綜合を行ひ，量認識を繰り返して数心象の発生に努むる時代．

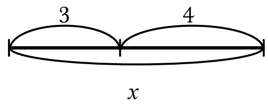
お銭を，（といって○3 個を描き其の上に○の見えぬやうに幅広く直線を引き，）はい,幾ら？（といって線の上に弧線を引く．）さう,3 銭持ってゐました．（といって孤線上に 3 と記す．）そこへお母さんから，（といって○4 個を描き足し，）はい幾ら？（といって○の上に幅広く直線を引く．）さう 4 銭頂きました．（といってそこへ弧線を引き 4 と記す．）皆で何銭になりましたか？（といって全体に弧線を引き x を記す．）



第五期時代

直線作図を方便として,事実の量的関係を具象的に展開し,分解綜合に依って数心象の発生に努むる時代．

飛行機が 3 台飛んで来ました．（といって直線を引き，弧線を描いて 3 と記す．）そこへ又 4 台飛んで来ました．（といって直線を描き足し弧線を引きて 4 と記す．）皆で何台飛んでゐますか？（といって直線全体に弧線を引き x を記す．）



「直線作図」の導入に関して，河野は，

「加法や減法は授く可きものではない．授けずして自ら行ふやうに指導す可きである．先づ数系列と量観念の結合から，分けたり集めたりする遊戯的作業に依って数心象の発生に努むれば，加減は必然的に行ふ事になる．最初は実物又は代用具物について，物々交換の具体が繰り返され，それが体験的に行はれて，数心象が発生する．其の具体の黒板上に写された量図が，発展的に取扱はれて，直線作図が発生する．」(18)

と記している．つまり，具体物や半具体物を遊戯的に操作する過程で，加法，減法の概念が体験的に形成される．その形成過程を，量図により段階を踏んで抽象化していくことで，児童は直線作図を獲得すると考えられているのである．河野が示した各時代での，児童の学習の操作段階は，以下のように捉えられる．

第一期時代：実物や代用物を具体的に操作し，数え足し，数え引きなどをする段階．

第二期時代：実物や代用物の操作で分解，綜合を行い，また，描かれた離散的な量図を見て，数え足し，数え引きをする段階．

第三期時代：描かれた離散的な量図を用いて分解，綜合を行う段階．

第四期時代：離散的量図から連続的量図（今日的

「テープ図」）へと移行する段階．

第五期時代：「直線作図」（今日的「線分図」）を用い，量的関係を表現，処理する段階．

河野が用いた「直線作図」の発生に至るまでの「量図」は，今日的に言えば，加法，減法の導入からこれらを発展的に使いこなすまでの，一連のシェーマ（Schema）を示したものと言えよう．

他方，「方形作図」は，加法，減法による連加・累加，連減・累減を経て，乗法九九の発生となり，乗法，除法を示すシェーマとして取り扱われる．これにおいても，「方形作図の発生」は，「その発展的段階を次の五期に分かつ」と述べられている．『私の算術作図研究』には，次の枠線内[19]のように記されている．

第一期時代

1 個 3 銭の蜜柑 4 個の代は幾らか．

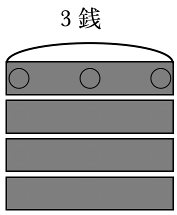
（1 個 3 銭の蜜柑といって一個と〇三つ書く．又 1 個 3 銭といって其の下に前の如く書き足す．又 1 個 3 銭といって又其の下に書き足す．又 1 個 3 銭といって又其の下に書き足す．はい皆で幾ら？といって作図を指す．）

一個　〇　〇　〇
一個　〇　〇　〇
一個　〇　〇　〇
一個　〇　〇　〇

第二期時代

1 個 3 銭の蜜柑 4 個の代は幾らか．

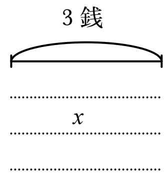
（蜜柑 1 個の代といって〇三つを書き其の〇の上に幅広の線を引き，はい幾ら？さう 3 銭，といって其の上に弧線を引き 3 銭と記す．他は無言で一本づつ図の如く幅広の線を引く．はい皆で幾ら？といって作図を指す．）



第三期時代

1 個 3 銭の蜜柑 4 個の代は幾らか．

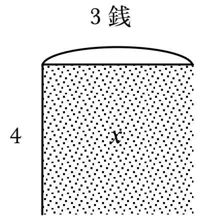
（蜜柑 1 個の代といって板上に〇三つ空書きし其の跡に直線を引き，はい幾ら？さう 3 銭 といって直線の上に弧線を引き 3 銭と記す．他は無言のまゝ指先で其の下に図の点線の位置に直線を空書きし，はい皆で幾ら？といって x を書く．）



第四期時代

1 個 3 銭の蜜柑 4 個の代は幾らか．

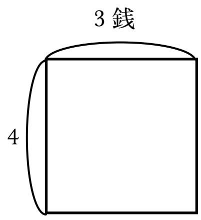
（1 個 3 銭の蜜柑といって直線を引き，図の如く弧線を引き 3 銭と記す．其の下を無言のまゝチョークで手早く塗り左方に縦線を書き 4 と記す．はい幾ら？といってといって x を書く．）



第五期時代

1 個 3 銭の蜜柑 4 個の代は幾らか．

（1 個 3 銭の蜜柑といって直線を引き，其の上に弧線を書き 3 銭と記す．4 個の代は？といって方形図を描き図の如く弧線を引き 4 と記す．幾ら？といってといって x を記す．）



河野は，上記の「方形作図の発生」に関して，以下の記述を添えている．

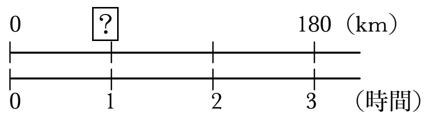
「初歩の加減を更に彙類すると，結局加法は連加か累加であり，減法は連減か累減であると云う事になる．この加減法の中から累加が速度の上に又確実さの上に於て，彌が上に発達すると，そこには必然的に乗法九九が発生する．累加の体験に依って，児童の生活に九々の声が発生した時，初歩の乗法は既に解決されたものである．其の累加の発展による九々の発生過程に於て，実物又は代用具物の取扱ひは勿論であるが，それが黒板上に写された量図が発展的に取り扱はれて，方形作図が発生する」[20]

つまり，加法で累加を扱い，速度と確実性が備わって，児童の生活の中に九々が発生した時，乗法の初歩がなる．さらに，児童は，具体物や半具体物の操作から黒板などに記される量図へと移行することで，「方形作図」を獲得するのである．河野による「方形作図の発生」の5つの時代を，以下に整理してみよう．

第一期時代：累加を用いて，離散的な量図を用いることにより，乗法を捉える段階．
（今日的「アレイ図」）
第二期時代：被乗量だけを離散的な量図から連続的な量図へと移行させる段階．
（今日的「テープ図」）
第三期時代：被乗量を直線図化するとともに，乗法を二次元的に捉え始める段階．
（今日的「線分図」）
第四期時代：被乗量，乗量とも直線化し，乗法を二次元的に捉える段階．
第五期時代：「方形作図」を用い，量的関係を表現・処理する段階．
（今日的「面積図」）

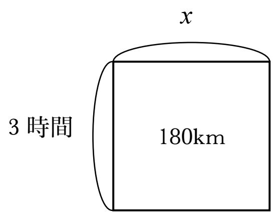
これらの量図をシェーマに用い，綿密に整備した上で発展的な問題まで扱った河野の算術教育法は，今日に対しても示唆に富んだものである．

とりわけ，今日では，河野の「方形作図」のような「面積図」を用いることは少なく，「速さ」の導入段階でも，以下のような「距離」と「時間」の 2 本の数直線を併記させ，単位時間当たりの「距離」として「速さ」を示すことが主流である．



このような 2 本の「数直線図」では，「速さ」が量として的確に表されているとは言い難く，「速さ」「時間」「距離」の 3 者関係も，児童は捉えくい．また，上記のような「速さ」を求める「第一用法」の次は，距離を求める「第二用法」へ，さらに，時間を求める「第三用法」へと児童の学習は推移する．その際，$\boxed{?}$の場所が，上下の数直線の様々なところに移動する．ここで，児童は混乱しがちとなる．今日の小学校 6 年の算数において，最大の難所のとされるところである．

一方，河野流の「面積図」では，無論，面積の学習との関連も考慮しなければならないが，「速さ」と「時間」がそれぞれ長方形の辺の長さ，「距離」がその面積で表され，3 つの量とその乗除の関係が的確に表現され得る．未知の量を x で表すことで，第一用法から第三用法までの乗除の演算決定も容易となると考えられる．



7．作図表象法

河野の算術は，前節のように導入された作図を利用することで，かなり発展的な問題解決まで扱っている．河野は，

「児童の眼前に提供された問題，それを児童は読み得て式が立たぬ，即ち解き得ないと云う事は何故であらう？之は勿論，読解と立式の間に，見逃された一大急所がある事を知らねばならぬ．その見逃された一大急所とは何か？曰く実験実測，である．」[21]（下線筆者）

と記している．つまり，「読解と立式との間にある一大急所」，そこに「実験実測」があるとしているのである．さらに，

「今若し一年生に 3 と 4 は幾らと問へば，彼は直ちに両手を出して指を数へる．そして其の量関係を自ら発見せんとする．是実に自然的の実験実測である．此の自然的の実験実測から発展して，直線図又は方形図が現はれる．之即ち作図の表象である．」[22]

と記している．つまり，児童に「実験実測」という操作活動をさせることにより，約説的に5つの「時代」の通過を経て，「直線作図」，「方形作図」が現れるとしているのである．

ところで，小倉金之助・鍋島信太郎（1957）は，「黒表紙」の「第二次修正」に対して，

「第二次修正は，1918 年（大正 7 年）から 1924 年にかけてであって，これは数学教育改造運動の反映によるもの」[23]

と評価をし，その修正点の一つとして，「実験実測の教材を低学年から採用した」ことに言及している．当時，改造運動の理念の一つとして声高に叫ばれていた「実験実測」という言葉に，河野は独自の意味を添え，問題解決過程において，作図が現れるまでの児童による自然的操作と位置付けている点は興味を惹く．

河野は，この操作において児童がたどる過程を「作図表象法」と名付け，以下のように説明している．

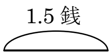
「こゝに作図表象法と云ふのは，別に一定の型

があると云ふのではない．その表象の方法は，問題の事実を読み其の事実の現はす量関係を極めて素直に事実のまゝを自然的に描写するのである．其の事実の現はす量関係を如実に実測的に展開される時，そこに直線図又は方形図が必然的に生れてくるのである」(24)

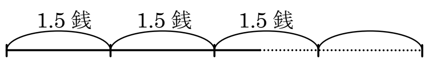
『私の算術作図研究』には，様々な事実問題に関する「作図表象法」の例が示されている．その一つである「損益算」の例を見てみる．この問題は，小学生にとってはかなりの難問と言えるだろう．児童が問題を読解し，量関係を描写する「実験実測」を経る中で，「直線作図」が現れ，これが，「方形作図」へと移行し，題意が図に表象されて立式へとたどり着く過程が示されている． 河野の言う「読解と立式の間にある一大急所」が示されていると捉えて良いだろう． 以下，枠線内(25)に示す．

鉛筆 1 本を 1 個 5 厘の割で若干本仕入れた．そして之を 1 本 2 銭づゝに売って，総原価と 1 円 50 銭を得た上に，尚 200 本の売残りがある．仕入れた鉛筆の数は何本か．

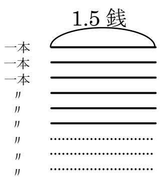
鉛筆 1 本を 1 銭 5 厘の割で若干本仕入れたと云ふのであるから 1 本の原価即ち 1.5 銭を次の直線にする．



この鉛筆を若干本仕入れたのだから次の如く，

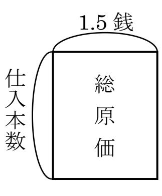


直線的に展開することも一つの方法だが，更に次の如く方形的に展開することも出来る．



このとき小口の数は仕入本数をあらはしてゐる．
そして線の全体は 1.5 銭を幾つか集めたもの，即ち総原価をあらはす．

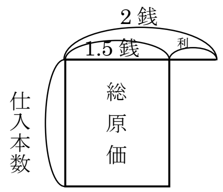
∴　前図を整理すると次の図の如く表象することが出来る．

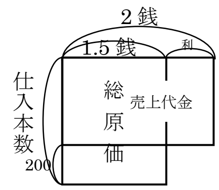


図の横線は一本の仕入代金即ち単価で，縦線は若干本即ち仕入本数を現はす．

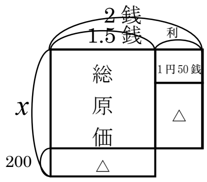
方形の中全体は 1.5 銭の集り即ち総原価を現はす．

題意は，一本 1.5 銭で仕入たものを 2 銭で売ったと云ふのであるから，一本の売価即ち 2 銭を左図の如くあらはす．故に売価と原価との差即ち 2 銭と 1.5 銭との差は一本についての利益であると云ふことが具体的に展開される．然るに全部を売り尽くしたのでなく，200 本の売り残りがあると云ふのであるから更に次の如く表象する．





題意は，200 本の残売り残りがあるとき総原価と 1 円 50 銭を得たと云ふのであるから売上代金は総原価即ち売った本数の原価と 200 本の原価と別に 1 円 50 銭とから成ってゐることが分る．故に 200 本の原価を△とすると，総利益は 200 本の原価即ち△と 1 円 50 銭とから成ってゐると云ふことが分る．故に作図は次の如く展開される．末文は仕入た鉛筆の数は幾らか，と云ふのだから仕入本数を x とすると次の如く作図は整理完成される．



立 式
（1.5 銭×200＋150 銭）÷（2 銭－1.5 銭)＋200＝ x
答　1100 本

別 式
（2×200＋150）÷(2－1.5)＝ x

河野の「作図表象法」では，問題に書かれている事実から量関係を見出し表現することで，必然性をもって作図の展開が進んでいる点，しかも，次々と段階を踏んでいる点が注目される．

さらに，河野は，

「作図を系統的に種々変化させて，発展的に順次研究して見ると，数理の深甚の妙味が，限りなく湧いてくる．」(26)

と述べ，続いて，

「同じ作図でも其の x の取り所如何によって，乗除関係の理法が平易に理解される．…（中略）… 僅か縦線が一本加はつたゞけで，其の数量的事実が如何に変化されていくか，さうして之と同一の作図で表象される事実問題が，世の中に如何に多種多様にあるか．而も其の数理を，此の単なる作図を以って，極めて簡明に，さうして遺憾なく表象されることを思ふとき，作図の尊さは切実に痛感される．」

と記している．

8．数学教育史上の「別府の算術」

大正期は，デモクラシーの思潮に則り，多様な新主義教育が活気を帯びた時代であった．それは数学教育界も然りで，数学教育改造の機運は一定の高まりを見せていた．そのような時流の中で生まれた，別府南尋常小学校における「約説的教育」,「別府の算術」は，一閃の光を放つものであったことは間違いない．

しかしながら,「約説的教育」も「別府の算術」も，今日，さほど著名ではない．重ねて，河野三五郎の名も，数学教育史に埋没しているのは事実である．

これは,「別府の算術」そのものが，算術教育の目的論，内容論を欠いて，専ら方法論的整備を目指したものであったからだと筆者は捉えている．すなわち,「別府の算術」には，教授法としての「質問戦」，問題解決のための「作図表象法」など，算術教育の方法論的整備には目を見張るものがある．しかし，残念ながら，討論や問題解決そのものに対する教育的価値やそれらそのものの内容論的検討を行うまでには至っていないということである．

当時の算術教育は，改造の機運が高まりを見せる反面，その一方で，教科内容と方法は，国定教科書の権威により強固に統制されており，改革と保守の微妙なバランスが存在していたという事情がある．さらに，そうした事情に加えて，別府南尋常小学校自体が一般の公立学校として存在していたという事実が，大きく作用しているように思われる．

つまり，整備された研究組織を持った上で，国定教科書の統制に抗して独自の改革理念を掲げ，目的論，内容論に踏み込んだ研究と実践が行え得たのは，成城小学校や成蹊学園などの私立学校，師範学校等の附属学校などに限定されており，別府南尋常小学校などの一般の公立学校は，決してそうではなかったということである．国定教科書により，算術教育の目的と内容は厳と定められた環境にあったことを思うとき，河野は,「教科書第一主義」を脱した「児童中心主義」を唱えつつも，教科書への切り込みは内容順序の変更程度に留まり，結局のところ，目的論，内容論を欠いて，方法論に特化した算術教育を唱えるに至ったことは頷ける．これは，一般の公立学校現場の無理からぬ傾向であると同時に，限界でもあったのだろう．

ただ，教育研究を任務とする附属学校等ではなく，地方にある一般の公立小学校において，優れた実践家により「別府の算術」という目を見張るべき実践がもたらされたことは，快挙という他はない．

平林一榮（1958）は，次のように述べている．

「数学教育史を題材論的にみることは比較的容易である．題材は文献的に遺されることが多いからである．しかしながら，数学教育史を方法論的にみることは，かなり困難がある．数学教育の具体的な方法は，多くは熱心にして多忙な教育実践家の中にあって，殆ど文献化されることもなく，その人と共に消えてしまうことが多いからである．然しながら，教育心理学が示すように，学習の方法，指導の方法は，題材そのもの以上に教育効果を決定する．数学教育方法史はその困難をおしてもっと開拓されねばならないのであろう．」[27]

平林の言うように，数学教育方法論に関する実践，研究が文献として残りにくく，これまで歴史研究の対象にもなりにくかった実情があるならば，河野三五郎らによる「別府の算術」や，その他数多くの優れた実践家による教育実践を発掘し，それらを方法論史として数学教育史の表舞台に位置付け，歴史の流れを見ることは，極めて大切な事であろう．

さらには，過去，現在，未来と，教育実践家により編み出される数学教育法が，いつの日か歴史研究の対象となり，未来の数学教育の理論を支えるものとなるべく，数学教育方法史研究を発展させていかなければならない．

参考・引用文献

(1)エルンスト・ヘッケル『有機体の一般形態学』,1866 年.

(2) 恒松栖「別府における「約説的教育」誕生の一考察」,『別府大学短期大学部紀要』第 19 号，2000 年 2 月，p144.

(3) 河野三五郎『私の算術教育』文教出版，1927 年 3 月 25 日，pp2-3.

(4) 前掲(3) ，pp4-5.

(5) 平林一榮「河野三五郎氏の算数教育―作図解法の方法論的考察―」，日本数学教育会『日本数学教育会誌』第 40 巻，第 8 号，1958 年 8 月 1 日，p4.

(6) 松本裕司「大正期別府南尋常高等小学校の「約説的教育」，日本教育方法学会紀要「教育方法学研究」第 24 巻，1999 年 3 月 31 日.

(7) 本稿で取り上げた「河野実践」において使用された教科書『尋常小学算術書』(第 6 学年児童用）は，1919 年発行の「第三期国定教科書」と呼ばれるものである．第 6 学年用は， 1922 年度から，メートル法導入に対応した改訂版に移行するまでの 1927 年度まで使用されたものである．

(8) 前掲(3)，p5.

(9) 前掲(3)，p6.

(10) 前掲(3)，p6.

(11) 前掲(3)，p5.

(12) この文言は，河野が「前掲(3) の「序」p2.」で用いている表現である．

(13) 前掲(12)

(14) 前掲(12)

(15) 前掲(12)
(16) 前掲(12)
(17) 河野三五郎『私の算術作図研究』文教出版,1929 年 10 月 18 日，pp9-12.
(18) 前掲(17)，p9.
(19) 前掲(17)，pp14-16.
(20) 前掲(17)，pp13-14.
(21) 前掲(17)，p17.
(22) 前掲(17)，p17.
(23) 小倉金之助，鍋島信太郎『現代数学教育史』大日本図書,1957 年 9 月 1 日，p385.
(24) 前掲(17)，pp17-18.
(25) 前掲(17)，pp18-20.
(26) 前掲(17)，p34.
(27) 前掲(5)，p10.