

CEOF（複素経験的直交関数展開）解析に関するノート — アビキ（巨大副振動）に関連する気圧変動の解析 —

小田 巻 実

三重大学大学院生物資源学研究科共生環境学専攻自然環境システム学講座

Note on the Complex Empirical Orthonormal Function Analysis — Analysis for the atmospheric pressure fluctuation related to the Abiki (large secondary bay oscillation) occurred in the west coast of Kyusyu Feb./2009.—

Minoru ODAMAKI

Ocean Climatology Laboratory,
Geo-system Science, Environmental Science and Technology,
Graduate School of Bioresources, Mie University, Tsu, Mie 514-8507, Japan

Abstract

Empirical Orthonormal Function analysis, frequently used in Meteorology and Oceanography study, can be applied well for the no time lag phenomena such as standing oscillation, but not for the time lag phenomena like a progressive wave. Complex EOF analysis might be applied well for such progressive phenomena, so we re-examined its concept and process, and tried to apply to the atmospheric pressure disturbance related the Abiki, large secondary oscillation, occurred in the ports of west and south coast of Kyusyu 24 th-26 th February 2009. In results, CEOF analysis has successfully shown the spatial distribution of the principal components of the disturbance with time lags, and their fluctuation.

Key Words: CEOF analysis, time lag, Abiki, secondary oscillation, principal components.

1. はじめに

海洋学・気象学では、離散的な時系列観測値を、相関を取ることで直交基底ベクトルに展開する EOF 展開 (Empirical Orthonormal Function 経験的直交関数) と呼ばれる因子分析法がよく使われる。複数点の時系列観測値から、その空間分布を固有パターン (直交関数系) に展開し、その時間変化を見ることが多いようである (日野 1977)。しかし、空間相関に重点を置いて、同時の観測同士の相互相関だけからパターンを計算することから、定常振動のように同じ場所で上下を繰り返す現象はよく表現できるものの、進行波のように、ある固有のパターンが時間的にずれながら移動してゆく現象は表現できない。実際の海洋では、外洋潮汐のように無潮点の周りを回転するような進行波としての現象が数多く存在する。そのような現象には、複素数の直交基底ベクトルを使った CEOF 展開 (Complex Empirical Orthonormal Function 複素経験的直交関数) が適用されることが多い (田口ほか 2000) が、まだその考え方や計算方法についてわかりにくいことが多い。本稿では、CEOF 展開について、九州薩南海域で起きたアビキ (副振動) に関連する気圧変動に適用を試みながら、その考え方と計算方法を整理する。

2. アビキの事例

アビキとは、数分から数十分周期で海面が昇降する副振動現象のことである。平時では、主振動の潮汐に比べて振幅が小さいため影響は少ないものの、低気圧などの気象擾乱や地震津波などによって数十 cm 以上にも励起・増幅され大きくなることがあり、遡上浸水被害を起こすだけでなく、周期が短いことにより港湾内に強い流れが発生し、船舶の転覆事故など激しい被害が発生する。九州西方海域（図 1）では、従来から 2 月から 3 月頃にアビキの発生頻度が高くなると言われ、最近では、2009 年 2 月 24 日に、場所によっては昇降幅が 1 m 以上に及ぶ大きなアビキが発生、各地に被害が出た（図 2、表 1）。当時の気象は、サハリンから沿海州・朝鮮半島に延びる気圧の谷があり、東シナ海から薩南諸島では、本州南岸にかけて延びる停滞前線があり、21 時頃から低気圧が発達しながら通過した（図 3）。海上保安庁の験潮所では、潮位とともに気圧も観測されており、当時の記録を見ると、気圧の急降下とアビキの発生はほぼ期を一にしていた（図 2、小田巻 2010）。

この地域で観測記録されたアビキの中では、1979 年 3 月 31 日 12 時半頃に長崎港で起きた周期 35–36 分、高低差 2.6 m のものが最大である。アビキの発生原因としては、当日 11 時 10 分頃、女島で、20 分で 5.9 hPa にも上るような気圧急上昇が観測され、長崎でも約 1 時間後のアビキ発生と同時頃に 2, 3 hPa の気圧上昇が起きており、これが原因と推定された（赤松・岡田・蔵重 1983）。日比谷・梶浦（1982）は、これを、東シナ海を東に伝搬する気圧波動とし、海洋長波の数値モデルに強制力として与えて、アビキの数値シミュレーションに成功した。それによれば、アビキの発生原因は、東シナ海で発生した気象擾乱が東進する際に浅海長波を励起・増幅させ、それが九州西岸に入射、ローカルな地形性振動とともに港湾の固有振動を励起・増幅させて起きると説明される。小田巻・矢野・新田 1983 も同様の数値シミュレーションで追認した。しかしながら、アビキをもたらす

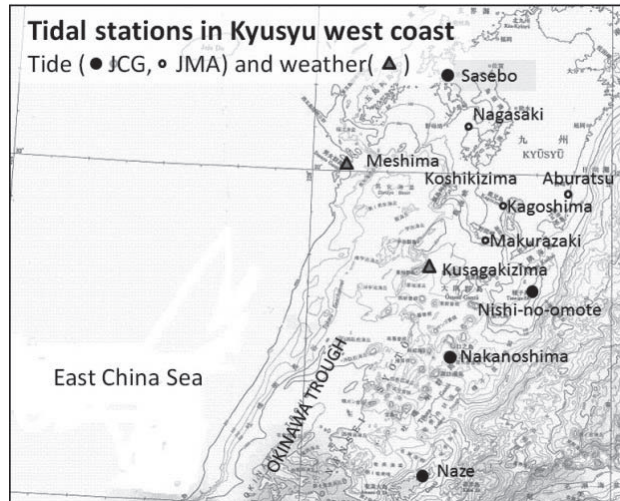


図 1 験潮所位置

Fig. 1 Location of Tidal observation in the west coast of Kyushu, Japan.

Base Map : 120 Anniversary Bathymetric chart by Japan Hydrographic and Oceanographic Department. Dotted stations are operated by Japan Coast Guard, circle stations by Japan Meteorological Agency.

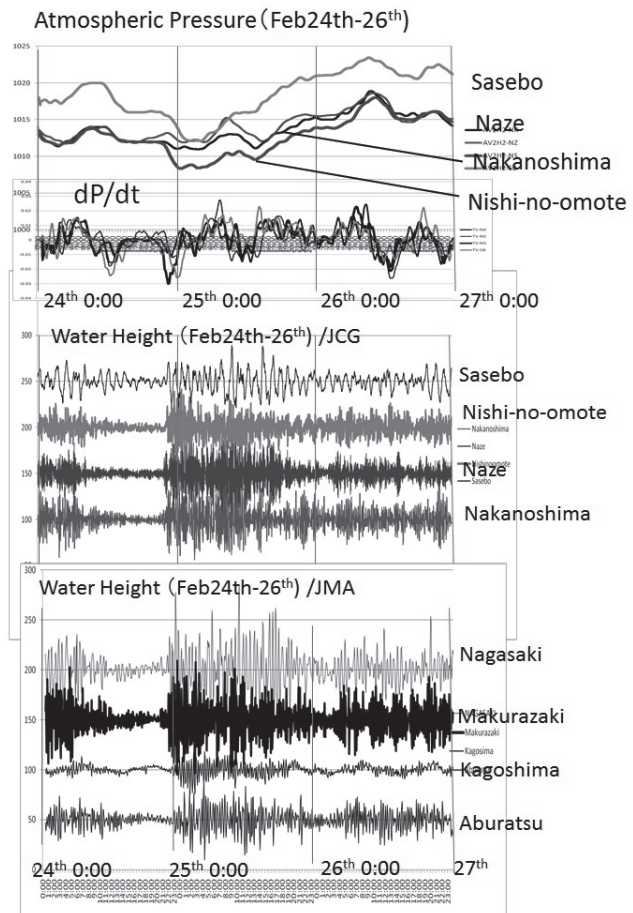


図 2 観測された気圧変化と副振動

Fig. 2 Observed atmospheric pressure and secondary bay oscillation from 24 th to 26 th Feb. 2009.

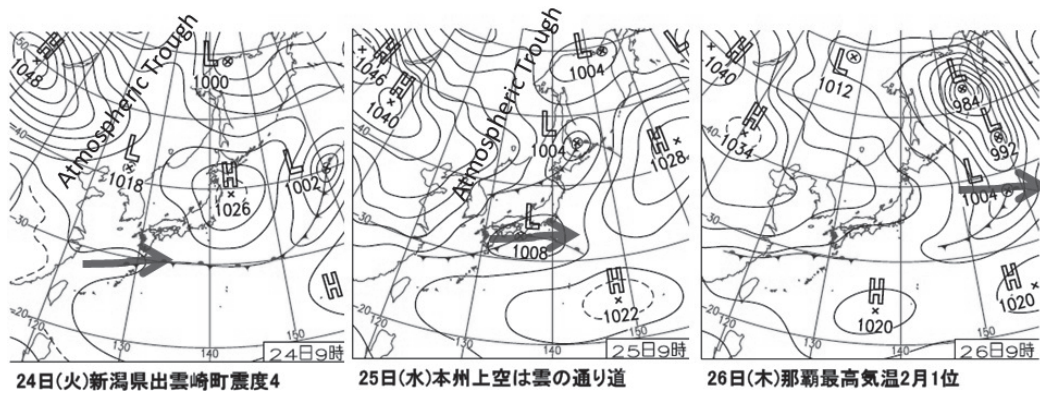


図3 アビキ発生時 (2009年2月24, 25, 26日) の天気図 (気象庁HPによる)。低気圧の進路の矢印と気圧の谷を加筆。

Fig. 1 Weather Maps from 24th to 26th Feb. 2009 by JMA Website. Arrows indicating Low Pressure developing and Atmospheric trough were added by author.

た気圧急上昇を伴う気象擾乱そのものについては、まだよくわかっていないようである。例えば、1979年のアビキは、地上天気は穏やかであったのに対し、2009年は低気圧が通過して雨や風を伴う悪天候であった。また、急激な気圧急上昇も見られておらず、むしろ激しい短周期微気圧変動が報告されている (仲井・橋本 2011)。そこで、今回は、海上保安庁の験潮所の気圧観測データをもとに、アビキの原因の可能性のある気圧変動に対して CEOF 解析による検討を行った。

Table 1 Epoch and Maximum wave height of the Abiki.

表1 アビキの起時と最大昇降幅 (筆者のまとめ)

地点	起時	最大昇降	昇降幅
佐世保	22:22up	09:44 昇 10:12 降	56.4cm
長崎	21:45up	23:20 昇 23:35 降	168.9cm
枕崎	21:45up	23:35 昇 23:30 降	113.0cm
鹿児島	22:10up	22:30 昇 22:40 降	42.8cm
油津	22:40up	01:45 昇 01:55 降	61.3cm
西之表	22:18up	00:33 昇 01:34 降	84.6cm
中之島	21:52up	08:14 昇 08:34 降	133.5cm
名瀬	22:31dn	03:17 降 03:25 昇	80.1cm

3. CEOF 展開の適用

3-1 使用データ

日本海洋データセンター JODC の NEAR-GOOS データベースで公表されている海上保安庁験潮所の 30 秒間隔データ (潮位と気圧) である。30 秒間隔ではあるが、1 hPa 単位の記録なのでステップ上のグラフとなって見づらいため、11 個 (約 5 分) の移動平均を 3 回かけて平滑化してから 1 分ごとの値とした。CEOF の計算に当たっては、さらに時間変化を明確化するため時間差分 ($dP/dt = P(t+1) - P(t)$) を対象とした (図 2)。

3-2 CEOF 展開の考え方

3-2-1 複素時系列とフーリエ級数

添え字 j で示す何点かで物理量の時系列 $u_j(t)$ を観測し、周期変動成分に分けることにすると、

$$\begin{aligned}
 (1) \quad u_j(t) &= \sum \{A_j(\omega) \cos(\omega t - \kappa_j(\omega))\} \\
 &= \sum \{a_j(\omega) \cos(\omega t) + b_j(\omega) \sin(\omega t)\} \\
 (a_j(\omega) &= A_j(\omega) \cos \kappa_j(\omega), \quad b_j(\omega) = A_j(\omega) \sin \kappa_j(\omega))
 \end{aligned}$$

と書くことができる。ここで ω は角速度、 $A_j(\omega)$ 、 $\kappa_j(\omega)$ は振幅と遅角、 $a_j(\omega)$ 、 $b_j(\omega)$ は \cos 成分と \sin 成分で表したものである。言い換えると、対象期間の観測データをフーリエ級数に展開したもので、

Σ は ω についてのフーリエ級数和を示している。

ここで複素表現を考えることにして、

$$\begin{aligned}
 (2) \quad U_j(t) &= \Sigma \{C_j(\omega)\} \exp(-i\omega t) \\
 &\quad \{C_j(\omega) = a_j(\omega) + ib_j(\omega)\} \\
 &= \Sigma \{a_j(\omega) + ib_j(\omega)\} \exp(-i\omega t) \\
 &= \Sigma \{(a_j(\omega) + ib_j(\omega))(\cos(\omega t) - i \sin(\omega t))\} \\
 &= \Sigma \{a_j(\omega)\cos(\omega t) + b_j(\omega)\sin(\omega t)\} + i \Sigma \{b_j(\omega)\cos(\omega t) - a_j(\omega)\sin(\omega t)\} \\
 &= (u_j(t) + i v_j(t)) \\
 [v_j(t) &= \Sigma \{b_j(\omega)\cos(\omega t) - a_j(\omega)\sin(\omega t)\} \\
 &= \Sigma \{a_j(\omega)\cos(\omega t + \pi/2) + b_j(\omega)\sin(\omega t + \pi/2)\}]
 \end{aligned}$$

と書くことができる。ここで i は虚数単位、 $v_j(t)$ は、もとの変動 $u_j(t)$ の各周波数成分の位相を $\pi/2$ だけ遅らせたものである。

複素時系列 $U_j(t)$ の共役複素時系列 $U_j^*(t)$ を考えると

$$(3) \quad U_j^*(t) = u_j(t) - i v_j(t)$$

と書ける。いま $U_j(t)$ を、 j の順に縦に並べて列ベクトルとし、 $U_j^*(t)$ と $U_k(t)$ の共分散行列 (CV_{jk}) を考えると、

$$(4) \quad (CV_{jk}) = \langle U_j^*(t) U_k^t(t) \rangle$$

ここで、 $()^t$ は転置行列を示し、 $U_k^t(t)$ は、 $U_k(t)$ の行を列に並べ替えた列ベクトルである。 $\langle \rangle$ は、共分散を示す。 $U_j^*(t)$ と $U_k^t(t)$ は、それぞれ時系列なので、要素を掛け合わせた時間平均を表している。すなわち、(2) (3) の関係を使うと

$$\begin{aligned}
 (5) \quad \langle U_j^*(t) U_k^t(t) \rangle &= \langle (u_j(t) - i v_j(t)) \cdot (u_k(t) + i v_k(t)) \rangle \\
 &= \langle u_j u_k + v_j v_k + i(u_j v_k - v_j u_k) \rangle \\
 &= \langle u_j u_k \rangle + \langle v_j v_k \rangle + i(\langle u_j v_k \rangle - \langle v_j u_k \rangle)
 \end{aligned}$$

となるが、(2) の関係を使うと、

$$\begin{aligned}
 \langle u_j u_k \rangle &= \langle \Sigma \{a_j(\omega)\cos(\omega t) + b_j(\omega)\sin(\omega t)\} \Sigma' \{a_k(\omega')\cos(\omega' t) + b_k(\omega')\sin(\omega' t)\} \rangle \\
 &= \Sigma \Sigma' \{ a_j(\omega) a_k(\omega') \langle \cos(\omega t) \cos(\omega' t) \rangle \\
 &\quad + b_j(\omega) b_k(\omega') \langle \sin(\omega t) \sin(\omega' t) \rangle \\
 &\quad + a_j(\omega) b_k(\omega') \langle \cos(\omega t) \sin(\omega' t) \rangle \\
 &\quad + b_j(\omega) a_k(\omega') \langle \sin(\omega t) \cos(\omega' t) \rangle \}
 \end{aligned}$$

となる。ここで Σ' は、 ω' についての総和を示している。

右辺の各項は、

$$\begin{aligned}
 \langle \cos(\omega t) \cos(\omega' t) \rangle &= 1/N \cdot \Sigma t \{ \cos(\omega t) \cos(\omega' t) \} \\
 &= 1/N \cdot \Sigma t \quad 1/2 \cdot \{ \cos(\omega - \omega') t + \cos(\omega + \omega') t \} \\
 &= \{ = 1/2 (\omega = \omega'), = 0 (\omega \neq \omega') \}
 \end{aligned}$$

ここで、 N はデータ数、 $\sum t$ は時間変数の合計を示し、 ω 、 ω' がフーリエ級数の角速度なので、 $\omega = \omega'$ の時は N 、 $\omega \neq \omega'$ の時には 0 となる。以下同様に、

$$\begin{aligned}\langle \sin(\omega t) \sin(\omega' t) \rangle &= 1/N \cdot \sum t \quad 1/2 \cdot \{\cos(\omega - \omega')t - \cos(\omega + \omega')t\} \\ &= \{= 1/2 (\omega = \omega'), = 0 (\omega \neq \omega')\} \\ \langle \cos(\omega t) \sin(\omega' t) \rangle &= 1/N \cdot \sum t \quad 1/2 \cdot \{\sin(\omega - \omega')t - \sin(\omega + \omega')t\} \\ &= 0 \\ \langle \sin(\omega t) \cos(\omega' t) \rangle &= 1/N \cdot \sum t \quad 1/2 \cdot \{\sin(\omega - \omega')t + \sin(\omega + \omega')t\} \\ &= 0\end{aligned}$$

となるので、結局

$$\begin{aligned}(6) \quad \langle \mathbf{u}_j \mathbf{u}_k \rangle &= 1/2 \cdot \sum \{a_j(\omega) a_k(\omega) + b_j(\omega) b_k(\omega)\} \\ \langle \mathbf{v}_j \mathbf{v}_k \rangle &= 1/2 \cdot \sum \{b_j(\omega) b_k(\omega) + a_j(\omega) a_k(\omega)\} = \langle \mathbf{u}_j \mathbf{u}_k \rangle \\ \langle \mathbf{u}_j \mathbf{v}_k \rangle &= 1/2 \cdot \sum \{a_j(\omega) b_k(\omega) - b_j(\omega) a_k(\omega)\} \\ \langle \mathbf{v}_j \mathbf{u}_k \rangle &= 1/2 \cdot \sum \{-a_j(\omega) b_k(\omega) + b_j(\omega) a_k(\omega)\} = -\langle \mathbf{u}_j \mathbf{v}_k \rangle\end{aligned}$$

となり、結局、

$$(7) \quad (\mathbf{C}\mathbf{V}_{jk}) = \langle \mathbf{U}_{jk}^*(t) \mathbf{U}_{jk}^t(t) \rangle = 2\langle \mathbf{u}_j \mathbf{u}_k \rangle + i(2\langle \mathbf{u}_j \mathbf{v}_k \rangle)$$

となる。

3-2-2 複素因子負荷行列

時間変化する複素数要素の列ベクトル ($\mathbf{U}_j(t)$) が、複素数要素の因子負荷行列 factor loading matrix (\mathbf{B}_{kj}) と複素数の因子評点 factor score 時系列の列ベクトル ($\mathbf{A}_k(t)$) で、次のように表されるとする。

$$(8) \quad (\mathbf{U}_j(t)) = (\mathbf{U}_1(t), \mathbf{U}_2(t), \dots, \mathbf{U}_n(t))^t = ((\mathbf{B}_{kj}^*)(\mathbf{A}_1(t), \mathbf{A}_2(t), \dots, \mathbf{A}_m(t))^t)$$

ここで、 n は観測点の数、 m は因子の数。共役複素ベクトル ($\mathbf{U}_{jk}^*(t)$) は、

$$(9) \quad (\mathbf{U}_{jk}^*(t)) = (\mathbf{U}_{1j}^*(t), \mathbf{U}_{2j}^*(t), \dots, \mathbf{U}_{nj}^*(t))^t = ((\mathbf{B}_{kj})(\mathbf{A}_{1j}^*(t), \mathbf{A}_{2j}^*(t), \dots, \mathbf{A}_{mj}^*(t))^t)$$

と書いて、複素因子負荷行列 (\mathbf{B}_{kj}) の各列ベクトル ($\mathbf{B}_{1j}, \mathbf{B}_{2j}, \dots, \mathbf{B}_{mj}$)^t はそれぞれ独立した単位長さを持つ正規直交ベクトル (基底) としている。

$$(10) \quad \mathbf{B}_{1j}^* \mathbf{B}_{1k} + \mathbf{B}_{2j}^* \mathbf{B}_{2k} + \dots + \mathbf{B}_{mj}^* \mathbf{B}_{mk} \quad (= 1 (j=k), = 0 (j \neq k))$$

さて、(8), (9) 式から $\mathbf{U}_{jk}^*(t)$ と $\mathbf{U}_{jk}(t)$ の共分散行列を作ると、(紛れがないので、以下添字は適宜省略)

$$\begin{aligned}(11) \quad \langle \mathbf{U}_{jk}^* \mathbf{U}_{jk}^t \rangle &= \langle \mathbf{B} \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{A} \mathbf{B}^{*t} \rangle = \mathbf{B} \langle \mathbf{A}^* \mathbf{A} \rangle \mathbf{B}^{*t} \\ &= \mathbf{B} \langle (\mathbf{A}_{1j}^* \mathbf{A}_{1k}) \rangle \mathbf{B}^{*t} = \mathbf{B} (\langle \mathbf{A}_{1j}^* \mathbf{A}_{1k} \rangle) \mathbf{B}^{*t}\end{aligned}$$

となるが、 $\langle A_j^*(t) A_k(t) \rangle$ は、もともと (8), (9) 式で独立して時間変化する直交基底ベクトルの展開負荷係数となっているので、長時間の相関を取れば、共分散は $j=k$ 以外は 0 となるはずである。従って、対角成分 λ_{jj} は $A_j(t)$ の共役複素数 $A_j^*(t)$ との積なので正の実数 $\lambda_{jj} > 0$ となり、それ以外の成分 $j \neq k$ は 0 となる。

この行列を $(\lambda_{jj}) = (\langle A_j^* A_k \rangle)$ とおくと、結局 (11) 式は、(4) 式と合わせて

$$(12) \quad (CV) = \langle U^* U^t \rangle = B(\lambda_{jj})B^{*t}$$

となる。(12) 式の両辺に右側から B を掛けると、 $B^{*t}B$ は、(10) 式から対角要素に 1 が並んだ単位行列 E になるので、

$$(13) \quad \begin{aligned} (CV)B &= B(\lambda_{jj})B^{*t}B = B(\lambda_{jj})E \\ &= B(\lambda_{jj}) = (\lambda_{jj})B \end{aligned}$$

となる。両辺の行列の各列ベクトル b_j を取り出してみると、

$$(14) \quad (CV)b_j = \lambda_{jj}b_j$$

となっていることから、共分散行列 (CV) の固有値・固有ベクトル問題となっていることがわかる。また、観測に基づいた共分散行列 (CV) から、各因子パターンを表す正規直交基底ベクトル b_j が計算されることから、気象学・海洋学では (13), (14) 式のように展開することを経験的直交関数 Empirical Orthonormal Function 展開と呼んでおり、さらに (1) (2) 式のように時間的なずれを考慮して、要素が複素数の共分散行列、複素固有ベクトルを考えると複素経験的直交関数 Complex EOF 展開と呼ばれている。通常の EOF 展開では、時間的なズレが考慮されないで (CV) は実数の行列となり、因子パターンも実数の固有ベクトルとなる。

アビキを起こす気象擾乱は、西から東に伝搬し、各地で観測された気圧変化も時間ずれがある (図 2) ことから、今回、この CEOF 展開の適用を試みた次第である。

3-3-3 CEOF 展開の計算方法

(14) 式の固有値問題を解くに当たり、複素数のままでは扱いにくいので、

$$(15) \quad (CV) = (A) + i(B), \quad b = u + iv$$

とおく。ここで、 i は虚数単位、 (A) , (B) は実数の行列、 u, v は実数のベクトル。これを (14) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} ((A) + i(B))(u + iv) &= ((A)u - (B)v) + i((A)v + (B)u) \\ (A)u - (B)v &= \lambda^2 u \\ (A)v + (B)u &= \lambda^2 v \end{aligned}$$

$$(16) \quad \begin{bmatrix} A & -B \\ B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \lambda^2 \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \quad C'b' = \lambda^2 b'$$

となって実数行列 C' の固有値問題になる。 (C', b') は、左側の式の行列とベクトル

ところが、共分散行列 (CV) には、(5) (6) 式の関係があるので、

$$\begin{aligned} A_{jk} &= \langle u_j u_k \rangle + \langle v_j v_k \rangle = A_{kj} \\ B_{jk} &= \langle u_j v_k \rangle - \langle v_j u_k \rangle \\ &= -(\langle u_k v_j \rangle - \langle v_k u_j \rangle) = -B_{kj} \end{aligned}$$

となることから、 C' は実対称行列となる。

この実対称行列の固有値問題の解法については、Appendix [実対称行列固有値問題の解法：ヤコビ Jacobi 法] に記す。

4. 計算結果と解釈

計算に当たっては、パソコンの Micro-Soft Excel を利用し、必要なところは VBA (Visual Basic Application) で作成した。佐世保・西之表 (種子島) ・中之島・名瀬 (奄美大島) 験潮所の 2 月 24 日 03:00 から 2 月 26 日 23:15 までの 1 分間隔 4096 データを対象に、FFT (高速フーリエ変換) でフーリエ級数の \sin , \cos 成分を 1024 項 (4 分周期) まで算出、(5) (6) (7) 式に従って複素共分散行列を計算、(15) (16) 式で実対称行列に変換、さらにヤコビ法で固有値・固有ベクトルを求めた。

解析対象としたのは 4 つの観測点なので、4 個の固有値と固有ベクトルが計算される。その結果が表 2 である。第 1 主成分 P_1 は、その変動成分の共分散に相当する固有値が 437.1×10^{-6} で、全共分散の 70.4% を占める。第 2 主成分 P_2 が 14.4%、第 3 主成分 P_3 が 10.0%、第 4 主成分 P_4 は 5.2% となっている。各固有ベクトルに固有値をかけて、その大きさを相対的に示したのが図 4 上で、 P_1 がかなりの部分を占めるものの、残りの P_2 , P_3 も効いているようである。図 4 下は、固有ベクトルの成分毎の位相差 (各観測点間の時間ズレ) を示しており、 P_1 ではほとんど位相差がない。それに対し、 P_2 では、中之島が佐世保よりも 124 度、西之表・名瀬よりも 270 度先行している。 P_3 でも、中之島は名瀬よりも 136 度、西之表・佐世保よりも 280 度先行している。

また、因子負荷行列 (B_{kj}) が算出されたので、(8) (9) 式を使って各成分のスコア (評点) が計算できる。ただし、時間変化は、複素数フーリエ級数で表しているので逆変換する必要がある、スペクトルを見たところでは低周波域に大きな成分が集まっているので 128 項 (32 分周期) までとした。各成分のスコアの時間変化が図 5 である。わかりやすくするために時間変化を積分して気圧変化のグラフとし、対比のためにもとの観測値とともに示している。

やはり変化の大きいのは P_1 成分で、この 3 日間の、下降して上昇するゆっくりした変化の上に 10-12 時間周期の変化が乗っており、各地がだいたい同様の気圧変化傾向を示すことに対応している。一方、各地で異なる気圧変化傾向を見せ、急激にアビキが発達する 24 日 21:30 頃は、 P_2 , P_3 , P_4 成分も増大している。

さらに、この因子負荷行列を使って、各成分それぞれの各地の時間変化を計算することができる (図 6)。 P_1 成分では、固有ベクトルに対応して、各地点とも時間遅れなく同じ変化傾向を示している。すなわち、平面波のように波の峰・谷が平行直線状に並んだ気圧変化の進行に対応し、南北に延びていた気圧の谷の西から東への移動に対応しているものと思われる。 P_2 成分は、中之島が先

Table 2 Eigen values and vectors

表 2 CEOF 展開の固有値と固有ベクトル

	P_1	P_2	P_3	P_4	
Eigen Value	437.1	89.5	61.9	32.0	$\times 10^{-6}$
Amplitude	P_{1a}	P_{2a}	P_{3a}	P_{4a}	
Sasebo	228.7	70.3	8.5	9.6	$\times 10^{-6}$
NishinoO	227.1	30.7	28.9	20.1	
NakanoS	202.8	38.3	19.6	22.6	
Naze	214.6	25.8	50.4	3.7	
Phase Lag	P_{1k}	P_{2k}	P_{3k}	P_{4k}	
Sasebo	1	-1	138	-85	degree
NishinoO	0	150	171	156	
NakanoS	7	-125	-130	19	
Naze	-8	144	-6	-137	
%	70.4	14.4	10.0	5.2	100

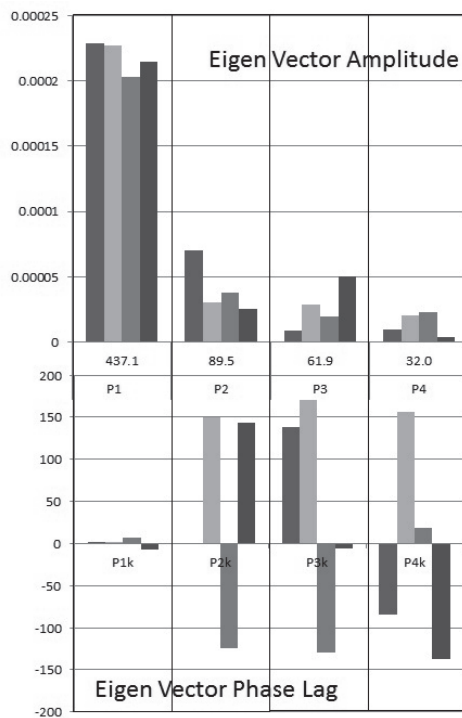


図4 各主成分の固有ベクトル（大きさと位相ずれ）
Fig. 4 Amplitudes and phase lags of Eigen vectors

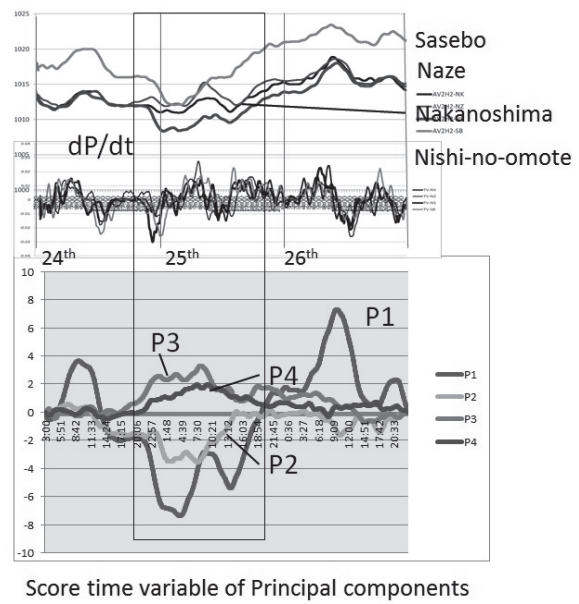


図5 各主成分の評点（スコア）の時間変化
Fig. 5 Time variation of the principal components' scores.

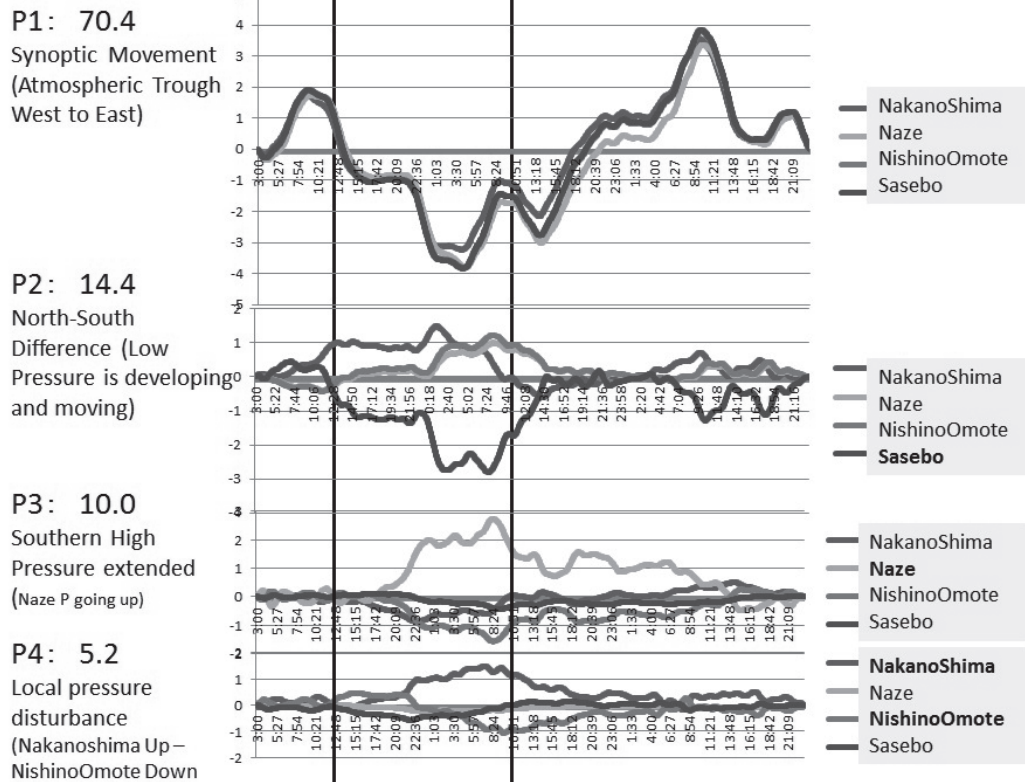


図6 各主成分の地点ごとの時間変化
Fig. 6 Time variations of contribution of each stations to the principal components.
Each eigen value and the interpretation of principal components are shown in the left.

行するとともにアビキの発達する 21:30 頃には、南側の名瀬・中之島・西之表が上昇、佐世保は下降しており、南北差が増大している。天気図 (図 2) を見ると 24 日から 25 日にかけて前線が北上し、気圧の谷が西から東に移りながら低気圧が発生、さらに発達しており、 P_2 成分はこれに対応していると思われる。 P_3 成分では、アビキの発達時に名瀬だけが上昇する傾向となっており、南側にある高気圧の影響と思われる。 P_4 成分では、中之島と西之表の相反する変動が目立ち、局地的な変動を表しているようである。

5. アビキと気圧変動成分

5-1 アビキの周期

潮位記録については、気圧変動と同じ期間のデータ (4096 分) から潮汐成分を引いて高周波成分を抽出し、FFT でパワースペクトルを計算した (図 7)。図中には、FFT による生のスペクトルと 3 個の移動平均を掛けたスペクトルを示している。佐世保では、周期 84 分に非常に鋭いピークを持つのに対し、他の 3 点では、特定の帯域に複数のピークを持つ分布をしている。これは、佐世保が湾口が狭くて奥行きが長い湾形なのに対し、他は周囲が深くなっている島の港であり、島の周りにできる複数の振動モードを反映していると思われる。西之表 (種子島) では、12 分～120 分帯と 6 分～8 分帯にスペクトルの山があり、15, 20, 31, 117 分並びに 6.4, 7.5 分にピークが立っている。中之島では、5～7 分に山があり、5.0, 5.5 分にピークが立っている。名瀬 (奄美大島) では、8 分～30 分に山があり、18 分にピークがある。スペクトルについては、副振動が期間中に増減して、定常状態ではないため、見かけ上ピークが分かれている可能性がある。数分から 20 分程度の短周期成分は、島の周辺に入射した海洋長波が、島の周りに捕捉されたエッジ波となって、定常振動を作っている可能性がある (梶浦 1978)。

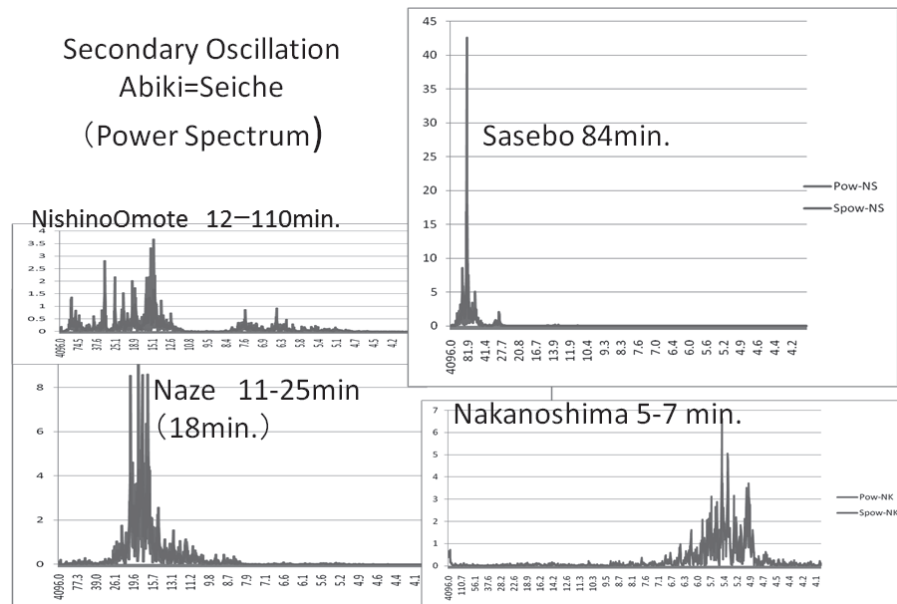


図 7 験潮所の副振動のパワースペクトル。

Fig. 7 Power spectrums of the secondary oscillation in the stations.

5-2 アビキと CEOF 成分

図 8 に対象期間中の副振動と CEOF の各成分の時間変化を示す。図中に枠で囲んだ、アビキが特に発達した 24 日 21:30 分から 25 日 18:30 までの期間を見ると、第 1 主成分 P_1 が急激に下降し、数時間周期の昇降を見せながら上昇する期間と合っている。その他の P_2 , P_3 , P_4 成分もこの期間は偏差が大きくなっており、この期間にアビキが発達したのは、 P_1 成分の激しい下降上昇変動に、この P_2 , P_3 , P_4 成分の地域的な変動が重畳したことが効いていると思われる。

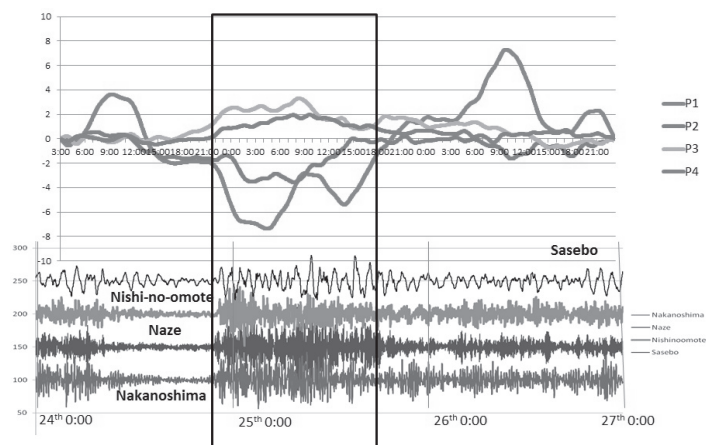


図 8 副振動の発達と CEOF 各成分の変動。

Fig. 8 Development of the secondary oscillation, and fluctuation of each principal component.

6. まとめ

2009 年 2 月 24 日～26 日に発生した九州西岸～薩南海域で発生したアビキと其の発生原因について、4 驗潮所の潮位と気圧の観測値をもとに CEOF 解析を行って検討した。当時、同海域は気圧の谷に位置し、それまでは同様な変化傾向だったのが、アビキの増幅とともに異なる変動を見せるようになった。この変化に着目し、気圧変動に CEOF 展開を施し、4 つの主成分を抽出した。第 1 主成分は、全共分散の 70% を占め、各点が時間遅れなく気圧変化するパターンとなっており、気圧の谷に沿って東西に移動する気象状況を表している。第 2 主成分は、南で上昇、北で下降のパターンとなっており、前線の北上、低気圧の発生・発達に対応すると考えられる。そのほか、第 3、第 4 主成分は、地域的な変動成分となっており、アビキの発達時期は、第 1 主成分の変動とともに他の成分の偏差が大きくなる時期に対応していた。

以上のように、CEOF 展開による変動成分の抽出によって、アビキに関連する気圧変動のパターンが明らかになった。ただ、CEOF 展開では、なぜそのようなパターンになるのかとか、その変動メカニズムについては推定以上にはならず、他の観測データを突き合わせた解析やモデル計算が必要となるであろう。しかし、パターン（固有ベクトル）が明らかになったことから、アビキ発生の解明や予測の手掛かりとして有効と思われる。今後、さらに事例を重ねるとともに、潮位の副振動データにも CEOF 解析を適用することによって、推定精度を上げたいと考えている。

なお、CEOF 解析は統計解析なので信頼度を示すことが必要である。時系列データのフーリエ級数から共分散行列を計算する際、データの個数（データ長）から誤差や信頼度が評価できると思われるが、別稿に譲ることとしたい。

謝辞：本投稿は、地球環境気候学研究室の立花義裕教授のお勧めがきっかけで、投稿の機会を与えて頂いたことに感謝する。また、使用した気象庁並びに海上保安庁驗潮所のデータは、海上保安庁海洋情報部 HP（<http://www.1.kaiho.mlit.go.jp/>）並びに日本海洋データセンター NEAR-GOOS データ（<http://www.jodc.go.jp/>）からダウンロードした。データを利用させてもらった各位に感謝する。

参考文献

- (1) 日野幹雄 (1977) : フーリエ展開の意味, 「スペクトル解析」, 95-100, 朝倉書店
- (2) 田口文明・吉川泰司・三寺史夫・中村啓彦 (2000) : 黒潮続流域における海洋変動—黒潮・親潮システムモデ

ルの計算結果と TOPEX/POSEIDON 海面高度計データの比較一, 「海洋科学技術センター試験研究報告」40, 145-160.

- (3) 小田巻実 (2010) : 2009 年 2 月九州南西海域で発生したアビキの観測記録について, 2010 年度日本海洋学会春季大会講演要旨集, 232.
- (4) 赤松英雄・岡田正実・蔵重清 (1983) : 気象と潮位の関連調査, 「九州西方沿岸海域に関する総合研究報告書」科学技術庁研究調整局, 78-95.
- (5) Hibiya, T. and K. Kajiura (1982) : Origin of the Abiki Phenomena (a kind of Seiche) in Nagasaki Bay., J. Oceanogr. Soc. Japan, 38-3, 172-182.
- (6) 小田巻実・矢野雄幸・新田清 (1983) : 九州西岸の「あびき」について, 水路部研究報告, 第 18 号, 83-103.
- (7) 仲井圭二・橋本典明 (2011) : 副振動の原因となる微気圧変動の時空間特性, 2011 年度日本海洋学会秋季大会講演要旨集, 97.
- (8) 梶浦欣二郎 (1978) : 海洋における地形性モード波, 気象研究ノート, 第 135 号, 521-552.

Appendix :

[実対称行列固有値問題の解法: ヤコビ Jacobi 法]

実対称行列 C の固有値 λ^2 は, 直交行列 P ($P^{-1}P=E$) を使って, $P^{-1}CP$ とする相似変換を行っても変わらない。すなわち $P^{-1}CP$ の固有値 λ' 固有ベクトル b'' を考えて

$$(A1) \quad P^{-1}CPb'' = \lambda'b''$$

の両辺に左から P を掛けると,

$$\begin{aligned} PP^{-1}CPb'' &= CPb'' = C(Pb'') \\ P\lambda'b'' &= \lambda'(Pb'') \end{aligned}$$

$$(A2) \quad C(Pb'') = \lambda'(Pb'')$$

となって, Pb'' が C の固有ベクトル, λ' が固有値となっている。
そこで, C の非対角成分のうち絶対値最大のもの a_{pq} に着目して

$$C = \begin{pmatrix} \cdot & & \cdot & & \\ \cdot & a_{pp} & \cdot & \cdot & a_{pq} & \cdot \\ & \cdot & & & \cdot & \\ \cdot & a_{qp} & \cdot & \cdot & a_{qq} & \cdot \\ & \cdot & & & \cdot & \end{pmatrix}$$

に対して, 単位行列で a_{pp} , a_{pq} , a_{qq} , a_{qp} が以下のようにになっている直交行列 P

$$(A3) \quad P = \begin{pmatrix} \cdot & & \cdot & & \\ \cdot \cos \theta & \cdot & \cdot & \sin \theta & \cdot \\ & \cdot & & \cdot & \\ \cdot -\sin \theta & \cdot & \cdot & \cos \theta & \cdot \\ & \cdot & & \cdot & \end{pmatrix}$$

を使って相似変換すると, pq 成分に関係する成分は,

$$P^{-1}CP = \begin{matrix} & \begin{matrix} p & q \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & a'_{pp} & \cdot & \cdot & \cdot & a'_{pq} & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & a'_{qp} & \cdot & \cdot & \cdot & a'_{qq} & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \end{pmatrix} & \begin{matrix} p \\ q \end{matrix} \end{matrix} \quad (A4) \quad \left(\begin{matrix} j \\ j \end{matrix} = p, q \right)$$

$$\begin{cases} a'_{pp} = \cos^2 \theta a_{pp} + \sin^2 \theta a_{qq} - 2 a_{pq} \sin \theta \cos \theta \\ a'_{pq} = \sin \theta \cos \theta (a_{pp} - a_{qq}) + a_{pq} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ a'_{qp} = a'_{pq} \\ a'_{qq} = \sin^2 \theta a_{pp} + \cos^2 \theta a_{qq} + 2 a_{pq} \sin \theta \cos \theta \end{cases}$$

$$(A5) \quad \left(\begin{matrix} j \\ j \end{matrix} \neq p, q \right) \quad \begin{cases} a'_{pj} = a_{pj} \cos \theta - a_{qj} \sin \theta \\ a'_{qj} = a_{pj} \sin \theta + a_{qj} \cos \theta \\ a'_{jp} = a_{jp} \cos \theta - a_{jq} \sin \theta \\ a'_{jq} = a_{jp} \sin \theta + a_{jq} \cos \theta \end{cases}$$

となる。そこで、

$$(A6) \quad a'_{pq} = \sin 2\theta (a_{pp} - a_{qq}) / 2 + a_{pq} \cos 2\theta = 0$$

$$(A7) \quad 2\theta = \tan^{-1} (-a_{pq} / (a_{pp} - a_{qq}) / 2)$$

としてやれば、絶対値最大の非対角成分 a_{pq} は、この相似変換によって 0 となる。この時、その他の非対角成分も、(A5) のように値が変化するが、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ で成分が回転するだけなので、最大の絶対値を超えることはない。そこで P_1 、 P_2 、 P_3 、 \dots と繰り返してゆけば、

$$(A8) \quad \dots P_3^{-1} P_2^{-1} P_1^{-1} C P_1 P_2 P_3 \dots = (\lambda_{jj})$$

すなわち、(A4) の相似変換を繰り返すことにより、すべての非対角成分をゼロに収束させてゆくことができる。 (λ_{jj}) は、対角成分だけに固有値が残った対角行列を示している。さらに、(A8) の両辺に左側から $(P_1 P_2 P_3 \dots)$ を掛けると、

$$\begin{aligned} & (P_1 (P_2 (P_3 (\dots P_3^{-1}) P_2^{-1}) P_1^{-1}) C P_1 P_2 P_3 \dots \\ & = (((E))) C P_1 P_2 P_3 \dots \\ & = C (P_1 P_2 P_3 \dots) \\ & (P_1 P_2 P_3 \dots) (\lambda_{jj}) = (\lambda_{jj}) (P_1 P_2 P_3 \dots) \end{aligned}$$

$$C (P_1 P_2 P_3 \dots) = (\lambda_{jj}) (P_1 P_2 P_3 \dots)$$

となって、 $(P_1 P_2 P_3 \dots)$ の列ベクトルが λ_{jj} に対応する固有ベクトルになっていることがわかる。

以上の繰り返し収束計算により、実対称行列の固有値・固有ベクトルを計算することができる。この計算方法はヤコビ Jacobi 法と呼ばれており、収束計算の速度は遅いものの着実に計算できる利点がある。