

教科書にみられる算数・数学と社会生活との 関連性に関する研究 —リボンを4等分するには—

松本 金矢*・左右田睦月**・守山紗弥加***

A Study of the Connection between Mathematics and Normal Life
in Authorized Textbooks

Kin'ya MATSUMOTO, Mutsuki SAYUDA and Sayaka MORIYAMA

要　旨

三重県内で利用されている算数の検定教科書を対象として、記載されている例題・演習問題について、現実的な事象との関連性を検討した。その結果、様々な研究者が長年改善の必要性を指摘してきたにもかかわらず、不適切と考えられる問題が多く提示されていることが明かとなった。これらの不適切な問題に対して、算数・数学の学習内容を直接的に応用することが求められる技術・ものづくり教育を中心に、具体的な問題の改善を提案した。

1. はじめに

PISA（OECD生徒の学習到達度調査）の2012年の調査結果¹⁾が発表され、日本は数学的リテラシーにおいて数学的応用力が上位国に比較して低いことが指摘されている。同時に行われたアンケート調査から、日本では「算数が将来の仕事の可能性を広げてくれる」と答えていた生徒が全体の半数程度にとどまっていることが報じられていた。OECD加盟国の中では極端に低い数値である。

学校現場における指導・助言者としての立場で授業参観を行った際、小学校4年の算数の授業（小数の割り算の単元）で次のような教科書²⁾の演習問題を解く場面があった。

「9.48mのリボンを4人で等分すると、1人分は何mになりますか。」

9.48mを4で割り2.37mを求めるというものであるが、果たしてリボンを4等分するのに、長さを測った

り割り算で求めたりする者がいるであろうか。リボンを4つに折って切るというのが通常の行為である。つまり算数の教科書には、小数の割り算を教えるのに割り算が必要ない場面が取り上げられており、検定を受けてもそれが何ら指摘されずに掲載されているのである。このリボンの問題を授業後の検討会や大学での講義で紹介しても、誰もその不自然さに気付かないという事実に、ことの重大さが表れている。そのような教育を受けた学生や教師までもが、何の疑問も感じることなくこのような問題を受け入れているのである。このように、検定を受けた教科書においてすら必要なない計算が求められていては、算数が実際の生活や将来に役立つと感じられない子ども達がいても仕方のないことかも知れない。

小学校算数の学習指導要領³⁾の目標では、「算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てる

* 三重大学教育学部技術・ものづくり教育講座

** 三重大学大学院教育学研究科理数生活系教育領域

*** 三重大学高等教育創造開発センター

とともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。」とあり、実生活や他の教科に応用することも必要とされている。

算数・数学を応用する力をつけるためには応用問題を解かせればよいのではなく、実際に応用することが重要であると考える。算数・数学を直接的に応用する学習の一つとして、技術・ものづくり教育の場面がある。しかしながら、欧米の先進諸国をはじめ多くの国々で、小学校1年から高校3年までの12年間にわたって技術教育が実施されているにもかかわらず、日本だけが中学校の3年間のみでしかも週1時間足らずしか技術教育が実施されていない（図1参照）。このことは、日本の子ども達の数学的応用力の不足と無関係ではないのではなかろうか。

このような背景から、本研究では三重県で採用されている算数の検定教科書の一部を対象として、掲載されている例題や演習問題を調査し、現実的な事象との関連性について検討するとともに、主に技術・ものづくり教育の視点から改善を提案することを目的としている。

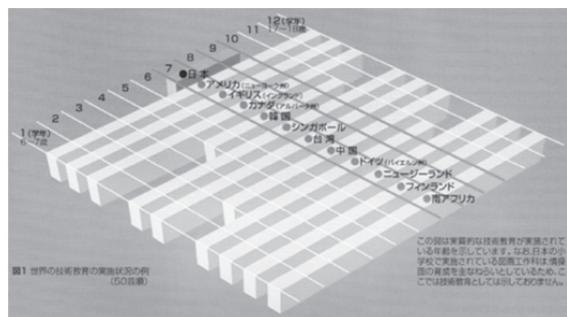


図1 世界の技術教育の実施状況
(日本産業技術教育学会パンフレット⁴⁾より)

2. 先行研究

本研究に関わる先行研究として、次の2つの視点から整理する。1つは、算数・数学の教科書を対象とした研究において何が分析対象とされてきたかを概観することである。もう1つは、子どもの学びの捉え方や子ども自身の学習観に関わる動向を確認することである。

前者としては、教科書で取り上げられている問題の内容や傾向を分析するものが比較的多く見られる。久保ら⁵⁾⁶⁾は社会における現象や問題を解決するのに必要な力や感覚を「算数・数学と社会をつなげる力」と捉え、その視点から小・中・高等学校教科書の調査・分析によって社会の現象を数学の対象に変えたり検証したりする問題や、社会や文化とのつながりに関する

意識や態度にかかわる問題の少なさを指摘している。また、教科書の非現実性に対する授業改善の一つの指向性として、世界的にも認知されている「数学的モデリング」の概念による研究も進められている。数学的モデリングとは、社会における現象や問題を算数・数学で扱う際、それらを算数・数学の対象に変換し、その上で算数・数学の手法を使って処理し、その結果を社会の現実場面に照らして検証するという算数・数学教育における問題のモデル化の過程のことを指す。例えば橋本ら⁷⁾は、数学を身近なものと生徒に感得させる数学的モデリングについて、中学校数学における「階段の問題」や「テニスサーブの問題」を提案し、その授業過程を紹介している。これらは生徒たちが自ら現実場面で生じる事象を想起したり観察したりすることを通して、それらを数学的に考察・解明していく能動的な実践だが、現実事象のモデルへの置き換えや数学的枠組みでの思考など、高度な力が求められるものもある。また、数学モデルを用いて得た結果の現実場面における検証においては、考慮すべき様々な要因が存在する場合があることにも留意が必要である。

後者については、北村ら⁸⁾が、子どもたちが算数を学ぶことに意義を見出し、高い学習意欲を保持するには、学習内容の理解と同程度に、算数についての学習観が強く関係していることを小学校1~6年生への調査から明らかにしている。さらに市川の研究⁹⁾を引用して、認知カウンセリングの活動の中で来談する児童・生徒たちに見られる学習観として「結果主義」（思考過程よりも答えが合っているか間違っているかを大切にする）、「暗記主義」（答えを出す手続きや知識を憶え込むことを学習とみなす）、「物量主義」（単純な反復による習熟が学習だとし、工夫せずに学習時間や練習量だけを重視する）が見られることを紹介し、このような学習観が学習の形骸化を生み出しているという危惧を示す。

のことからもわかるように、子どもたち自身が日々の授業の中で取り組む算数・数学的活動によって、「算数・数学という学問と世の中の事柄が直接的に関連するものである」、あるいは「算数・数学が現実問題を解決するのに役立つ」ゆえに学ぶ意義がある、学びたい」という意欲・関心を育てていけるかどうかという問題は、先に述べたPISA調査を見ても重く受けとめる必要があろう。とりわけ義務教育段階にある児童・生徒にとって、主たる基本教材である教科書に記載される問題が担っている役割の大きさや重要性という点から見ても、問題に登場する「もの」と「こと」と子どもたちの生きる生活世界との関係、さらにそれらと数学的公理の関係に、より一層注意が向けられるべきである。

ところで、学校文化では頻繁に「基礎基本」と「応用」という言葉が使用される。教科書における基本問題に対しての「応用」問題は、「より複雑で生活現実に近い問題と捉えられてきたふしがある」ものの、「その問題自身は大人が学校文化用に想定し準備してきたもの」であると秋田¹⁰⁾によって指摘されている。秋田は小学校高学年算数の問題集から「基本問題：大、小2つの数の和は60で、大は小の2倍です。大はいくつですか」「応用問題：Aさんは3姉妹の2番目です。Aさんと姉の年齢の和は30歳、Aさんと妹の年齢の和は22歳です。またAさんと姉の年齢の差は、Aさんと妹の年齢の差の3倍です。Aさんは何歳ですか」という両問題を例に挙げた上で、3姉妹の年齢をこのようにして知る事態が生じることは現実生活の中でまず考えにくく、このような問題と解答はいわば「クイズ」や「ゲーム」状況であると指摘している。先のリボンの問題と同様、このような問題であっても子どもたちは何の疑問も持たずには解答する姿勢が身についてしまっているのである。この状況は1980年代後半頃にはすでに懸念の対象となっており、駒林ら¹¹⁾によって小学校5年生に与えた5/6m×3mという式に基づいた作問問題に対する奇妙な解答例や、問題に対して「おかしさ」を感じ、「これは算数の問題だから本当に数字でもおかしくない」と考える子どもが少なくはないことなどの調査も行われている。

以上のことから、教科書問題に関する様々な指摘やそれに対する改善策も検討されており、子どもの学び・学習観に関する傾向や問題点も明らかにされてきていながらいまだ、教科書問題には不適切さが見受けられる。あらためて、義務教育段階において主たる教材としてふれる教科書に登場する＜もの＞とその扱われ方に着目し、現実性や社会生活とのつながりという観点からそれらを検討することには意味があるだろう。その上で、技術・ものづくりに関連した改善案を提起したい。

3. 教科書の調査

三重県で採用されている小学校算数の検定教科書5年上¹²⁾、下¹³⁾、6年¹⁴⁾を対象に分析する。まず、掲載されている問題の中から、算数を学ぶ上で現実性という点で不適切と思われる問題を取り上げ、この対象問題を表1の4つのカテゴリに分類する。

各カテゴリで対象とする問題の実例をあげて、その問題点を検討する。

表1 不適切な例題の分類

カテゴリ	内容	問題数
A	因果関係の逆転	17
B	不自然な問題	8
C	問題の性質に合わない対象	14
D	必然性がない問題	9

(1) A：因果関係の逆転

「れなさんの家には、生後10日の犬がいます。今の体重は630gで、生まれたときの体重の1.8倍です。生まれたときの犬の体重は何gでしたか。」(5年上, p.59)

この問題では、生まれたときの子犬の体重に対する10日後の体重の倍率が与えられ、10日後の体重をその倍率で割ることで生まれたときの体重を求める想定している。しかし、時間差があるために物理的に比較不可能な物体の重量比が先に与えられ、その前にわかっていないければならない元の体重を割り算によって求めるという因果関係の逆転が生じている。生まれたときの体重がわからなければ、10日後の体重が1.8倍になったという事実は知り得ない。同じように、町の面積や卵の重さ、小学校の児童数など、個々の値が未知であるのにそれぞれの比率が与えられているような問題が数多く出題されている。このように現実の事象と逆の順序で数値を示されると、生徒には数値同士の関係（除数と被除数）について混乱が生じる可能性があるのでないだろうか。

(2) B：不自然な問題

「なみさんの家からスーパーまでは、歩くと2/7時間、自転車では2/15時間かかります。歩いていくときにかかる時間は、自転車で行くときにかかる時間の何倍ですか。」(6年, p.73)

これは、分数の計算をさせるためだけに作られた問題であると考える。生活する上で時間を分数で表す場面は考えにくく、仮にアナログ時計の分針の角度から見た場合でも、分母が7や15になることはないと思われる。子どもたちの日常からすると、非常に不自然な問題であると言える。

(3) C：問題の性質に合わない対象

「あるノートと筆箱の、2000年のねだんと2010年のねだんは、それぞれ下のようになっています。2000年から2010年にかけて、ねだんの上がり方が大きいのは、どちらといえますか。」(5年上, p.60)

一般的に、全く同じ筆箱が10年間変更されることなく販売されるとは考えにくく、デザインや内容が変更されるものの価格を同じ土俵で比較することは困難である。生徒にとって身近なものを取り上げることが必ずしも適切であるとは限らない。石油や金など、内容

が変化することなく価格が変動するものを対象とすべきである。

「ある道路をほうそうするのに、A の機械では 15 日、B の機械では 10 日かかります。A、B の機械を同時に使うと、この道路をほうそうするのに何日かかりますか。また、C の機械でこの道路をほうそうするのに、12 日かかります。A、B、C の機械を同時に使うと、ほうそうするのに何日かかりますか。」（5 年上、p.151,152）

この問題は、道路工事を個別の機械で行った場合の工期から、同時に稼働した場合の工期を推定する問題であり、個別の装置が単独で処理を終えるのに必要な時間だけが与えられ、複数の装置による処理時間を求めるという形式の問題である。教科書の挿絵から、一本の道路を縦一列に並んで 3 つの機械を同時に作動させているが、実際にはそのような工法は考えにくく現実性が乏しい。他には複数の蛇口から水槽に注水する問題など、計算方法に合った仮想現実の問題が作り出されている。

(4) D：必然性がない問題

「A、B2 つの回転寿司店があります。A の店では、すしが 5 分間に 35m 進みます。B の店では、すしが 2 分間に 16m 進みます。すしが進む速さは、どちらの店が速いでしょうか。」（6 年、p.111）

回転寿司店のコンベアの移動速度を比較することはほとんどなく、知ることに重要な意味は感じられない。同じページに示される新幹線の速度を比較するような問題であれば、移動距離や移動時間が提示されており、比較することは容易であるが、回転寿司の場合は、移動距離や移動に必要な時間が提示されることもなければ、測定することも困難な対象である。

4. 改善提案

前章で指摘した教科書の演習問題について、主に技術・ものづくりの観点から、改善案を提示することを試みる。技術・ものづくりでは、算数・数学の手法を直接的に応用する場面が多いが、前述したように、日本の学校教育では技術の授業時数は他国に比べ極端に少ないため、算数・数学において技術・ものづくりを対象とした演習問題を設定することが有効であると考える。

まず例として、本論文冒頭で紹介したリボンの等分の問題について考察する。リボンを 4 つに折ってびんと張り、両端が一致すれば各リボンの長さは同一になるというのは、数学の長さに関する基本的な考え方である。割り算を教えるのにリボンの等分を用いるのは、図画工作ではさみの使い方を教えるのに粘土を切ることを例に示す、あるいは国語で季語の説明に短歌を例

に使うようなものではないだろうか。このような例示をしている教科書は、おそらく検定は通らないであろう。しかし、算数では認められているのである。

ここでは折り曲げることができず小数の割り算が必要となるようなものに置き換えるという改善を考えられる。

「長さが 90cm の板があります。のこぎりで切断して 3 等分すると、1 枚の長さは何 cm になりますか。ただし、切りしろを 0.3cm とします。」

実際に木材を切断する場合には、切りしろが必要となるため、元の長さを単純に 3 で割って 30cm することはできない。また木材は、かつて日本で用いられていた寸や尺といった単位を元に製材されているため、おおよそ 30cm の倍数の長さで販売されている。したがって、木材加工製品を設計する際には、入手可能な木材を切断に必要な切りしろを含めた寸法で材料取りを行わなければならないという、ものづくりにおいては基本となる考え方である。また、割り算の単元であるから割り算だけを行えばよい、という学習の形骸化を防ぐこともできる。

このように、技術・ものづくりにおける設計や製作を想定すればわかるように、実際のものづくり場面では、材料の計測や加工を行うため、直接的に数式などを現実事象の中に活用する場面が想定され、より具体的かつ現実的な考慮、思考が必要となる。数学で得た知識だけを仮定・仮想の世界の中だけで形式的に操作できればよいのではなく、自身の持っている様々な知識を活用し、より複雑で複合的な現実事象を解決することが要求されるのである。

ここでは、前章の A～D の問題に対応する改善案を示す。

(1) A：因果関係の逆転（小数の割り算）

ある数値「元の数」を何倍かした結果得られた値「後の数」があり、この後の数を倍率で割ることによって元の数を求める問題である。このような問いは逆問題といい、技術・ものづくりにおいては様々な場面で必要とされる。必要となる強度を満足するための寸法を求めたり（設計問題）、実験結果からその原因である物体の性質を求めるもの（パラメータ同定）、さらには、不具合から故障箇所を見つけ出すような場合（診断・推定問題）等が考えられる。しかしここで示した教科書の問題では、単に数値の提示が現実とは逆になっているだけである。この改善案として、歯車の設計を考える。

「大きさの違う A と B の 2 つの歯車があります。これらをかみ合わせて回すと、B の歯車は A の歯車の 0.3 倍の速さで回ります。B の歯車を 1 時間に 60 回転させるためには、A の歯車を 1 時間に何回転させればよい

でしょう。」

時計の針などは特定の速度で回転させる必要があるが、回転数比は歯車の歯数の比率から求められる。したがって、「元の数」に当たるモーターの回転数を、「後の数」に当たる秒針の回転速度と歯車の回転数比から求める問題である。

与えられる条件と求めるべき答えとの関係を正しく反映させた例を用いることで、生徒に混乱を生じさせることを防ぐことができるのではないだろうか。

(2) B：不自然な問題（分数の計算）

日常生活で分数を用いる場面は少ない。前節では2/7時間や2/15時間など、時間を分数で表すという不自然な問題を指摘したが、教科書には他にも米3/50や7/6dℓのペンキ、牛肉8/5kg、4/30で6/5kgの油など、日常生活で見かけることがないであろう数値が並べられている。

分数を用いるのは、整数比に分割するものや、整数比で表されているものの数値を扱う場合である。例えば、調理などでは、食べる人の数が整数で表され、5人分の料理に必要な食材が示されることが多く、それを基に異なる人数の調理を行うときなどがこれに当たる。また、音階を表す純正律は音の周波数が整数比となるように決められており、笛の穴の位置や木琴の長さ等、それを基にした楽器作りにはこれら分数の計算が必要となる。ここでは、技術・家庭の調理を例に改善案を考える。

「ある料理を5人前作るのには2と1/2カップのスープが必要です。3人前ではスープはどれだけ必要でしょうか。」

「ピザが5枚あります。一人3/8枚ずつ食べるすると、何人分になるでしょうか。20人分用意するには、あと何枚必要ですか。」

ピザやケーキなどは、1つの大きさが決まっており、それを等分割するものの例である。ピザ3/8枚とは、1枚のピザを8等分したシート3枚分を意味する。

このように、日常においても分数で表記される対象を用いることで、分数の計算の必要性を理解させることができると考える。

(3) C：問題の性質に合わない対象（比率の計算）

前章Cで示したのは、全体量と部分の割合の関係を考えさせる問題であるが、道路工事の場合には全体量は工事ごとに異なり、全体量の処理時間は各機械の単位時間当たりの処理能力を用いて求めなければならない。一定量の仕事が繰り返し必要で処理時間が事前に測定され、しかも複数の装置を用いた処理が行われる例としては、田植えや稲刈りなどの農作業が考えられる。

「30アールの田の稲刈りを行います。Aの稲刈り機で

は3時間、Bの稲刈り機では4時間かかります。A、Bの稲刈り機を同時に使うと何時間かかりますか。」

日本国内の水田は、耕地整理により30アールないしは1ヘクタールに区分けされていることが多く、一定量の作業が繰り返し行われている。また、1枚の田の作業を複数台の機械で行うこともあり、作業機械の処理能力は単位時間当たりの面積では示しにくいため、経験則として全体量（一定面積の田）の処理時間が目安となる。

このように、単元内容と実際の事象とが合致する問題を提示すべきであると考える。

(5) D：必然性がない問題（速度の計算）

速度の計算では、少なくとも移動距離と移動時間が事前に示されている必要がある。また、学習者にとって計算の必要性が感じられる問題とするべきではないだろうか。

「自宅から5km離れた駅まで行くのに、自転車では15分、自動車では10分かかります。それぞれの平均の速度を求めてください。また、平均速度が変化しないとすると、自宅から9km離れたB町まで行くのに掛かる時間はそれぞれいくらでしょう。」

「東京駅から福岡駅まで1200kmを移動するのに、新幹線では5時間かかります。一方、羽田空港から福岡空港まで900kmを飛行機で移動する場合は2時間30分かかります。平均の速度はそれぞれいくらですか。」

本来、移動時間や距離が提示されていたら実際に測定が可能である問題でなければ、速度の計算を行うことはできない。また、速度を比較する目的として、異なる目的地までの移動時間を推定できるなど、日常生活に応用できることが有効と考える。

5. まとめ

小学校算数の教科書を調査し、現実的な事象との関連性について検討した。その結果、社会や文化とのつながり、子どもたちの学びの捉え方や学習観などから、長年指摘されているような問題が今なお教科書に見られることが明かとなった。これらの問題を整理し個別に不適切性を検討すると共に、技術・ものづくりの視点を中心に具体的な改善案を示した。

2012年度より学習指導要領が改訂され、特に算数・数学や理科の授業時数が増加されたが、一方で技術・家庭などそれらの応用に関わる科目は減少されたままとなっている。「生きる力」を育むことを目指したこの度の改訂を受けてもなお、算数・数学教科書には現実的な事象との関連性の低い問題や不適切と思われる例が多く示されている。算数・数学は自然科学の基礎をなすものであり、社会生活と密接につながっているた

めその影響は大きい。本当の意味で「生きる力」を育むためには、基礎的・基本的な力を身につけさせ応用問題に取り組ませるだけでなく、それを現実世界に応用する体験的・実践的な学習も必要であると考える。日本の科学技術立国としての危機が叫ばれて久しいが、算数・数学、理科の充実だけで対応出来るものではなく、義務教育の抜本的な改善を図る必要があると考える。

参考文献

- 1) 『OECD 生徒の学習到達度調査～2012 年調査国際結果の要約』、文部科学省国立教育政策研究所（2013）
- 2) 『新しい算数 4 下』、東京書籍（2011）
- 3) 『学習指導要領 生きる力』、第 2 章各教科・第 3 節算数・第 1 目標、文部科学省（2008）
- 4) 「今、世界の技術教育は？」、『日本産業技術教育学会パンフレット』（2006）
- 5) 久保良弘・長崎栄三・五十嵐一博・牛場正則・島崎晃・島田功・西村圭一・久永靖史・宮井俊充・牧野宏・松元新一郎、「算数・数学と社会のつながりに関する小中高の算数・数学科教科書の比較」、『数学教育論文発表会論文集』、35, pp.115-120（2002）
- 6) 久保良弘・長崎栄三・五十嵐一博・牛場正則・島崎晃・島田功・西村圭一・久永靖史・宮井俊充・牧野宏・松元新一郎、「数学と社会のつながりに関する中学校・高校の数学科教科書の分析」、『数学教育論文発表会論文集』、34, pp.289-294（2001）
- 7) 橋本吉彦・池田敏和・平出雅一・齋藤雅人、「数学を身近なものと生徒に感得さる数学的モデリングに関する研究」、『横浜国立大学教育人間科学部紀要 I 教育科学』、6, pp.51-63（2004）
- 8) 北村剛志・森田愛子・松田文子、「児童の算数学習への意欲と関連要因」、『広島大学心理学研究』、第 2 号、pp.109-117（2003）
- 9) 市川伸一、「－認知カウンセリングから見た－学習方法の指導と相談」、プレーン出版（1998）
- 10) 秋田喜代美、『子どもをはぐくむ授業づくり』、岩波書店（2000）
- 11) 駒林邦男、「『学校知』の学び（「学校的認知」と日常的認知」、『岩手大学教育学部附属教育実践総合センター紀要』、第 2 号、pp.19-41（1992）
- 12) 『新しい算数 5 上』、東京書籍（2015）
- 13) 『新しい算数 5 下』、東京書籍（2015）
- 14) 『新しい算数 6』、東京書籍（2015）