

ベイズ型コホートモデルの水産資源解析への応用

大西 修平*¹・松宮 義晴*²・原田 泰志*³

*¹漁業情報サービスセンター, *²三重大学生物資源学部, *³東京水産大学

Bayesian Cohort Models for Fisheries Population Dynamics

Shuhei OHNISHI*¹, Yoshiharu MATSUMIYA*² and Yasushi HARADA*³

*¹Japan Fisheries Information Service Center, *²Faculty of Bioresources, Mie University

*³Tokyo University of Fisheries

Abstract

This paper continues with investigation of the applicability of the Bayesian cohort model for fisheries population dynamics. A Bayesian cohort model is proposed to resolve the identification problem using the standard cohort analysis by Nakamura (1986). A Bayesian information criterion, ABIC, is introduced for selection of the optimal model. The catch equation needs some corrections and the estimating process is explained. The practical utility of the proposed models is demonstrated by analyzing the hypothetical data set and the actual fisheries data for mackerel.

Key words: bayesian cohort model · cohort analysis · fisheries population dynamics · ABIC

緒 言

水産学の分野では、漁獲努力量の情報がなくとも資源量を把握できるいわゆるコホート解析という手法がいくつか発表されている¹⁻³⁾。これらは単なる計算法で新しく推定されるパラメタはない。未知の多くのパラメタを同時に推定するマルチコホート解析⁴⁻⁷⁾が考案されているが、問題点も多く満足な結果が得られないものもある。

社会科学におけるコホート分析とは、同時期出生の人口集合の行動様式や態度の変化を検討するための方法である。この方法には年齢・時代・コホートの3効果が交絡していて、原理的に分離できないという問題がある。この識別に関していくつかの方法が提案されている⁸⁻¹²⁾。

近年、この識別問題を克服する新しい方法として、パラメタの漸進的変化の仮定を取り込んだベイズ型コホー

トモデルが提案された¹³⁾。本報はこのコホートモデルを水産学に導入し3効果を推定し、適応の方法と限界について検討し、今後の展望を考察することが目的である。

ベイズ型モデルの水産学への導入

漁獲方程式の修正と推定手順

Nakamura¹³⁾に従い、ベイズ型モデルを水産のマルチコホート解析へ導入する。基本データとなる $i(=1\cdots I)$ 年齢, $j(=1\cdots J)$ 年の漁獲尾数 C_{ij} はいわゆる標準コホート表に対応する。一般的な漁獲方程式では、ベイズ型モデルの適用は困難で、ここでは修正近似式

$$C_{ij} = S_i f_j \prod_{k=1}^{i-1} (1 - S_k f_{j-i+k}) N_{1,j-i+1} \exp \{-(i-1)M\} \quad (1)$$

を用いる。 S は年齢による選択性, $f = 1 - \exp(-F)$ は

年ごとの間引きの大きさ (F は年あたり漁獲係数), N は資源尾数 (加入量として $N_{1,j}$ にのみ意味をもつ), M は年あたり自然死亡係数である。

(1)式をさらに簡略化し

$$C_{ij} = S_i f_j (1-E)^{i-1} N_{1,j-i+1} \exp \{-(i-1)M\} \quad (2)$$

を得る。 E を 0 とすれば漁獲の影響を無視し, 何らかの E を代入すれば共通の漁獲率 E を採用していることになる。

(2)式の対数をとると

$$\begin{aligned} \ln C_{ij} - (i-1) \ln(1-E) + (i-1)M \\ = \ln S_i + \ln f_j + \ln N_{1,j-i+1} \end{aligned} \quad (3)$$

を得る。 $\ln S_i$, $\ln f_j$, $\ln N_{1,j-i+1}$ はそれぞれ Nakamura¹³⁾ の μ_i^A , μ_j^P , μ_k^C に対応し, 年齢, 時代, コホート効果と呼称される。これが社会科学での基本コホートモデルである。

以下, Nakamura¹³⁾ の正規型に拡張したベイズ型コホートモデル [式 (2), (1) ~ (2), (3), (6), (1) ~ (6), (3), (4), (2)] により, 3 効果のパラメタの推定が可能となる。

上記は, Akaike¹⁴⁾ の ABIC (A Bayesian Information Criterion) の最小化により最適モデルが選択される。

漁獲率の代入と先験的条件

(2)式には以下のような漁獲率 E を代入した。データが最高齢にまで達するコホート k ($=2 \sim J$) ごとに, C の最高値を示す年齢から

$$\ln \text{C} = \sigma_a - Z_k (i+1/2) \quad (4)$$

$$E_k = 1 - \exp \{-(Z_k - M)\} \quad (5)$$

を計算し (a は一回帰係数, Z は全減少係数, M は既知), さらに平均値

$$E = \frac{\sum_{k=2}^J E_k}{J-1} \quad (6)$$

を求めた。漁獲方程式の近似の度合は E の大きさと関連しており, ここでは E に 3 つの値, 0, $E/2$, E を代入する方法を設定した。それぞれ $E0$, $E1/2$, $E1$ と呼称する。

Nakamura¹³⁾ は先験的条件として, パラメタの一次階

差の重み付き 2 乗和が小さくなることを取り入れた。つまり超パラメタとなる適当な重み σ_A^2 , σ_P^2 , σ_C^2 をとって,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_A^2} \sum_{\lambda=1}^{J-1} (\mu_i^A - \mu_{i+1}^A)^2 + \frac{1}{\sigma_P^2} \sum_{j=1}^{J-1} (\mu_j^P - \mu_{j+1}^P)^2 \\ + \frac{1}{\sigma_C^2} \sum_{k=1}^{K-1} (\mu_k^C - \mu_{k+1}^C)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

を小さくする付加条件である ($k=I+J-1$)。

ここではさらに年齢効果の若齢部の重みを小さくする方法 (例えば $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 = \lambda_4, \dots, \lambda_{j-1}$) も採用した。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_A^2} \left\{ \frac{(\mu_1^A - \mu_2^A)^2}{\lambda_1} + \frac{(\mu_2^A - \mu_3^A)^2}{\lambda_2} + \dots \right. \\ \left. + \frac{(\mu_{I-1}^A - \mu_I^A)^2}{\lambda_{I-1}} \right\}^2 + \frac{1}{\sigma_P^2} \sum_{j=1}^{J-1} (\mu_j^P - \mu_{j+1}^P)^2 \\ + \frac{1}{\sigma_C^2} \sum_{k=1}^{K-1} (\mu_k^C - \mu_{k+1}^C)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

(7)式を A 法, (8)式を B 法とし比較検討した。B 法は那須ら¹⁵⁾ でも適用されている。

仮設データによるモデルの検討

仮設データの作製と 3 効果の再現性

3 効果 S, f, N の $1 \times 4 \times 7 = 28$ 組の仮設データを入力し, 設定した効果の再現性を検討した。仮設データの大きさは 10 歳 \times 20 年で, 自然死亡係数 $M=0.2$ とした。

年齢効果 (S) は 5 歳で加入が完了する形状 (①) に統一した。時代効果 (f) とコホート効果 (N) については実際に考えられるパターンを単純化した。各効果の概要を Fig. 1 に示した (番号により仮設データの型を示す)。

一部の例外はあるが, 本モデルは 3 効果を再現する機能を持つことが示唆された。パラメタの再現性はデータのもつ時代効果の形状に依存していた。時代効果が急増する設定 (③, 20 年間で 58 倍に増加) においては, 3 効果とも再現性は悪かった。コホート効果が周期的な増減を繰り返す設定 (①, ②) や突発的に増加する設定 (⑥) でも, 変動傾向は再現できた。

漁獲率および先験的条件の違いによる比較検討

E を代入する 3 つの方法 ($E0$, $E1/2$, $E1$) について, 3 効果の再現性を検討した。Fig. 2 に S ①と f ①と N

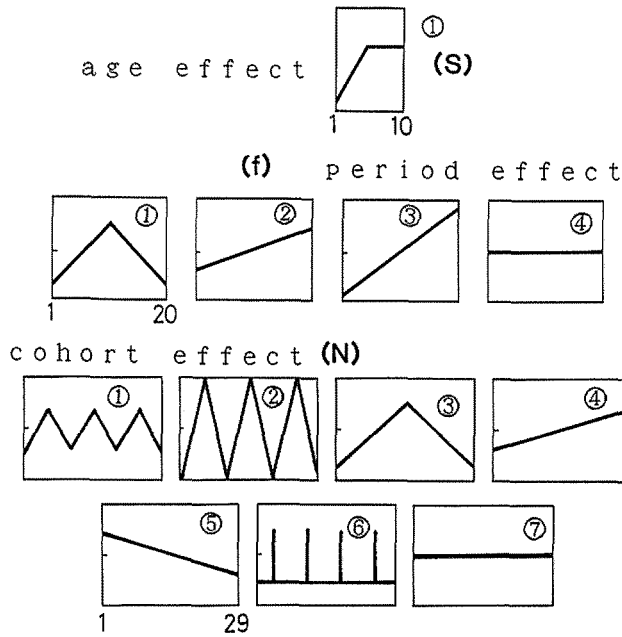


Fig. 1. Outline of the hypothetical data for examination of proposed Bayesian cohort models. Hypothetical data are composed of 28 sets (one age effect \times four period effects \times seven cohort effects). Cohort table consists of 10 ages \times 20 years.

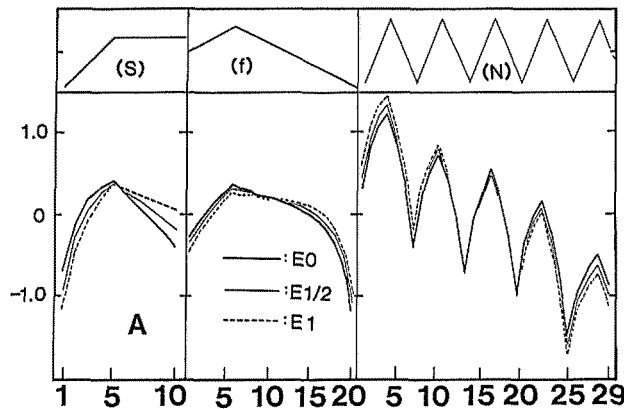


Fig. 2. Examination of reproducibility of the age, period and cohort effects by three methods (E_0 , $E_{1/2}$ and E_1). This example is S ①, f ① and N ① (see Fig. 1) by A method (Equation 7).

①の場合を例示する (A法)。一般的に、年齢効果は E_1 , $E_{1/2}$, E_0 の順で設定した効果に近づく、時代効果とコホート効果の再現性については、 E の値による大きな変化はみられなかった。

A法とB法について3効果の再現性を比較した。B法

の(8)式には年齢効果の設定と関連して、 $\lambda_1=400$, $\lambda_2=200$, $\lambda_3=100$, $\lambda_4=50$, $\lambda_5\sim\lambda_9=1$ を代入した。Fig. 3 に前と同じ設定 (S ①, f ①, N ①) を例示する ($E_{1/2}$)。全体的に、B法はA法に比べて再現性にまさっている。

以上のような3効果の再現性は視覚的な判断に拠った

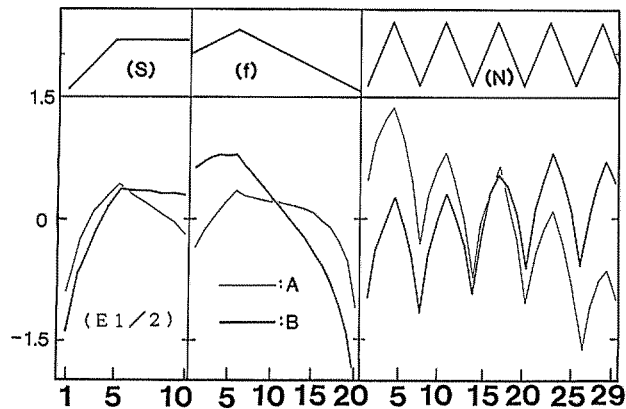


Fig. 3. Comparison of A method and B method on the reproducibility of three effects. This example is S ①, f ① and N ① by $E1/2$.

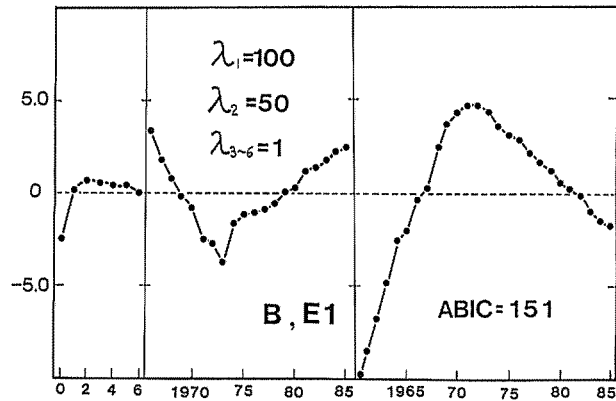


Fig. 4. An application of Bayesian cohort model to the actual fisheries data of mackerel. Optimal model is selected by $E1$ of B method ($ABIC=151$).

が、 $ABIC$ の大小を基準とした良否の判定でも大差はない。

B法の $E1$ において $ABIC$ 最小の最適モデルが選択され、Fig. 4 に示す結果は既存の知見とよく一致した。

九州西海域マサバ資源への適用

実用例として九州西海域のマサバ漁獲量データ* に本モデルを適用した。データは1966～1985年の20年間、年齢0～6歳に及び、 M は知見* により0.35とした。

E の値は(4)～(6)式から $E0=0$, $E1/2=0.375$, $E1=0.751$ を求めた。B法の(8)式には、 $\lambda_1=100$, $\lambda_2=50$, $\lambda_3\sim\lambda_6=1$ を代入した。

* 農林水産省西海区水産研究所下関支所の未発表の資料

課 題

仮設データによる検討のように、 E 一定の近似式(2)式)では適用の場が制限される。漁獲方程式を直接使ったモデルの開発が必要である。3効果はすべて相対値として出力される。効果の絶対値への変換が課題である。

本研究は誤差のない仮設データについて検討されている段階であり、解を求める計算法や目的関数などにも課題が残されている。誤差を導入したデータによる検討も

不可欠である。

文部省統計数理研究所助教授の中村 隆博士には研究全般にわたっての御援助を賜った。中村博士の直接的にも間接的にも種々の御指導と有益な示唆が、本研究をまとめる上で不可欠であったことを記して感謝の意を表する。

要 約

本論文はベイズ型コホートモデルの水産資源解析への適応を模索したものである。ベイズ型コホートモデルとは中村 (1986) によって、標準コホート分析における識別問題を克服するため提案されたものである。ベイズ型情報量規準 ABIC により最適なモデルが選択される。漁獲方程式はいくつかの修正が必要であり、推定手順を説明する。本モデルの実際的な効用を、仮説的データと実際のマサバ漁業のデータを分析することによって論証する。

引 用 文 献

- 1) GULLAND, J. A.: Estimation of mortality rates. Annex to Rep. Arctic Fish. Working Group, *Int. Council. Explor. Sea. C. M.* 3, 12 pp (1965).
- 2) MURPHY, G. I.: A solution of the catch equation. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, 22: 191-202 (1965).
- 3) POPE, J. G.: An investigation of the accuracy of virtual population analysis using cohort analysis. *Int. Comm. Northwest Atl. Fish. Res. Bull.*, 9: 65-74 (1972).
- 4) DOUBLEDAY, W. G.: A least square approach to analysing catch-at-age data. *ICNAF Res. Bull.*, 12: 69-81 (1976).
- 5) POPE, J. G. and SHEPHERD, J. G.: A simple method for the consistent interpretation of catch at age data. *J. Cons. CIEM*, 40: 176-184 (1982).
- 6) SAKURAMOTO, K. and TANAKA, S.: A new multi-cohort method for estimating Southern Hemisphere minke whale populations. *Rep. Int. Whal. Comm.*, 35: 261-271 (1985).
- 7) AKAMINE, T.: A solution of the multi-cohort model by Marquardt's method. *Bull. Jap. Sea Reg. Fish. Res. Lab.*, 37: 225-257 (1987).
- 8) SCHAIE, K. W.: A general model for the study of developmental problems. *Psychological Bull.*, 64: 92-107 (1965).
- 9) GLENN, N. D.: Cohort analysis. Beverly Hills and London, Sage Publications (1977).
- 10) FIENBERG, S. E. and MASON, W. M.: Identification and estimation of age-period-cohort models in the analysis of discrete archival data. In *Sociological Methodology*, K. F. SCHUESSLER (ed.), San Francisco, Josey-Bass: 1-67 (1979).
- 11) HOLFORD, T. R.: The estimation of age, period and cohort effects for vital rates. *Biometrics*, 39: 311-324 (1983).
- 12) TANGO, T.: Age-period-cohort model assuming age-period interaction. *Bull. Biom. Soc. Japan*, 8: 89-95 (1987).
- 13) NAKAMURA, T.: Bayesian cohort models for general cohort table analysis. *Ann. Inst. Statist. Math.*, 38: 353-370 (1986).
- 14) AKAIKE, H.: Likelihood and the Bayes procedure, Bayesian Statistics (eds. J. M. Bernardo, M. H. DeGroot, D. V. Lindley and A. F. M. Smith), Valencia, University Press (1980).
- 15) 那須郁夫・森本 基・中村 隆：下顎第1大白歯齲蝕経験のコホート分析, 口腔衛生学誌, 34: 92-99 (1984).