

体験を通して学ぶ高等学校数学科の「課題学習」

－「図形と計量」の実践を通して－

田中 伸明*・森西 基雄**・傳道 政男***

平成21年3月に告示された「高等学校学習指導要領」では、数学科の科目である「数学Ⅰ」および「数学A」において「課題学習」が位置付けられ、「数学的活動」を通して、「生徒の関心や意欲を高める課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識できるようにする」とされている。

本稿は、この「高等学校学習指導要領」の理念に沿って実施した、「図形と計量」の「課題学習」の実践報告である。生徒に「校舎等の高さを測る」という課題を与え、グループワークにより、建設業務用の「測量器」を操作させ、さらに図形の「性質や定理」を積極的に活用させ、課題解決をねらった。

「数学的活動」を通して、三角比を用いた計量の考えの有用性を認識させ、事象の考察に活用させる実践の報告である。

キーワード：高等学校、課題学習、数学的活動、三角比、測量

1. はじめに

平成21年3月に告示された「高等学校学習指導要領」(以下「新学習指導要領」)において、数学科の目標は、

「数学的活動を通して、数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め、事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる」¹⁾

とされている。目標の冒頭にある「数学的活動」とは、

「数学学習にかかわる目的意識をもった主体的な活動」²⁾

と定義されるもので、「新学習指導要領」では、「数学的活動」は、数学科の目標を達成するための最も重要な手段として位置付けられているのである。

三重県立尾鷲高等学校(以下「本校」)は、現在は1学年7クラス(普通科(スタンダード3、プログレッシブ1)、情報ビジネス科2、システム工学科1)の計21クラスの尾鷲・紀北地区で唯一の高等学校である。本校では、「個に応じ、個を生かす教育」を教育方針とし、確かな学力・豊かな心を持った人材の育成を目指している。その中で、数学科は「義務教育段階からの学び直し実践による研究授業」に取り組んできた。「新学習指導要領」が、平成24年度から先行実施されることを契機として、平成22年度には、三重県教育委員会「新学習

指導要領に対応した授業実践研究事業」を受け、生徒が目的意識を持って主体的に取り組む「数学的活動」を重視した教材開発と、その実践研究を行うこととした。本稿はその報告である。

2. 先進校調査

「新学習指導要領に対応した授業実践研究事業」において、まずは先進校調査をすることにし、広島県立神辺旭高等学校を、平成22年10月12日に訪問した。

広島県立神辺旭高等学校は、平成21、22年度「教育課程研究指定校事業」の実施校であり、平成22年度「高等学校学力向上対策事業」(チャレンジ・ハイスクール)の指定校でもある。

数学科では、国の指定を受けて、授業で積極的なグループワークを行い、特に「新学習指導要領」で重視されている「課題学習」を行うため、座学だけではなく、実験を数学の学習に取り入れるなど、「体験」を通じて数学への興味関心を高め、数学を身近に感じる授業を実践している。

そのような神辺旭高等学校の実践にヒントを得、本校では、数学Ⅰの「図形と計量」を一通り学習したプログレッシブコース(1年生1組)を対象に、授業で学んだことを応用し、グループワークを通じて、自分たちで解法や答を導く「数学的活動」を重視した「課題学習」を計画することにした。

3. 課題の設定

この「課題学習」では、巻尺等で直接測ることのでき

* 三重大学教育学部数学教育講座

** 三重県立尾鷲高等学校数学科

*** 三重県立尾鷲高等学校数学科

ない「高さ」を求めることを課題に設定した。次の「課題1」および「課題2」である。

[課題1] 校舎の屋上の高さPHを求めること。(図1)

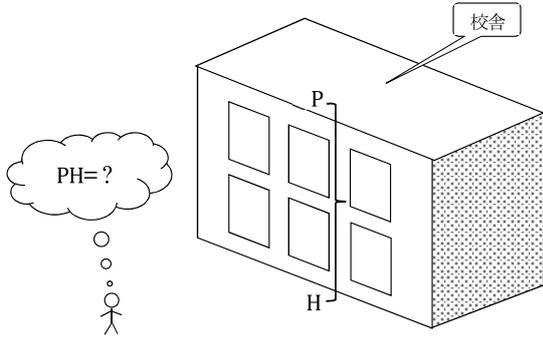


図1

「課題1」は、以下の「図2」において、離れた場所から校舎までの水平距離AHと、その場所から見上げた校舎屋上の仰角 θ 、測量者の目の高さAA'の3つの値を実測し、以下の「解1」に従うのが通例である。

[解1]

「図2」において、距離AHと目の高さAA'および仰角 θ を実測して、

$$PH' = A'H' \tan \theta$$

$$HH' = AA', \quad A'H' = AH$$

であるから、

$$PH = PH' + HH'$$

$$= A'H' \tan \theta + HH'$$

$$= AH \tan \theta + AA'$$

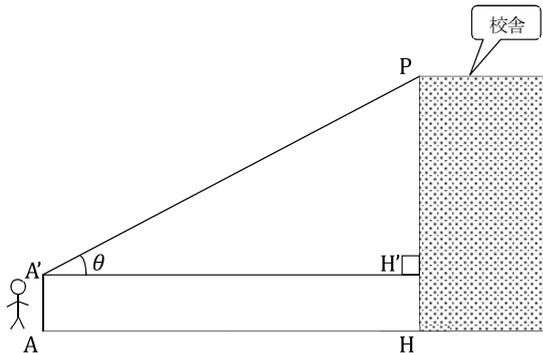


図2

[課題2] 道路を挟み、高く上った駐車場に停めてある車の屋根の高さPHを求めること。(図3)

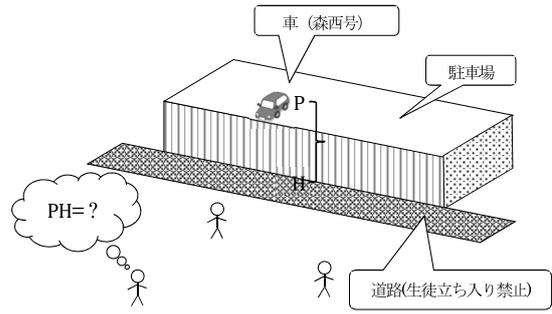


図3

「課題2」は、学校敷地から道路を挟んだ地点での鉛直方向の高さを求めることが課題である。生徒は道路へは立ち入り禁止であり、測量者から車の真下の地点までの水平距離を測ることができない。したがって、敷地内に離れた2地点を定め、2地点間の距離と2地点での角を測ることが必要となる。いくつかの解が考えられるが、以下の「解2」、「解3」に従ったものが、生徒のグループワークとして予想される。

[解2]

「図4」において、距離ABと目の高さAA'および仰角 θ 、角 α 、 β を実測して、正弦定理より、

$$\frac{A'H'}{\sin \beta} = \frac{A'B'}{\sin \gamma}$$

$$A'H' = A'B' \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

ここで、

$$PH' = A'H' \tan \theta$$

$$= A'B' \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \cdot \tan \theta$$

であり、

$$HH' = AA', \quad A'B' = AB$$

$$\gamma = \pi - \alpha - \beta$$

であるから、

$$PH = PH' + HH'$$

$$= A'B' \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \cdot \tan \theta + HH'$$

$$= AB \cdot \frac{\sin \beta \tan \theta}{\sin(\pi - \alpha - \beta)} + AA'$$

$$= AB \cdot \frac{\sin \beta \tan \theta}{\sin(\alpha + \beta)} + AA'$$

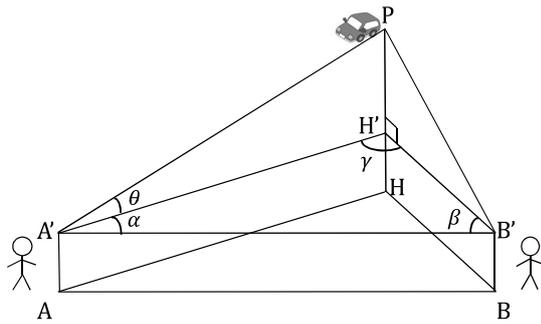


図4

[解3]

「図5」において、
距離 AB と測量者の目の高さ AA' および
仰角 θ 、 ϕ を実測する。

$PH' = B'H' \tan \phi$ より、

$$B'H' = \frac{PH'}{\tan \phi} \dots \text{①}$$

一方、 $PH' = A'H' \tan \theta$ であるから、

$$\begin{aligned} PH' &= (A'B' + B'H') \tan \theta \\ &= A'B' \tan \theta + B'H' \tan \theta \end{aligned}$$

①を代入して、

$$PH' = A'B' \tan \theta + \frac{\tan \theta}{\tan \phi} \cdot PH'$$

$$\left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \phi}\right) PH' = A'B' \tan \theta$$

$$\left(\frac{\tan \phi - \tan \theta}{\tan \phi}\right) PH' = A'B' \tan \theta$$

$$PH' = A'B' \frac{\tan \phi \tan \theta}{\tan \phi - \tan \theta}$$

ここで、

$$HH' = AA', \quad A'B' = AB,$$

であるから、

$$PH = PH' + HH'$$

$$= A'B' \frac{\tan \phi \tan \theta}{\tan \phi - \tan \theta} + HH'$$

$$= AB \frac{\tan \phi \tan \theta}{\tan \phi - \tan \theta} + AA' \dots \text{②}$$

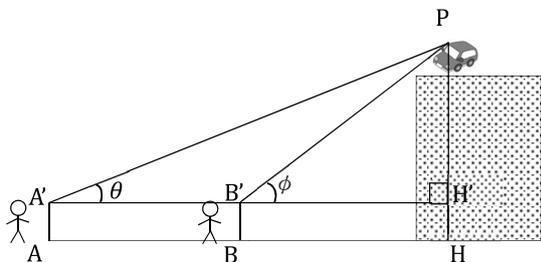


図5

4. 研究授業

(1) グループワークによる測量

平成22年12月16日の第5、6限、17日の第5限および、20日の第3限の計4時間で、この「課題学習」を行った。

12月16日(第1、2時)は、生徒5、6人ずつの6つのグループで、それぞれ測量を行った。測量においては、どの長さや角を測り、課題の高さを計算するか、予め計画性を持たせることが大切である。そのため、「図6」のワークシートを与え、各グループが主体的に考え、議論しながらワークシートを作成しつつ、課題を解決していくこととした。

課題学習：2つの高さを求めてみよう！

() 班 メンバー

課題1 尾鷲高校の「校舎の高さ」を求めよう！

計画と実測

※ 上の枠内に、自分たちの班が、どのようにして、どの位置からどの高さを測ったのかを、きちんと絵に書きなさい。(長さも記入)

計算ワーク

課題2

正門から見上げる「森西号のやねの高さ」を求めよう！

計画と実測

※ 上の枠内に、自分たちの班が、どのようにして、どの位置からどの高さを測ったのかを、きちんと絵に書きなさい。(長さも記入)

《ヒント：問題集「4STEP」のP51～P52を参考にすると良い》

計算ワーク

図6「ワーク・シート」

なお、測量器については、分度器等を使った自作のものではなく、実際の測量で使われる業務用の「トランシット」と言われる機器を、三重県立久居農林高等学校より借用した。この「トランシット」とは、望遠鏡に、仰角と回転角を測るスケールが付されたものである。使用し



図7「トランシット・コンパス」



図8 第1、2時での「測量の様子」

たものには、水準器と方位磁石も付いているため、「トランシット・コンパス」とも呼ばれている（図7）。これを丈夫な三脚の上に固定し使用させた。いわゆる「本物」の機器を用いることで、精度を上げるのみならず、建設現場等においても、教室で学ぶ数学が利用されていることを知り、数学の有用性を実感・認識させることをねらったのである。

(2) グループワークによる課題解決

12月17日（第3時）は、公開授業である。以下の指導案（図9）に従って、「課題学習」に当たさせた。

「導入」では、ワークシートを各グループに返却し、関数電卓の使い方を教えた。

「展開」において、生徒は、既習の「三角比の性質」・「正弦定理」・「余弦定理」などを、うまく活用できるかどうかのカギとなる。出来るだけ生徒の自主解決を重視しつつ、机間巡視で支援を行うこととした。

「まとめ」においては、各グループの解と答を発表させた後、校舎建設時（1961年）の設計図（青写真）を提示し、生徒の答と設計図の値とを比較・評価できるようにした。つまり、自分たちの答の誤差が、時代を越えた「年代ものの資料」と比較して分かるようにしたのである。また、終了時には、建設工場の測量現場の写真を見せ、「トランシット」以外の測量器具も紹介し、より

本格的な測量においても、基本原理は、「課題学習」で用いた「三角比」の性質に従っていることを紹介した。

課題学習「図形と計量」 第3時 学習指導案

	学習活動	指導上の留意点
導入 10分	<ul style="list-style-type: none"> ・前回の授業で提出したワークシートを、班ごとに受け取る。 ・関数電卓の使い方を知り、実際に例題で計算する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・しっかりと関数電卓が使いこなせるかどうか、机間支援を行いながら確認する。
展開 25分	<ul style="list-style-type: none"> ・班ごとに、前回の結果から「課題1」、「課題2」の高さを計算する。 ・計算結果をワークシートに記入する。 ・清書し、発表の準備をする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・生徒の自主解決に任せることが基本。 ・各班がどういった相談・計算をしているか、必要に応じ机間支援を行う。 ・騒々しくならないよう注意する。（私語など）
まとめ 15分	<ul style="list-style-type: none"> ・解法の概略と答を発表する。 ・設計図の値により正解を知り、自分たちの結果と比べる。 ・誤差をなくすために、様々な道具があることを知る。 	<ul style="list-style-type: none"> ・結果との誤差を知ってもらう。 ・実際の建設現場での測量の写真を見せ、誤差をなくすために、様々な道具があることを紹介する。

図9 第3時の「学習指導案」

(3) ワークシートの実例 — 「課題1」 —

生徒が実際行ったグループワークがどのようなものであったか。各班のワークシートの「図」と「解」をいくつか提示してみたい。

まず「課題1」については、6つの班すべてが、課題を解決した。そのうち、「第5班」のワークシートに書かれたものを、「図10」に示す。

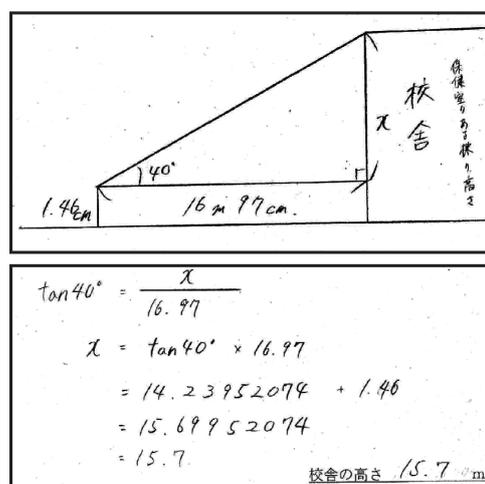


図10

「図10」の解は、3行目の式に至る等号のつなぎに誤

りはあるものの、測量地点から校舎までの水平距離と、測量地点から校舎屋上の仰角を測り、課題解決に至っていることが分かる。これは、前節の「解1」と同様のものである。なお、校舎の設計図によれば、「正解」は、「15.55 m」であるから、この班が導いた値「15.7 m」は、かなり良好な近似値を得ていると言ってよいだろう。

(4) ワークシートの実例 — 「課題2」 —

一方、「課題2」については、前節の「解2」、「解3」に当たるものが、それぞれ3班ずつに別れた。ただ、最終正しい解決を行ったものは、6つの班の中で1つの班だけであった。まず、「第1班」の解を「図11」に示す。

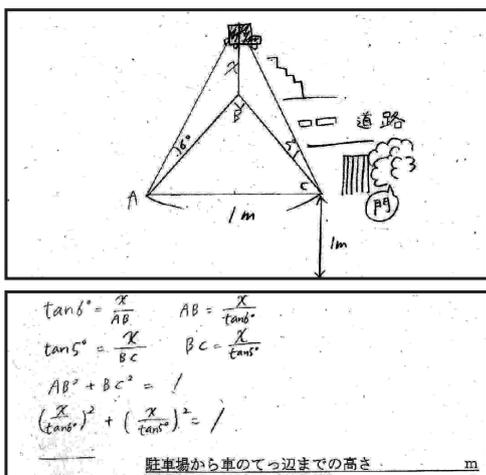


図 11

「図11」の解は、前節の「解2」に相当する図が書かれているが、底面の三角形の2辺を、高さ x と仰角の正接を用いて表し、水平面の三角形を直角三角形として、「三平方の定理」を適用している。残念ながら、この三角形が直角三角形であることは前提とはならないし、最後まで値の算出にも至っていない。この授業に続く第4時に、皆で検討することになる。

次に、「第5班」の解「図12」を見てみよう。

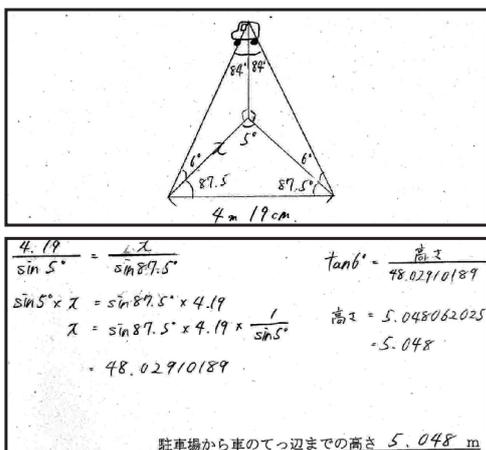


図 12

「図12」の解は、前節の「解2」に従っている。正しく、「正弦定理」と「正接」を使って課題解決を図っている。しかし、「測量者の目の高さ」を加えることを忘れてしまっているのが残念である。次の授業で、しっかり押さえることにした。

一方、前節の「解3」に当たる解を取り上げてみたい。「第3班」の解（図13）がそれである。

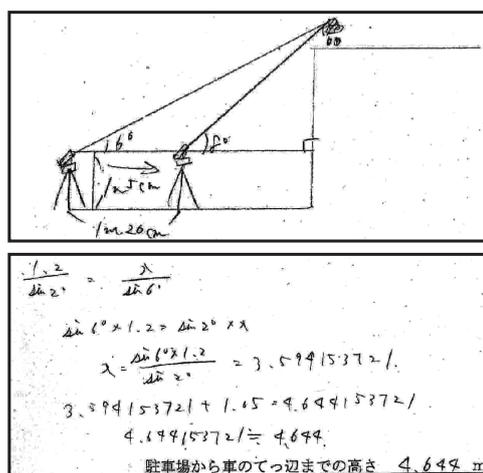


図 13

この「図」は、一見、前節「解3」の図と同様に見える。しかし、この「解」では、「正弦定理」を用いて、小さい方の直角三角形の斜辺を求め、その斜辺に「測量者の目の高さ」を加えて、答を算出している。場面に応じた適切な定理を選択できず、求めるべき長さが計算できていない。残念ながら誤答である。

最後に、前節の「解3」に当たる正しい方法で解決できた「第4班」の解を「図14」に掲げる。

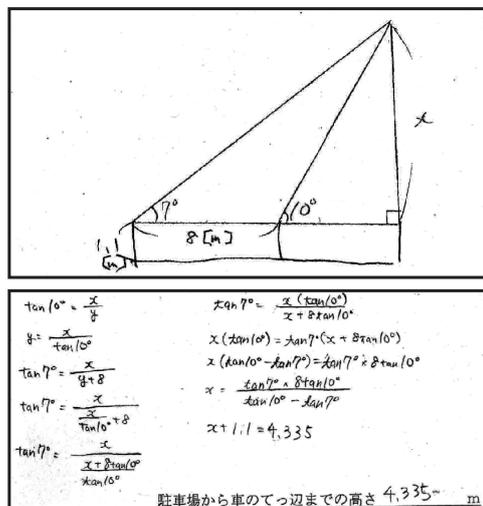


図 14

「図14」の解において、最後の2つの式を「解3」の正解式②、



図 15 第 3 時での「グループワークの様子」

$$PH = AB \frac{\tan \phi \tan \theta}{\tan \phi - \tan \theta} + AA'$$

と比較すれば、この班が正しく課題解決を行ったことが、ただちに見て取れる。なお、設計図による正しい値は、「4.22 m」である。「第 4 班」が導き出した「4.335 m」は、まずまずの値と言ってよいだろう。

5. まとめと今後の課題

この実践は、「三角比」の学習の後、既習事項が用いられる具体的な場面として、測量を体験し、「数学的活動」を位置付けた「課題学習」により問題解決をねらったものである。

「課題 1」の解決は、どのグループもよくできていたが、「課題 2」については、正しい課題解決ができた班が、「6 班中 1 班だけ」という残念な結果であった。三角比の個々の「性質や定理」は、ある程度理解していると思われるが、どの「性質や定理」をどの場面で適用すればよいのか、判断する力をつけきれていなかったことを痛感する。授業後の反省会でも、「課題 2」については、「予め具体的な指示を与えてから取り組ませた方がよい」という意見も出た。

しかしながら、わずかの指示で、生徒自らが積極的に活動したことにより、たくさんの誤答が出現した反面、これ以後の学習の方向性がしっかり得られたとあってよい。第 4 時の「各班の解の検討」での「課題学習」の方向性が見出されたのであった。「課題学習」は、「課題を解決する学習」であると同時に、自らの「課題を見出す学習」でもあることを強く感じた。

第 3 時において、正解に近い高さの値が出たとき、教室から歓声が上がった。生徒の反応は良く、印象に残る授業となったのではないだろうか。また、建設現場等の測量の場면을擬似体験することで、高等学校で学習する数学の有用性を体験できたとも考える。

この経験を、本校数学科において反省し、平成 24 年度以降、「新学習指導要領」が実施される授業場面で活かしていきたいと考える。

謝 辞

本研究を開始するにあたり、広島県立神辺旭高等学校数学科の先生方には、数多くのご教示を頂きました。また、三重県立久居農林高等学校から、大切な「測量器」を借用させて頂きました。そして、三重県教育委員会高校教育室の井ノ口誠充指導主事には、「新学習指導要領」に対応した授業実践研究事業の導入・施行について、大変ご助力を頂きました。ここに、心からの感謝を申し上げます。

引用文献

- 1) 文部科学省『高等学校学習指導要領』、東山書房、p. 53、2009. 9. 30
- 2) 文部科学省『高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編』、実教出版、p. 5、2009. 12. 15