

意思決定の立場から見たファジィ事象の概念とその応用

三重大大学教育学部情報教育講座

植 村 芳 樹

Concept of fuzzy events from view point of decision making

Yoshiki UEMURA

1. はじめに

我々は、ファジィ理論の中でファジィ事象に注目し、システムモデリングの見地から意思決定という分野にファジィ事象を適用する研究を行っている。本論文では、ファジィ理論の概要については、他の文献^[1]にゆだねることとする。また、意思決定法則の概要についても、他の文献^[2]を参考にされたい。

ファジィ事象の反対語は、排反事象である。この排反事象に基づく数学的な枠組みが「確率測度」である。個別の物体を Individual とみなし、結合は心の交わりがない通信手段しかないという場合、「この物体は、宇宙規模からいって排反事象」と言わざると得ないと考えられる。他方、たとえば、The Doctor for a Tree のように人間と植物との心が一体となり、植物の「痛い」というようなファジィ事象が、現実には発生しているのも事実である。また、母親が赤子の鳴き声一つで、赤子が何を要求しているのかわかるような本能的なものも、赤子の感情をファジィ事象と見なせれば、ファジィ事象の一つの現象と考えられる。従って、心理学的なファジィ事象の概念は、「もし温かい心があるならば、生なる物は、心の上のファジィ事象である。」といっても、過言はないと考えられる。この研究領域は、心理学者の範疇である。

また、物体に魂があると考えられるならば、拡張した概念が考察できるが、社会的に賛否両論の特殊な能力を有するかもしれない人々にしか、いまのところわからない事項であり、この範疇は宗教学者の研究領域である。この研究領域に関しては、全く現在の数学では歯が立たない分野である。

我々は、心理学者や宗教学者ではなくシステムモデリングの研究者であるため、本来ならば、数学的な範疇の中でしか論じることとはできない。しかしながら、残念なことに心を測る物差しが、現状では存在しない。従って、現在のファジィ事象の数学的範疇の中での表現は、測ることのできる物差し（スピード、加速度、ハンドル角、試験の点数等）上にメンバーシップ関数でファジィ事象を規定する他に手段はない。このような状況から、現在のファジィ事象の適用は、エキスパートシステムに適用したファジィ・エキスパートシステム（ファジィ制御）や、意思決定法則に適用したファジィ・ベイズ意思決定法則しかないのが、現状である。

第2章では、心理学的角度から見た意思決定の立場からのファジィ事象の概念とその意思決定法則への応用をのべる。第3章では、宗教学的角度から見た意思決定の立場からファジィ事

象の概念とその意思決定法則への適用を述べる。第4章では、システムモデリングの見地から我々の研究の流れの紹介を行う。

2. 心理学的角度から見た意思決定の立場からのファジィ事象の概念

生なる物は、魂を持ち、魂の上に心を持ち、そのうえに意思を持つと考えられる。生なる物の意思の伝達は、言葉という手段以外に表情（顔や目等）や態度で表現される。例えば、心の交わりが深い関係を持つ2人ならば、目配り一つで相手が何を訴えているのかわかることができる。心の交わりの程度によって、目配りのようなセンサ入力があり、心の交わりの上にファジィ事象が発生し、このファジィ事象に基づいて意思決定がなされると我々は解釈している。

本章では、まず相性という事柄についてを実例を挙げて述べ（2. 1）、次に表情という事項について実例を挙げて述べ（2. 2）、最後に数学的な範疇からこれらの概念を意思決定法則へ適用することを試みる（2. 3）。

2. 1 相性について



写真1

我々は、ファジィ事象の概念を理解するため研究材料として、木製のレリーフを購入した。また、我々は意思決定のシステムモデリングの研究者であるため、奈良時代に鋳造された新薬師寺に安置されてある伐折羅大将^[3]の木製のレリーフを購入した。私が購入したレリーフは、写真1である。また、私の共同研究者である廣氏（奈良工業高等専門学校助手）が購入したレリーフは、写真2である。このレリーフを購入するのにあたり、荒井漆器店のご協力を得て、5品ほどの中から選択した。常に、私が研究材料を購入する際には、まず研究材料が我々に購入にしてみたいようなことを我々に訴えかけているように感じることがある。これは数学的及び工学的には全く未知の領域であるが、我々の心と研究材料の持つ心の交わりが強く、研究材

料が持つ訴えるものと我々が求めているものが一体となり（これが、ファジィ事象と考えている）、その研究材料との相性のメカニズムになっているものと考えている。

新薬師寺では伐折羅大将に代表される12の仏像が、薬師如来仏を中心に四方に展開するように配置されており、特に伐折羅大将が中心となって外敵に立ち向かうように配置されている。従って、このレリーフは、古来の日本では玄関に掛け、外敵からの自宅への悪魔や悪霊の進入を防ぐ魔除けの意味がある。従って、武士道精神の基本となる（Cool Head and Warm Heart）の意思が強く表れる研究材料である。この5品は、Cool Head and Warm Heartの意思を持った物から、Warm Heart and Cool Headの意思を持った物があり、この意思の強弱が5品すべて異なっている。私が購入したレリーフ（写真1）はHeartがHeadより少し前に来るような感じを受けており、廣氏が購入したレリーフ（写真2）は、HeadがHeartより少し前に来るような感じを受けている。現在の数学的範疇のファジィ理論的に言うと、HeadとHeartの強弱をメンバシップ関数で規定して、意思決定法則に應用するという議論に到達できる。しかしながら、HeadとHeartの順番も非常に影響される。我々は、オペレーションズリサーチの研

究者でもあり、OR は第2次世界大戦の産物である。我々は、平和主義者であるが、ここで少し日本の戦闘機搭乗員の話を参考にしたい。戦闘機の搭乗員には、2種類のタイプがあり、一つは対戦闘機用の搭乗員、もう一つは対戦略爆撃用の搭乗員が存在した。対戦闘機用の搭乗員は、決して敵自身を機銃でねらうことはなくエンジンをねらったそうである。これは、敵に脱出の機会を与え、決して人の命は奪わないという強い信念 (Warm Heart and Cool Head) に基づいている。しかしながら、もう一方のタイプの搭乗員は、対戦略爆撃用の搭乗員であるため、4発のエンジンの内の1つのエンジンを破壊しても戦略爆撃機を墜落させることはできない。従って、コックピットのパイロットの命を奪う他には撃墜する手段がない。従って、



写真2

これらの搭乗員は、Cool Head and Warm Heart の信念の強いタイプが選出されたと言われている。従って、この話からわかるように、現在の数学的範疇の Head と Heart の強弱をメンバーシップ関数で規定して、意思決定法則に適用するという議論を越えた問題となる。

本章では、OR を研究する立場の研究者の見地から、相性という事柄を考察した。

ここで、Cool Head and Dry Mind と Dry Mind and Cool Head の我々の概念についても述べておきたい。先ほどの戦闘機の搭乗員の例で言うと、タイプ1の搭乗員が何らかの状況によって敵のパイロットの命を奪わねばならなくなった際、Warm Heart が Dry Mind に変化してしまうと考えている (Cool Head and Dry Mind)。Dry Mind and Cool Head のタイプの人間に我々は遭遇したことはないが、たぶん敵を見れば誰でも殺してしまうというタイプではないかと考えられる。

2. 2 表情について

我々は、ファジィ事象の概念を理解するため研究材料として、面打ち師の広尾次郎市先生にお願いして、木製の能面を作成していただいた。この能面は、山姥と名付けられており、正面からの写真を写真3に、下屈みの写真を写真4に、上屈みの写真を写真5に掲載する。この山

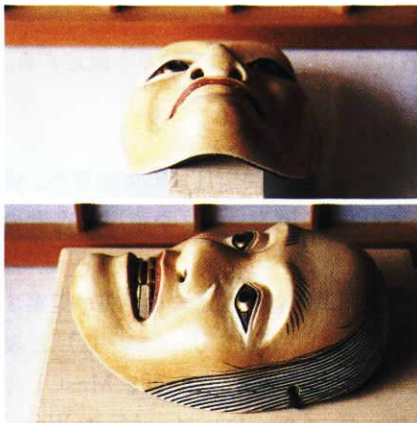


写真3



写真4

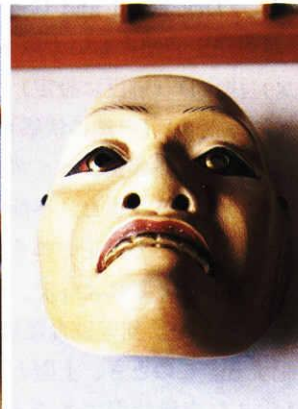


写真5

姥の伝説をしておく、金太郎という日本の伝説的なヒーローを育て、外敵から神山を守るために山奥に住んでいたという。写真4を見ていただくと、怒りの表情が強うかがわれる。写真5からは、悲哀の表情が強うかがわれる。このことは、2. 1で述べた Warm Heart から Dry Mind への変化が、この能面を見る角度によって我々に伝わってくる。

日本では、能面は心の鏡だといわれている。我々の気持ちが、そのまま能面の表情に現れ、自分の現在の心の心境を映し出してくれる鏡である。この山姥の面は表情を持っているが、女面に代表されるように全く表情を持たない能面も多数ある。特に、この表情を持たない能面は、いっそう強く心を映し出すように思われる。また、下屈みの場合は、泣いているように感じられ、上屈みの場合は笑っているように感じられる能面もある。一種類の能面によって、人間の喜怒哀楽をすべて表現できないため、様々な能面が作成されている。

2. 3 意思決定法則への適用

新薬師寺の12神将の仏像のなかに2. 1で紹介した伐折羅大将以外に、迷企羅大将^[3]の像が存在する。迷企羅という日本語を翻訳すると迷い企てるという意味を持ち、意思決定の本質は「迷い企てる」ことではないかと考えられる。

瀬尾^[4]は、キニー・ライフ流の効用関数の設定方法の拡張として、ファジィくじによって、無差別な領域を持つ効用関数を設定する方法とその効用関数による意思決定法則を構築した。

本節では、意思決定者の立場や状況に関する観測情報が伝達された後、意思決定者の心の上にファジィ事象が発生し、このファジィ事象のメンバシップ関数が規定できると仮定して、瀬尾が提案している無差別な領域を持つ効用関数を確定的な効用関数に変換し、期待効用最大化原理を用いて、意思決定を行う手法（迷企羅理論）を紹介する^[5]。

2. 1で述べたように意思決定状況における意思決定者の意識の状態として、以下の4通りの場合が考えられる。

- a) Cool Head and Warm Heart
- b) Warm Heart and Cool Head
- c) Cool Head and Dry Mind
- d) Dry Mind and Cool Head

意思決定問題において以下の2項について、意思決定者によって設定されていると仮定する。

ア) 決定D（排反に設定）

イ) $\pi(s)$ （自然の状態s上の事前確率分布）

この設定条件は、ベイズ意思決定法則では欠かせないものである。決定は意思決定者が、排反に設定する。また、事前確率分布は主観確率分布^[6]とも呼ばれ、過去データや意思決定者の信念に基づいて設定される。

ファジィくじによって、無差別な領域を持つ効用関数を意思決定者が設定する手法が提案されている^[4]。無差別な領域を持つ効用関数の上限を $U_m(s, D)$ 、下限を $U_h(s, D)$ と表記する。このとき、上限と下限は、以下のように解釈できる。 $U_m(s, D)$ は、Most Dry Mindな意識状況であるときの意思決定者の効用であり、 $U_h(s, D)$ は、Most Warm Heartな意識状況である時の意思決定者の効用であると解釈できる。

意思決定対象や意思決定状況から意思決定者に対する意思伝達後、意思決定者の心の中にファジィ事象が発生する。このファジィ事象の持つメンバシップ関数の横軸は、自然の状態 s であるが、縦軸は、意思決定者の意識の中での Mind と Heart のしめる度合いを表す。このメンバシップ関数を $M_{h,m}(s)$ と表記する。

ファジィ事象発生後の確定的な効用関数を以下に定義する。

(定義1) ファジィ事象の発生後の効用関数

$$U(s, D) = U_h(s, D) + (U_m(s, D) - U_h(s, D)) \times M_{h,m}(s)$$

具体的な意思決定は、事前確率と定義1の効用関数の基づいて、期待効用最大化原理を適用して行われる。

Fuzzy Decision Making は、本質的には曖昧な環境における曖昧な観測情報の下での意思決定法則と解釈できる。曖昧な環境における効用関数として、無差別な領域を持つ効用関数が提案されており、曖昧な観測情報の入力後、ファジィ事象が発生する。無差別な領域を持つ効用関数やファジィ事象のメンバシップ関数が何らかの方法で設定されたならば、Fuzzy Decision Making は、ベイズ流の期待効用最大化原理に帰着される。

本論文では、意思伝達の後、ファジィ事象が意思決定者の心の上で発生し、このファジィ事象のメンバシップ関数が規定できるものと仮定して、無差別な領域を持つ効用関数を確定的な効用関数に変換し、期待効用最大化原理に従って意思決定を行う手法を概説した。ここで、意思決定状況から受ける心のセンサ入力後、ファジィ事象の発生を考察し、Mind と Heart の意思決定者の意識にしめる度合いをメンバシップ関数で表現することを提案した。しかしながら、このメンバシップ関数を設定することは非常に困難である。また、生命に関わる決定を下すような意思決定問題においては、2.1で挙げたように、Headの前にMindが発生することが考えられる。このように意思決定問題においては、HeadとHeartもしくはMindの順番が問題となると考えられ、この順番をも考慮した意思決定法則を考察していく必要がある。

3. 宗教学的な角度から見た意思決定の立場からのファジィ事象の概念

本章では、魂、神仏と前世（来世を含む）が存在すると仮定する。ただし、霊についてまでの存在は仮定しない。

日本での信仰の対象は、様々ある。まず、最も一般的なものは先祖供養がある。次に一般的なものは、日本古来の信仰である。この日本古来の信仰も、日本各地にあり代表的なものに山岳信仰がある。天皇崇拝の信仰も伝統的に1800年以上続いているが、大和朝廷が唯一征服できなかった神山として、奈良県櫻井市の三輪山があることが古事記に記載されている。

宗教の基本は「我々が元気に生活できることを先祖や神仏に感謝し、その拝礼の仕方により礼儀を身につけ、余裕ができれば迷える人々に奉仕を行う。」ことであると考えられる。つまり、宗教の3本柱は、感謝・礼儀・奉仕であると考えられる。

本章では、まず神仏と人間との一般的な対話方法を説明し、次に日本の伝説に基づいた意思決定物語を解説する。

3. 1 神仏と人間との一般的な対話方法

3. 1. 1 で、日本の伝統的な神仏への人間から神仏と心の交わりを深めるための意思伝達方法を述べる。3. 1. 2 では、天命と呼ばれる神仏からのメッセージの一つである人との出会いについて述べる。

3. 1. 1 人間から神仏への伝統的な意思伝達方法

まず、先祖供養の代表的なものにお経を唱えることがある。通常は、彼岸と盆に僧侶によって先祖供養のために唱えてもらうことが多い。しかしながら、伝統的には天災等の際に、修行を積んだ僧侶が、悩める人々の願いを込めて、お経にその人々の魂の叫びを託し、神仏に訴え掛ける風習がある。

次に、盆の時期に盆踊りという風習が日本各地に存在する。盆踊りは、音頭という音楽によって、人々が踊るわけであるが、これも先祖供養の日本の伝統的行事である。一年間の無事に対する感謝の気持ちを先祖や神仏に伝えるメッセージである。

我々は、人間から神仏へ上記で述べたような意思決定伝達によって、魂の叫びを神仏に訴えることで、その訴えが神仏に聞き届けられ、神仏と人間との心が一体となり、その心の交わりの上にファジィ事象が発生すると考えている。その後神仏の心の上で発生したファジィ事象に基づいて、神仏が意思決定を行うと考えている。

3. 1. 2 神仏から人間への意思伝達方法

日本のことわざに、親子は1世・夫婦は2世・主従は3世というものがある。人との宿命的な出会いや物との運命的な出会いは、神仏からのメッセージ（天命）としか解釈できない。この宿命的な出会いや人間としての先祖、神仏及び人間とのつきあい方については、日本の伝統芸能の一つである浪曲で語り継がれている。

3. 2 日本の伝統的な意思決定物語

日本の伝説の中で、江州音頭（盆踊りの歌の一つ）にまで取り上げられている夜叉が池の物語を紹介する。日本は、米を主食とする農業国であるため、干ばつが、一番天災の中で恐ろしいことであった。

（夜叉が池の物語）

ある地方に干ばつが起こり、田植えができない状況になった。ここで、農民が非常に困り神仏にすがり、お経にこの思いを込めて一心不乱に願を神仏に掛けた。このとき、神仏の人間界への伝達役である夜叉が池に住む白蛇様が、山伏に姿を変え、神仏に呪文を唱えると天から雨が降り、無事田植えができた。

ここで紹介した夜叉が池の物語と同様な伝説は、日本各地にある。江州というのは、現在の滋賀県であり、私が育った奈良県の隣の県であるためこの物語を取り上げた。ちなみに奈良県の盆踊りは、河内音頭が主流であるが、江州音頭も取り上げられている。

3. 1 で述べたことは、2. 1 で述べた相性の概念を一步踏み越えた問題であり、本論文では

意思決定の立場からファジィ事象をとらえている関係上、これ以上論じない。一般に、酒の製造において、モーツァルトの曲を演奏しながら製造すると、演奏しないで製造した酒よりも、美味であるといわれている。神仏と人間との対話方法については、この酒の製造方法からわかるように何かメカニズムがあると考えられ、物理学的・数理的にも研究されているが、未だその報告はなされていない。しかしながら、近い将来にはそのメカニズムが、物理学的もしくは数理的に解明されそうである。

4. システムモデリングの立場からのファジィ事象における意思決定法則の確立

応用統計の分野での我々の研究は、「自然の状態をメンバシップ関数によりファジィ事象に変換し、この変換されたファジィ事象における効用関数表（損失関数表）に基づく意思決定法の確立」に位置づけできる。本論文では、ファジィ測度の数学的な適用をできるだけ避け、我々の研究の概要と流れを参考文献に沿って、説明する。

奥田ら^[8]は、ベイズ意思決定法則における自然の状態上にメンバシップ関数によりファジィ事象を規定し、このファジィ事象に基づくファジィ・ベイズ意思決定法則を定式化した。しかしながら、この定式化には2つの問題点が残っていた。まず、ザデーが提案したファジィ事象の確率^[9]を適用したため、ファジィ事象のメンバシップ関数に直交条件が必要となり、意思決定者のファジィ事象の設定には、厳しい条件であった。次に、ファジィ事象の導入で集約されたファジィ効用値の設定方法が確立されていなかった。これらのことに注目し、我々は、次のような研究を行ってきた。

まず、無差別状態と判定保留の概念を導入し、奥田らの意思決定法則の拡張を試み、ファジィ事象の確率の適用限界を示し、ファジィ事象の確率が適用できない問題に対しては、ザデーのファジィ事象の可能性測度^[10]を適用することを提案した^[11]。

第2に、ザデーが定義した写像の拡張原理を用いてファジィ事象の効用の可能性分布（ファジィ効用関数）を導出し、スカラー倍と和の拡張原理により期待効用の可能性分布（ファジィ期待効用関数）を導き、ファジィ数間の大小関係の指標を用いて、最適決定を導き出す法則を定式化した^[12]。

第3に、田中らが構築した正規可能性理論^[13]を上記の意思決定法則に適用し、正規可能性意思決定法則を提案した^[14]。

第4に、ザデーが定義した写像の拡張原理を用いて、ファジィ事象の可能性分布を導出し、ファジィ効用関数からの代表値としてファジィ効用関数値を設定し、スカラー倍と和の拡張原理によりファジィ期待効用関数を導き、ファジィ数間の大小関係の指標を用いて、最適決定を導き出す法則を定式化した^[15]。ここで、このファジィ効用関数からの代表値の設定方法の確立により、奥田らの第2の問題点の解決となった。

第5に、ファジィ事象の可能性分布の代表区間の設定方法を確立し、この代表区間とファジィ効用関数値との区間演算にて、ファジィ期待効用の代表区間を導き、区間の大小関係により、最適決定を導出する簡易意思決定法則を定式化した^[16, 17]。ここで、第2～第4の意思決定法則で問題であった積と和の拡張原理を用いることによるファジィ期待効用のあいまいさの増大を代表区間を用いることで防げることが可能になった。

最後に、観測情報の下での簡易意思決定法の拡張を行った^[18]。

奥田らの定式化において、観測情報のファジィ化（ファジィ観測情報）や決定のファジィ化（ファジィ決定）も提案されている。しかしながら、観測情報はセンサー等から値で入力されるのが通常であるし、決定はあくまでも排反であるのが普通であると考えられる。従って、我々の研究では、ファジィ観測やファジィ決定までは、考察しない予定である。

5. 今後の研究課題

本論文では、意思決定の立場からのファジィ事象の概念とその意思決定法則への応用・モデル化について説明した。ファジィ事象自身の概念は、非常に奥が深く、意思決定の立場からファジィ事象の概念を取らえた概念について解明されている範囲で論じた。しかしながら、解明されていない部分がまだまだ存在し、この課題はファジィ事象の問題だけでなくファジィ理論自身の問題であるともいえる。しかしながら、もし、ファジィ事象の概念が確立したとしても、現在の数学的範疇の中でモデル化することは非常に難しい。

本論文で論じた意思決定の立場からのファジィ事象の概念を数理的にモデル化できれば、現段階の意思決定理論を一步踏み越え、コンピュータ自身が本当の意味での意思決定をある程度できるようになると考えられる。

まだ、挑戦しなければならないファジィ事象の概念と研究材料（写真6）がある。2章では、能面のみを取り上げたが、写真6のように実際の能の様子を一刀彫りで表現した研究対象がある。この彫刻（奈良人形ともいう）の概念をつかんだとき、意思決定の立場からだけではなく、本当の意味でのファジィ事象の専門家になれると確信しており、デスクの上に並べて探求している。能自体が、日本の奥深い伝統芸術であり、奈良人形の心を理解するまでには未だ至っていない。



写真6

最後に、我々が心理学的及び宗教学的に意思決定の立場からファジィ事象をとらえた概念を紹介することによって、その領域の専門家の方々のファジィ事象に対する一つの取り組み方に本論文が貢献できることを期待する。

参考文献

- [1] Zadeh L., Fuzzy Sets, Information and Control, Vol. 8, No. 3, pp. 338-353, 1965
- [2] Press S., Bayesian Statistics, Wiley & Sons, 1989
- [3] 12神将、毎日新聞社, 1987

- [4] 植村、ファジィ事象の概念とその意思決定法則への応用、応用統計学会第16回シンポジウム講演予稿集、pp.12-13, 1994
- [5] 瀬尾、思考の技術、有斐閣, 1994
- [6] 植村、ファジィ事象の概念とその迷企羅理論での位置づけ、日本行動計量学会 第23回大会論文集、pp. 94-95, 1995
- [7] Savage J., The Fundation of Statistics, Wiley, 1954
- [8] 奥田、田中、浅居、Fuzzy事象における意思決定問題と情報量、計測自動学会論文誌、12, pp.63-68, 1976
- [9] Zadeh, L., Probability Measures of Fuzzy Events, J. of Mathematical Analysis and Applications, 22, pp. 421-427, 1968
- [10] Zadeh, L., Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, 1, pp. 3-28, 1977
- [11] 田中、石淵、正規可能性分布による証拠理論、システム制御情報学会論文誌、5, pp. 235-243, 1992
- [12] Uemura, Y., The limit of using Probability of a Fuzzy Event in a Fuzzy Decision Problem, Control and Cybernetics, 24, pp. 234-238, 1995
- [13] 植村、ファジィ事象における意思決定法則、日本ファジィ学会誌、3, pp. 123-130, 1991
- [14] Uemura, Y., A Normal Possibility Decision Rule, Control and Cybernetics, 24, p p. 103-111, 1995
- [15] Uemura, Y. and Sakawa, M., A Decision Rule on Possibility Distributions of Fuzzy Events, Cybernetics and Systems, 24, pp. 69-80, 1993
- [16] 植村、坂和、ファジィ事象の可能性分布分布による簡易意思決定法、日本ファジィ学会誌、5, pp. 528-536, 1993
- [17] Uemura, Y., A Simple Decision Rule on Fuzzy Events, Cybernetics and Systems, 5, pp. 401-409, 1993
- [18] Uemura, Y., A Decision Rule on Fuzzy Events under an Observation, J. of Fuzzy Mathimatics, 1, pp. 39-52, 1993