

同種・同齢の植物個体群の成長関係(II)

y-logistic 成長モデル

林 拙 郎

三重大学生物資源学部

Growth Relationship of Even-aged Pure Stand (II)

y-logistic Growth Model

Setsuo HAYASHI

Faculty of Bioresources, Mie University

Abstract

First, the following logistic growth-equation with respect to crop (y) is assumed to be: $(1/y) dy/dt = \beta m (t^m - 1) / \alpha (1 - y/Y(t))$, $y(t) = Y_0 \exp(\gamma t^m / \alpha)$, $\beta_0 = \beta - 1$, and the $y(t)$ equation is solved. Here, t is time, Y the asymptote of y , Y_0 the initial value of Y , β the coefficient of the exponent of the full-density curve, and m, α, γ are constants. A result supporting the above assumption is obtained by fitting $y(t)$ equation to SPURR *et al.*, data. Secondly, stand density ($\rho(t)$) is assumed: $(1/\rho) d\rho/dt = - (mt^m - 1) / \alpha \rho / \rho^*$, $\rho^* = (\rho_0 / \eta) \exp(-\eta t^m / \alpha)$. Here, ρ_0^* ($= \rho_0$) is the initial stand density on the full-density curve, and η is the constant. Application of the solution ($y(t)$) for this differential equation to the same SPURR *et al.*, data showed good fitness. From equation $y(t)$ and $\rho(t)$, the mean stand volume (w) is given by $w(t) = y(t) / \rho(t)$, and $w - \rho$ trajectory can thus be calculated. Based on many $w - \rho$ trajectory and fixing years (t), $w - \rho|_t$ curves represent C-D effect. In this growthmodel, $w - \rho|_t$ curves were obtained assuming the values of γ and η , and a full-density curve was obtained as a special case of $w - \rho$ trajectory.

Key words: growth curve, stand density, mortality, crop, full-density curve

要 旨

収量 y に関する logistic 成長方程式 $(1/y) dy/dt = \beta_0 m (t^m - 1) / \alpha (1 - y/Y(t))$, $Y(t) = Y_0 \exp(\gamma t^m / \alpha)$, $\beta_0 = \beta - 1$ を仮定し, $y(t)$ を求めた。ここに, t : 時間, Y : y の上限値, Y_0 : Y の初期値, β : 最多密度曲線のベキ係数, m, α, γ : 定数である。この $y(t)$ 式を SPURR 等の LOT 2B のデータにあてはめた結果は良好であった。次に, 個体密度 $\rho(t)$ の式として次式 $(1/\rho) d\rho$

$/dt = - (mt^m - 1) / \alpha \rho / \rho^*$, $\rho^* = (\rho_0^* / \eta) \exp(-\eta t^m / \alpha)$ を仮定した。ここに, ρ_0^* ($= \rho_0$): 最多密度曲線上の初期個体密度, η : 定数である。解の $\rho(t)$ 式は, SPURR 等のデータに適合している。これらの $y(t)$, $\rho(t)$ 式より, 平均個体重 w は $w(t) = y(t) / \rho(t)$ より求められる。こうして, $w - \rho$ が計算される。多くの $w - \rho$ 軌道求めて t を固定すれば, 各 t に対して C-D 効果を表す $w - \rho|_t$ 曲線が求められる。今回は, γ, η を仮定することによって $w - \rho|_t$ 曲線を求めた。一方, このモデルでは, 最多密度曲線は $w - \rho$ 軌道の特別な場合として求められる (式中の \wedge はベキ乗を表す)。

I はじめに

既報¹⁾では、自然枯死線²⁾上での $\rho \sim t$ 式と $v \sim t$ 式、および $v(t) \sim \rho(t)$ 式を示した。ここに、 ρ は個体密度、 t は時間、 v は平均幹材積である。そして、両式より最も簡単な只木式³⁾と考えられる $v \sim \rho$ trajectory を求めた。これらの式を SPURR 等³⁾のデータにあてはめた結果は良好であった。しかし、この方法でも C-D 効果(競争密度効果)の逆数式に相当する内容を満たすことはできなかった。今回は、自然枯死線上での C-D 効果に関する事項を最終的な目標にして、成長モデルの組み立てを行うことにしたい。

周知のように、篠崎・吉良⁴⁾によって明らかにされた C-D 効果に関する逆数式は、第一義的には枯死条件を無視した場合の関係式である。しかし、その結論は C-D 効果に関する限り、かなり現象を表現できるものである。それは次時で与えられる⁴⁾。

$$1/w(t) = A(t)\rho + B(t) \quad (1)$$

ここに、 w : 平均個体重、 ρ : 個体密度、 $A(t)$ 、 $B(t)$: 時間 t に依存する係数である。ところが、篠崎・吉良の逆数式、すなわち (1) 式を用いて、時間 t に対する成長関係を求めようとする、後述する係数 $A(t)$ 、 $B(t)$ に $\lambda(t)$ 、 $Y(t)$ という未だ関数形の決っていない因子が含まれているために、個体密度の異なる植栽試験結果のデータより、(1) 式を用いて $A \sim t$ 、 $B \sim t$ 関係を決定しないことには、逆数式は用いることができなかった^{注1)}。

これに対して、林学分野では平均幹材積 v を直接 $v \sim t$ 関係式より求めようとする研究がしばしば行われてきた(大隈⁵⁾⁶⁾、箕輪⁷⁾⁸⁾、内藤⁹⁾、林¹⁰⁾¹¹⁾)。筆者¹¹⁾の場合には、各初期個体密度 ρ_0 に対して $v \sim t$ 関係が与えられるのでデータが存在すれば、C-D 効果は、時間 t を固定した $v \sim \rho$ 関係を調べれば明らかになるはずのものであるが、十分なものは得られていない。

ところで、筆者はかねてより、logistic 式の成長関数 $\lambda(t)$ と上限値 $V(t)$ の関数形について考察を行ってきた¹⁾¹⁰⁾¹¹⁾。また、その結果として最多密度曲線^{注2)}や自然枯死線上での $v \sim t$ 、 $\rho \sim t$ 関係式、および只木式 ($v \sim \rho$ trajectory) を示した。一方、穂積¹²⁾¹³⁾は、篠崎等の logistic 理論の延長として密度 ρ の減少する場合の成

長モデルを提案している。これらの関係式とモデルの集積状況を見ると、C-D 効果を調べるためのいくつかの条件が整って来たように思われる。

今回も第 I 報¹⁾と同様に、まず個体密度が漸減する場合の $v \sim \rho$ trajectory を考察する。ただし、基本式としては収量 y に関する logistic 式を考え、これを基にして C-D 効果を議論しようと思う。したがって、以下の考察では、篠崎・吉良の w に関する logistic 式を新たためて検討することから始めたい。

II 収量 ~ 成長式と $\rho \sim t$ 曲線1 y -logistic 式

吉良等¹⁴⁾は、C-D 効果について考えるにあたって、まず C-D 効果のベキ乗式を導いた。それは、係数 a が時間 t の関数であるとする、平均個体重 $w(t)$ または収量 $y(t)$ は

$$w(t)\rho^a = k = \text{const.} \quad (2)$$

あるいは

$$y(t)\rho^{a-1} = k = \text{const.} \quad (3)$$

で表される。ここに、 ρ は個体密度、 k は各式において決定される定数である。当初ゼロであったベキ係数 a は、時間が経過すると増加し、やがて $a = 1$ に到達する。このとき (3) 式は

$$y(t) = w(t)\rho = k = \text{const.} \quad (4)$$

となる。上式を篠崎・吉良⁴⁾は、最終収量一定則と呼んだのであるが、この考え方が、逆数式を導くための logistic 理論の基礎となったもの(篠崎¹⁵⁾¹⁶⁾、穂積¹⁷⁾)である。

つまり、篠崎・吉良⁴⁾は、逆数式を導くにあたって平均個体重 w に関する次の logistic 式を用いた。

$$\frac{1}{w} \frac{dw}{dt} = \lambda(t) \left(1 - \frac{w}{W(t)}\right) \quad (5)$$

ここに、 t : 時間、 $\lambda(t)$: 成長係数関数、 $W(t)$: w の上限値である。この w に関する logistic 式と、最終収量一定則とを用いることによって理論全体の構造が非常に安定したものとなり、得られた逆数式は、競争密度効果を表す成長モデルの式として重要なものとなった。しかし、

前章でも述べたように、彼らの理論では $\lambda(t)$, $W(t)$ の関数形は決定されず、全データが与えられて初めて $\lambda(t)$, $W(t)$ の数値が確定するというものであった。

さて、上の (5) 式は単なる w に関する成長式であり、逆数式のように ρ と結び付くものは何もないのであるが、ここで、篠崎・吉良⁴⁾は最終収量一定の仮定、つまり

$$Y(t) = W(t) \rho = \text{const.} \quad (6)$$

を用いた。この仮定は、上で述べたように収量 y が ρ に無関係に一定となるという実験事実を基にして作られたものであるが、理論全体の中では重要なものとなっている。というのは、(6) 式で表される収量の上限值 $Y(t)$ を用いることによって、 w に関する logistic 式が最終的に ρ と結び付けられるからである。

ところで、もし成長式が平均個体重 w に関してではなく、最初から収量 y に関して与えられていれば、密度一定の条件下では最終収量一定の仮定は必要がなくなるのではないだろうか。すなわち、収量 y の成長式 (増加式) として、次のような y に関する logistic 式 (以後 y -logistic 式と呼ぶ) を考える。

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = \lambda(t) \left(1 - \frac{y}{Y(t)}\right) \quad (7)$$

上式の一般解は、

$$\frac{1}{y} = e^{-\tau} \left\{ \int_0^{\tau} \frac{e^{\tau}}{Y(\tau)} d\tau + c \right\} \quad (8)$$

$$\tau = \int \lambda(t) dt \quad (9)$$

となり、初期条件を

$$t = 0 (\tau = 0) \quad \text{で} \quad y = y_0$$

とした解は、篠崎・吉良と同様の形式で示せば、

$$\frac{1}{y} = e^{-\tau} \int_0^{\tau} \frac{e^{\tau}}{Y(\tau)} d\tau + \frac{e^{-\tau}}{y_0} \quad (10)$$

となる。ここで、個体密度 ρ が時間に関して変化なく、

$$d\rho/dt = 0$$

であるとする、収量 y は

$$y(t) = \rho w(t) \quad (11)$$

で表され、平均個体重 w は次式で求められる。

$$\frac{1}{w} = \left\{ e^{-\tau} \int_0^{\tau} \frac{e^{\tau}}{Y(\tau)} d\tau \right\} \rho + \frac{e^{-\tau}}{w_0} \quad (12)$$

$$y_0 = \rho w_0$$

ここに、 w_0 は平均個体重 w の初期値である。

上の (12) 式は、篠崎・吉良⁴⁾によって導かれたものと同一の逆数式であり、パラメータも全く同じものを用いることができる。 y -logistic 式によるここまでの仮定には、最終収量一定則は用いておらず、単なる収量式 ($y = w\rho$) が用いられているにすぎない。ここで考察した収量 y の成長式は、 y が t に対してどのような経過で増加するかを規程している式であり、 ρ が変化しないものとすれば、 y -logistic 式の解は上でみたように篠崎・吉良の (w -) logistic 式と同じものとなる。篠崎・吉良の logistic 理論は、平均個体重 w に関する $w(t)$ 式の形を示しているが、最終収量一定則より、 $W = Y/\rho$ を用いているところを見ると、収量 y をかなり意識した理論であると考えられる^{注3)}。

ここで示した y -logistic 式には、個体密度 ρ が時間の経過について減少する場合にも、収量 y に関する成長式が決定されれば、平均個体重 w は $y(t)/\rho(t)$ によって求められるという便宜性がある。ここに、 y -logistic 成長式の意義がある。

2 自然枯死線上での $\rho \sim t$ 曲線

既報¹⁾では、 $\rho \sim t$ 式を次式のように考えた。

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\frac{m}{\alpha} t^{m-1} \frac{\rho}{\rho^*} \quad (13)$$

ここに、 α ^{注4)}、 m : 定数、 ρ^* : ρ の上限値である。上式の有用性は、第 I 報¹⁾によって明らかにされている。上式の ρ^* が ρ_0^*/η (η は係数) を初期値とする指数曲線上での減少式¹⁾¹¹⁾、つまり

$$\rho^* = (\rho_0^*/\eta) \exp(-\eta t^m/\alpha) \quad (14)$$

で表されるとすれば、先の (13) 式は

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\eta \frac{m}{\alpha} t^{m-1} \exp(\eta t^m/\alpha) \frac{\rho}{\rho_0^*} \quad (15)$$

のように表される。ここに、 η は ρ_0 によって

$$0 < \eta \leq 1 \quad (16)$$

の範囲の値をとる係数であり、 ρ_0^* は、 $\eta = 1$ のときの

ρ^* の初期値である。この場合、 ρ_0 は最多密度曲線の初期値 ρ_{0f} に一致し、

$$\rho_0^* = \rho_{0f} \quad (17)$$

となる。前報では、 ρ^* は最多密度線上の値とし、かつ一定値としたが、今回の ρ^* は、別に設定したべき乗線上 ($\eta = 1$ のときは最多密度線に一致) で t によって変化することとする。

さて、先の個体密度 ρ に対する (15) 式の初期条件 ($t = 0$ で $\rho = \rho_0$) に対する解は

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_0^*} \{ \exp(\eta t^m / \alpha) - 1 \} \quad (18)$$

$$= \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_0^*} \{ \exp(\eta \tau_0) - 1 \} \quad (19)$$

$$\tau_0 = t^m / \alpha \quad (20)$$

となる。上の (19) 式は

$$1/\rho = 1/\rho_0 + \varepsilon(t) \quad (21)$$

$$\varepsilon(t) = (e^{\eta \tau_0} - 1) / \rho_0^* \quad (22)$$

とすれば明らかなように、穂積式^{12) 13)}と同じものである。

(19) 式、(20) 式より、

$$\eta \tau_0 = \frac{\eta}{\alpha} t^m = \ln \left\{ 1 + \rho_0^* \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \right\} \quad (23)$$

とすれば、右辺に ρ を代入することによって関係式の適合性を調べることができる。ここで、最多密度曲線の初期値 ρ_{0f} ^{注5)}を

$$\rho_{0f} = \rho_0^* = 5.64 \times 10^5 \quad (\text{本/acre})$$

として、SPURR 等³⁾のデータに対して (18) 式の ρ_0 、 η/α 、 m を決定すれば次のようになる^{注6)}。

$$\rho_0 = 4940 \quad (\text{本/acre}), \quad \eta/\alpha = 0.5788, \quad m = 2/3$$

図-1 の直線は、(23) 式の中辺に上の係数を用いたときのものである。一方、図中の黒マルは、(23) 式の右辺の ρ_0^* と ρ_0 に上で得られた値を用い、さらに各実測値の ρ より右辺の値を計算したものである。この図より、直線と黒マルのデータとは合っているものとみられる。なお、穂積の τ を τ_* と書けば、穂積¹³⁾は τ_* を次式

$$\tau_* = \frac{1}{\eta} \ln \left\{ 1 + \rho_0^* \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \right\} \quad (24)$$

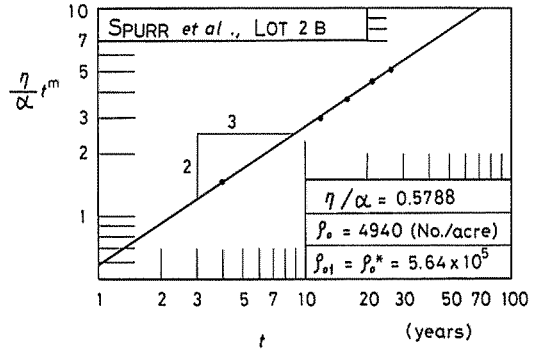


図-1 各 $\rho(t)$ より求められる $\eta t^m / \alpha$ の値と理論曲線

Value of $\eta t^m / \alpha$ calculated from each $\rho(t)$ data and theoretical curve (Original data in Figs. 1-6 is from SPURR et al.³⁾)

で求めている。先の (23) 式を (24) 式の形にすれば

$$\tau_* = \tau_0 \quad (25)$$

であることがわかる。この η に穂積は

$$\eta = 0.30$$

を用いている。

表-1 に個体密度 ρ の実測値と今回の方法による計算値を示した。表-1 中の計算値 ρ の相対偏差と第 I 報¹⁾ の相対偏差とを比較すると、第 I 報の方が格段に偏差が小さいことがわかる。これは、今回の方法が ρ^* の推定に (14) 式を用いているために、あてはめが少し難しくなっていることも影響しているものと考えられる。

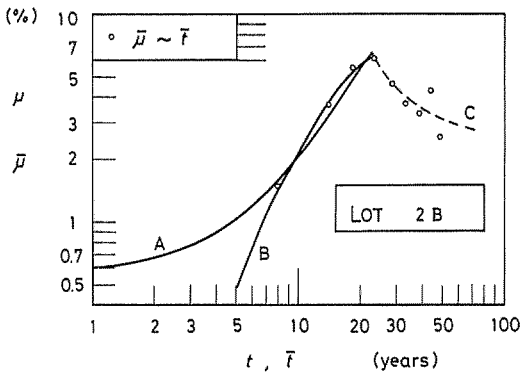
ここで、枯死率 (RMR) μ について考察する。枯死率 μ は、先の (15) 式に負号をつけたもの (穂積^{12) 13)} であるから、今回の方法による μ は、図-2 中の A 曲線のようになる。同図中の B 曲線、C 曲線 (破線) は第 I 報¹⁾ によるものである。図中の $\bar{\mu}$ 、 \bar{t} はデータに対応するものであり、計算にあたっては、第 I 報¹⁾ と同様すべて平均操作を施した。

図-2 の A 曲線と B 曲線に対応する平均枯死率 μ のデータは三個あるが、初期のデータがないので、この三つのデータだけでは、A、B 曲線のうちどちらが本質的に適合しているかは残念ながら不明である。個体密度の初期のデータがあれば、A、B 曲線のうちどちらの曲線で枯死率を定義すればよいか容易に明らかになる。もし、B 曲線が正しい場合には、(18) 式の t に初期値とし

表一1 LOT 2B の生長解析
Growth analysis of LOT 2B data (Original data is from SPURR *et al.*³⁾)

<i>t</i>	ρ		RMR		<i>y</i>		RCGR		<i>V</i>		RGR	
	(Ac)	(Ca)	(Dev)	μ	(Ac)	(Ca)	(Dev)	(%)	(Ac)	(Ca)	(Dev)	(%)
0		4940		0		1.14E0		0		2.31E-4		0
1		4906		0.60		4.42E0		1.50E2		9.00E-4		1.51E2
2		4876		0.66		9.76E0		1.19E2		2.00E-3		1.19E2
3		4841		0.77		1.89E1		1.03E2		3.90E-3		1.04E2
4	4800	4801	0.0	0.89		3.39E1		9.23E1		7.05E-3		9.32E1
5		4755		1.03		5.74E1		8.42E1		1.21E-2		8.52E1
6		4703		1.20		9.31E1		7.72E1		1.98E-2		7.84E1
8		4574		1.58		2.18E2		6.48E1		4.77E-2		6.64E1
10		4411		2.06		4.42E2		5.27E1		1.00E-1		5.48E1
12	4265	4211	-1.3	2.61	780	7.74E2	-0.8	4.09E1	0.1829	1.84E-1	0.5	4.35E1
14		3971		3.25		1.19E3		3.06E1		2.99E-1		3.39E1
16	3682	3696	0.4	3.96	1607	1.63E3	1.4	2.27E1	0.4364	4.41E-1	1.1	2.67E1
18		3389		4.71		2.07E3		1.73E1		6.10E-1		2.20E1
20		3060		5.49		2.49E3		1.38E1		8.13E-1		1.93E1
21	2786	2891	3.8	5.87	2740	2.69E3	-1.7	1.26E1	0.9835	9.32E-1	-5.3	1.85E1
24		2384		6.98		3.31E3		1.03E1		1.39E0		1.73E1
26	2052	2059	0.4	7.64	3595	3.72E3	3.5	9.48E0	1.752	1.81E0	3.1	1.71E1
28		1757		8.23		4.15E3		8.90E0		2.36E0		1.71E1
30		1483		8.72		4.61E3		8.49E0		3.11E0		1.72E1

t; (years), ρ ; (No./acre), *V*; (ft³), *y*; (ft³/acre), Ac; actual, Ca; calculated, Dev; deviation(= Ca - Ac)/Ac, RMR; relative mortality rate (%), RCGR; relative crop growth rate (%), RGR; relative growth rate (%)



図一2 枯死率 μ と時間 *t* の関係
Relationship between dead tree rate (μ) and years (*t*)
Curve A is from present model, curve B and C are from preceding paper¹⁾

てダミー値 *t* を用いてやれば、A 曲線は B 曲線に近似させることが可能である。そういう意味では、(18) 式は

A 曲線から B 曲線まで適用させることができる。SPURR のデータに対する枯死率が、植栽後の 1 ~ 7 年頃までの間にどのように変化するかということは、かなり本質的な問題を含んでいるが、今回は、初期条件を含めた先の (18) 式で個体密度を推定することにする。

III 個体密度が漸減する場合の *y*-logistic 成長モデル

1 *y*-logistic 成長モデル

第 II 章の考察によって、用いることのできる式がほぼ明らかになってきたと思う。以下のモデルでは、*y*-logistic 式による収量—成長モデルを基本に用いる。*y* ~ *t* 関係を決定することができれば、 ρ ~ *t* 関係は既に明らかになっているので、収量式より *w* ~ *t* 関係はいつでも求めることができる。また、対象とする成長段階の範囲は、主に只木式²⁾¹⁸⁾の範囲、つまり自然枯死線まで

の領域とし、最多密度曲線については必要な範囲でのみ
 とり上げることとする。

(1) 仮定条件

以下に、収量—成長モデルを組み立てるに当たって
 次のような仮定を設ける。すなわち、

a. 自然枯死線上で

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = \lambda(t) \left(1 - \frac{y}{Y(t)}\right) \quad (7')$$

$$\lambda(t) = \lambda_{00} m t^{m-1} / \alpha, \quad m = 2/3$$

$$\tau = \int_0^t \lambda_{00} \frac{m}{\alpha} t^{m-1} dt \quad (26)$$

$$= \lambda_{00} t^m / \alpha = \lambda_{00} \tau_0$$

$$\tau_0 = t^m / \alpha \quad (20')$$

$$\lambda_{00} = \beta - 1 = \beta_0 \quad (27)$$

$$Y(t) = Y_0 \exp(\gamma \beta_0 t^m / \alpha) = Y_0 e^{\gamma \beta_0 \tau_0} \quad (28)$$

$$Y(t) = W(t) \rho^*(t) \quad (29)$$

$$Y_0 = \text{const.}, \quad w_0 = \text{const.} \quad (30)$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho_0^*} (e^{\gamma \tau_0} - 1) \quad (19')$$

$$\rho^* = (\rho_0^* / \eta) e^{-\gamma \tau_0} \quad (14')$$

とし、

b. 最多密度線上で

$$\frac{w}{w_{0f}} \left(\frac{\rho}{\rho_{0f}}\right)^\beta = 1 \quad (31)$$

$$\rho = \rho_{0f} \exp(-\tau_0) \quad (32)$$

$$w = w_{0f} \exp(\beta \tau_0) \quad (33)$$

$$w_{0f} = w_0 \quad (34)$$

とする。ここに、 y : 収量 (= $w\rho$), y_0 : y の初期値, w :
 平均個体重, w_0 : w の初期値, ρ : 個体密度, λ_{00} : 成長
 係数, m, α : 係数, β : 最多密度曲線のベキ係数, Y_0 :
 上限値 Y の初期値, γ : 上限値に関する係数, ρ^* : ρ の
 上限値であり, $\lambda_{00}, m, \alpha, Y_0$ は ρ_0 に無関係な定数であ
 るとする。

上の (31) 式から (34) 式は、植物群落が植栽当初から
 最多密度曲線上にある場合を想定しているが、自然枯死
 線から最多密度曲線に移行した群落に対する移行後の経
 過を知りたい場合には、 w_{0f} は移行後の最初の点を w_{0f}
 とすればよい。

(2) 成長係数 λ_{00}

上の仮定で示した最多密度曲線を表す (31) 式は、以
 前の報告¹¹⁾で求められている。すなわち、既報¹¹⁾の ρ -
 logistic 式で

$$W \longrightarrow \infty, \quad \lambda_0 = \beta \quad (35)$$

とすれば、従来の最多密度曲線を表す (31) 式が得られ
 る。したがって、(31) 式のベキ係数 β は、 ρ -logistic 式
 では成長係数 λ_0 を意味している¹¹⁾。

さて、今回のように y -logistic 成長方程式を用いると
 すると、(26) 式の成長係数 λ_{00} は、どのような値をと
 るであろうか。ここでは成長係数 λ_{00} について調べてみ
 る。

例えば、 y -logistic 式すなわち (7') 式で上限値 Y を
 形式的に

$$Y \longrightarrow \infty$$

とすれば、(7') 式は

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = \lambda_{00} \frac{m}{\alpha} t^{m-1} \quad (36)$$

となる。上式の初期条件を

$$t = 0 \quad \text{で} \quad y = y_0$$

とした解は

$$y = y_0 \exp(\lambda_{00} t^m / \alpha) = y_0 \exp(\lambda_{00} \tau_0) \quad (37)$$

$$w = w_0 \exp(\lambda_{00} t^m / \alpha) (\rho_{0f} / \rho) \quad (38)$$

である。ここで、最多密度曲線上での $\rho \sim t$ 式^{10) 11)},
 すなわち

$$\rho = \rho_{0f} \exp(-t^m / \alpha) = \rho_{0f} \exp(-\tau_0) \quad (32')$$

を上 (38) 式に代入すれば

$$w = w_0 \exp\{(1 + \lambda_{00}) t^m / \alpha\} \quad (39)$$

となる。

一方、(36) 式の解は、既報¹¹⁾の

$$W \longrightarrow \infty$$

とした解に一致するはずである。そのときの解は

$$w = w_0 \exp(\beta t^m / \alpha) = w_0 \exp(\beta \tau_0) \quad (33')$$

であった^{10) 11)}。つまり、 w は最多密度曲線上での $w \sim t$
 曲線を表しており、成長係数 β は最多密度曲線の両対数
 グラフ上での勾配に一致することが示されている¹¹⁾。

(39) 式と (33') 式とを比較することによって、成長係数 λ_{∞} として

$$\lambda_{\infty} = \beta - 1 = \beta_0 \quad (27')$$

を得る。これが仮定の (27) 式である。

以上の考察で重ねて示されたように、最多密度曲線上の成長式は、 ρ にしても w にしても (32') 式や (33') 式のように指数曲線、すなわち e のべき乗関係で表される。このことは後で示すように、先に仮定した $Y(t)$ や $W(t)$, $\rho^*(t)$ が Y_0 や W_0 , ρ_0^* に関するべき乗式を考えたことになっている。

2 $y \sim t$ 式と $w \sim t$ 式

さて、収量式 (7) を $\tau(t)$, $Y(t)$ を用いて解くと、一般解は次式のようなになる。

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{(1-\gamma)Y} + ce^{-\tau} \quad (40)$$

$$Y = Y_0 e^{\tau r}, \quad \tau = \beta_0 t^m / \alpha$$

初期条件を

$$\tau = 0, (t = 0) \text{ で } y = y_0, Y = Y_0$$

とすれば、

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{(1-\gamma)Y} + \left(\frac{1}{y_0} - \frac{1}{(1-\gamma)Y_0} \right) e^{-\tau} \quad (41)$$

$$= \frac{1}{(1-\gamma)Y_0} (e^{-\tau r} - e^{-\tau}) + \frac{1}{y_0} e^{-\tau} \quad (41')$$

あるいは

$$y = Y / \left\{ \frac{1}{1-\gamma} + \left(\frac{Y_0}{y_0} - \frac{1}{1-\gamma} \right) e^{(\tau-1)\tau} \right\} \quad (42)$$

$$Y = Y_0 e^{\tau r}, \quad \tau = \beta_0 t^m / \alpha$$

となる。得られた $y(t)$ を $\rho(t)$ で除せば、平均個体重 $w(t)$ が求められる。

ここで、(41) 式または (42) 式を SPURR 等³⁾ の LOT 2B に対してあてはめてみる。 y の成長係数、すなわち最多密度曲線の勾配の $\beta_0 (= \beta - 1)$ については、既報¹¹⁾ の β , すなわち $\beta = 1.6$ より求められ、時間のべき

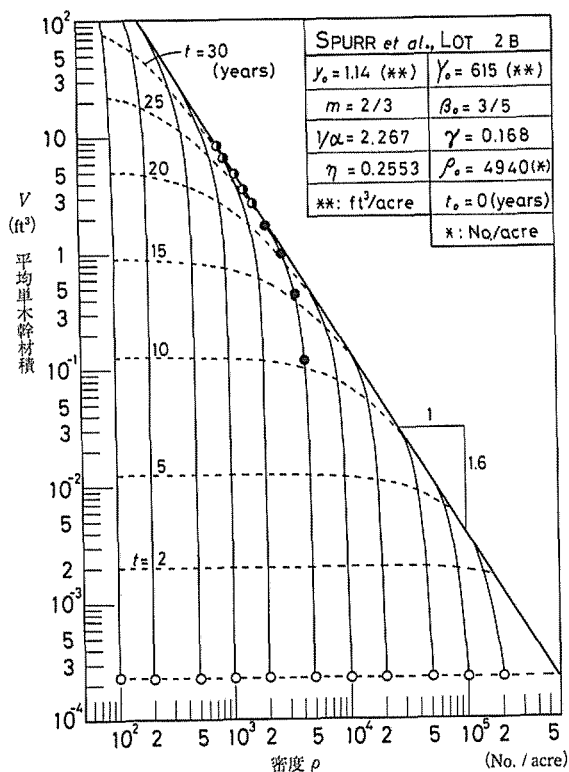


図-3 $v(t) \sim \rho(t)$ 関係図
Diagram of mean stem-volume (v) and stand density (ρ)

係数 m についても、ほぼ確定している。そこで、 β_0, m を

$$\beta_0 = 0.6, \quad m = 2/3$$

として、(42) 式の各係数を求めると次のようになる⁷⁾。

$$y_0 = 1.14, \quad Y_0 = 615, \quad \gamma = 0.168, \quad 1/\alpha = 2.267$$

ここで、第 II 章の $\rho - t$ 式のあてはめに際して決定された ρ ($= 4940$), η/α ($= 0.5788$) を用いれば、 w_0, η は

$$w_0 = 2.31 \times 10^{-4} \text{ (ft}^3\text{)}, \quad \eta = 0.2553$$

となる。この w_0 の値は、穂積¹³⁾の見積値 (3.1×10^{-4} (ft³)) より、2 割程度小さい値であるが、考えられない値ではない。

SPURR 等³⁾のデータと、収量 $y(t)$ 、平均幹材積 $v(t)$ の計算結果を表-1 に示す。平均幹材積で一ヶ所相対偏差が 5% を越えているところがあるが、他は満足できるものと思われる。これらの関係をグラフで示したものが、図-3 の黒マル(実測値)と縦の実線(計算値)である。この曲線形を、 $v - \rho$ trajectory としてみると第 1 報¹⁾のものとはほとんど変わらないが、表-1 の相対偏差で比較すると、適合性は、第 1 報の方が格段によいことがわかる。なお、図中の右半分の黒マルは最多密度曲線に到達後のデータである。

IV y -logistic 成長モデルの考察

1 最多密度曲線上での η, γ

この章の第 2 節では、C-D 効果について考察するのであるが、必要な係数 η, γ については最多密度曲線上の ρ, y, w より考察する。ここでは、それに先立ち ρ のかなり減少した段階までを含めて最多密度曲線として次式を仮定する。

$$\frac{w}{w_0} \left\{ \frac{w_0}{W} + \left(1 - \frac{w_0}{W} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\beta \right\} = 1 \quad (31')$$

上式は、以前の報告¹¹⁾で示した (W_c はここでは W で表した) ものであるが、 $W \rightarrow \infty$ のとき従来の最多密度曲線に一致する。また、 W が有限の大きさの場合には、 ρ の減少に伴って w が一定値 W に接近するという特徴も上式はもっている。以下 η, γ の順に考察する。

(1) ρ^* のベキ係数 η

最多密度曲線上では (19') 式は (32) 式を満たさなければならぬ。つまり、

$$\rho_0 = \rho_0, \quad \rho^* = \rho_0, \quad \eta = 1$$

とすれば

$$\rho = \rho_0 e^{-\tau_0}, \quad \tau_0 = t^m / \alpha \quad (32'')$$

となり、先の (32) 式に一致する。したがって、最多密度曲線上での η として

$$\eta = 1 \quad (43)$$

を得る。SPURR 等³⁾の LOT 2B ($\rho_0 = 4940$) に対して η は $\eta = 0.2553$ であったが、この値は個体密度の初期値によって変化することになる。

(2) Y の成長係数 γ

上で仮定した最多密度曲線 (31') 式も、収量式 $y(t)$ と密度の $\rho(t)$ 式より求められなければならない。

つまり、(37) 式を変形した

$$e^{\tau_0} = \rho_0 / \rho$$

を (41) 式の $y(\tau)$ 式に代入すれば

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{(1-\gamma) Y_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma \beta_0} + \left\{ \frac{1}{y_0} - \frac{1}{(1-\gamma) Y_0} \right\} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\beta_0}$$

となり、

$$y = w\rho, \quad \beta = \beta_0 + 1, \quad Y_0 = W_0 \rho_0$$

を用いれば

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{(1-\gamma) W_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma \beta_0 + 1} + \left\{ \frac{1}{w_0} - \frac{1}{(1-\gamma) W_0} \right\} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\beta \quad (44)$$

を得る。ここで、形式的に $(1-\gamma) W_0$ を W で表し、

$$\gamma = -1/\beta_0 \quad (45)$$

とおけば、上の w は

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{W} + \left(\frac{1}{w_0} - \frac{1}{W} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\beta \quad (46)$$

と表される。ここに W は、最多密度曲線を表す (46) 式に対して新しく決定される定数である。上式は、変形すれば先に示したような最多密度曲線を拡張した (31') 式

に一致する。

したがって、最多密度曲線上では仮定した Y の成長係数 γ は (45) 式より、 $\gamma = -1/\beta_0$ を満たさなければならぬ。

2 C-D 効果について

C-D 効果については、データさえそろえば前章までのモデルを適用することによって、自ずと明かになる性質のものである。つまり、各 ρ_0 に対する $w-t-\rho$ データがあれば、係数 γ, η が求められ、 γ, η の各 ρ_0 に対する傾向も明らかになるものと思われる。現在のところ求められた γ, η は、前章の一組と最多密度曲線上の γ, η が知られているにすぎないが、 η, γ については、以下、上限値としての Y, W の関数形を手掛りにして考えてみる。

さて、収量 y の上限値 Y は、仮定した (29) 式より

$$Y = W\rho^*$$

であり、(14) 式の ρ^* を用いると

$$Y = W\rho^* = W(\rho_0^*/\eta) e^{-\eta\tau_0} \tag{47}$$

となる。一方、 Y は (28) 式の仮定より

$$Y = Y_0 e^{\gamma\beta_0\tau_0} = W_0\rho_0^* e^{\gamma\beta_0\tau_0} \tag{48}$$

であり、この (47) 式と (48) 式より上限値 W として

$$W = \eta W_0 e^{(\gamma\beta_0 + \eta)\tau_0} = \eta W_0 e^{\theta\rho_0\tau_0} \tag{49}$$

$$\theta = \gamma + \eta/\beta_0 \tag{50}$$

を得る。この (49) 式と ρ^* に関する (14) 式より、上限値 W, ρ^* のべき乗は次式のようになる。

$$\frac{W}{\eta W_0} \left(\frac{\eta\rho^*}{\rho_0^*} \right)^{\beta_0\theta/\eta} = 1 \tag{51}$$

つまり、 W, ρ^* は、 $\eta W_0, \rho_0^*/\eta$ を初期値としたべき乗線上を移動することになる。

ところで、 γ, η の最多密度曲線上では (43) 式、(45) 式より

$$\gamma = -1/\beta_0, \quad \eta = 1$$

であり、このときの ρ_0 に対する θ は (50) 式より、

$$\rho_{0f} = 5.64 \times 10^5 \quad \text{で} \quad \theta = 0$$

となる。また、LOT 2B に対する ρ_0 と θ は

$$\rho_0 = 4940 \quad \text{で} \quad \theta = 0.5935$$

となる。つまり、 ρ_0 が

$$4940 \leq \rho_0 \leq 5.64 \times 10^5 \tag{52}$$

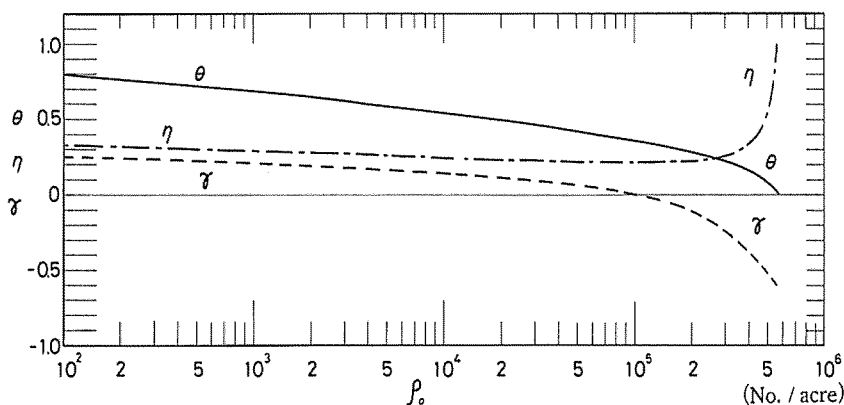
に対して、 θ は

$$0.5935 \geq \theta \geq 0 \tag{53}$$

のように変化することになる。

他の ρ_0 に対して、 θ はどのような値をとるのであるうか。ここでは、仮に θ を ρ_0 に対して次式のように与えてみる。

$$\theta = 0.27267 \{ \ln(\rho_{0f}/\rho_0) \}^{1/2} \tag{54}$$



図—4 ρ_0 に対する θ, γ, η の仮定
Assumed value θ, γ, η for ρ_0

この条件に対し、 θ は図-4 のような曲線で徐々に低下する。

一方、同図中の η は、各 ρ_0 に対する $y \sim t$ 曲線と $\rho \sim t$ 曲線が (41) 式と (19') 式を満たし、かつ $v \sim \rho$ 曲線が最多密度曲線に接するようにして決めた値であり、 γ は (50) 式、(54) 式にこの η を代入して求めたものである。こうした各係数によって計算された $v \sim \rho$ trajectory が、図-3 の各 ρ_0 に対する縦の実線である。

また、時間を固定して平均幹材積 v と、個体密度 ρ との関係を調べた $v \sim \rho|_t$ 曲線が、図-3 の横方向に結んだ破線である。 $v \sim \rho|_t$ 曲線 (C-D 効果図) は、 $t = 2$ (年) では ρ 軸にほぼ平行であり、年数を経るにつれて最多密度曲線に接する付近での傾き角が徐々に大きくなる傾向を示している。そしてその値は、1 を超えて 1.6 に近づくようである。同図の $v \sim \rho|_t$ 曲線は、細かな違いを別にすれば、穂積¹³⁾ の $v \sim \rho|_t$ 曲線にほぼ似たものとなっている。

しかし、細かく見れば同図においては、 $t = 2$ (年) に対する ρ の大きい領域では右下りの傾向があまり見られないようであり、 $\rho \sim v$ 曲線の右下りの領域における今後の検討が必要のように思われる。そういう意味では、各 ρ_0 に対する γ, η の値 (θ も含めて) を図-4 上でもっと変えて設定すれば図-3 の $v \sim \rho|_t$ 図はもう少し違ったものとなるはずである。例えば、上で述べたような $\rho \sim v$ 図における右下領域に対する η, γ の検討である。今回は、 θ を仮定して γ, η を求めたが、 γ が決定されれば η は求められるので、この付近の領域における現実の成長関係を別の角度から考察するということも含めて、 γ の検討が今後必要のように思われる。

3 自然枯死線

前節より今回のモデルが、係数 γ, η に対する条件付きながら、C-D 効果を満たすことができるということが示された。ここでは、これまで述べなかった自然枯死線、すなわち只木式との関係について考察する。さて、 w に関する只木の自然枯死線の式²⁾は

$$1/\rho = Aw + B \quad (55)$$

である。ここに、 A, B は定数である。この式は、 $w \sim \rho$ trajectory が ρ の減少に伴って最多密度曲線に接することを表している。今回の成長モデルは、収量 y に関する

モデルであり、只木式に類似したものを考えるとすれば、以下に示したように収量に関する拡張した只木式、すなわち

$$1/\rho = Ay^\phi + B \quad (56)$$

$$\phi > 1/\beta_0, \text{ (最多密度曲線に接する条件)} \quad (56')$$

があげられる。ここに、 A, B は定数、 β_0 は y に関する最多密度曲線のベキ係数である。ここで、上の (56) 式が ρ の減少によって最多密度曲線に接するときには、上の (56') 式のような ϕ に関する条件式を満たさなければならない。この条件式は、次のような $y \sim \rho$ trajectory が y に関する最多密度曲線に接する条件より明らかになる。

その条件を明らかにするには、只木(1969)が行ったような方法をこの場合の $y \sim \rho$ 関係を適用して、両対数グラフ上での $y \sim \rho$ trajectory の勾配を調べればよい。すなわち、 y に関する最多密度曲線のベキ係数を β_0 とすれば、

$$-\beta_0 = \frac{d \log y}{d \log \rho} = \frac{\rho}{y} \frac{dy}{d\rho} \quad (57)$$

となり、一方、(56) 式を微分することによって

$$\frac{dy}{d\rho} = \frac{-y}{\phi\rho(1-B\rho)} \quad (58)$$

を得る。得られた (57), (58) 式より

$$\rho = (\phi\beta_0 - 1) / (\phi\beta_0 B) \quad (59)$$

となる。また、(56) 式より形式的に $y \rightarrow 0$ とすれば

$$B = 1/\rho_0$$

を得る。したがって、 $y \sim \rho$ trajectory がその最多密度曲線に接するときの ρ として次式を得る。

$$\rho = \frac{\phi\beta_0 - 1}{\phi\beta_0} \rho_0 \quad (60)$$

ここで、 $\rho > 0$ であるためには

$$\phi > 1/\beta_0 \quad (61)$$

を満たさなければならない。今回の SPURR 等³⁾ のデータの場合、 $\beta_0 = 3/5$ としているので、 $\phi > 5/3$ とならなければならない。

こうして (56) 式の条件式が得られる。今回の y -

logistic 成長モデルは収量 y をベースとしたモデルであるので、 $y \sim \rho$ trajectory としては、以上より、只木式を少し変形した先の (56) 式のような式形となるものと考えられる。以後、この (56) 式を y -只木式と呼ぶことにする。

今回の場合、 $y \sim t$ 式は (41') 式で与えられ、 $\rho \sim t$ 式は (19') 式で与えられる。まず (19') 式を $e^{\tau t}$ について解けば、

$$e^{\tau t} = \left\{ \rho^* \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho^*} \right) \right\}^{1/\eta} \quad (62)$$

となり、一方、 $1/y$ についての (41') 式を y について解き、上式を代入すれば、次の $y \sim \rho$ trajectory を得る。

$$y = \frac{(1-\tau) Y_0}{a+b} \left\{ \rho^* \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho^*} \right) \right\}^{\beta_0/\eta} \quad (63)$$

ただし

$$a = \left\{ \rho^* \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho^*} \right) \right\}^{(1-\tau) \beta_0/\eta} \quad (64)$$

$$b = \{(1-\tau) Y_0 / y_0\} - 1 \quad (65)$$

ここで、もし $\rho \approx \rho_0$ のときには $a \ll b$ となり、(63) 式は

$$y = \frac{(1-\tau) Y_0}{b} \left\{ \rho^* \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho^*} \right) \right\}^{\beta_0/\eta} \quad (66)$$

のようになる。さらに

$$b = (1-\tau) Y_0 / y_0$$

とすれば、(66) 式は次のように表すことができる。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho^*} \left(\frac{y}{y_0} \right)^{\eta} + \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho^*} = Ay^{\eta} + B \quad (67)$$

ただし

$$A = (1/\rho^*) (1/y_0)^{\eta}, \quad B = (1/\rho_0) - (1/\rho^*), \\ \phi = \eta/\beta_0 \quad (68)$$

上式は、先の y -只木式 ((56) 式) と同一の式形である。

次に、 ρ が減少して $\rho \approx \rho_1$ となるときの、 $b \ll a$ となって、(63) 式は

$$y = (1-\tau) Y_0 \left\{ \rho^* \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho^*} \right) \right\}^{\beta_0/\eta} \quad (69)$$

となり、結局次式を得る。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho^*} \left\{ \frac{y}{(1-\tau) Y_0} \right\}^{\eta} + \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho^*} = Ay^{\eta} + B \quad (70)$$

ただし

$$A = (1/\rho^*) \{(1-\tau) Y_0\}^{\eta} \quad (71)$$

$$B = (1/\rho_0) - (1/\rho^*), \quad \phi = \eta / (\tau \beta_0) \quad (72)$$

上式は (56) 式と同一の式であり、密度が減少して (60) 式の ρ の値となったとき、最多密度曲線に接する。なお、最多密度曲線上では別に考えるので上の条件は適用されない。また、 ρ_0 の値が最多密度曲線の初期値 ρ^* に近い領域においては、 a と b とは同程度の値となり、簡略化はできずに (63) 式そのままの条件で最多密度曲線に接近することになる。

さて、(60) 式は ϕ を代入することによって

$$\rho = (1 - \tau / \eta) \rho_0 \quad (73)$$

となる。今回得られた τ, η を代入すれば、

$$\rho = (1 - 0.168 / 0.2553) \rho_0 = (1 / 2.9) \rho_0$$

を得る。 w に関する只木式²⁾ (w -只木式) の場合、

$$\rho = (\beta - 1) / \beta \rho_0 \quad (74)$$

であり、

$$\rho = (1 / 2.7) \rho_0$$

となる。今回の結果を見る限り、最多密度曲線に接するときの ρ は、従来の只木式の場合より y -只木式の方が小さい ρ の値で接することになる。

4 成長解析

第三章 (7') 式の左辺を、 y に関する相対成長率 (Relative crop growth rate: RCGR) と呼ぶことにし、この関係と SPURR 等³⁾ の LOT 2B のデータとを比較したものが図-5 である。同図には、各 ρ_0 に対する RCGR も示されている。同図中の B 曲線は、第 I 報¹⁾ で示した自然枯死線上の $w(t), \rho(t)$ 式より次式¹³⁾

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = \frac{1}{w} \frac{dw}{dt} - \left(-\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) \quad (75)$$

を用いて算出したものである。また、同図中の c 曲線は

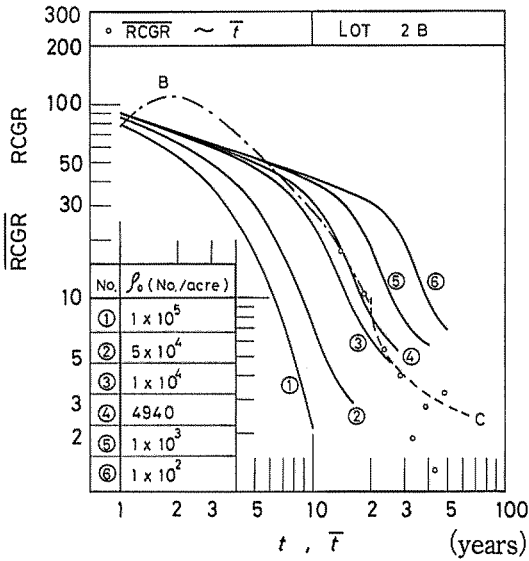


図-5 RCGR と時間 t の関係
Variation of relative crop growth rate (RCGR)
Curve B and C are from preceding paper¹⁾

これまで筆者が示し、本報や第 I 報でも引用した最多密度曲線上の $w(t)$, $\rho(t)$ 式¹¹⁾を上式で算出したものである。図-5, 図-6 中の ACGR, t 等は、データに対応するものであり、計算にあたっては第 I 報¹⁾と同様すべて平均操作を施した。RCGR は、今回の LOT 2B ($\rho_0 = 4940$) の場合、自然間引きが激しくなる10年以後、急

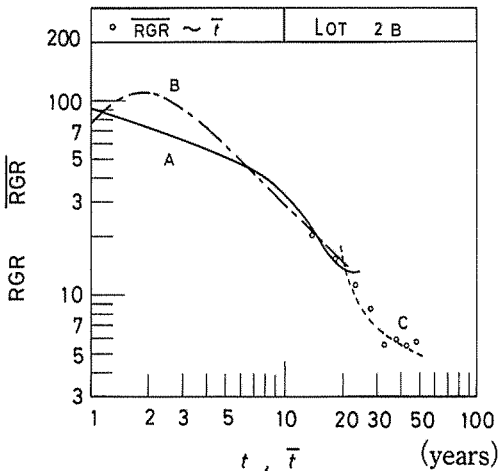


図-6 RGR と時間 t の関係
Variation of relative growth rate (RGR)
Curve A is from present model, curve B and C are from preceding paper¹⁾

速な低下を示すが、10年以前では徐々に低下する曲線となる。

一方、RGR も図-6 の A 曲線に示すような傾向をとり、やはり10年を境に急激に低下する。図中の B 曲線、C 曲線は第 I 報と同じものである。今回は、RCGR, RGR どちらにしても、初期のデータがないのでモデルの十分な適合性を考えることができないが、もし、データが B 曲線のようにになっている場合には、今回のモデルの改良が必要になる。

V まとめ

筆者は、第 I 報¹⁾で只木式に関する考察を行ったときに、自然枯死線の重要性に気が付いた。このことは既に内藤⁹⁾が指摘していたことでもある。今回の考察も、基本的には自然枯死線の領域を対象としたものである。この領域の $y(t) \sim \rho(t)$ データに対し、収量 y に関する logistic 式を用いることによって、 $y \sim t$ 式を求めた。また、第 I 報の $\rho \sim t$ 式を拡張することによって穂積式と同一の個体密度の減少式を得た。得られた $y(t)$ を $\rho(t)$ で除すことによって個体重 $w(t)$ が求められる。

今回の y -logistic 式は、 ρ が一定のときには篠崎・吉良⁴⁾の逆数式を満たしているので、 $y \sim t$ 式が求められれば、 ρ が時間 t によって減少する場合でも C-D 効果(競争密度効果)については成果を期待することができる。また、安藤¹⁹⁾は密度管理図を $y \sim \rho$ 関係図で示しており、 $y \sim t \sim \rho$ 関係で成長現象を議論することは、この点からも有利なことに思われる。 $v \sim \rho$ trajectory については、図-3 にみられるように、ほぼ満足できる結果が得られ、さらに、C-D 効果についても未解決な点が残されているものの、かなりよい見通しを得ることができた。

今回のモデルは、 ρ^* の初期値 ρ_0^* / η 中の ρ_0^* を最多密度曲線の初期値 ρ_{0r} と考えるという点で穂積モデルを参考しているが、両者の間には、成長式で y -logistic 式と w -logistic 式という違いがある。また、第 III 章の y -logistic 成長モデルにおける仮定は、すべてこれまでの成果を用いたものであり、根拠のない仮定は含まれていない。 $y \sim t$ 式を直接求めるというこの方法の利点は、成長式の解析解が求めやすいということであり、したがって、後の計算が容易となることである。

例えば穂積¹²⁾¹³⁾の場合, $w \sim \tau(t)$ 式として

$$\frac{1}{w} = e^{-\tau} \int_0^{\tau} \frac{e^{\tau} \rho(\tau)}{Y(\tau)} d\tau + \frac{e^{-\tau}}{w_0} \quad (76)$$

を解かねばならないから, $\rho(\tau)$ 式が, 第II章(18)式のように複雑である場合には, 解析解を得るのがむずかしくなり, 数値計算が煩雑になるということが生じる。そのためか SPURR 等³⁾の LOT 2B のデータに対して, 28%程度の相対偏差が一部に生じている。この点は, 穂積の成長モデルが植栽直後から, 最多密度曲線の最後までを含めているので, スケールの大きいモデルではあるが, 先のような指摘点を含めて難しい面をもつモデルのように思われる。

既に見てきたように穂積の(76)式に関する難点は, y -logistic 式ではうまく回避することができる。しかし, 今回のモデルも C-D 効果を議論しようとする, 係数 γ, η に未解決の問題点が残されていることが明らかになってきた。 ρ の上限値 ρ^* に対するベキ係数 η と y の上限値 Y の成長係数 γ との間には, 第IV章(51)式のような関係式が仮に示されてはいるが, SPURR 等³⁾のデータに対する γ, η の値は, $\rho_0 = 4940$ (本/acre) の $v \sim \rho$ trajectory に対してと, 最多密度曲線に対して求められただけであり, その他に関しては求められていない。今後は, γ, η をそれぞれ明らかにしなければならないが, 最多密度曲線上までの領域に対する成長モデルを組み立てることも必要であるように思われる。

本研究を行うにあたり, 三重大学生物資源学部の武田明正助教授には, 最後まで暖かい励ましを頂いた。また, 当時同農学部(現東京大学農学部)の箕輪光博教授のお話には大変啓発された。ここに記して心からお礼を申し上げる次第である。

引用文献

- 1) 林 拙郎. 同種・同齢の植物個体群の成長関係—自然枯死線—. 三重大学生物資源学部紀要, 5: 9-22 (1991)
- 2) 只木良也. 林分密度管理の基礎と応用. 日本林業技術協会, p 1-125 (1969)
- 3) SPURR, S. H., YOUNG, L. J., BARNES, B. V. & HUGHES, E. L.. Nine Successive thinnings in a Michigan White pine plantation. J. For., 55: 7-13 (1957)

- 4) SHINOZAKI, K. & KIRA, T.. Intraspecific Competition among higher plants (VII) Logistic theory of the C-D effect. J. Inst. Polytech., Osaka City Univ. Ser. D7: 35-72 (1956)
- 5) 大隅真一. RICHARDS の生長函数とその林木生長への応用. 87回日林論, 111~112 (1976)
- 6) 大隅真一・石川善朗. 樹木の生長解析に対する RICHARDS 生長関数の適用性について. 京府大学報・農 35: 49-76. 1983
- 7) 箕輪光博. 林木の生長に関する理論的考察 (I) log-MITSCHERLICH 式の理論. 日林論, 64: 461-467 (1982)
- 8) 箕輪光博. 同上 (II) 自己間引モデルの検討. 日林誌, 65: 135-142 (1983)
- 9) 内藤健司. RICHARDS function に基づいた林分生長解析 (I) $w \sim N$ trajectory. 日林誌, 65: 399-407 (1983)
- 10) 林 拙郎. 同種・同齢の植物個体群の生長則 (I) ロジスチック理論の拡張. 日林誌, 67: 348-357 (1985)
- 11) 林 拙郎. 同種同齢林の全生長過程に関する一考察. 三重大学農学部学術報告, 75: 39-52 (1987)
- 12) HOZUMI, K.. Ecological and mathematical considerations on self-thinning in even-aged pure stands (I) Mean plant weight-density trajectory during the course of self-thinning. Bot. Mag. Tokyo, 90: 165-179 (1977)
- 13) HOZUMI, K.. Ecological and mathematical considerations on self-thinning in even-aged pure stands (II) Growth analysis of self-thinning. Bot. Mag. Tokyo, 93: 149-166 (1980)
- 14) 吉良龍夫・穂積和夫・小川房人・上野善和. 栽植密度問題の生態学的考察. 園芸学研究集録, 6: 69-81 (1953)
- 15) 篠崎吉郎. Logistic 理論の生いたち(1)生態学講座月報(共立出版), No. 8, 3-6 (1973)
- 16) 篠崎吉郎. 同上(2)生態学講座月報(共立出版), No. 9, 3-5 (1973)
- 17) 穂積和夫. 植物の相互作用. 共立出版, p 1-124 (1973)
- 18) 只木良也. 競争密度効果式を基にした幹材積収穫予測. 林試研報, 154: 1-19 (1963)
- 19) 安藤 貴. 林分の密度管理. 農林出版, p 1-126 (1982)
- 20) 吉良龍夫. 生態学からみた自然. 河出書房新社, p 1-295 (1974)

注

- 1) 逆数式の導かれた当初の目的は, 競争密度効果を説明することであったから, そういう意味では,

- (1)式はよくまとまった関係式であるということが出来る。しかし、この理論を実用化しようとするとき、ここに述べたような様々の解決すべき点につきあたる。
- 2) 最多密度曲線は、安藤¹⁹⁾、只木²⁾に従って、 $3/2$ 乗則線と同義語に用いる。
 - 3) 最終収量一定則が、それまでの平均個体重 w をベースにした生物学的考え方に重きをおいたものであるというよりも、むしろ物質の収支を考える物理学的考え方に近いということは吉良の著作物²⁰⁾にもみられる通りである。
 - 4) 第I報¹⁾では、この式の α を α^* と書いたが、ここでは α と書く。
 - 5) この値は、後の第III章で述べる $w \sim t$ 曲線のあてはめより、 w の初期値 w_0 が $w_0 = 2.31 \times 10^{-4}$ (ft^3) と決定されるので、これと最多密度曲線の交点より決定される。
 - 6) $m, \eta/\alpha, \rho_0$ を同時に決定すれば、 m として $m = 0.63$ を得る。しかし、既報¹⁰⁾より、最多密度曲線上では $m = 2/3$ が得られているので、自然枯死線上の m としてもこの値を用いた。
 - 7) m を $2/3$ と固定しないようにして求めると次のようになる。
 $m = 0.60, \quad y = 548, \quad y_0 = 0.684, \quad \gamma = 0.176,$
 $1/\alpha = 2.85$