

## 数理弾性モデルによる土の三軸圧縮供試体の応力と変形性状に関する研究

著者	井上 宗治
雑誌名	三重大學農學部學術報告 = The bulletin of the Faculty of Agriculture, Mie University
巻	66
ページ	53-99
発行年	1983-03-01
その他のタイトル	Studies of Stress and Deformation Behavior in the Triaxial Compression Specimen of Soils based upon a Mathematical Elastic Model
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10076/3372">http://hdl.handle.net/10076/3372</a>

# 数理弾性モデルによる土の三軸圧縮供試体の応力と 変形性状に関する研究

井 上 宗 治

Studies of Stress and Deformation Behavior in the Triaxial Compression Specimen  
of Soils based upon a Mathematical Elastic Model

Sohji INOUE

目 次

	頁
第1章 緒 論	54
1-1. 研究の目的および方法	54
1-2. 本論文の構成	55
第2章 三軸圧縮試験における土の応力と変形 について	55
2-1. まえがき	55
2-2. 実験方法および用いた試料	56
2-3. 基礎式の誘導	57
2-4. 数値計算	60
2-5. 結果および考察	61
2-5-1. 変形性状について	61
2-5-2. 応力分布について	62
2-5-3. 応力・ひずみ曲線について	62
2-5-4. 変形係数, ポアソン比について	62
2-5-5. 変形係数, ポアソン比の近似計算に ついて	64
2-5-6. 他の手法による変形係数, ポアソ ン比との比較	66
2-6. あとがき	67
第3章 土の応力, ひずみ～時間曲線の多項式 近似について	68
3-1. まえがき	68
3-2. 基礎式の誘導	68
3-3. 計算結果および考察	71
3-4. あとがき	72
第4章 三軸圧縮供試体内の間隙水圧分布につ いて	73
4-1. まえがき	73
4-2. 実験方法および用いた試料	74
4-3. 基礎式の誘導	74
4-4. 数値計算	79
4-5. 結果および考察	80
4-5-1. 供試体内の間隙水圧分布特性につ いて	80
4-5-2. 間隙水圧の有無による変形係数, ポアソン比について	82
4-6. あとがき	83
第5章 円筒形土供試体の動的解析について	85
5-1. まえがき	85
5-2. 実験方法および用いた試料	85
5-2-1. 実験装置	85
5-2-2. 載荷方式	86
5-2-3. 用いた試料	86
5-3. 基礎式の誘導	86
5-4. 数値計算	90
5-5. 結果および考察	92
5-5-1. 主応力差～ひずみ関係について	92
5-5-2. 動的ポアソン比 $\nu_d$ について	93
5-5-3. 動的ヤング率 $E_d$ について	93
5-6. あとがき	93
第6章 結論および総括	94
用いた記号	95
参考および引用文献	97

## 第 1 章 緒 論

## 1-1. 研究の目的および方法

大容量の電子計算の発達とそれを駆使した数値計算法の進歩は極めて細部にわたる構造解析をも可能にしつつある現状であり、各種の土構造物に対しても例外ではない。問題はこのような精妙な解析法をいかに現実的に合理的にフィットさせるかということになるであろう。そのためには土に関しては応力～ひずみに関する構成方程式の研究が数多く着実に進められ実情に近い土の力学特性が次第に明確にされつつあるが、土の複雑性からいってあらゆる条件に適応可能な公式を導くことは不可能事と思われる。そうはいっても高度な数理解析を効果あらしめるためには対象となるべき土の基本的な性質を実験なり実測なりから適確に把握しなければ折角の近代兵器による解析も単なる数学遊びに陥ってしまうことは論を持たない。

このような観点から本研究では以下に述べるような方法で土の力学性状を考究し、連続体としての土構造物の解析に必要な基本的パラメータの算出方法を提案した。土の基本的性状を研究、実測するために室内実験で最もよく使われるのは三軸圧縮試験であり、その有用性は衆目の一致するところであろう。この試験では円筒形の土供試体を圧縮室内に設置し、軸方向に一定変位（変位制御）あるいは一定荷重（荷重制御）を与えてその圧縮強度から土のせん断特性を求める方法が最も一般的なものである。しかし、この試験にも短所がある。その一つとしては第 2 章でも詳しく述べるところであるが供試体端面と載荷板との間に生じる摩擦力が供試体全体の均一な変形を著しく妨げ<sup>1), 2)</sup> (Fig. 1-1 参照)、測定結果、すなわち軸差応力、間隙水圧、体積変化等に少なからぬ影響を与えることである。<sup>3), 4), 5), 6), 7), 8), 9)</sup>

このことは供試体端面と載荷板との間を滑らかにした場合 (Lubricated End) とそうでない場合 (End Restraint) との両方のデータを比較、検討することによって明らかにされるが影響を受ける度合は試験条件、土の種類によって異なってくる。

従来の研究ではできるだけ Lubricated End にすべく種々の方法が講じられてはいるが微小ひずみ範囲内ならともかく土のように比較的大きなひずみ領域まで試験を遂行する場合は端面摩擦を完全に除去することは困難である。<sup>10)</sup>

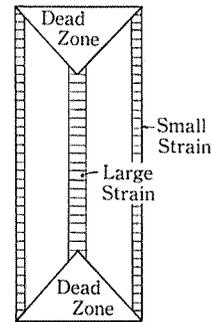


Fig. 1-1. Deformation condition in the triaxial compression test.

本研究では上記のような三軸供試体の実情に鑑み、End Restraint とした状態の供試体内の力学性状を数理的に検討し土のせん断強度測定の一助にせんとするのが目的の第 1 である。

さて、亜弾性体としての土構造物の構造解析を行なうとき等方性の仮定の下で我々は応力とひずみを結びつけるパラメータを二つ必要とする。一つはヤング率であり、もう一つはポアソン比でこれらの弾性定数も普通は三軸圧縮試験から求められるものである。測定された軸差応力～軸ひずみ曲線の接線、あるいは割線よりヤング率を、体積ひずみ～軸ひずみ関係よりポアソン比が算出される。<sup>11), 12), 13)</sup> 土のような亜弾性材料ではこれらの値は異なった応力レベルあるいはひずみレベルの下で異なった値をとる。ヤング率はともかくとしてポアソン比の実測はかなり困難で比較的大きなバラツキがとまない易い。というのはポアソン比は側方ひずみと軸方向ひずみとの比で求められるが三軸試験においては側方ひずみを計らずに供試体全体の体積変化測定値から側方ひずみ量が換算される。したがって端面摩擦による影響が小さく試験中供試体が直円柱の形状を保ちながら変形するのであればこの測定法も首肯されるが実際にはすでに述べたような不均一変形となるから正確な測定は期し難いことになる。

そこで本研究の第 2 の目的はヤング率とポアソン比を新たな観点から求める方法を提案することである。とくに体積変化の測定から側方ひずみを算出するのではなく、直接に供試体の側方変位を実測し、「タル型」の変形形状を利用することによってこれら弾性的諸定数を求めることを試みた。用いた方法は次のようである。

三軸供試体の変形形状を一つの三角関数で近似することによって End Restraint の効果を解析に取り入れる。基礎方程式から導かれた軸方向変位、側方変位の式に測定量としての供試体端面における軸方向変位量と中心部の周面における側方変位量をあてはめ、ヤング率、ポアソン比等を求める。もちろん各測定量は nonlinear であるので増分法 (incremental method) を用いてこれを処理した。

## 1-2. 本論文の構成

第2章では応力関数を用いて軸対称円筒座標の下での応力、ひずみ、変位の解析を行ない、ヤング率、ポアソン比を求める式を提示した。供試体の変形形状をその周面に作用する余弦関数の応力分布によって与えた。

また、このようにして得られた二つのパラメーター、ヤング率とポアソン比の計算式が若干複雑な形になるのでそれらの近似公式を導き、実用的には十分使用し得ることを確かめた。

第3章では第2章の解析に際して遭遇した各種測定量のバラツキを是正する方法を述べている。

生のデータにはもともと読取り誤差が多少含まれている上に変位量とか荷重量とかに変換するための較正係数を乗ずる操作を施すため誤差が増幅される傾向になる。これらのデータをそのまま使用する分には何らの不都合も生じないが、ここでは増分法によって各測定値の第1差分値を計算に用いていることになるから僅かのバラツキも大きな影響を受ける。そこでもとのデータを最小二乗法によって多項式近似を行ない、解析結果のバラツキを処理した。その方法について述べる。

第4章では土中の間隙水圧の挙動を加味した解析を行なった。基本的な考え方は第2章と同様であるが、水圧の時間的変化を考慮に入れるためには基礎方程式の形が少し異なってくる。ここでは応力関数の代わりに変位関数を用いて多元連立微分方程式を単一化して解析を進めた。そして、供試体内の間隙水圧分布特性を推定すると共に間隙水圧の存在を考慮した場合と考慮しない場合とのヤング率やポアソン比の相違について比較、検討した。

第5章では三軸圧縮供試体の動的解析を行なった。一般に土の動的性質に関する研究方法は多種多様にわたるが、ここでは供試体の軸方向に繰返し荷重 (あるいは変位) を与えた時の動的強度、動的ヤング率、動的ポアソン比等について調べた。動的試験の場合においても End

Restraint による影響は少ないが、<sup>14)</sup> 第2章で用いたものと同じ仮定、すなわち供試体周面に作用する応力分布を余弦関数とする仮定を使って解析を行なったものである。なお、この場合は間隙水圧の挙動は考慮に入っていない。

第6章では以上の研究の全体的な総括を行なう。

## 第2章 三軸圧縮試験における土の応力と変形について<sup>15)</sup>

### 2-1. まえがき

土の強度を調べるために三軸圧縮試験が行なわれるがこの試験法の特徴の一つは供試体内の応力やひずみの分布が様に生じるとみなされることである。しかし、実際には完全に様なひずみ (あるいは応力) ではなくその中央部と周辺部とは異なってくる。すなわち、供試体の両端に接する載荷板と土との摩擦が圧縮時の試料の変形を妨げるから上下端部にほとんど変形を起ささない部分 (拘束領域) ができこのためにひずみ差を生じ応力も一様ではなくなる。

端面の摩擦を軽減するために載荷板と土との間にプラスチック板やシリコングリースを塗ったゴム膜を挿入したり、さらには供試体の高さを小さくしたり (高さ・直径比を2~2.5とするのが普通であるがこれを1ぐらいにする) することなどによって応力、ひずみ分布を均一化するような方法も考えられている。<sup>3)</sup> 一方、このような力学条件下にある円柱供試体の挙動に関する研究も数多く行なわれている。たとえば Roscoe, et. al.<sup>16)</sup> や Kirkpatrick,<sup>17), 18)</sup> et. al. は三軸供試体の変形形状を実験的に追求しており、また弾性理論による取扱いとしては古くは Filon<sup>19)</sup> が単純圧縮試験に対しその両端部に微小幅の環状拘束域を考え、この部分では半径方向変位が生じないと仮定して理論解を導いた。また、Pickett<sup>20)</sup> は Filon の場合と少し異なった境界条件の下にこの問題を解いている。Balla<sup>21)</sup> は Bessel 関数と三角関数を含んだ多項式の応力関数を選び Fourier 級数を用いて積分定数を定めるとともに供試体の高さ・直径比と端面における粗さ係数というものを導入して弾性解を得ている。Peng<sup>22)</sup> はこの方法を端部の拘束条件をいろいろ変えた場合に適用し岩石供試体内の応力分布状態を検討している。さらには弾性基礎方程式を差分化して解いた Moore<sup>23)</sup> や有限要素法を用いた Girijavallabhan<sup>24)</sup> の研究などがあるがいずれも弾性体として成り立つ範囲内で

議論を進めていることでは軌を一にする。

一般に三軸圧縮試験を行なうと上で述べたような端面摩擦の影響で軸方向変位の進行に伴なって供試体中央部分に側方変位が集中し、最終的に供試体は「タル型」の形状を呈する。ここではこのような三軸圧縮供試体の変形特性に注目し両端面における載荷板と土との摩擦をできる限り大きくすることによって生じる供試体中央部分での側方変位量を測定した。そして軸対称円筒座標の下で得られる弾性解としての変位の式に側方変位と軸方向変位の測定量をあてはめ土のポアソン比、ヤング率を求めるとともに供試体内の応力分布や変形状を調べた。また、土の応力、ひずみ曲線は微小幅の線分に分割し、各分割線分に対して増分形を適用することによってその非線形成を処理した。

2-2. 実験方法および用いた試料

Fig. 2-1 に示すような側方変位測定用検出器を備えた三軸圧縮試験機を用いた。

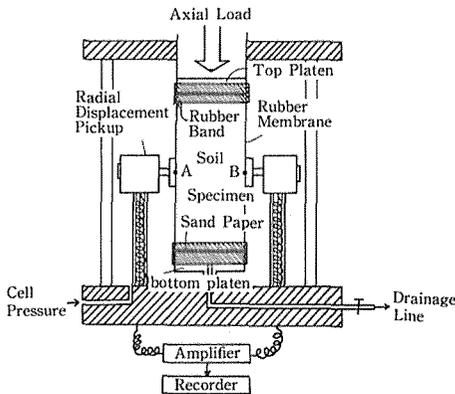


Fig. 2-1. Schematic drawing of triaxial compression apparatus.

検出器の内部には防水式差動トランスが取付けてある。

円筒供試体の周面上の二点 A, B で側方変位を測定し、その平均値を打点式記録計で、軸方向荷重、軸方向変位とともに記録した。側方変位の検出容量は最大 6 mm である。

上下載荷板と土試料の間にはサンドペーパーを敷いた。さらにこの部分に幅の広いゴムバンドを巻付け、供試体端面における側方変位が完全に 0 になるように拘束した。なお、ゴムバンドを取付けた場合とそうでない場合とでは供試体の応力状態にはほとんど差異のないことを確かめた。

試験方法は変位制御方式による非圧密・非排水試験 (U-U test) とし、扱った試料が不飽和土であることから間隙水圧は測定せず結果の解析は全応力法にしたがった。セル内液圧は 1.0, 2.0, 3.0, 4.0 (kg/cm<sup>2</sup>) の 4 段階で供試体 (規格は直径 5 cm, 高さ 12.5 cm) は試験機に設置する前にその高さ、直径を 1/100mm まで測り、含水比を計量しておいた。

用いた試料は砂質土と粘性土の二種類でその基本的性質を Table 2-1, Fig. 2-2 に示す。

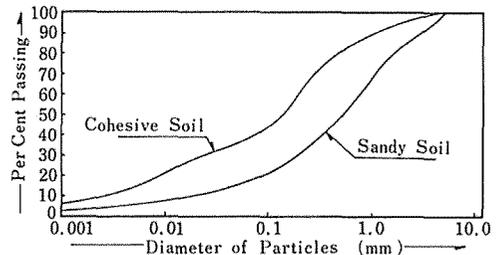


Fig. 2-2. Grain size distributions for soils tested.

側方変位検出器の着着力による影響を小さくするために供試体はできるだけ密に詰めることにした。すなわち、縮固めエネルギー  $E_c \approx 25.6$  (kg·cm/cm<sup>3</sup>) で得られる突固め曲線 (Fig. 2-3) を基準にして砂質土については  $D$  値 (所定の密度の最大乾燥密度に対する比)  $\approx 100\%$ 、粘性土については  $D$  値  $100\%$  にすることが困難であったた

Table 2-1. Physical properties of soils.

	Soil Classification	Specific Gravity	Consistency			Compaction Test	
			L. L. (%)	P. L. (%)	P. I. (%)	$\gamma_{d \max}$ (g/cm <sup>3</sup> )	$w_{opt}$ (%)
Sandy Soil ~4.76 mm	SM	2.715	35.6	33.7	1.9	1.870	11.2
Cohesive Soil ~4.76mm	CL	2.673	41.6	27.3	14.3	1.640	18.0

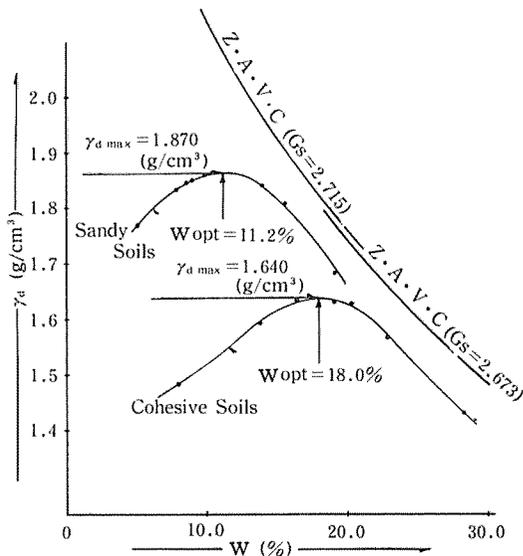


Fig. 2-3. Compaction Curves of Soils tested.

め90%になるように含水比，密度を調整して供試体を作成した。

2-3. 基礎式の誘導

三軸圧縮供試体の上下端面では一般に考えられているように主応力面とはならず摩擦力によるせん断力が生じそれによって供試体周面の変形形状は端部で0，中心部でふくらんだ形となる。そこで，Fig. 2-4 に示すように側圧  $\sigma_3$  以外に供試体の中心部で0，端部である値を有するような仮定の外力を境界条件の一つとして導入すると実際の三軸供試体の変形性状を都合よく近似することができる。

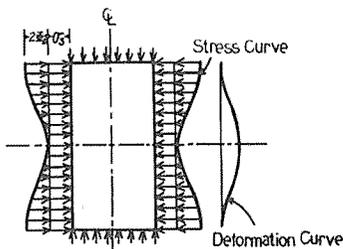


Fig. 2-4. Assumed stresses applied to the specimen and its deformation.

いま，Fig. 2-5 に示すような円筒座標  $r, \theta, z$  を用いねじりのない軸対称問題として取扱うと， $r, \theta, z$  方向の各変位成分  $U, V, W$  のうち  $V$  は0で  $U, W$  は  $\theta$  に無関係

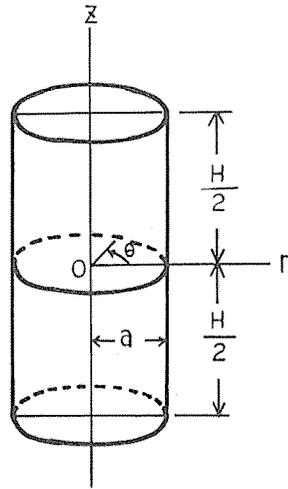


Fig. 2-5. Cylindrical coordinate system.

となる。また， $r, \theta, z$  方向の各応力成分  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  も  $\theta$  には関係せず，せん断応力  $\tau_{rz}, \tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}$  のうち  $\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}$  は0となる。

結局， $r, \theta, z$  方向のひずみ  $\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_z$  とせん断ひずみ  $\gamma_{rz}$  は側方変位  $U$ ，軸方向変位  $W$  を用いて次式のように表わされる。

$$\epsilon_r = \frac{\partial U}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{U}{r}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}, \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \quad \dots (2.1)$$

円筒供試体内の任意の一点の応力のつり合い式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \tau_{rz} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (2.2)$$

ただし，自重は無視するものとする。ここで，応力関数  $F_1$  を導入して各応力成分を  $F_1$  で表わすと

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \cdot \nabla^2 F_1 - \frac{\partial^2 F_1}{\partial r^2} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \cdot \nabla^2 F_1 - \frac{1}{r} \frac{\partial F_1}{\partial r} \right) \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (2-\nu) \cdot \nabla^2 F_1 - \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2} \right\} \\ \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1-\nu) \cdot \nabla^2 F_1 - \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots (2.3)$$

ここで  $\nu$ : ポアソン比

ただし、 $F_1$  は応力関数として次の関係式を満たさなければならぬ。<sup>25)</sup>

$$\nabla^2 \nabla^2 F_1 = \nabla^4 F_1 = 0 \quad \dots (2.4)$$

ここで、

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

いま、(2.4) 式を満足する応力関数  $F_1$  を次式のようにおく。

$$F_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n z) \cdot \{A_0 \cdot J_0(ik_n r) + A_1 \cdot ik_n r \cdot J_1(ik_n r)\} + B_0 \cdot (2z^3 - 3rz) + B_1 \cdot (r^2 z + z^3) \quad \dots (2.5)$$

ここで、 $J_0(ik_n r)$ 、 $J_1(ik_n r)$  はそれぞれ第一種の 0 次、1 次の Bessel 関数、 $A_0$ 、 $A_1$ 、 $B_0$ 、 $B_1$ 、 $k_n$  は積分定数、 $i = \sqrt{-1}$ 。

Bessel 関数の微分公式

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \{J_0(ik_n r)\} &= -ik_n \cdot J_0(ik_n r) \\ \frac{d}{dr} \{rJ_1(ik_n r)\} &= ik_n r \cdot J_0(ik_n r) \\ &= J_1(ik_n r) + r \cdot \frac{d}{dr} \{J_1(ik_n r)\} \end{aligned}$$

を用いて計算を進めると

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F_1}{\partial r^2} &= \sin(k_n z) \cdot \left[ A_0 \left\{ -(ik_n)^2 \cdot J_0(ik_n r) + \frac{ik_n}{r} \cdot J_1(ik_n r) \right\} \right. \\ &\quad \left. + A_1 \{ (ik_n)^2 \cdot J_0(ik_n r) - (ik_n)^3 \cdot rJ_1(ik_n r) \} \right] \\ &\quad - 6z \cdot B_0 + 2z \cdot B_1 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_1}{r \partial r} = \sin(k_n z) \cdot \left\{ -A_0 \frac{ik_n}{r} \cdot J_1(ik_n r) + A_1 (ik_n)^2 \cdot J_0(ik_n r) \right\} - 6z \cdot B_0 + 2z \cdot B_1$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2} &= -k_n^2 \sin(k_n z) \cdot \{A_0 \cdot J_0(ik_n r) + A_1 \cdot ik_n r \cdot J_1(ik_n r)\} \\ &\quad + 12z \cdot B_0 + 6z \cdot B_1 \end{aligned}$$

$$\therefore \nabla^2 F_1 = \frac{\partial^2 F_1}{\partial r^2} + \frac{\partial F_1}{r \partial r} + \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2}$$

$$= 2A_1 (ik_n)^2 \cdot \sin(k_n z) \cdot J_0(ik_n r) + 10z \cdot B_1$$

さらに

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (\nabla^2 F_1) = -2A_1 (ik_n)^3 \frac{d}{dr} \{J_1(ik_n r)\} \cdot \sin(k_n z)$$

$$\frac{\partial}{r \partial r} (\nabla^2 F_1) = -2A_1 \frac{(ik_n)^3}{r} \cdot J_1(ik_n r) \cdot \sin(k_n z)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} (\nabla^2 F_1) = -2A_1 (ik_n)^2 \cdot k_n^2 \cdot J_0(ik_n r) \cdot \sin(k_n z)$$

$$\therefore \nabla^2 \nabla^2 F_1 = \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \nabla^2 F_1 = 0$$

となり (2.5) 式の応力関数  $F_1$  は (2.4) 式を満足していることがわかる。(2.5) 式を用いて (2.3) 式より  $\sigma_r$ 、 $\sigma_\theta$ 、 $\sigma_z$ 、 $\tau_{rz}$  を求めると

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \sum_{n=1}^{\infty} \{G_{r0}(ik_n r) \cdot A_0 + G_{r1}(ik_n r) \cdot A_1\} \cos(k_n z) \\ &\quad + 6B_0 + (10\nu - 2) \cdot B_1 \\ \sigma_\theta &= \sum_{n=1}^{\infty} \{G_{\theta0}(ik_n r) \cdot A_0 + G_{\theta1}(ik_n r) \cdot A_1\} \cos(k_n z) \\ &\quad + 6B_0(10\nu - 2) \cdot B_1 \\ \sigma_z &= \sum_{n=1}^{\infty} \{G_{z0}(ik_n r) \cdot A_0 + G_{z1}(ik_n r) \cdot A_1\} \cos(k_n z) \\ &\quad - 12B_0 + (14 - 10\nu) \cdot B_1 \\ \tau_{rz} &= \sum_{n=1}^{\infty} \{G_0(ik_n r) \cdot A_0 + G_1(ik_n r) \cdot A_1\} \sin(k_n z) \end{aligned} \right\} \quad \dots (2.6)$$

ここで

$$\begin{aligned} G_{r0}(ik_n r) &= -k_n^3 \cdot \{J_0(ik_n r) - \frac{1}{ik_n r} \cdot J_1(ik_n r)\} \\ G_{r1}(ik_n r) &= -k_n^3 \cdot \{(2\nu - 1) \cdot J_0(ik_n r) + ik_n r \cdot J_1(ik_n r)\} \\ G_{\theta0}(ik_n r) &= -k_n^3 \cdot \frac{1}{ik_n r} \cdot J_1(ik_n r) \\ G_{\theta1}(ik_n r) &= -k_n^3 \cdot (2\nu - 1) \cdot J_0(ik_n r) \\ G_{z0}(ik_n r) &= k_n^3 \cdot J_0(ik_n r) \\ G_{z1}(ik_n r) &= -k_n^3 \cdot \{2(2 - \nu) \cdot J_0(ik_n r) - ik_n r \cdot J_1(ik_n r)\} \\ G_0(ik_n r) &= -k_n^2 \cdot ik_n r \cdot J_1(ik_n r) \\ G_1(ik_n r) &= -k_n^2 \cdot \{-2(1 - \nu) \cdot ik_n r \cdot J_1(ik_n r) + k_n^2 r \cdot J_0(ik_n r)\} \end{aligned}$$

次に (2.6) 式に三軸供試体の力学条件をあてはめ、積分定数  $A_0$ 、 $A_1$ 、 $B_0$ 、 $B_1$ 、 $k_n$  を決定する。

i) Fig. 2-4 に示したように供試体の側方に作用する応力を次式のようにおく場合を考える。

$$\sigma_r = -(\sigma_3 + \phi_s) + \phi_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \cos(k_n z) \quad \dots (2.7)$$

ここで、 $\phi_s$ ： 端面摩擦力に関する係数

$\sigma_3$ ： 実際に作用する側圧。なお、応力は圧縮を負にとる。

$r = a$  ( $a$  は供試体の半径) において (2.6) の第 1 式と (2.7) 式より

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \{G_{r0}(ik_n a) \cdot A_0 + G_{r1}(ik_n a) \cdot A_n\} \cos(k_n z) + 6B_0 \\ + (10\nu - 2) \cdot B_1 = -(\sigma_3 + \phi_s) + \phi_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \cos(k_n z) \end{aligned}$$

この式が  $z$  に無関係に成り立つためには

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{G_{r0}(ik_n a) \cdot A_0 + G_{r1}(ik_n a) \cdot A_1\} = \phi_s \quad \dots (2.8)$$

$$6B_0 + (10\nu - 2) \cdot B_1 = -(\sigma_3 + \phi_s) \quad \dots (2.9)$$

である。

ii)  $r=a$  で  $\tau_{rz}=0$  となるから (2.6) の第4式より次式が成立する。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{G_0(ik_n a) \cdot A_0 + G_1(ik_n a) \cdot A_1\} \sin(k_n z) = 0$$

この式が  $z$  に無関係に成り立つためには

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{G_0(ik_n a) \cdot A_0 + G_1(ik_n a) \cdot A_1\} = 0 \quad \dots (2.10)$$

である。

iii)  $z = \pm \frac{H}{2}$  ( $H$  は供試体の高さ) で  $\tau_{rz}=0$  であるから (2.6) の第4式より

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{G_0(ik_n r) \cdot A_0 + G_1(ik_n r) \cdot A_1\} \sin\left(\pm \frac{k_n H}{2}\right) = 0$$

この式が  $r$  に無関係に成り立つためには

$$\begin{aligned} \pm \frac{k_n H}{2} &= \pm m\pi \quad (m=0, 1, 2, \dots) \\ \therefore k_n &= \frac{2m\pi}{H} \quad \dots (2.11) \end{aligned}$$

である。

iv)  $\pi a^2 q$  なる軸方向荷重は供試体の上下端面 ( $z = \pm \frac{H}{2}$ ) で生じる応力  $\sigma_z$  の合力に等しい。ゆえに

$$\int_0^a \int_0^{2\pi} \sigma_z \cdot r d\theta \cdot dr = -\pi a^2 q$$

が成立する。(2.6) の第3式を用いて上式を計算すると

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{\infty} [-k_n \cdot ik_n a \cdot J_1(ik_n a) \cdot A_0 \\ &+ \{2(2-\nu) \cdot k_n \cdot ik_n a \cdot J_1(ik_n a) \\ &- 2k_n \cdot ik_n a \cdot J_1(ik_n a) - k_n^3 \cdot a^2 \cdot J_0(ik_n a)\} \cdot A_1] \\ &+ 6a^2 B_0 - (7-5\nu)a^2 \cdot B_1 = \frac{1}{2} a^2 q \quad \dots (2.12) \end{aligned}$$

となる。

さて、境界条件 i) で供試体の周面に作用する側方応力を Fig. 2-4 のように仮定すると (2.11) 式で  $m=1$  の場合を採用すればよいことになる。すなわち

$$k = \frac{2\pi}{H} \quad \dots (2.11')$$

したがって、(2.7) 式を

$$\sigma_r = -(\sigma_3 + \phi_s) + \phi_s \cdot \cos(kz) \quad \dots (2.7')$$

とすることにより三軸供試体の変形特性を近似することができる。

$k_n = k$  とおいて以下計算を進めると (2.8) と (2.10) 式から

$$A_0 = \frac{G_1(ika)}{\xi(ika)} \cdot \phi_s, \quad A_1 = -\frac{G_0(ika)}{\xi(ika)} \cdot \phi_s \quad \dots (2.13)$$

ここで

$$\xi(ika) = G_{r,0}(ika) \cdot G_1(ika) - G_{r,1}(ika) \cdot G_0(ika)$$

また、(2.9), (2.12), (2.13) 式から

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{1}{30(1+\nu)} \{ (5\nu-7)(\sigma_3 + \phi_s) + (5\nu-1)q \} \\ B_1 &= -\frac{1}{10(1+\nu)} \{ 2(\sigma_3 + \phi_s) + q \} \end{aligned} \right\} \dots (2.14)$$

結局各応力成分は次のように求まる。以下の数値計算のために具体的な形に書き直しておく。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{k^2}{\alpha} \left[ -ik \cdot J_0(ika) + ak^2 \cdot J_0(ika) \right] \cdot J_0(ikr) \\ &+ \{ 2(1-\nu) \cdot ik \cdot J_1(ika) - ak^2 \cdot J_0(ika) \\ &+ k^2 r^2 \cdot J_1(ika) \} \cdot \frac{1}{ikr} J_1(ikr) \left[ \phi_s \cdot \cos(kz) \right. \\ &\quad \left. - (\sigma_3 + \phi_s) \right] \\ \sigma_\theta &= -\frac{k^2}{\alpha} \left[ -2(-1-\nu) \cdot ik J_1(ika) \right. \\ &+ ak^2 \cdot J_0(ika) \left. \right] \frac{1}{ikr} J_1(ikr) \\ &- (2\nu-1) \cdot ik J_1(ika) \cdot J_0(ikr) \left[ \phi_s \cdot \cos(kz) \right. \\ &\quad \left. - (\alpha_3 + \phi_s) \right] \\ \sigma_z &= \frac{k^2}{\alpha} \{ 2ik \cdot J_1(ika) \cdot J_0(ikr) + ak^2 \cdot J_0(ika) \cdot J_0(ikr) \\ &- ik J_1(ika) \cdot ikr \cdot J_1(ikr) \} \phi_s \cdot \cos(kz) - q \\ \tau_{rz} &= -\frac{k^3}{\alpha} \{ a \cdot J_0(ika) \cdot ik J_1(ikr) \\ &- ik \cdot J_1(ika) \cdot r \cdot J_0(ikr) \} \phi_s \cdot \sin(kz) \end{aligned} \right\} \dots (2.15)$$

ただし、 $k = 2\pi/H$

$$\begin{aligned} \alpha &= 2(1-\nu) \frac{1}{a} \{ ik J_1(ika) \}^2 - ak^4 \{ J_0(ika) \}^2 \\ &+ ak^2 \{ ik \cdot J_1(ika) \}^2 \end{aligned}$$

次いでもう一つの弾性定数としてヤング率  $E$  を用いて、これら応力成分の式を変位成分の式に変換すると

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{\cos(kz)}{\alpha} \{ ak^2 \cdot J_0(ika) \cdot ik J_1(ikr) \\ &- 2(1-\nu) \cdot ik J_1(ika) \cdot ik J_1(ikr) \\ &- k^2 \cdot ik J_1(ika) \cdot r J_0(ikr) \} \phi_s + \frac{1}{E} \{ \nu \cdot q \cdot r \\ &- (1-\nu)(\sigma_3 + \phi_s) \cdot r \} \\ W &= \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{k \sin(kz)}{\alpha} \{ 2(1-\nu) \cdot ik J_1(ika) \cdot J_0(ikr) \\ &+ ak^2 \cdot J_0(ika) \cdot J_0(ikr) - ik \cdot J_1(ika) \cdot ikr \cdot J_1(ikr) \} \phi_s \\ &+ \frac{1}{E} \{ -q \cdot z + 2\nu(\sigma_3 + \phi_s) \cdot z \} \end{aligned} \right\} \dots (2.16)$$

となる。<sup>註)</sup>

#### 2-4. 数値計算

供試体端部の軸方向 ( $Z$  方向) 変位と供試体中心点における側方変位の実測値より  $\phi_s$ , ポアソン比  $\nu$ , ヤング率  $E$  を求める。

土の応力~ひずみ, あるいは荷重~変位は一般に曲線関係をなし非線形である。2-3節で得られた数式を適用するために応力~ひずみ曲線を微小ひずみ (この計算では0.5%) の区間に分割し, Fig. 2-6 に示すように折れ線の集合として表わすことにした。<sup>11)</sup> したがって任意時点での  $\sigma_j, \epsilon_j$  (または,  $U_j, W_j$ ) はそれまでの  $\Delta\sigma, \Delta\epsilon$  を加え合わせることによって得られる。すなわち

$$\sigma_j = \sigma_0 + \sum \Delta\sigma_j, \quad \epsilon_j = \epsilon_0 + \sum \Delta\epsilon_j$$

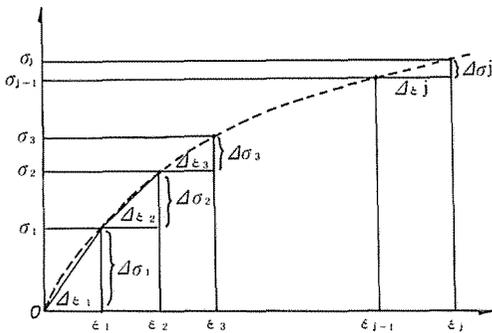


Fig. 2-6 a Technique for approximating nonlinear stress~strain relation.

以下の計算では増分形を用いて表示する。そのためにヤング率  $E$  の代りに変形係数  $\Delta E$  という用語と記号を用いることにする。(正確にはここでいうポアソン比と

は割線ポアソン比, 変形係数とは割線ヤング率のことを意味する)

(2.16) 式より  $j$  段階における  $r$  方向変位増分  $\Delta U$ ,  $z$  方向変位増分  $\Delta W$  を求めると

$$\left. \begin{aligned} \Delta U &= \frac{1+\Delta\nu}{\Delta E} \cdot \frac{\cos(k_j z)}{\alpha_j} \{a_j k_j^2 \cdot J_0(ik_j a_j) \cdot ik_j J_1(ik_j r) \\ &\quad - 2(1-\Delta\nu) \cdot ik_j \cdot J_1(ik_j a_j) \cdot ik_j J_1(ik_j r) \\ &\quad - k_j^2 \cdot ik_j J_1(ik_j a_j) \cdot r J_0(ik_j r) \Delta\phi_s \\ &\quad + \frac{\Delta\nu \cdot \Delta q \cdot r - (1-\Delta\nu) \cdot \Delta\phi_s \cdot r}{\Delta E} \\ \Delta W &= \frac{1+\Delta\nu}{\Delta E} \cdot \frac{k_j \sin(k_j z)}{\alpha_j} \{2(1-\Delta\nu) \cdot ik_j J_1(ik_j a_j) \cdot \\ &\quad J_0(ik_j r) + a_j k_j^2 \cdot J_0(ik_j a_j) \cdot J_0(ik_j r) \\ &\quad - ik_j \cdot J_1(ik_j a_j) \cdot ik_j J_1(ik_j r)\} \cdot \Delta\phi_s \\ &\quad + \frac{-\Delta q \cdot z + 2 \cdot \nu \cdot \Delta\phi_s \cdot z}{\Delta E} \end{aligned} \right\} \dots (2.17)$$

$$\text{ただし, } k_j = \frac{2\pi}{H_j}$$

$$\alpha_j = \frac{2(1-\Delta\nu)}{a_j} \{ik_j \cdot J_1(ik_j a_j)\}^2 - a_j k_j^2 \{J_0(ik_j a_j)\}^2 \\ + a_j k_j^2 \{ik_j J_1(ik_j a_j)\}^2$$

$a_j, H_j, \Delta q$  はそれぞれ各変形段階における供試体の半径, 高さおよび端面における主応力差増分。

(2.17) 式に供試体の変形条件をあてはめ  $\Delta\phi_s, \Delta\nu, \Delta E$  を求める式を誘導すると以下ようになる。

i)  $r = a_j, z = 0$  のところで測定される側方変位増分を  $\Delta U = \Delta U_{a0}$  とすると

$$\Delta U_{a0} = - \frac{2\{1-(\Delta\nu)^2\}}{\Delta E} \cdot \frac{\{ik_j \cdot J_1(ik_j a_j)\}^2}{\alpha_j} \Delta\phi_s \cdot \\ - \frac{a_j}{\Delta E} \{(1-\Delta\nu) \cdot \Delta\phi_s - \Delta\nu \cdot \Delta q\} \dots (2.18)$$

ii)  $r = a_j, z = \pm \frac{H_j}{2}$  では側方変位は拘束されているから

$$\Delta U = 0 \\ \therefore \frac{2(1-\Delta\nu)\{ik_j \cdot J_1(ik_j a_j)\}^2}{\alpha_j} \cdot \Delta\phi_s \\ - \{(1-\Delta\nu) \cdot \Delta\phi_s - \Delta\nu \cdot \Delta q\} \frac{a_j}{1+\Delta\nu} = 0 \dots (2.19)$$

註) 変位  $W$  を求める式は

$$(2.1) \text{ の第 3 式を積分して } W = \int \epsilon_z \cdot dz + f(r) \dots (イ)$$

$$(2.1) \text{ の第 4 式を積分して } W = \int \left( r r_z - \frac{\partial u}{\partial z} \right) dr + f(z) \dots (ロ)$$

(イ), (ロ) は一致しなければならないから  $f(r)$  と  $f(z)$  は円筒内のすべての点で等しくなければならない。

$\therefore f(r) = f(z) = C_0$  (定数)

したがって  $C_0 = 0$  すなわち (イ) 式で  $f(r) = 0$  としても一般性を失わない。

$W$  を応力関数  $F_1$  を用いて表わすと

$$W = \frac{1}{E} (1+\nu) \left\{ 2(1-\nu) \cdot F^2 F_1 - \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2} \right\}$$

iii)  $z = \pm \frac{H_j}{2}$  で測定される軸方向変位増分を  $\Delta W = \mp \frac{\Delta W_H}{2}$  とすると

$$\pm \frac{1}{2} \cdot \Delta W_H \cdot \Delta E = -\Delta q \left( \frac{\pm H}{2} \right) + 2 \cdot \Delta W \cdot \Delta \phi_s \cdot \left( \frac{\pm H_j}{2} \right)$$

$$\therefore \Delta E \cdot \Delta W_H + 2 \cdot \Delta \nu \cdot \Delta \phi_s \cdot H_j - \Delta q \cdot H_j = 0 \quad \dots (2.20)$$

(2.18), (2.19) 式より  $\Delta \phi_s, \Delta E$  を求めると

$$\Delta \phi_s = \frac{a_j \cdot \alpha_j \cdot \alpha \cdot \Delta \nu \cdot \Delta q}{(1 - \Delta \nu) \cdot \alpha_j \cdot \alpha_j - 2 \{1 - (\Delta \nu)^2\} \{ik_j \cdot J_1(ik_j a_j)\}^2} \quad \dots (2.21)$$

$$\Delta E = - \frac{4 \{1 - (\Delta \nu)^2\} \{ik_j \cdot J_1(ik_j a_j)\}^2}{\Delta U_{a0} \cdot \alpha_j} \cdot \Delta \phi_s \quad \dots (2.22)$$

計算方法としては (2.21), (2.22) 式を (2.20) 式に代入すると (2.20) 式は  $\Delta \nu$  を未知数とする二次方程式となる。いま, (2.20) 式の左辺を  $f(\Delta \nu)$  とおく。  $\Delta \nu$  の範囲はおおよそ  $0 < \Delta \nu < 0.5$  であるから  $f(\Delta \nu) = 0$  を満たす  $\Delta \nu$  を反復計算で見出し, これを (2.21), (2.22) 式に代入すると  $\Delta \phi_s, \Delta E$  が得られる。

$\Delta \phi_s, \Delta \nu, \Delta E$  の値が求まればすべての応力成分の増分が次式で計算される。

$$\Delta \sigma_r = - \frac{k_j^2}{\alpha_j} \left[ \begin{aligned} & \{-ik_j J_1(ik_j a_j) \\ & + a_j k_j^2 \cdot J_0(ik_j a_j)\} J_0(ik_j r) \\ & + \{2(1 - \Delta \nu) \cdot ik_j J_1(ik_j a_j) - a_j k_j^2 \cdot J_0(ik_j a_j) \\ & + k_j^2 r^2 \cdot ik_j \cdot J_1(ik_j a_j)\} \frac{J_1(ik_j r)}{ik_j r} \right] \cdot \Delta \phi_s \cdot \cos(k_j z) \\ & - \Delta \phi_s \end{aligned} \right]$$

$$\Delta \sigma_\theta = - \frac{k_j^2}{\alpha_j} \left[ \begin{aligned} & \{-2(1 - \Delta \nu) \cdot ik_j J_1(ik_j a_j) \\ & + k_j^2 a_j \cdot J_0(ik_j a_j)\} \frac{J_1(ik_j r)}{ik_j r} \\ & + 2(1 - 2 \cdot \Delta \nu) \cdot ik_j J_1(ik_j a_j) \cdot J_0(ik_j r) \right] \cdot \Delta \phi_s \cdot \cos(k_j z) - \Delta \phi_s \end{aligned} \right]$$

$$\Delta \sigma_z = \frac{k_j^2}{\alpha_j} \left[ \begin{aligned} & \{2ik_j J_1(ik_j a_j) \cdot J_0(ik_j r) \\ & + a_j k_j^2 \cdot J_0(ik_j a_j) \cdot J_0(ik_j r) \\ & - ik_j J_1(ik_j a_j) \cdot ik_j J_1(ik_j r)\} \cdot \Delta \phi_s \cdot \cos(k_j z) - \Delta q \end{aligned} \right]$$

$$\Delta \tau_{rz} = - \frac{k_j^2}{\alpha_j} \left[ \begin{aligned} & \{a_j J_0(ik_j a_j) \cdot ik_j J_1(ik_j r) \\ & - ik_j J_1(ik_j a_j) \cdot J_0(ik_j r)\} \cdot \Delta \phi_s \cdot \sin(k_j z) \end{aligned} \right] \quad \dots (2.23)$$

また, 各応力成分に対応するひずみ増分は次の関係式より求まる。

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_r \\ \Delta \varepsilon_\theta \\ \Delta \varepsilon_z \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta E} \begin{bmatrix} 1 & -\Delta \nu & -\Delta \nu \\ -\Delta \nu & 1 & -\Delta \nu \\ -\Delta \nu & -\Delta \nu & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \sigma_r \\ \Delta \sigma_\theta \\ \Delta \sigma_z \end{bmatrix} \quad \dots (2.24)$$

## 2-5. 結果および考察

### 2-5-1. 変形性状について

円筒体における中心軸 ( $r=0$ ) と周面 ( $r=a_j$ ) での軸方向変位  $W$  の鉛直面内分布を表わしたのが Fig. 2-7 である。

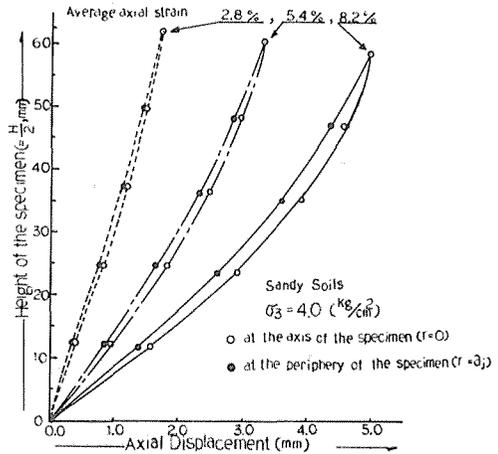


Fig. 2-7. Variation of axial displacement along the length of the specimen.

供試体端面では剛体的変位を示し, また座標原点 0 を含む中央横断面内においては上下端面からの軸方向圧縮力により変位は 0 となる。端面と中央横断面の間ではこれら二つの変位量  $W$  の値は異なり, 変形が進むにつれて (平均軸ひずみが増加するにつれて) 両者の差は大きくなり, 変位の変化率 (すなわち軸方向ひずみ  $\varepsilon_z = \partial W / \partial z$ ) も増加していく。このような変形特性は土の種類や側圧  $\sigma_3$  のいかんにかかわらず大体 Fig. 2-7 に示したような傾向を有し, このことより供試体内部ほど圧縮性が卓越していることが認められる。

### 2-5-2. 応力分布について

上下端面の摩擦力が全然ないものとすれば三軸圧縮供試体は変形後も円筒形状を保ち半径方向応力  $\sigma_r$  と円周方向応力  $\sigma_\theta$  とは等しい。しかるに, 端面摩擦による変形性状を考慮すれば  $\sigma_r \neq \sigma_\theta$  となる。いま,  $\sigma_r, \sigma_\theta$  の分

布状況を知るために、とくに供試体の中央横断面内におけるこれらの値を示したのが Fig. 2-8 である。

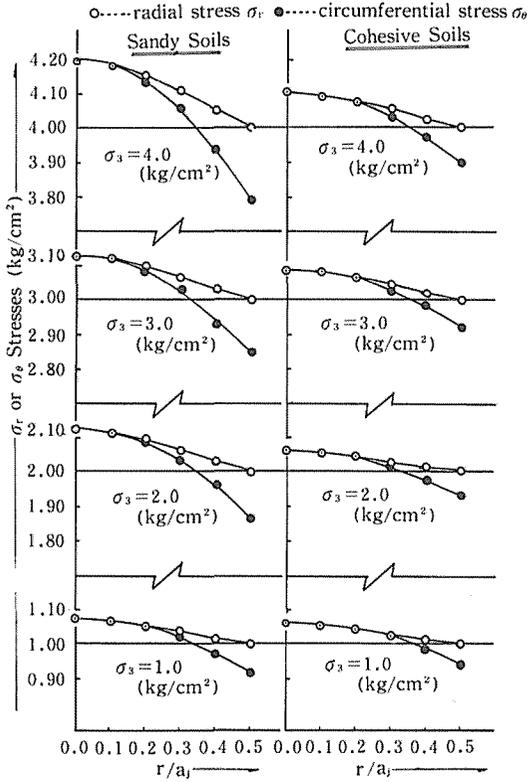


Fig. 2-8. Distribution of  $\sigma_r$  and  $\sigma_\theta$  stresses in the horizontal plane at the middle of the specimen at failure.

両者は中心軸近傍ではほぼ等しいがそれから離れるにしたがって  $\sigma_r > \sigma_\theta$  となり、その傾向は側圧が大きくなるほど、また粘性土よりも破質土においてより著しい。 $\sigma_r$  は供試体表面では側圧と等しくなる ( $\sigma_r = \sigma_3$ ) が  $\sigma_\theta$  は平均として  $\sigma_3$  に等しいことがわかる。<sup>26)</sup> なお、Fig. 2-8 は各側圧における供試体の破壊時の値をプロットしたものである。

### 2-5-3. 応力・ひずみ曲線について

供試体中央断面での中心0点と周面S点における主応力差～軸ひずみ関係を従来の三軸圧縮試験の解析法によるものと共に一括して Fig. 2-9 (砂質土)、Fig. 2-10 (粘性土) に示した。

いま考えている面内では圧縮性が卓越していることは前述したが、これらの図からその特性が顕著に現われている様子がわかる。供試体内の代表点としての0点においては主応力差、軸ひずみともに従来の解析法より大きい値となり、粘性土よりも砂質土の方が、また小さい側圧よりも大きい側圧の場合の方がその傾向が一層著しい。たとえば砂質土の  $\sigma_3 = 4.0$  (kg/cm<sup>2</sup>) では0点の破壊時の主応力差は従来の解析法による値の15%強であり供試体内の圧縮の不均一性を無視した数値はそれだけ安全側の値を提供しているともいえる。もっとも今回の実験では端部を完全に拘束した状態で行なっているからこの差異が必ずしも一般性を有しているとはいえないが、荷板と供試体との端面摩擦力が存在する限り大なり小なりこのような特徴があることを認めることができるであろう。

一方、供試体のS点に関しては主応力差、軸ひずみのそれぞれが0点より低い数値を示していることは当然として、従来の解析法と比較した場合、主応力差の値は軸ひずみのずれを除くとほぼ一致していることがわかる。そしてこのような傾向は砂質土よりも主応力差の値が全体的に小さい粘性土においてより明瞭であることをこれらの図から読取ることができる。

### 2-5-4. 変形係数、ポアソン比について

(2.20)～(2.22) 式から計算された変形係数、ポアソン比の平均軸ひずみとの関係を Fig. 2-11、2-12 に示す。ただし、ここで用いている変形係数とは先に述べたように応力・ひずみ曲線の各増分区分における割線弾性係数であり、またそれに対応したポアソン比である。

図から明らかなように変形係数は平均軸ひずみの増加すなわち変形の進行とともに減少していき、応力・ひずみ曲線のピーク時に相当する点で0となる。さらに側圧  $\sigma_3$  が大きくなるにしたがって変形係数の値も大きくなっていく傾向は砂質土、粘性土の両試料に見い出せる。とくに砂質土については微小ひずみ(およそ平均軸ひずみ3%)の範囲内で変形係数の値およびその変化が大きくこの点において粘性土と著しく異なった性状を示している。

ポアソン比は逆に変形の進行とともに増加していき、最終的には砂質土で0.4～0.5、粘性土で0.4～0.45の範囲に減少していくようである。

変形係数、ポアソン比に関するこれらの特性は他の材料について得られた結果とよく一致している。<sup>27)</sup>

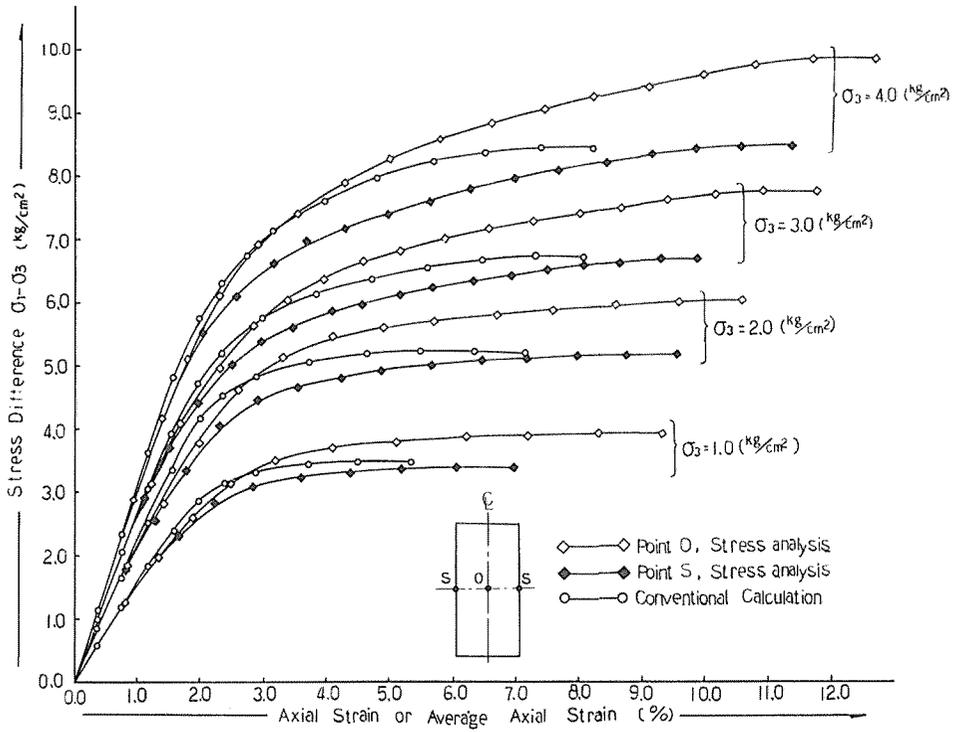


Fig. 2-9. Stress-Strain curves for sandy soils.

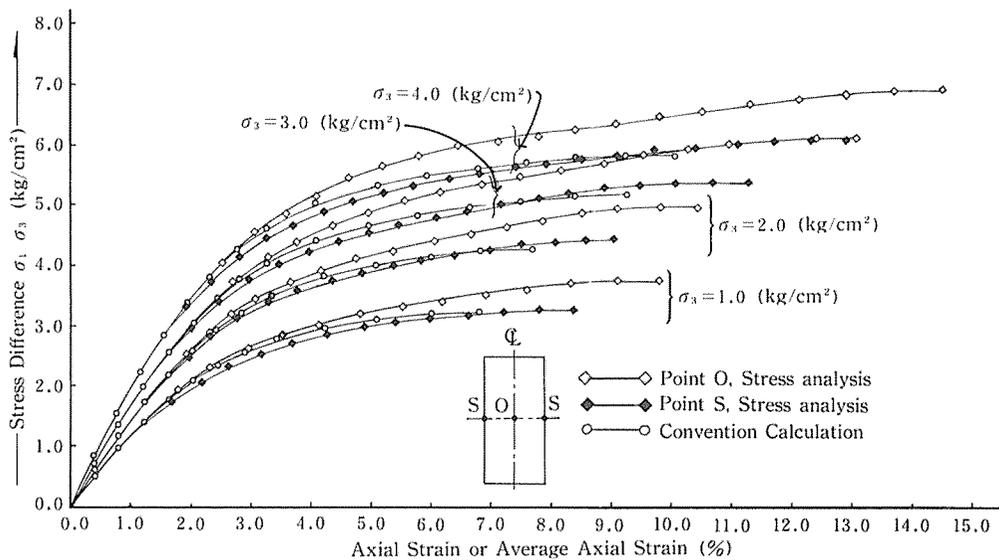


Fig. 2-10. Stress-strain curves for cohesive soils.

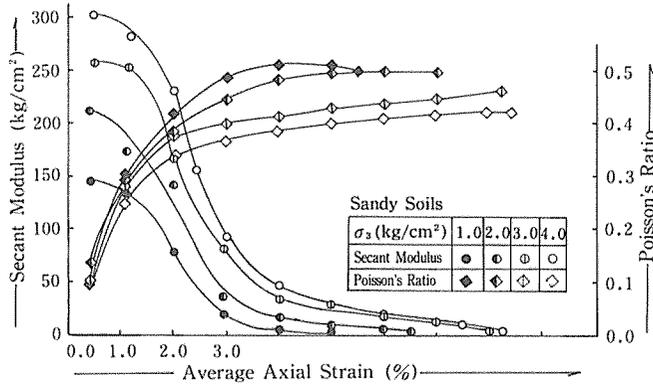


Fig. 2-11. Secant modulus and poisson's ratio versus average axial strain.

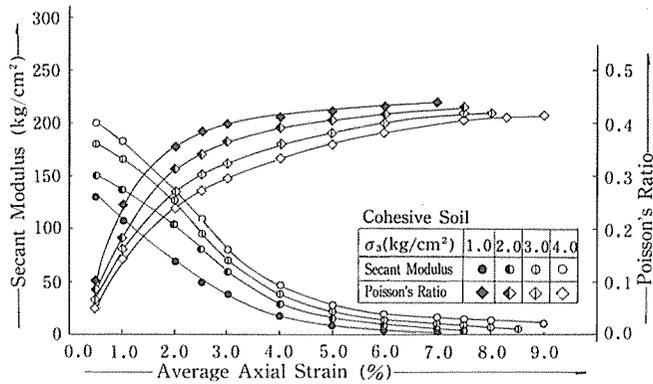


Fig. 2-12. Secant modulus and poisson's ratio versus average axial strain.

2-5-5. ポアソン比, 変形係数の近似計算について<sup>28)</sup>

ポアソン比, 変形係数等を求める (2.20)~(2.22) 式はその形が若干複雑であるので近似計算を考える。それらの一部を再記すると

$$\Delta\phi_s = \frac{a_j \cdot \alpha_j \cdot \Delta\nu \cdot \Delta q}{(1 - \Delta\nu) \cdot a_j \cdot \alpha_j - 2 \{1 - (\Delta\nu)^2\} \{ik_j \cdot J_1(ik_j a_j)\}^2} \quad \dots (2.21)$$

$$\Delta E = - \frac{2(1 + \Delta\nu) \cdot \zeta_j \cdot \Delta\phi_s}{\Delta U_{a_0} \cdot \alpha_j}$$

である。ここで  $\zeta_j = 2(1 - \Delta\nu) \{ik_j J_1(ik_j a_j)\}^2$  とおいた。0次, 1次の Bessel 関数を級数展開すると

$$J_0(ik_j r) = 1 + \frac{(k_j r)^2}{2^2 \cdot (1!)^2} + \frac{(k_j r)^4}{2^4 \cdot (2!)^2} + \frac{(k_j r)^6}{2^6 \cdot (3!)^2} + \dots \quad \dots (2.25)$$

$$J_1(ik_j r) = ik_j \cdot r \left\{ \frac{1}{2} + \frac{(k_j r)^2}{2^3 \cdot 1! \cdot 2!} + \frac{(k_j r)^4}{2^5 \cdot 2! \cdot 3!} + \frac{(k_j r)^6}{2^7 \cdot 3! \cdot 4!} + \dots \right\} \quad \dots (2.26)$$

となる。(2.25) 式を第3項までで打切るとするそれは ( $r = a_j$  とおいて)

$$J_0(ik_j a_j) \doteq \left( 1 + \frac{a_j^2 k_j^2}{8} \right)^2 \quad \dots (2.27)$$

となる。このとき

$$ik_j \cdot J_1(ik_j a_j) \doteq - \frac{1}{2} a_j \cdot k_j^2 \sqrt{J_0} \quad \dots (2.28)$$

とおくことができる。(2.27), (2.28) 式を用いると

$$\frac{\zeta_j}{\alpha_j} \doteq - \frac{1 - \Delta\nu}{1 + \Delta\nu} a_j \quad \dots (2.29)$$

となる。いま,

$$\frac{\Delta U_{a0}}{a_j} = \Delta \varepsilon_{aj}, \quad \frac{\Delta W_H}{H_j} = \Delta \varepsilon_{Hj}, \quad \frac{\Delta \varepsilon_{Hj}}{\Delta \varepsilon_{aj}} = \nu \quad \dots (2.30)$$

$$\Delta E \doteq \frac{2(1-\nu)}{\Delta \varepsilon_{aj}} \cdot \Delta \phi_s = \frac{\Delta \nu \cdot \Delta q}{\Delta \varepsilon_{aj}} \quad \dots (2.32)$$

とおいて, (2.28)~(2.30) 式を (2.21) 式に代入すると

$$\Delta \phi_s \doteq \frac{\Delta \nu}{2(1-\nu)} \cdot \Delta q \quad \dots (2.31)$$

(2.22) 式に代入すると

が得られる。さらにこれらと (2.20) 式とより  $\Delta \nu$  を求める式が次のように導かれる。

$$\Delta \nu \doteq \frac{-(1+\nu) + \sqrt{v^2 - 2\nu + 5}}{2(1-\nu)} \quad \dots (2.33)$$

Table 2-2. Comparison with approximate and exact solutions.

$\sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ , ( ): exact solution

$\Delta \varepsilon_{Hj}$	$\Delta \varepsilon_{aj}$	$\nu$	$\Delta q \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$\Delta \nu$	$\Delta E \text{ (kg/cm}^2\text{)}$
$3.72 \times 10^{-3}$	$0.357 \times 10^{-3}$	10.420	0.5558	(0.096) 0.095	(147.7) 147.9
4.35	1.63	2.6667	0.6610	(0.320) 0.319	(129.2) 129.4
4.18	2.49	1.6787	0.4657	(0.418) 0.417	(77.6) 78.1
4.62	3.89	1.1877	0.1802	(0.477) 0.477	(21.9) 22.1
4.46	4.71	0.9469	0.0751	(0.507) 0.507	(8.0) 8.1
4.29	4.86	0.8827	0.0300	(0.510) 0.509	(3.15) 3.09
4.33	4.32	1.0023	0.0150	(0.500) 0.500	(1.72) 1.74

$\sigma_3 = 3.0 \text{ kg/cm}^2$ , ( ): exact solution

$\Delta \varepsilon_{Hj}$	$\Delta \varepsilon_{aj}$	$\nu$	$\Delta q \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$\Delta \nu$	$\Delta E \text{ (kg/cm}^2\text{)}$
$3.52 \times 10^{-3}$	$0.436 \times 10^{-3}$	9.8324	1.1183	(0.101) 0.101	(257.2) 259.0
3.95	1.43	2.7622	1.1636	(0.313) 0.311	(252.6) 253.2
3.98	1.94	2.0515	0.8614	(0.378) 0.377	(166.5) 167.2
4.01	2.13	1.8826	0.5289	(0.396) 0.395	(97.5) 98.0
4.24	2.32	1.8276	0.2720	(0.401) 0.401	(46.7) 47.0
4.34	2.62	1.6568	0.2116	(0.422) 0.420	(33.7) 33.9
4.32	2.80	1.5429	0.2116	(0.434) 0.433	(20.9) 21.0
4.57	3.13	1.4601	0.1057	(0.444) 0.443	(14.9) 15.0
4.61	3.04	1.5164	0.0756	(0.437) 0.436	(10.8) 10.9
4.65	3.44	1.3517	0.0302	(0.457) 0.456	(3.97) 4.01



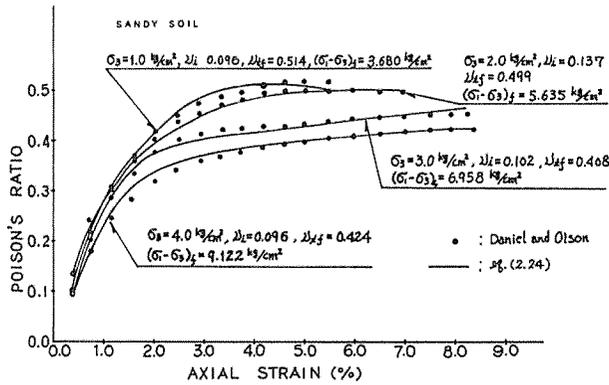


Fig. 2-13. Comparison of values obtained from eq. (2.24) with Daniel and Olson's equation.

法ではとりわけ粘性土やゆる詰めめの砂のように大きなひずみ領域を対象とする場合土の応力～ひずみ曲線との差が大きくて現実離れた方法となる。そこで、直円筒形の仮定の下で応力～ひずみ曲線を割線の集まりと考えて(2.39)式から求めた変形係数と本章における厳密解を比較すると例えば Table 2-3 のようになる。

軸ひずみが小さい範囲では(2.39)式による値が厳密解より大きく出ている。これは(2.39)式の  $\Delta\sigma_z$  の計算の際体積一定の条件のもとで断面補正を行なっているがそれが過少になって厳密解を上回る値となっていると考えられる。もっともこれらの数値の違いを細かく詮索しても余り意味はないと思われる。なぜなら(2.39)式で  $\Delta E$  だけがわかっていてもそれは実際には役立たない。同時に  $\Delta\mu$  も算出されなければならないがこれはこれで別途供試体の体積ひずみを測定して求めるのが一般的だが、不飽和土の場合現在の発達した計測技術を駆使しても簡単にはいかないものである。

Daniel and Olson<sup>13)</sup> は変形係数とともに体積ひずみ測定を行なってポアソン比を求めている。そして当論文の結果と同様にポアソン比は軸ひずみの増加とともにその値が漸増していく傾向をとらえて次式を提案している。

$$\nu_i = \nu_i + (\nu_{i,f} - \nu_i) \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad \dots (2.40)$$

ここに、 $\nu_i$  は接線ポアソン比といえるもので当論文で用いている増分形とは少し異なる。式で表わすと

$$\nu_i = -\partial\epsilon_r / \partial\epsilon_z$$

となる。したがって  $\nu_i$  は初期接線ポアソン比、 $\nu_{i,f}$  は破壊時における接線ポアソン比、 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  は破壊時の軸差

応力である。(2.40)式を筆者の結果にあてはめると Fig. 2-13 のようになる。ただし、計算にあたっては  $\nu_i$  として初期接線ポアソン比の代りに初期割線ポアソン比を用いている。

図より明らかな如く接線比と割線比の違いはあるがひずみの進行にともなうポアソン比の変化は両者共よく一致している。逆に考えれば割線ポアソン比を用いても Daniel and Olson の式は有効であることがわかる。

### 2-6. あとがき

フィルダム、河川堤防などの盛土構造物の力学性状を検討する場合それらを一つの連続体としてとらえ、応力や変形特性を明らかにする方法がとられる事がある。連続体に対する場の方程式は静力学の場合一般に適合条件式と次式とで表わされる。<sup>29)</sup>

$$\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad \dots (2.41)$$

ここに、 $\rho$  は材料の密度、 $x_j$  は直交座標系ベクトル  $x$  の  $j$  成分、 $\sigma_{ij}$  は応力テンソル成分、 $f_i$  は単位質量当りの物体力成分である。

しかし、これだけでは応力の対称性の条件を導入したにしても方程式の数が不足する。そのはざまを埋めるには材料固有の構成式が与えられなければならない。等方線形弾性体ではヤング率を  $E$ 、ポアソン比を  $\nu$  とすると周知のように

$$\sigma_{ij} = \frac{E\nu}{(1-\nu)(1-2\nu)} \epsilon_{kk} \delta_{ij} + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{ij} \quad \dots (2.42)$$

で表わされる。ここに、 $\epsilon_{ij}$  はひずみテンソル成分、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ。

これらの式に対して適当な境界条件を導入すれば所望の解が得られることになる。問題は (2.42) 式における  $E$  とか  $\nu$  とかいう材料性数をいかに求めるかということに帰着する。

一方、三軸圧縮試験は土の力学特性を調べるための「要素試験 (element test)」として普遍的なものであるが厳密に言えば第 2 章まえがきに詳しく述べた通り端面摩擦の影響により供試体内の応力、ひずみ分布は一様にならず必ずしも「要素試験」としての要件を満たすものではない。当研究では三軸供試体を「要素」とは考えずに「一種の土構造物」ととらえて弾性理論から  $E, \nu$  等の定数を求めた。「構造物」の形が円筒形でなおかつ軸対称条件ということから応力ないしは変位に関して (2.15), (2.16) 式の如く解析解が得られ、応力、変形条件から  $E, \nu$  を導入し得たわけであるがこの方法はそのまま実構造物の解析にも応用できると考えられる。ただ、実構造物としての盛土などはその形状、構築材料が三軸供試体のように幾何学的、力学的に簡明な形でないことや  $E, \nu$  を誘導するための変形条件がそれほど容易に得られないという実状が室内実験と実物との間に大きく横たわっている。しかし、多少の牽強付会を許して貫えるならば既設のフィルダムなどに埋設されている数多くの観測計器によるデータを駆使し、同定的手法で土としてではなく土構造物としての材料定数をここで述べた方法により求めた後、応力と変位解析を行えば現場と理論の相違を満たすに十分な精度の数値計算となるであろうと考えられる。もっともそのような複雑な手段を労さずとも本章の材料定数をそのまま使って実構造の力学性状を推定する事も可能であることは言を待たない。

### 第 3 章 土の応力、ひずみ～時間曲線の多項式近似について<sup>30)</sup>

#### 3-1. まえがき

変位制御の下で三軸試験を行なうと軸方向変位は直線と与えられるがそれに対応する軸方向荷重、側方変位、間隙水圧等の値は時間 (変形の進行を表わす軸方向変位あるいはひずみ量でもよい) に対して曲線状——非線形——を呈する。これに対処するために増分法を用いてきたがそのためには各測定量の第 1 差分値をとることになる。ところが記録紙上の読取り誤差などのために第 1 差分値が必ずしも規則正しい値とはならず様々のバラツキを生み出す。したがって、このような曲線を何らかの

関数で近似する必要に迫られる。

ところで土構造物の有限要素法による大規模な数値解析にはいわゆる土の応力～ひずみの「双曲線近似」がよく用いられているが<sup>11), 12), 31), 32), 33)</sup> 土の種類や状態によっては実測値と近似曲線とは部分的には必ずしも一致しない個所も現われてくるので<sup>34)</sup> 当研究の目的には合致しない。

一方、「データに誤差がない場合」の曲線近似法としては Lagrange の補間多項式あるいは、spline 関数による方法<sup>33), 35)</sup> などが挙げられるが前者の場合は次数をむやみに高くすると凹凸の激しい不自然な結果になることが多く<sup>36)</sup>、後者の場合は曲線近似法としては非常に有用な方法であるが計算がやや複雑でコンピューターの助けなしでは行なえない。

以上のような理由から当研究では最もオーソドックスな最小二乗法による多項式近似を用いることにした。とくに一般の  $n$  次多項式を直交関数系に変換することによって、実測データに一番良く fit する次数を比較的容易に定めることができる。

#### 3-2. 基礎式の誘導<sup>37)</sup>

軸差応力、側方変位、間隙水圧を次式で近似する。

$$\tilde{y} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots \quad \dots (3.1)$$

一般に最小二乗法によって次の曲線

$$\tilde{y} = a_0 \cdot g_0(t) + a_1 \cdot g_1(t) + a_2 \cdot g_2(t) \dots + a_q \cdot g_q(t) \quad \dots (3.2)$$

ただし、 $g_q(t)$  は  $q$  次の整式とする。

に近似する場合  $q$  次の整式とした場合と  $q+1$  次の整式とした場合とでは全く別の計算を行なわなければならない。このような不便を除くためには  $g_0(t), g_1(t), g_2(t) \dots$  なる整式から直交関数列  $G_1(t), G_2(t), G_3(t) \dots$  を導き、その直交性を利用すれば計算が極めて容易になる。

いま、(3.1) 式のような多項式近似とするためにべき関数列

$$g_0(\nu) = 1, \quad g_1(\nu) = \nu, \quad g_2(\nu) = \nu^2, \dots$$

をとる。ただし  $\nu = 0, 1, 2, \dots, n$  のようにとるものとする。このとき

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} \nu^k \cdot \nu^l = \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu^{k+l} = C_{k,l}(\nu) = C_{l,k}(\nu) = C_{k+l}(\nu) (= C_{k+l}) \quad \dots (3.3)$$

とおく。特に  $C_{0,1} = C_1$  の値は

$$C_0 = \Sigma \nu^0 = n, \quad C_1 = \Sigma \nu = \frac{1}{2} n(n+1),$$

$$C_2 = \Sigma \nu^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n-1)$$

などとなる。さて、次式のような  $k+1$  次の新関数を定義する。

$$G_k(n, t) = C_k(n) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t & t^2 & \dots & t^k \\ C_0 & C_1 & C_2 & \dots & C_k \\ C_1 & C_2 & C_3 & \dots & C_{k+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{k+1} & C_k & C_{k+1} & \dots & C_{2k} \end{vmatrix} \quad \dots (3.4)$$

ただし、 $C_k(n)$  は任意の定数

(3.4) 式において  $t^j$  の余因子行列を  $A_{kj}$  で表わし行列式を展開すれば

$$G_k(n, t) = A_{k0} \cdot t^0 + A_{k1} \cdot t^1 + A_{k2} \cdot t^2 + \dots \quad \dots (3.5)$$

となる。この式の両辺に  $t^j$  を乗じ  $t$  の 0 から  $n-1$  までの集和を作れば

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{n-1} G_k(n, t) \cdot t^j &= A_{k0} \sum_{t=0}^{n-1} t^0 \cdot t^j + A_{k1} \sum_{t=0}^{n-1} t^1 \cdot t^j + \dots \\ &\quad \dots + A_{kk} \sum_{t=0}^{n-1} t^k \cdot t^j \\ &= A_{k0} \cdot C_j + A_{k1} \cdot C_{j+1} + 1 + \dots + A_{kk} \cdot G_{j+k} = 0 \quad \dots (3.6) \\ &\quad (j=0, 1, 2, \dots, k-1) \end{aligned}$$

となる。何となれば (3.6) 式の第二辺は (3.4) 式的第一列の各要素の余因子行列に他列の対応要素を乗じた和となるからである。(3.6) 式にさらに  $A_{lj}$  を乗じ  $j=0, 1, 2, \dots, l$  (ただし  $l < k$ ) として和を作れば

$$\sum_{t=0}^{n-1} G_k(n, t) \{ A_{l0} \cdot t^0 + A_{l1} \cdot t^1 + \dots + A_{ln} \cdot t^l \} = 0 \quad \dots (3.7)$$

となる。上式において { } の中は (3.5) 式により  $G_l(n, t)$  に他ならない。

$$\therefore \sum_{t=0}^{n-1} G_k(n, t) \cdot G_l(n, t) = 0 \quad (k \neq l) \quad \dots (3.8)$$

となり直交性が証明された。上式では  $l < k$  としたが  $l > k$  でも同様に成立することは明らかである。

遂次の関数の形は以下のようになる。

$$G_1(n, t) = C_1(n) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t \\ n & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu \end{vmatrix} = \frac{1}{2} n \cdot C_1(n) \cdot (n-1-2t)$$

$$G_2(n, t) = C_2(n) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t & t^2 \\ n & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu^2 \\ \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu^2 & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu^3 \end{vmatrix}$$

$$= C_2(n) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t & t(t-1) \\ n & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu & \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu-1) \\ \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+1) & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu(\nu+1) & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu(\nu+1)(\nu-1) \end{vmatrix}$$

ここで、 $\sum_{\nu=0}^{n-1}$  の部分を計算するために公式<sup>36)</sup>

$$\sum_{r=1}^m r(r+1)(r+2) \dots (r+k-1) = \frac{m(m+1)(m+2) \dots (m+k)}{k+1}$$

を用いて上式を整理すれば

$$\begin{aligned} G_2(n, t) &= n^2(n+1) \cdot C_2(n) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t & t(t-1) \\ 1 & \frac{1}{2}(n-1) & \frac{1}{3}(n-1)(n-2) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3}(n-1) & \frac{1}{4}(n-1)(n-2) \end{vmatrix} \\ &= \frac{n^2(n^2-1)}{(3!)^2} \cdot C_2(n) \left\{ \frac{(2-n)(1-n)}{2} \right. \\ &\quad \left. + 3(2-n)t + 3t(t-1) \right\} \end{aligned}$$

同様にして

$$\begin{aligned} G_3(n, t) &= C_3(n) \cdot \begin{vmatrix} 1 & t \\ n & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu \\ \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+1) & \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+1)\nu \\ \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+2)(\nu+1) & \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+2)(\nu+1)\nu \end{vmatrix} \\ &\quad \begin{vmatrix} t(t-1) & t(t-1)(t-2) \\ \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu(\nu-1) & \sum_{\nu=0}^{n-1} \nu(\nu-1)(\nu-2) \\ \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+1)\nu(\nu-1) & \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+1)\nu(\nu-1)(\nu-2) \\ \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+2)(\nu+1)\nu(\nu-1) & \sum_{\nu=0}^{n-1} (\nu+2)(\nu+1)\nu(\nu-1)(\nu-2) \end{vmatrix} \\ &= \frac{2n^3(n-1)^2(n^2-4) \cdot C_3(n)}{(5!)^2} \left\{ \left( \frac{3-n}{3} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{4}{1} \right) \binom{3-n}{2} t + \left( \frac{5}{2} \right) \binom{3-n}{1} \left( \frac{t}{2} \right) + \left( \frac{6}{3} \right) \left( \frac{t}{3} \right) \right\} \end{aligned}$$

ただし,

$$\binom{l}{m} = \frac{l(l-1)(l-2)\cdots(l-m+1)}{m!}, \quad \binom{l}{0} = 1$$

上式から  $G_k(n, t)$  の一般形を求めれば

$$G_k(n, t) = \bar{C}_k(n) \cdot \sum_{\nu=0}^k \binom{k+\nu}{\nu} \binom{k-n}{k-\nu} \binom{t}{\nu}$$

である。ここに  $\bar{C}_k(n)$  は  $n, k$  の任意関数であるから特に

$$\bar{C}_k(n) = \frac{k!}{2^k}$$

とすれば次式が得られる。

$$q_k(n, t) = \frac{k!}{2^k} \sum_{\nu=0}^k \binom{k+\nu}{\nu} \binom{k-n}{k-\nu} \binom{t}{\nu} \quad \cdots (3.9)$$

$k=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  に対して (3.9) 式は以下のようなになる。

$$q_0(n, t) = 1, \quad q_1(n, t) = \frac{1}{2} \{(1-n)+2t\}$$

$$q_2(n, t) = \frac{1}{2} \left\{ \binom{2-n}{2} + 3(2-n)t + 3 \binom{t}{2} \right\}$$

$$= \frac{3}{2} t^2 - \frac{3}{2} (n-1)t + \frac{1}{4} (n^2 - 3n + 2)$$

$$q_3(n, t) = \frac{3}{4} \left\{ \binom{3-n}{3} + 4 \binom{3-n}{2} t + 10(3-n) \binom{t}{2} + 20 \binom{t}{3} \right\}$$

$$= \frac{5}{2} t^3 - \frac{15}{4} (n-1)t^2 + \frac{1}{4} (6n^2 - 15n + 11)t - \frac{1}{8} (n^3 - 6n^2 + 11n - 6)$$

$$q_4(n, t) = \frac{3}{2} \left\{ \binom{4-n}{4} + 5 \binom{4-n}{3} t + 15 \binom{4-n}{2} \binom{t}{2} + 35(4-n) \binom{t}{3} + 70 \binom{t}{4} \right\}$$

$$= \frac{35}{8} t^4 - \frac{35}{4} (n-1)t^3 + \frac{5}{8} (9n^2 - 21n + 17)t^2 - \frac{5}{8} (2n^3 - 9n^2 + 17n - 10)t + \frac{1}{16} (n^4 - 10n^3 + 35n^2 - 50n + 24)$$

$$q_5(n, t) = \frac{15}{4} \left\{ \binom{5-n}{5} + 6 \binom{5-n}{4} t + 21 \binom{5-n}{3} \binom{t}{2} + 56 \binom{5-n}{2} \binom{t}{3} + 128(5-n) \binom{t}{4} + 252 \binom{t}{5} \right\}$$

$$= \frac{63}{8} t^5 - \frac{315}{16} (n-1)t^4 + \frac{35}{8} (4n^2 - 9n + 8)t^3$$

$$- \frac{105}{16} (n-1)(n^2 - 3n + 5)t^2 + \frac{1}{16} (15n^4 - 105n^3 + 365n^2 - 525n + 274)t$$

$$- \frac{1}{32} (n-5)(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)$$

$$q_6(n, t) = \frac{45}{4} \left\{ \binom{6-n}{6} + 7 \binom{6-n}{5} t + 28 \binom{6-n}{4} \binom{t}{2} \right.$$

$$+ 84 \binom{6-n}{3} \binom{t}{3} + 150 \binom{6-n}{2} \binom{t}{4} \left. \right\}$$

$$+ 462(6-n) \binom{t}{5} + 924 \binom{t}{6} \left. \right\}$$

$$= \frac{231}{16} t^6 - \frac{693}{16} (n-1)t^5$$

$$+ \frac{105}{32} (15n^2 - 33n + 32)t^4$$

$$- \frac{105}{16} (4n^2 - 11n + 21)(n-1)t^3$$

$$+ \frac{21}{32} (10n^4 - 60n^3 + 215n^2 - 315n + 178)t^2$$

$$- \frac{21}{32} (n^4 - 9n^3 + 46n^2 - 94n + 84)(n-1)t$$

$$+ \frac{1}{64} (n-6)(n-5)(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)$$

上式を用いて近似式を求めるには変数  $x$  を公差  $h$  なる等差級数にとり  $x = x_0 + h \cdot t$  とおけば  $x = x_j$  ( $j = 0, 1, \dots, n-1$ ) に対して  $t$  は整数となる。実験式  $\bar{y}$  が  $x$  の  $p$  次多項式, したがって  $t$  の  $p$  次整式である場合は

$$\bar{y} = \alpha_0 + \alpha_1 q_1(n, t) + \alpha_2 q_2(n, t) + \cdots + \alpha_p q_p(n, t) \quad \cdots (3.10)$$

とおくことができ, 係数  $\alpha_i$  は次式より求まる。

$$\alpha_i = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} y_t \cdot q_i(n, t)}{\sum_{t=0}^{n-1} \{q_i(n, t)\}^2} \quad \cdots (3.11)$$

なんとなれば誤差の自乗和  $[vv]$  は次式で与えられる。

$$[vv] = \sum_{t=0}^{n-1} \{\alpha_0 + \alpha_1 q_1(n, t) + \cdots + \alpha_p q_p(n, t) - y_t\}^2$$

$$\therefore \frac{1}{2} \frac{\partial [vv]}{\partial \alpha_i} = \sum_{t=0}^{n-1} \{\alpha_0 + \alpha_1 q_1(n, t) + \cdots + \alpha_p q_p(n, t) - y_t\} \cdot q_i = 0$$

$$\therefore \alpha_0 \sum q_i + \alpha_1 \sum q_1 q_i + \alpha_i \sum (q_i)^2 + \alpha_p \sum q_p \cdot q_i = \sum y_t \cdot q_i$$

関数  $q_i$  の直交性により  $\sum q_k \cdot q_i = 0$  ( $k \neq i$ )

$$\therefore \alpha_1 \sum (q_i)^2 = \sum y_i \cdot q_i$$

したがって誤差の2乗和  $[vv]$  は

$$[vv] = \sum y_i^2 - n\alpha_0^2 - \alpha_1^2 \sum q_i^2 - \alpha_2^2 \sum q_i^2 - \dots - \alpha_p^2 \sum q_i^2$$

とかくことができる。さらに、この場合の確率誤差  $r_i$  は

$$r_i = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{[vv]}{n-p-1}}$$

によって与えられる。

### 3-3. 計算結果および考察

計算に用いたデータは第4章における研究で得られたものであるからその詳細については次章に譲ることとして、ここではそれらの実測値をもとにした多項式近似の計算結果について述べる。

対象となる諸量は ①軸差応力, ②側方変位, ③間隙水圧と時間との関係でそれぞれ側圧 1.0, 2.0, 3.0, 4.0

kg/cm<sup>2</sup> の場合のものである。

さて、いずれの場合も初期設定値は (0, 0) であるゆえ (3.1) 式における定数値  $a_0$  は不要になる。そこで計算方法としては逐次次数を増やしていき、各データに対して  $a_0$  が無視できる程小さな値になり、なおかつ確率誤差  $r_i$  が十分微小になった時をその近似式の最適次数とみなした。Fig. 3-1~3-3 に①, ②, ③の実測値 (●印) と  $n$  次曲線 (実線) との関係を、Table 3-1 に各係数および確率誤差  $r_i$  の数値を一覧表にして示す。ただし、次数には最大6までとした。

①に対する Fig. 3-1, ②に対する Fig. 3-2 はどちらも単調増加で①は上に凸, ②は上に凹の曲線になっており、いずれも実験値を非常に良く近似しているときみなすことができる。特に②の場合は比較的微小な数値を取扱っているので立上り付近 (2~3分のところ) では実測データの測圧による相違をはっきり読み取ることができないがこのような全体の値を用いて一つの曲線に近似することにより間接的にこれらの関係のある程度明確に区別することが可能となる。

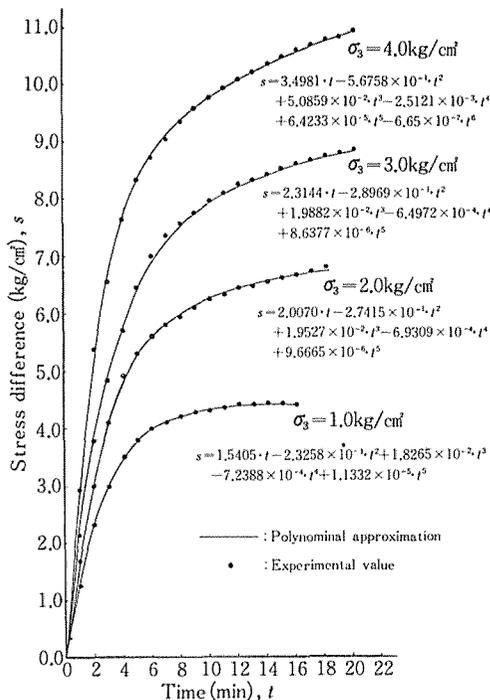


Fig. 3-1. Comparison of the experimental results with calculated results in stress difference versus time.

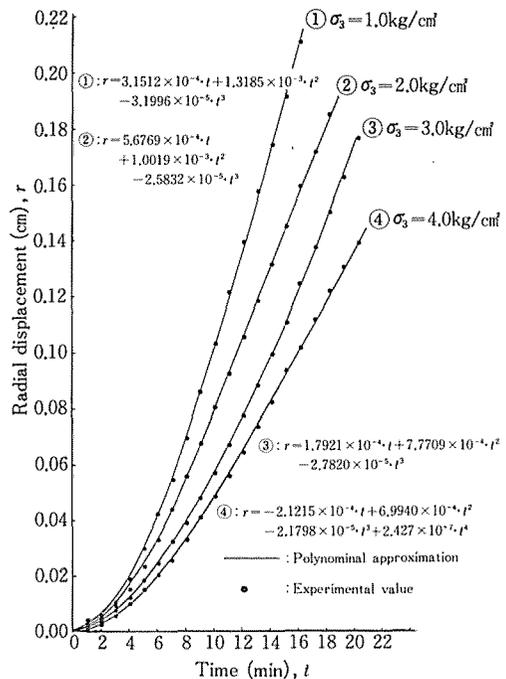


Fig. 3-2. Comparison of the experimental results with calculated results in radial displacement versus time.

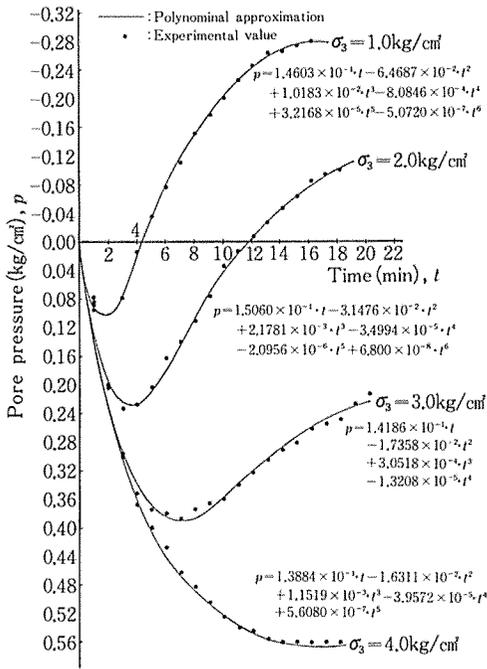


Fig. 3-3. Comparison of the experimental results with calculated results in pore pressure versus time.

①, ②と比べると③(間隙水圧曲線)は大部分が複雑の変曲点を有するやゝ複雑な曲線となっている。したがって、初めの極値を示す点の前後では実測値と近似曲

線との間に若干のバラツキがみられるが全体的にはこの場合も4次ないし6次曲線に非常に良くフィットしているとみなせるであろう。

3-4. あとがき

①, ②のような単調曲線では他の曲線形の近似(例えば指数関数を用いた近似)も考えられるが③の場合も含めると多項式による近似が最も適当な方法ではないかと思われる。

この計算では時間  $t$  を等間隔にとり整数に関する公式を有効に利用して計算を単純化しているが、もちろん不等間隔でも差し支えない。しかし、その場合は計算そのものが相当複雑になるので電子計算機の使用なしでは行なえないであろう。そうすると3-1で述べた Spline 関係との優劣の問題が起ってくる(単に計算が複雑か否かの相違だけではないが)のでこの点に関しては、今後研究を進めて、比較検討してみたいと考えている。

第4章 三軸圧縮供試体内の間隙水圧分布について<sup>39), 40)</sup>

4-1. まえがき

第2章においては供試体内の間隙水圧分布の影響を考慮しなかったが実際には強度を含め土の力学性状を検討するには土中に存在する水の挙動を同時に解析してい

Table 3-1. Coefficients of Polynomial  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$

	Confining Pressure (kg/cm <sup>2</sup> )	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
Stress Difference (kg/cm <sup>2</sup> )	1.0	-0.0175816547	1.540532497	-0.2325813610	0.0182648510
	2.0	0.0321731225	2.007021937	-0.2741487113	0.0195265549
	3.0	0.0402820544	2.314391349	-0.2896940691	0.0198817385
	4.0	-0.0017031597	3.498101498	-0.5675833965	0.0508591896
Radial Displacement (cm)	1.0	0.0001567730	0.0003151162	0.0013184971	-0.0000319957
	2.0	-0.0002844839	0.0005676888	0.0010019343	-0.0000258318
	3.0	0.0000179936	0.0001792116	0.0007770882	-0.0000278197
	4.0	-0.0004967893	-0.0002121511	0.0006993981	-0.0000217977
Pore Pressure (kg/cm <sup>2</sup> )	1.0	-0.0029712474	0.1460312949	-0.0646872353	0.0101832034
	2.0	-0.0097476419	0.1505978241	-0.0314764501	0.0021780584
	3.0	-0.0011642140	0.1418598190	-0.0173581176	0.0003051823
	4.0	-0.0016015055	0.1388442093	-0.0163109811	0.0011519090

なければより一般的な取扱いとはいえないであろう。こうした観点から当章では三軸圧縮供試体内の水圧分布を推定するとともに土の変形係数やポアソン比が間隙水圧によってどのような影響を受けるかを研究した。

載荷板と土との摩擦力は供試体内に応力やひずみの不均一を生ぜしめることは既に述べた通りであるがそれにともなって間隙水圧の分布も不均一となり、したがって供試体内に水圧勾配が発生することが当然予想される。この点に関しては数多くの実験研究がある。Blight<sup>(41)</sup> は間隙水圧の一様化と試験の継続時間との関係を調べ、間隙水圧の大小が土の応力履歴に与える効果を研究しておりその中で端部での間隙水圧が供試体中心部のそれより高い値を示すと報告している。これと同様な結論はCrawford<sup>(42)</sup> によってもなされている。Bishop<sup>(43)</sup> らはせん断中に端部拘束による応力の不均一のために間隙水圧勾配が上昇するであろうと述べており、締め固め土による実験では供試体下端部における間隙水圧は中心部のそれよりも大きいと報告している。一方、Whitman<sup>(38)</sup> は乱さない Boston Clay を用いた実験でかなり速いひずみ速度の下での端部間隙水圧の上昇は中心部におけるそれよりも時間的遅れを生じる傾向にありこのことは試験後の供試体の端部付近の含水比が高いことと相関関係があるとしている。また Gibbs<sup>(44)</sup> の締め固め粘性を使った実験では端部と中心部で測定された間隙水圧値は同一であったと述べている。

我国の土質試験書<sup>(45)</sup> には「間隙水圧は供試体の中心部は高く、ポーラスストーン付近は低くなる。圧縮速さが大きいと水圧差は広がるので結果として測定される間隙水圧は小さくなる」と書かれており常識的に予想され得る傾向と思われるが端部拘束による影響が考慮されたものなのかどうかは明白でない。このように供試体内の間隙水圧変化の様相は実験技術の困難さに基因するためか必ずしも統一的な結論を導き出してはいない。

さて、この研究では土を構造骨格～水の二相系材料として取扱い、過剰間隙水圧と構造骨格の挙動を同時に未知数とした方程式を用いて解析を進めた。問題は三次元圧密理論と軌を一にすることになるが少し異なるところは圧密は間隙水圧の移動に関して「開かれた系」であるのに対し、ここでは非排水試験を対象にしているから「閉じた系」であるということである。

周知のように有効応力の概念に基いた Terzaghi<sup>(46)</sup> の一次元圧密理論が発表されて以来圧密に関する研究は今日まで数多く積み重ねられてきたがこの圧密理論を三次元の問題に拡張する場合過剰間隙水圧だけに関する三次元熱伝導型偏微分方程式を用いる方法と間隙水圧と土の構造骨格の挙動を同時に未知数として理論を展開する方法との二つに大別されるだろう。前者の Terzaghi 流の理論においては未知数が間隙水圧だけなのでその取扱いは比較的容易であるが後者の場合は未知量として間隙水圧の他に構造骨格の変化あるいは有効応力が加わるため

Approximation.

$\gamma_i$ : Probable Error

	Confining Pressure (kg/cm <sup>2</sup> )	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$ \gamma_i $
Stress Difference (kg/cm <sup>2</sup> )	1.0	-0.0007238818	0.0000113323	—	0.1043768475
	2.0	-0.0006930836	0.0000096665	—	0.1532021254
	3.0	-0.0006497166	0.0000086377	—	0.1799331325
	4.0	-0.0025120698	0.0000642327	-0.0000006650	0.3184524988
Radial Displacement (cm)	1.0	—	—	—	0.0031390137
	2.0	—	—	—	0.0006787204
	3.0	—	—	—	0.0005048904
	4.0	0.0000002427	—	—	0.0005311045
Pore Pressure (kg/cm <sup>2</sup> )	1.0	-0.0008084555	0.0000321680	-0.0000005072	0.0195323267
	2.0	-0.0000349941	-0.0000020956	0.0000000680	0.0216551668
	3.0	-0.0000132079	—	—	0.0142929033
	4.0	-0.0000395720	0.0000005608	—	0.0092680139

に結果的には多元連立微分方程式を解くこととなり解析がやゝ煩雑になるきらいはある。<sup>46)</sup>しかし、変形係数やポアソン比などの諸定数をあわせ求めるためには後者の手法に依らなければならない。

4-2. 実験の方法および用いた試料

使用した装置や実験方法は第2章で述べた事とほぼ同様であるので詳細は略す。異なる点だけを列挙すると以下のようである。

- ① 供試体の上下端部に以前はラバーバンドを装置したが今回は幅1cm(そのうち0.5cmは載荷板に残りの0.5cmは供試体部に密着させる)の鋼製の円環をはめた。これによって供試体設置に際しての偏心を防ぐと共に端部における側方変位をより完全に拘束した。
- ② 供試体成形用モールドに所定の密度で土を締固めた後、そのままの状態を変水位透水試験を行ない透水係数を測定した。これは試料の飽和度を高める目的もある。
- ③ 三軸圧縮室内に試料をセットしてから若干の真空圧の下でおよそ5日間水を通しさらに飽和度を上げるように務めた。
- ④ 試験方法は変位制御方式による圧密・非排水試験法(C-U Test)を採用し、間隙水圧は供試体下端で測定

した。軸方向ひずみ速度は約0.45%である。

用いた試料の基本的性質を Table 4-1 および Fig. 4-1, 4-2 に示す。日本統一分類法<sup>47)</sup>によると SM—シルト質砂—に属する土である。

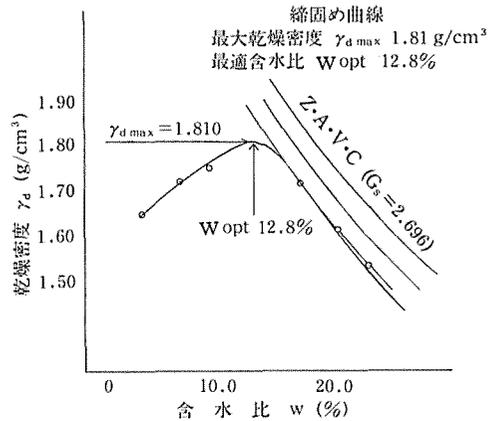


Fig. 4-2. Compaction Curve.

Table 4-1. Physical properties of soils.

Specific Gravity $G_s$	2.696
Clay Fraction	5%
Silt Fraction	14%
Sand Fraction	64%
Gravel Fraction	16%
$W_{opt}$	12.8%
$\gamma_{d\ max}$	1.810 g/cm <sup>3</sup>
Mean Permeability Coefficient	$7.01 \times 10^{-6}$ cm/s

4-3. 基礎式の誘導

基礎式の誘導にあたっては土～水系を次のような性質を有する材料とする。

- 1. 土～水系は均質等方でひずみ、応力などは微小変化の範囲内で取扱う。
  - 2. 土の間隙は水で完全に飽和されているものとする。
  - 3. 土粒子実質部分および水は非圧縮性である。
  - 4. 間隙水の移動に関しては Darcy の法則が適用され、透水係数  $K$  は等方的である。
  - 5. 間隙水圧を  $u$ , 有効応力を  $\sigma'$ , 全応力を  $\sigma$  と表わすとこれらの間には  $\sigma = \sigma' + u$  の関係が成立する。
- 以上は圧密問題を扱う際の一般的な仮定でもあるが、この他にもう一つ、圧縮時の三軸供試体の変形形状を一つの余弦曲線で近似するという仮定とあわせ用いて以下の解析を進める。

供試体の中心を原点にとった円周座標  $r \sim z$  の下で土中の全応力を  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}$ , 各々に対するひずみを  $\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_z, \gamma_{rz}$ , 半径方向変位を  $U$ , 軸方向変位を  $W$  で表わすと全応力に関するつりあい式は、

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

( $r$  方向(半径方向)のつりあい式) ... (4.1)

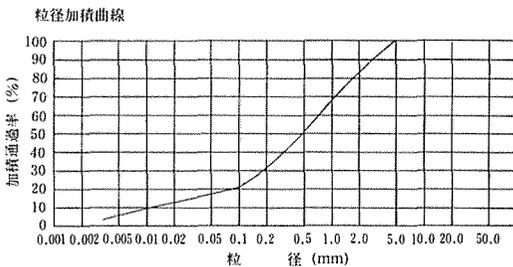


Fig. 4-1. Grain Size Curve.

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0$$

(z方向(軸方向)のつりあい式)…………… (4.2)

となり(自重は無視), 適合条件は  $U, W$  について

$$\varepsilon_r = -\frac{\partial U}{\partial r}, \quad \varepsilon_z = -\frac{\partial W}{\partial z}, \quad \varepsilon_\theta = -\frac{U}{r} \quad \dots (4.3)$$

$$\gamma_{rz} = -\left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r}\right) \quad \dots (4.4)$$

で表わされる。つぎに応力とひずみの関係はヤング率  $E$ ,  
あるいはせん断弾性係数  $G$  とポアソン比  $\nu$  を用いて

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma_r - u}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_z + \sigma_\theta - 2u) \\ \sigma_z &= \frac{\sigma_z - u}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_r + \sigma_\theta - 2u) \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma_\theta - u}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_z + \sigma_r - 2u) \\ \gamma_{rz} &= \frac{\tau_{rz}}{G} \end{aligned} \right\} \quad \dots (4.5)$$

あるいは

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= 2G \left( \varepsilon_r + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon \right) + u \\ \sigma_z &= 2G \left( \varepsilon_z + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon \right) + u \\ \sigma_\theta &= 2G \left( \varepsilon_\theta + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon \right) + u \\ \tau_{rz} &= G \gamma_{rz} \end{aligned} \right\} \quad \dots (4.6)$$

で表わされる。ここで,  $\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z$

さて, 土中の水の動きについては Darcy の法則を用い透水性係数を  $K$ , 水の単位体積重量を  $\gamma_w$  で表わして土中の一部から流出する水の量がその部分の体積ひずみ  $\varepsilon$  に等しいとすれば

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{K}{\gamma_w} \nabla^2 u \quad \dots (4.7)$$

が成り立つ。ただし,  $t$  は時間を表わし

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

である。

(4-1), (4-2) のつりあい式を (4-3), (4-4) 式の変位を用いて表わすと

$$G \left( \nabla^2 U - \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - \frac{U}{r^2} \right) - \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad \dots (4.8)$$

$$G \left( \nabla^2 W - \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) - \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \dots (4.9)$$

となる。<sup>48), 49)</sup> 結局, (4.7)~(4.9) の連立偏微分方程式から変位量と間隙水圧を求めることになるが Mac Namee and Gibson<sup>50), 52)</sup> はこれらの方程式を解き易くするためある変位関数を導入することによって圧密問題を解析している。ここでは彼らが用いた変位関数を円筒形供試体の解析に都合の良い形に修正して用いることにする。

(4.8) 式を  $r$  で偏微分した式,  $1/r$  を乗じた式, (4.9) 式を  $z$  で偏微分した式をそれぞれ辺々相加えて整理すると

$$G \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \cdot \Delta^2 \varepsilon + \nabla^2 u = 0 \quad \dots (4.9)$$

$$n = \frac{1-\nu}{1-2\nu} \text{ とおくと上式は}$$

$$\nabla^2 (u + 2G\eta \cdot \varepsilon) = 0 \quad \dots (4.10)$$

となる。(4.10) 式の ( ) の中は  $r, z$  に関する調和関数になるからそのような関数  $F$  を選び

$$u + 2G\eta \cdot \varepsilon = -\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \quad \dots (4.11)$$

と置く。すなわち

$$\nabla^2 \left( \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z^2} (\nabla^2 F) = 0$$

$$\therefore \nabla^2 F = 0 \quad \dots (4.12)$$

とする。

いま, 新たに変位関数  $\varphi$  を導入し, これと上述の  $F$  を用いて変位  $U, W$  を次式のように表わす。

$$U = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + r \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} - \frac{\partial F}{\partial r} \quad \dots (4.13)$$

$$W = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + r \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial z} \quad \dots (4.14)$$

(4.13), (4.14) 式は変位で表わしたつりあい式 (4.8), (4.9) 式を満足することができる。

さて, (4.10) 式より

$$\nabla^2 u = -2G\eta \cdot \nabla^2 \varepsilon$$

を (4.7) 式に代入して  $u$  を消去した形にする

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{2G\eta K}{\gamma_w} \nabla^2 \varepsilon \quad \dots (4.15)$$

ここで

$$\varepsilon = - \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) = - \nabla^2 \varphi - r \frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 F)$$

$$\therefore (4.12) \text{ 式より } \varepsilon = - \nabla^2 \varphi \quad \dots (4.16)$$

したがって (4.15) 式は次のように表わされる。

$$\nabla^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = c \nabla^4 \varphi \quad \dots (4.17)$$

ただし,  $c = 2G\eta K / \gamma_w$

(4.12), (4.17) 式が今の場合の基礎方程式となる。

各応力, ひずみを  $\varphi, F$  を用いて書き改めると

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -2G \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + r \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \nabla^2 \varphi \right) \\ \sigma_\theta &= -2G \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \nabla^2 \varphi \right) \\ \sigma_z &= -2G \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + r \frac{\partial^3 F}{\partial r \partial z^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \nabla^2 \varphi \right) \\ \tau_{rz} &= -2G \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^3 F}{\partial r^2 \partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots (4.18)$$

$$u = 2G \left( \eta \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right) \quad \dots (4.19)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - r \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} \\ \varepsilon_\theta &= - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \\ \varepsilon_z &= - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - r \frac{\partial^3 F}{\partial r \partial z^2} \\ \gamma_{rz} &= -2 \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} + r \frac{\partial^3 F}{\partial r^2 \partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots (4.20)$$

さて, 基礎方程式 (4.12), (4.17) 式を満足する関数  $F, \varphi$  を次のように選ぶ。<sup>(52), \*1)</sup>

$$F = A_1 \cos(kz) \cdot J_0(jkr) + C_3(r^2 - 2|z|^2) \quad \dots (4.21)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= B_1 \cos(kz) \cdot J_0(ikr) \\ &+ B_2 \cos(kz) \cdot ikr J_1(ikr) + C_1 r^2 + C_2 |z|^2 \\ &+ D_m J_0(\lambda r) e^{-c\lambda^2 t} + D_n \sin(\mu|z|) e^{-c\mu^2 t} \quad \dots (4.22) \end{aligned}$$

ここに,  $A_1, B_1, B_2, C_1, C_2, C_3, D_m, D_n, k, \lambda, \mu$  は積分定数,  $J_0, J_1$  はそれぞれ第一種の 0 次, 1 次 Bessel 関数記号,  $i = \sqrt{-1}$ 。

(4.21), (4.22) 式を使って応力, ひずみ, 変位等をさらに書きかえると以下ようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -2G \left[ A_1 \cos(kz) \{ -ik^3 r J_1(ikr) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2ik}{r} J_1(ikr) - 2k^2 \cdot J_0(ikr) \} + B_1 \cos(kz) \{ k^2 J_0(ikr) \right. \\ &\quad \left. + \frac{ik}{r} J_1(ikr) \} + B_2 \cos(kz) \{ k^2 J_0(ikr) + ik^3 r J_1(ikr) \} \right. \\ &\quad \left. - 2(C_1 + C_2 - 2C_3) + D_m \lambda \frac{1}{r} J_1(\lambda r) e^{-c\lambda^2 t} \right] \\ &\quad \left. + D_n \mu^2 \cos(\mu z) e^{-c\mu^2 t} \right] \\ \sigma_z &= -2G \left[ A_1 \cos(kz) \{ ik^3 r J_1(ikr) - k^2 J_0(ikr) \} \right. \\ &\quad \left. - B_1 \cdot k^2 \cos(kz) \cdot J_0(ikr) + B_2 \cos(kz) \{ -ik^3 r J_1(ikr) \right. \\ &\quad \left. + 2k^2 J_0(ikr) \} - 4(C_1 + C_3) + D_m \cdot \lambda^2 J_0(\lambda r) e^{-c\lambda^2 t} \right] \\ \tau_{rz} &= -2G \left[ -A_1 \sin(kz) \{ ik^2 J_1(ikr) \right. \\ &\quad \left. + k^3 r J_0(ikr) \} + B_1 \sin(kz) \cdot ik^2 J_1(ikr) \right. \\ &\quad \left. + B_2 \sin(kz) \cdot k^3 r J_0(ikr) \right] \quad \dots (4.23) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} u &= 2G \{ (A_1 - 2\eta B_2) k^2 \cdot \cos(kz) \cdot J_0(ikr) \\ &\quad + 2(2\eta C_1 + \eta C_2 + 2C_3) \\ &\quad - D_m \cdot \eta \lambda^2 J_0(\lambda r) e^{-c\lambda^2 t} - D_n \cdot \eta \mu^2 \cdot \cos(\mu z) e^{-c\mu^2 t} \} \quad \dots (4.24) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} U &= \cos(kz) \left[ A_1 \{ k^2 r J_0(ikr) + 2ik J_1(ikr) \} \right. \\ &\quad \left. - B_1 \cdot ik J_1(ikr) - B^2 \cdot k^2 J_0(ikr) \right] \\ &\quad + 2C_1 r - D_m \lambda \cdot J_1(\lambda r) \cdot e^{-c\lambda^2 t} \\ W &= k \sin(kz) \{ A_1 \cdot ikr J_1(ikr) - B_1 \cdot J_0(ikr) \\ &\quad - B_2 \cdot ikr J_1(ikr) \} \\ &\quad + 2C_2 |z| - D_n \mu \sin(\mu z) e^{-c\mu^2 t} \end{aligned} \right\} \quad \dots (4.25)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= B_2 \cos(kz) \cdot 2k^2 J_0(ikr) - 2(2C_1 + C_2) \\ &\quad + D_m \lambda^2 J_0(\lambda r) e^{-c\lambda^2 t} + D_n \mu^2 \cos(\mu z) e^{-c\mu^2 t} \quad \dots (4.26) \end{aligned}$$

次に境界条件から上式の積分定数を決定する。第 2 章では応力関数を用いたが, ここでは変位関数から出発しているのと時間項が付加している点において境界条件の取扱いが多少異なるところがある。

i) 端面摩擦の影響で供試体は Fig. 4-3 に示すように

変形するがこの変形形状を三角関数で近似する。供試体半径を  $a$ 、微小時間間隔を  $dt$  とすると

$$t = dt, r = a \text{ で}$$

$$U = \zeta + \zeta \cos(kz) \quad (\zeta: \text{定数}) \text{ とおく。}$$

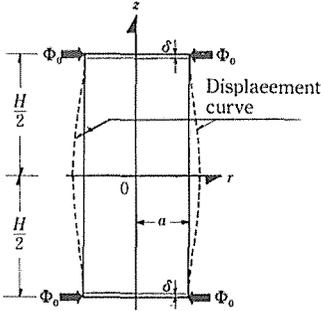


Fig. 4-3. Very small displacements at end platen and a displacement curve in a circumference of a test specimen.

$J_0(ikr) = I_0, ikJ_1(ika) = I_1$  とし (4.25) の第1式を用いると

$$\begin{aligned} & \{A_1(ak^2 \cdot J_0 + 2I_1) - B_1 \cdot J_1 - B_2 \cdot ak^2 \cdot J_0\} \cos(kz) \\ & + 2C_1 a - D_m \lambda J_1(\lambda) e^{-c\lambda^2 dt} = \zeta \cos(kz) + \zeta \end{aligned} \quad \dots (4.27)$$

上式が  $z$  に無関係に成り立つためには

$$A_1(ak^2 \cdot J_0 + 2I_1) - B_1 \cdot J_1 - B_2 \cdot ak^2 \cdot J_0 = \zeta \quad \dots (4.28)$$

$$2C_1 a = \zeta \quad \dots (4.29)$$

$$\text{また } J_1(\lambda a) = 0 \quad \dots (4.30)$$

ここで (4.30) 式を満足する  $\lambda$  を  $\lambda_m (m=1, 2, \dots)$  とおく。

ii) 供試体に加えらるる軸方向変位量を  $w$ 、供試体高さを  $H$  で表わすと

$$t = dt, |z| = \frac{H}{2} \text{ で } W = w$$

(4.25) の第2式を用いて

$$\begin{aligned} & k \sin\left(\frac{kH}{2}\right) \{A_1 \cdot ikr J_1(ikr) - B_1 \cdot J_0(ikr) - B_2 \cdot ikr J_1(ikr)\} \\ & + 2C_2 \cdot \frac{H}{2} - D_n \cdot \mu \sin\left(\frac{\mu H}{2}\right) e^{-c\mu^2 dt} = w \end{aligned}$$

上式が  $r$  に無関係に成り立つためには

$$\sin\left(\frac{kH}{2}\right) = 0 \quad \therefore k = \frac{2l\pi}{H} \quad (l=0, 1, 2, \dots)$$

ここで供試体の変形形状を Fig. 4-3 のような曲線で表わすためには上式において  $l=1$  でなければならない。

$$\therefore k = \frac{2\pi}{H} \quad \dots (4.31)$$

$$H \cdot C_2 = w \quad \dots (4.32)$$

$$\sin\left(\frac{\mu H}{2}\right) = 0$$

この式を満足する  $\mu$  を  $\mu_n$  とおくと

$$\mu_n = \frac{2n\pi}{H} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad \dots (4.33)$$

iii) 供試体端面の近傍  $\delta$  なる微小区間において端面摩擦力の代りに  $\Phi_0$  なる拘束応力が作用すると考える (Fig. 4.3 参照)。

$$2\pi a \int_0^{dt} \int_{\frac{H}{2}-\delta}^{\frac{H}{2}} \sigma_r |_{r=a} dz \cdot dt = 2\pi a \delta \cdot (\Phi_0 + \sigma_3) \cdot dt$$

ただし、 $\sigma_3$  は側圧

(4.23) の第一式を代入し

$$\int_{\frac{H}{2}-\delta}^{\frac{H}{2}} \cos\left(\mu_n z\right) z \cdot dz = \begin{cases} -\frac{1}{k} \sin k\delta \\ -\frac{1}{\mu_n} \sin \mu_n \delta \end{cases}$$

と (4.30) 式の関係を用いると

$$\begin{aligned} & 2G \frac{1}{k} \sin(k\delta) \cdot \left\{ -A_1 \left( ak^2 \cdot J_1 + \frac{2}{a} \cdot I_1 + 2k^2 \cdot J_0 \right) \right. \\ & \quad \left. + B_1 \cdot \left( k^2 I_0 + \frac{1}{a} I_1 \right) \right. \\ & \quad \left. + B_2 \cdot (k^2 \cdot J_0 + ak^2 \cdot I_1) \right\} \cdot dt + 4G(C_1 + C_2 + 2C_3) \cdot dt \\ & - 2G \cdot \frac{1}{C \mu_n} \sum_{n=0}^{\infty} D_n \sin(\mu_n \delta) (e^{-c\mu_n^2 dt} - 1) \\ & = \left( \frac{1}{2} \Phi_0 + \sigma_3 \right) \cdot \delta \cdot dt \end{aligned}$$

上式の両辺を  $\delta$  で割り

$$\lim_{(k\delta) \rightarrow 0} \frac{\sin(k\delta)}{(k\delta)} = 1, \quad \lim_{(\mu_n \delta) \rightarrow 0} \frac{\sin(\mu_n \delta)}{(\mu_n \delta)} = 1.$$

の関係を用いて整理すると

$$\begin{aligned} & \{ -A_1(a^2 k^2 \cdot J_1 + 2I_1 + 2ak^2 \cdot J_0) + B_1(ak^2 \cdot J_0 + I_1) \\ & \quad + B_2(ak^2 \cdot J_0 + ak^2 \cdot I_1) \} \cdot dt \\ & + 2a(C_1 + C_2 + 2C_3) \cdot dt - \frac{a}{C} \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cdot (e^{-c\mu_n^2 dt} - 1) \\ & = \frac{a}{2G} \cdot (\Phi_0 + \sigma_3) \cdot dt \quad \dots (4.34) \end{aligned}$$

$$\text{iv)} \quad r=a, |z|=0 \quad \text{で} \quad \int_0^{dt} \sigma_r \cdot dt = \sigma_3 \cdot dt$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad & \{A_1(a^2k^2 \cdot I_1 + 2I_1 + 2ak^2 \cdot I_0) - B_1(ak^2 \cdot I_0 + I_1) \\ & - B_2(ak^2 \cdot I_0 + a^2k^2 \cdot I_1)\} \cdot dt + 2a(C_1 + C_2 + 2C_3) \cdot dt \\ & + \frac{a}{c} \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cdot (e^{-c\lambda_n^2 dt} - 1) = \frac{a}{2G} \sigma_3 \cdot dt \quad \dots (4.35) \end{aligned}$$

(4.34) 式 + (4.35) 式より

$$C_1 + C_2 + 2C_3 = \frac{1}{8G} (\phi_3 + 2\sigma_3) \quad \dots (4.36)$$

(4.34) 式 - (4.35) 式より

$$\begin{aligned} & \{-A_1(a^2k^2 \cdot I_1 + 2I_1 + 2ak^2 \cdot I_0) + B_1(ak^2 \cdot I_0 + I_1) \\ & + B_2(ak^2 \cdot I_0 + a^2k^2 \cdot I_1)\} \cdot dt \\ & - \frac{a}{c} \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cdot (e^{-c\lambda_n^2 dt} - 1) = \frac{a}{4G} \phi_0 \cdot dt \quad \dots (4.37) \end{aligned}$$

v)  $t=dt, r=a$  で  $\tau_{rz}=0$

$$\therefore -A_1(ak^2 \cdot I_0 + I_1) + B_1 \cdot I_1 + B_2 \cdot ak^2 \cdot I_0 = 0 \quad \dots (4.38)$$

vi)  $t=dt, |z| = \frac{H}{2}$  では (4.31) の条件により  $\tau_{rz} =$

0 を満足している。

$$\text{vii)} \quad t=dt, |z| = \frac{H}{2} \quad \text{で} \quad \int_0^a \sigma_z \cdot r dr = \frac{1}{2} a^2 \cdot \sigma_1$$

ただし,  $\sigma_1$  は端面に加えられる軸方向応力

$$\begin{aligned} \therefore \quad & 2G \cdot a \cdot \{-A_1(ak^2 \cdot I_0 + I_1) + B_1 \cdot I_1 + B_2 \cdot ak^2 \cdot I_0\} \\ & + 4G \cdot a^2 (C_1 + C_3) - 2Ga^2 \sum_{m=1}^{\infty} D_m \lambda_m J_1(\lambda_m a) e^{-c\lambda_m^2 dt} \\ & = \frac{1}{2} a^2 \cdot \sigma_1 \end{aligned}$$

上式に (4.30) および (4.38) 式を適用すると

$$C_1 + C_3 = \frac{1}{8G} \sigma_1 \quad \dots (4.39)$$

viii)  $r=0$ , で  $|z|=0$  で  $\int_0^{dt} \epsilon \cdot dt = 0$

$$\begin{aligned} \therefore \quad & (2k^2 \cdot B_2 - 4C_1 - 2C_2) \cdot dt - \frac{1}{c} \sum_{m=1}^{\infty} D_m \cdot (e^{-c\lambda_m^2 dt} - 1) \\ & - \frac{1}{c} \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cdot (e^{-c\lambda_n^2 dt} - 1) = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore k^2 \cdot B_2 - (2C_1 + C_2) = 0 \quad \dots (4.40)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} D_m (e^{-c\lambda_m^2 dt} - 1) + \sum_{n=0}^{\infty} D_n (e^{-c\lambda_n^2 dt} - 1) = 0 \quad \dots (4.41)$$

上式において計算の便宜上  $n=1$  を採用し,  $D_n \rightarrow D_1$ ,  $\mu_n \rightarrow \mu$  とおきかえると

$$D_1 = - \frac{1}{e^{-c\mu^2 dt} - 1} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} D_m (e^{-c\lambda_m^2 dt} - 1) \quad \dots (4.42)$$

$$\text{ix)} \quad |z| = \frac{H}{2} \quad \text{で} \quad \int_0^{dt} \int_0^a u_r dr dt = \frac{1}{2} a^2 \cdot u_H \cdot dt$$

ただし,  $u_H$  は端面で測定される間隙水圧

$$\begin{aligned} \therefore \quad & (A_1 - 2\eta B_2) a \cdot I_1 \cdot dt + (2\eta C_1 + \eta C_2 + 2C_3) \cdot dt^2 \cdot dt \\ & - \frac{\eta}{2c} a^2 \cdot D_1 (e^{-c\mu^2 dt} - 1) = \frac{1}{4G} a^2 \cdot u_H \cdot dt \quad \dots (4.43) \end{aligned}$$

$$\text{x)} \quad |z| = \frac{H}{2} \quad \text{で} \quad \int_0^{dt} \frac{\partial u}{\partial r} dt = 0$$

$$\begin{aligned} & 2G(A_1 - 2\eta B_2) \cdot ik^3 J_1(ikr) \cdot dt \\ & - \frac{2G\eta}{c} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} D_m \cdot \lambda_m \cdot J_1(\lambda_m r) (e^{-c\lambda_m^2 dt} - 1) = 0 \quad \dots (4.44) \end{aligned}$$

上式の両辺に  $rJ_l(\lambda_l r)$  ( $l=1, 2, 3 \dots$ ) をかけて  $r=0$  から  $a$  まで積分する。(Dini の展開定理<sup>53)</sup>)

$$\begin{aligned} & \frac{n}{c} \int_0^a D_m \lambda_m (e^{-c\lambda_m^2 dt} - 1) \cdot r J_l(\lambda_l r) \cdot J_l(\lambda_m r) dr \\ & = k^2 (A_1 - 2\eta B_2) \cdot \int_0^a ik \cdot r J_1(ikr) J_1(\lambda_l r) dr \end{aligned}$$

このとき  $l=m$  で

$$\int_0^a r J_1(\lambda_l r) \cdot J_1(\lambda_m r) dr = \frac{1}{2} a^2 \{J_0(\lambda_m a)\}^2$$

また  $\int_0^a r J_1(ikr) \cdot J_1(\lambda_m r) dr = - \frac{a \lambda_m}{\lambda_m^2 + k^2} J_0(\lambda_m a) \cdot J_1(ika)$  となるゆえ, 結局  $D_m$  は次式のように決まる。

$$D_m = - \frac{4Gk^2 (A_1 - 2\eta \cdot B_2) \cdot I_1 \cdot dt \cdot K}{\gamma_w \cdot a \cdot (\lambda_m^2 + k^2) (e^{-c\lambda_m^2 dt} - 1) \cdot J_0(\lambda_m a)} \quad \dots (4.45)$$

(4.42), (4.43), (4.45) 式を整理すると

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_m^2 + k^2) J_0(\lambda_m a)} = \phi \quad \text{と} \quad \text{おいて} \\ & I_1 (1 - k^2 \phi) (A_1 - 2\eta \cdot B_2) + a (2\eta C_1 + \eta C_2 + 2C_3) \\ & = \frac{a}{4G} u_H \quad \dots (4.46) \end{aligned}$$

となる。いま,

$$\begin{cases} I_1 (1 - k^2 \phi) (A_1 - 2\eta \cdot B_2) = \frac{\lambda_1}{G} a u_H & \dots (4.47) \\ a (2\eta \cdot C_1 + \eta \cdot C_2 + 2C_3) = \frac{\lambda_2}{G} a u_H & \dots (4.48) \end{cases}$$

とおく。

$$\text{ただし} \quad \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{4} \quad \dots (4.49)$$

(4.36), (4.39), (4.48) 式より  $C_1, C_2, C_3$  をまた (4.42), (4.45) 式を用いて (4.37), (4.38), (4.47) 式より  $A_1, B_1, B_2$  を求めると次式ようになる。 $(\lambda_1, \lambda_2)$  は後に定める)

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{8(1+\nu)G} \{ -(1-\nu) \cdot (\phi_0 + 2\sigma_3) + 2\nu \cdot \sigma_1 \\ &\quad + 8(1-2\nu) \cdot \lambda_2 \cdot u_{II} \} \\ C_2 &= \frac{1}{8(1+\nu)G} \{ 2\nu \cdot (\phi_0 + 2\sigma_3) - 2\sigma_1 \\ &\quad + 8(1-2\nu) \cdot \lambda_2 \cdot u_{II} \} \\ C_3 &= \frac{1}{8(1+\nu)G} \{ (1-\nu) \cdot (\phi_0 + 2\sigma_3) + (1-\nu) \sigma_1 \\ &\quad - 8(1-2\nu) \cdot \lambda_2 \cdot u_{II} \} \\ A_1 &= \frac{a}{2G\alpha I_1} \{ -(1-\nu) I_2^2 \phi_0 - 8(1-2\nu) \lambda_1 \cdot k^2 \cdot I_1^2 \phi \Omega_u \\ &\quad + 2(1-2\nu) \cdot \lambda_1 \cdot \beta \cdot \Omega_u \} \\ B_1 &= \frac{a}{4G\alpha I_1} \left\{ -\gamma \cdot I_1 \phi_0 - \frac{8}{\gamma} \cdot \lambda_1 k^2 \gamma I_1 \phi \Omega_u \right. \\ &\quad \left. + 4(1-2\nu) \cdot \lambda_1 (\beta + ak^2 I_0 I_1) \Omega_u \right\} \\ B_2 &= \frac{(1-2\nu)a}{4G\alpha I_1} \left\{ -I_1^2 \phi_0 - \frac{8}{\gamma} \lambda_1 \cdot k^2 I_1^2 \phi \Omega_u \right. \\ &\quad \left. + 4 \cdot \lambda_1 \cdot (\beta - I_1^2) \Omega_u \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots (4.50)$$

ただし,  $\alpha = 2(1-\nu)I_1^2 - \beta$ ,  $\beta = a^2 k^4 I_0^2 - a^2 k^2 I_1^2$ ,

$$\gamma = ak^2 I_0 + 2(1-\nu)I_1, \quad \Omega_u = 1 - k^2 \phi, \quad \Omega_u = \frac{u_{II}}{\Omega}$$

$$\phi = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_m^2 + k^2) \cdot J_0(\lambda_m a)}$$

最後に, 上記の積分定数を用いて, (4.24) 式の間隙水圧分布に関する式を書き直しておく。

$$\begin{aligned} u &= \frac{k^2 u_{II}}{\Omega} \left\{ \frac{2 \cdot \lambda_1 \cdot a}{I_1} \cdot \cos(kz) \cdot J_0(ikr) \right. \\ &\quad + c \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4 \lambda_1 \lambda_m^2 \cdot \Delta t \cdot J_0(\lambda_m r) \cdot e^{-c \lambda_m^2 \Delta t}}{2(\lambda_m^2 + k^2)(e^{-c \lambda_m^2 \Delta t} - 1) \cdot J_0(\lambda_m a)} \\ &\quad \left. - c \cdot \frac{4 \lambda_1 \cdot u^2 \Delta t \cdot \phi \cdot \cos(\mu z) \cdot e^{-c \mu^2 \Delta t}}{2(e^{-c \mu^2 \Delta t} - 1)} \right\} \\ &\quad + 4 \lambda_2 \cdot u_{II} \quad \dots (4.51) \end{aligned}$$

#### 4-4. 数値計算

4-3節の解析で使われている弾性定数を実験条件から決定する。測定される量は供試体端面における軸方向変

位, 軸方向応力, 間隙水圧と中心点における側方変位の4つである。いずれも時間的に非線性的な変化となるゆえ, 上の弾性理論が適用し得る微小時間間隔  $\Delta t$  内での変化を考える。そうすると先に挙げた四量は増分記号を用いてそれぞれ  $\Delta W_{II}, \Delta \sigma_1, \Delta u_{II}, \Delta U_{a0}$  のように表わすことができる。これらに呼応してポアソン比を  $\Delta \nu$ , ヤング率を  $\Delta E$  (これを以後変形係数と呼ぶ) あるいはせん断弾性係数を  $\Delta G$  で表わす。ただし,  $\Delta G$  と  $\Delta E$  との関係は

$$2 \cdot \Delta G = \Delta E / (1 + \Delta \nu)$$

である。

また, 各変形段階における供試体の長さ, 半径に関する変化量には添字  $j$  を付す。

1)  $r = a_j, |z| = 0$  の点で測定される側方変位が  $\Delta U_{a0}$  であるから

$$2\zeta = \Delta U_{a0}$$

$\therefore$  (4.29) 式より

$$4C_1 \cdot a_j = \Delta U_{a0} \quad \dots (4.52)$$

(4.50) 式の  $C_1$  を代入して整理すると

$$\begin{aligned} &-(1-\Delta \nu) \cdot \Delta \phi_0 + 2 \cdot \Delta \nu \cdot \Delta \sigma_1 + 8(1-2\Delta \nu) \cdot \lambda_2 \cdot \Delta u_{II} \\ &= 2(1+\Delta \nu) \cdot \Delta G \cdot \Delta \varepsilon_{a_j} \quad \dots (4.53) \end{aligned}$$

ただし, 上式で  $\Delta U_{a0}/a_j = \Delta \varepsilon_{a_j}$  とおいた。また  $\Delta \sigma_3 = 0$  である。

2)  $|z| = \frac{H_j}{2}$  で測定される軸方向変位が  $-\frac{\Delta W_{II}}{2}$  であるから (4.32) 式より

$$2C_2 \cdot H_j = -\Delta W_{II} \quad \dots (4.54)$$

(4.50) 式の  $C_2$  を代入して整理すると

$$\begin{aligned} &2\Delta \nu \cdot \Delta \phi_0 - 2 \cdot \Delta \sigma_1 + 8(1-2\Delta \nu) \cdot \lambda_2 \cdot \Delta u_{II} \\ &= -4(1+\Delta \nu) \cdot \Delta G \cdot \Delta \varepsilon_{H_j} \quad \dots (4.55) \end{aligned}$$

ただし, 上式で  $\Delta W_{II}/H_j = \Delta \varepsilon_{H_j}$  とおいた。

3) (4.28), (4.29) 式より

$$A_1(a_j \cdot k_j^2 \cdot I_{0j} + 2 \cdot I_{1j}) - B_1 \cdot I_{1j} - B_2 \cdot a_j k_j^2 \cdot I_{0j} - 2C_1 \cdot a_j = 0 \quad \dots (4.56)$$

ここで,  $k_j = \frac{2\pi}{H_j}$ ,  $I_{0j} = J_0(ik_j a_j)$ ,  $I_{1j} = ik_j J_1(ik_j a_j)$

1), 2), 3) の三つの条件より  $\Delta G$  (or  $\Delta E$ ),  $\Delta \phi_0$ ,  $\Delta \nu$  を求める。まず, (4.53) 式  $\times 2 \cdot \Delta \nu$  + (4.55) 式  $\times (1 - \Delta \nu)$  より

$$2 \cdot \Delta G = \frac{(1-2\Delta \nu)(\Delta \sigma_1 - 4 \cdot \lambda_2 \cdot \Delta u_{II})}{(1-\Delta \nu) \cdot \Delta \varepsilon_{H_j} - \Delta \nu \cdot \Delta \varepsilon_{a_j}} \quad \dots (4.57)$$

また, (4.53) 式  $\times (2 \cdot \Delta \varepsilon_{H_j})$  + (4.55) 式  $\times \Delta \varepsilon_{a_j}$  より

$$\Delta\phi_0 = \frac{1}{(1-\Delta\nu) \cdot \Delta\varepsilon_{HJ} - \Delta\nu \cdot \Delta\varepsilon_{aJ}} \{ (2 \cdot \Delta\nu \cdot \Delta\varepsilon_{HJ} - \Delta\varepsilon_{aJ}) \cdot \Delta\sigma_1 + 4 \cdot (1-2 \cdot \Delta\nu) \cdot (2 \cdot \Delta\varepsilon_{HJ} + \Delta\varepsilon_{aJ}) \cdot \chi_2 \cdot \Delta u_H \} \quad \dots (4.58)$$

このようにして得られた  $\Delta G$ ,  $\Delta\phi_0$  を (4.56) 式に代入するとその左辺は  $\Delta\nu$  に関する 2 次式となりこれより  $\Delta\nu$  を求めることができる。すなわち

$$p(\Delta\nu)^2 + q(\Delta\nu) + s = 0 \quad \dots (4.59)$$

ここに  $p = -2 \cdot I_{1J}^2 \cdot (\Delta\varepsilon_{HJ} - \Delta\varepsilon_{aJ}) \cdot \Delta\sigma_1$

$$+ 16 \cdot \chi_2 \cdot I_{1J}^2 \cdot \Delta\varepsilon_{HJ} \cdot \Delta u_H$$

$$+ 2 \cdot \chi_1 \cdot (4k_2^2 \cdot I_{1J}^2 \cdot \psi - \beta) \cdot (\Delta\varepsilon_{HJ} + \Delta\varepsilon_{aJ}) \cdot \Omega_{uJ}$$

$$q = 2 \cdot (\Delta\varepsilon_{HJ} - \Delta\varepsilon_{aJ}) \cdot I_{1J}^2 \cdot \Delta\sigma_1 - 24 \cdot \chi_2 \cdot I_{1J}^2 \cdot \Delta\varepsilon_{HJ} \cdot \Delta u_H$$

$$- 8 \cdot (3 \cdot \Delta\varepsilon_{HJ} + \Delta\varepsilon_{aJ}) \cdot \chi_1 \cdot k_2^2 \cdot I_{1J}^2 \cdot \psi \cdot \Omega_{uJ} + 2 \cdot (3 \cdot \Delta\varepsilon_{HJ}$$

$$+ \Delta\varepsilon_{aJ}) \cdot \chi_1 \cdot \beta \cdot \Omega_{uJ} + \beta \cdot (\Delta\sigma_1 - 4 \cdot \chi_2 \cdot \Delta u_H) \cdot \Delta\varepsilon_{aJ}$$

$$s = 8 \cdot \chi_2 \cdot I_{1J}^2 \cdot \Delta\varepsilon_{HJ} \cdot \Delta u_H + 2 \cdot \chi_1 \cdot (4k_2^2 \cdot I_{1J}^2 \cdot \psi - \beta) \cdot \Delta\varepsilon_{HJ} \cdot \Omega_{uJ}$$

$$- \frac{1}{2} \beta \cdot (\Delta\sigma_1 - 4 \cdot \chi_2 \cdot \Delta u_H) \cdot \Delta\varepsilon_{aJ}$$

さて, (4.47), (4.48) 式における  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  の値は数学的に一意的に定めることはできないが力学的諸条件を考慮することにより適当な値を選択することができる。いま (4.49) 式において,  $\chi_1 = \chi_2 = \frac{1}{8}$  とすると供試体内間隙水圧分布が端部で正, 中心部で負 (端部で負の場合は中心部で正) となり, また (4.59) 式で計算される  $\Delta\nu$

が部分的に - の値をとる。  $\chi_1 > \chi_2$  とするとこのような傾向が一層顕著になるので現実的には不合理と考えられる。そうすると,  $\chi_1 < \chi_2$  となるが  $\chi_2 \rightarrow \frac{1}{4}$ ,  $\chi_1 \rightarrow 0$  の場合は (4.51) 式の第 2 項が 0 に近づく一方, 第 1 項の値の変化が大きくなる。すなわち, 間隙水圧分布の値が大きくなり過ぎる。

以上の理由から結局  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  の値として,  $\chi_1 = \frac{1}{20}$ ,  $\chi_2 = \frac{1}{5}$  を採用して数値計算を行なう。

#### 4-5. 結果および考察

##### 4-5-1. 供試体内の間隙水圧分布特性について

解析に用いた諸数値は実験データを第 3 章で述べた多項式近似により処理した値を使用している。それは間隙水圧の変化に関しては Fig. 4-4 の・印で示されている。すなわち, 供試体端面 (詳しくは下端面だけが解析は上下対称として取扱っている) における測定値  $u_H$  を各測圧  $\sigma_3 = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0$  (kg/cm<sup>2</sup>) ごとに, 同じく端面における軸方向ひずみ  $\varepsilon_{HJ}$  (第 2 章では平均軸ひずみという言葉を用いているが同じ意味) に対してプロットしたものである。また, 同図の○印は供試体の中心点 ( $r=0, z=0$ ) における同様の間隙水圧変化を示す。これらの図よりわかることは全体的に中心点における値は端面の値より 60~63% 程小さい傾向にある。この傾向をもう少し詳しくみてみると

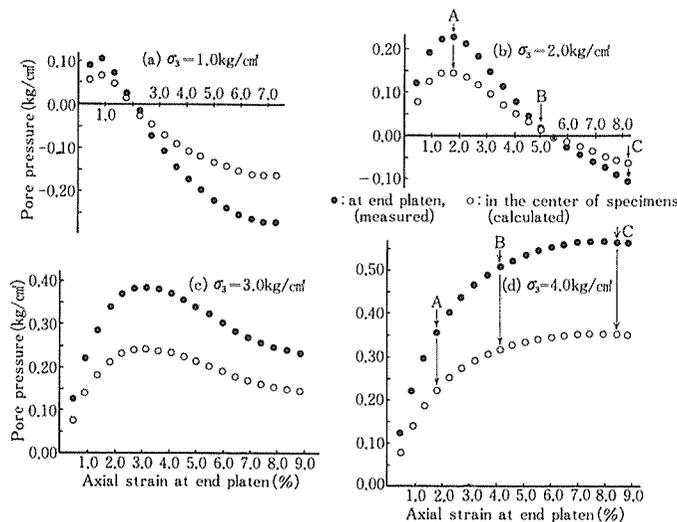


Fig. 4-4. Pore pressure versus axial strain at end platen.

$\sigma_3=1.0(\text{kg/cm}^2)$  のとき

$\varepsilon_{HJ}=0.9\%$ で63.1%,  $\varepsilon_{HJ}=7.3\%$ で60.4%

$\sigma_3=2.0(\text{kg/cm}^2)$  のとき

$\varepsilon_{HJ}=1.8\%$ で63.0%,  $\varepsilon_{HJ}=8.3\%$ で61.3%

$\sigma_3=3.0(\text{kg/cm}^2)$  のとき

$\varepsilon_{HJ}=3.2\%$ で62.8%,  $\varepsilon_{HJ}=9.3\%$ で63.5%

$\sigma_3=4.0(\text{kg/cm}^2)$  のとき

$\varepsilon_{HJ}=1.8\%$ で62.9%,  $\varepsilon_{HJ}=8.4\%$ で62.3%

(%はいずれも端面間隙水圧値  $u_H$  を100とした場合) となり,  $\sigma_3=3.0(\text{kg/cm}^2)$  の場合を除いてはいずれも変形の進行とともに僅かながら減少の割合が小さくなっていくようである。また, 供試体内の水圧分布状況を調べるために特に側圧  $\sigma_3=2.0, 4.0(\text{kg/cm}^2)$  の場合を選んで, それぞれ異なる変形量を示す A, B, C 点における供試体内の等水圧線を描いたものが Fig. 4-5, Fig. 4-6 である (ただし, 図は実物の上四半分を示す)。Fig. 4-5

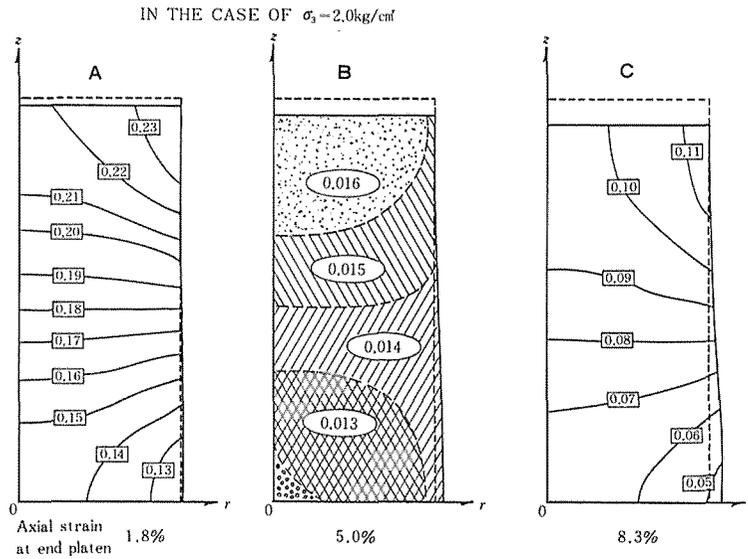


Fig. 4-5. Contours of pore pressure in kg. per sq. cm.

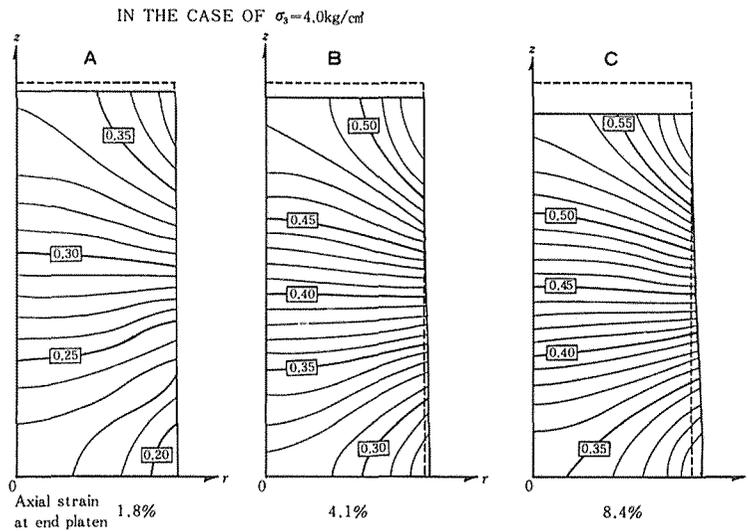


Fig. 4-6. Contours of pore pressure in kg. per sq. cm.

の  $\sigma_3=2.0$  (kg/cm<sup>2</sup>) の場合,  $B$  点では端面間隙水圧値がその符号を変える 0 付近の値であるので供試体全体にわたって微小で均一な分布性状となっているが,  $A$  点,  $C$  点では中心部にいくほど絶対値としての値は小さくなっていく。また,  $C$  点の場合の方が  $A$  点に比べよりゆるやかな分布となっているがこれは端面間隙水圧  $u_H$  が+から-に変化していることに起因しているのではないかと考えられる。これとは対照的に Fig. 4-6 の  $\sigma_3=4.0$  (kg/cm<sup>2</sup>) の場合は  $u_H$  が端面軸ひずみと共に単調増加しているためか分布状況は  $A \rightarrow B \rightarrow C$  の変化に対してそれほど顕著な相違はみられない。強いて相違を見分ければ  $A$  点より  $C$  点の方が若干間隙水圧の変化が大きいたことが同図より読み取れるであろう。これらの図より端面間隙水圧の出方により供試体内の水圧分布特性がかなり異なることが推定されよう。

#### 4-5-2. 間隙水圧の有無による変形係数, ポアソン比の相違について

Fig. 4-7 に端面軸ひずみと変形係数, Fig. 4-8 に端面軸ひずみとポアソン比の関係を表わす。間隙水圧を考慮しない場合の各々の傾向は第 2 章で述べたところとあまり変ることはない (実験に用いた試料, 試験方法および計算式は多少異なっているが)。間隙水圧を考慮した場合について考察してみると変形係数については端面軸ひずみ  $\epsilon_{HJ}$  が比較的微小な変形の範囲, つまり立上り付近 ( $\epsilon_{HJ} \doteq 2.0\%$ ) において, 考慮しない場合に比べて若干小さな値となっているがさらに変形が進むと両者の違いはほとんどみられなくなる。数値的には変形係数の値が最も大きい  $\epsilon_{HJ}=0.45\%$  で

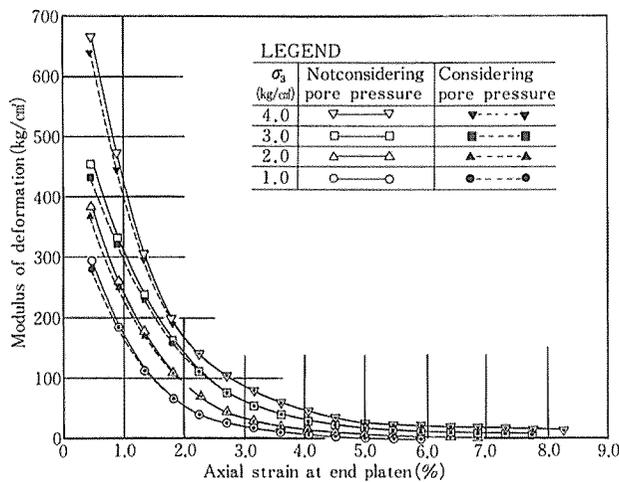


Fig. 4-7. Modulus of deformation versus axial strain at end platen.

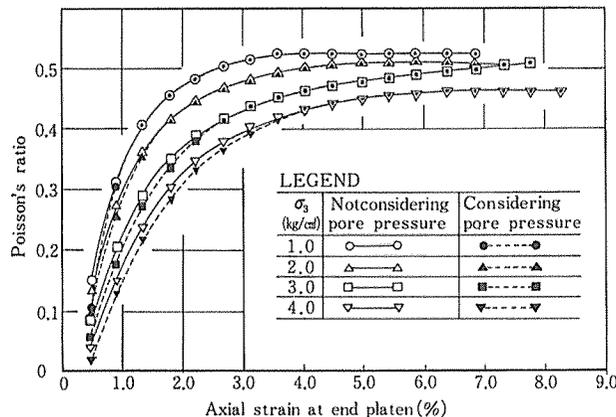


Fig. 4-8. Poisson's ratio versus axial strain at end platen.

	間隙水圧を 考慮した値	間隙水圧を 考慮しない値
$\sigma_3 = 4.0 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	643 (kg/cm <sup>2</sup> )	664 (kg/cm <sup>2</sup> )
3.0	436	455
2.0	369	384
1.0	281	293

であるからここで行なった計算に関する限り間隙水圧の変形係数に与える影響は微々たるものであると結論することができる。取扱う試料によっては  $u_H$  はもっと大きな値となることもあろうが (4.57) 式からもわかるように  $\Delta u_H$  の形で計算されることを考えると Fig. 4-7 に見られる傾向はある程度一般性を有しているともいえる。

また、ポアソン比についても  $\epsilon_{HJ}$  が小さい範囲内では間隙水圧を考慮した場合の方が僅かながら小さい値となっている。しかも、この場合は変形係数の時と違って  $\sigma_3$  が大きい場合の方が小さい場合より差異が比較的大きく、間隙水圧の影響が見られなくなる時点も  $\sigma_3$  が大きくなるに従って遅くなっていく傾向が Fig. 4-8 より読取ることができる。このようなことからポアソン比の方が比較の間隙水圧の影響を受けやすいのではないかと考えられる。ただ、ポアソン比の値そのものが 0 から 0.5 前後までの微小な範囲の値に限られているから、間隙水圧を考慮する場合としない場合との相違も最大で小数第 2 位のオーダーであり、ともすると誤差の内に含まれてしまいそうな違いでもある。この点に関してはもっと側圧の範囲を拡げるなり、別の試料を用いて検討するなりしてこの微小な値の行方を吟味する必要があるのではないと思われる。なお、 $\sigma_3 = 1.0 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$  の場合、 $\epsilon_{HJ} \doteq 4.0\%$  付近から間隙水圧を考慮した値が再び小さくなっており他の  $\sigma_3$  と異なった様相を呈している。実験上のバラツキなのか、低側圧時の特性なのかは判然としないのでこの点についても今少し検討の必要があるかと思われる。

#### 4-6. あとがき

土構造物の力学性状を解析する場合、より実際のできたより精密な考え方は有効応力の概念である。そのことを再記すると土粒子と間隙水圧の非圧縮性を仮定した Terzaghi の有効応力式の一般的表示は次式のようになる。

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u \cdot \delta_{ij} \quad \dots (4.60)$$

ここに、 $\sigma'_{ij}$  は有効応力カテンソル、 $\sigma_{ij}$  は全応力カテンソル、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ。

すなわち土は土粒子と間隙水の 2 相で構成されていると考えるから飽和した部分の応力のつりあい式は (2.41) の代りに

$$\frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial u}{\partial x_i} + \rho f_i = 0 \quad \dots (4.61)$$

で表わされる<sup>54)</sup>。さらに厳密な解析を施すならば間隙水が土中を移動する場合の構造骨格と間隙水との相対変位を導入した次式が考えられる。<sup>55) 56)</sup>

$$\frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x_j} + b \frac{\partial}{\partial t} (v_i^* - v_i^f) = 0 \quad \dots (4.62)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = -b \frac{\partial}{\partial t} (v_i^* - v_i^f) \quad \dots (4.63)$$

ここに  $v_i^*$ ,  $v_i^f$  は各々構造骨格および間隙水の変位

$$b = \frac{n \rho_w g}{K}, \quad n: \text{間隙率}, \quad \rho_w: \text{水の単位体積質量},$$

$K$ : 透水係数,  $g$ : 重力加速度

これらは理論的には首肯できるが実用的な意味での間隙水圧を考える場合ここまで正確に方程式を導いて行かなければならないかどうか疑問が残るところである。前にも述べたように我々の解析の対象は形状、構築材料等が極めて複雑であるので基礎方程式をあまり厳密に立てても解くことが不可能となつては意味がない。ところで当章では (4.62), (4.63) 式で  $v_i^* = 0$  の場合を扱った。それによって得られる間隙水圧は土の体積ひずみと一体をなして変化することになる。最終的な間隙水圧分布の推定式 (4.51) はそのことを明確に表わしている。

実構造物の安定、不安定を検討する時、間隙水圧が重要な役割を果たすことは今日では定説になっている。したがって土中に発生する、或いは (4.61) ~ (4.63) 式中に現われる  $u$  の値を知る一助としてここに展開した解析法はそのまま実ダムなどの間隙水圧分布の推定に応用し得ると考えている。

ところで、この章では主として三軸圧縮供試体内に発生する間隙水圧の分布性状について述べてきた。それを計算する基礎式 (4.51) には  $\chi_1, \chi_2$  なる未定係数が入っており

$$\chi_1 + \chi_2 = \frac{1}{4} \quad \dots (4.49)$$

の条件を用いてもなお一つ未定係数が残るから間隙水

圧分布が一意的に定められないことは既に述べた通りである。また、三軸供試体内の間隙水圧分布に関する既往の実験研究についても中心部分が端面より低い値を示す報告とその逆の報告の二様があることもすでに述べた通りである。この章では前者の傾向にあわせるように適当な  $\lambda_1, \lambda_2$  を選んで解析を試みたので得られた結果はもとより推定の域は出ないと思われる。しかし、現実の三軸供試体の力学性状を種々の面から検討しある程度の合理性をもった  $\lambda_1, \lambda_2$  の値を選択することによって供試体内の間隙水圧分布特性を解析できることを示した。

当研究の妥当性を検証するにはやはり供試体内（端面ではなくて）の一点の間隙水圧の実測が必要となるがこの点に関しては今後の研究に委ねたいと考えている次第である。

#### \*1) APPENDIX

$$\text{基礎方程式} \quad \nabla^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = c \nabla^4 \varphi \quad \dots (4.17)$$

の解は変数分離法によって次のように求めることができる。いま

$$\begin{aligned} \varphi(r, z, t) &= f(r, t) \cdot g(z, t) \quad \text{とおくと} \\ \nabla^4 \varphi &= f_{,rrrr} \cdot g + \frac{2}{r} f_{,rrr} \cdot g + \left( 2g_{,zz} - \frac{1}{r^2} g \right) f_{,rr} \\ &\quad + \left( \frac{1}{r^3} g + \frac{2}{r} \cdot g_{,zz} \right) f_{,r} + f \cdot g_{,zzzz} \end{aligned}$$

となる。ただし、 $f_r = \frac{\partial f}{\partial r}$ ,  $g_z = \frac{\partial g}{\partial z}$  等を意味する。

また、

$$\begin{aligned} \nabla^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) &= f_{,rt} \cdot g + f_{,rr} \cdot g_t + \frac{1}{r} f_{,r} \cdot g + \frac{1}{r} g_t \cdot f_r \\ &\quad + f_{,t} \cdot g_{,zz} + f \cdot g_{,zzt} \end{aligned}$$

ただし、 $f_t = \frac{\partial f}{\partial t}$ ,  $g_t = \frac{\partial g}{\partial t}$  等である。

したがって (4.17) 式は次のようになる。

$$\begin{aligned} f_{,rt} \cdot g + f_{,rr} \cdot g_t + \frac{1}{r} f_{,r} \cdot g + \frac{1}{r} f_r \cdot g_t + f_{,t} \cdot g_{,zz} + f \cdot g_{,zzt} \\ = C \left\{ f_{,rrrr} \cdot g + \frac{2}{r} f_{,rrr} \cdot g + \left( 2g_{,zz} - \frac{1}{r^2} g \right) f_{,rr} \right. \\ \left. + \left( \frac{1}{r^3} g + \frac{2}{r} \cdot g_{,zz} \right) f_{,r} + f \cdot g_{,zzzz} \right\} \end{aligned}$$

上式の両辺を  $g$  で割り整理すると

$$\begin{aligned} c \left\{ f_{,rrrr} + \frac{2}{r} f_{,rrr} - \frac{1}{r^2} f_{,rr} + \frac{1}{r^3} f_r \right. \\ \left. + 2 \left( f_{,rr} + \frac{1}{r} f_r \right) \frac{g_{,zz}}{g} + f \frac{g_{,zzzz}}{g} \right\} \\ = f_{,rrt} + \frac{1}{r} f_{,r} \cdot f_{,rr} + f_{,rr} \frac{g_t}{g} + \frac{1}{r} f_r \frac{g_t}{g} \\ + f_{,t} \frac{g_{,zz}}{g} + f \frac{g_{,zzt}}{g} \end{aligned}$$

となる。

$$\begin{aligned} \therefore c \left( f_{,rrrr} + \frac{2}{r} f_{,rrr} - \frac{1}{r^2} f_{,rr} + \frac{1}{r^3} f_r \right) \\ = f_{,rrt} + \frac{1}{r} f_{,r} \cdot f_{,rr} \quad \dots \textcircled{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c \left\{ 2 \left( f_{,rr} + \frac{1}{r} f_r \right) \frac{g_{,zz}}{g} + f \frac{g_{,zzzz}}{g} \right\} \\ = \frac{g_t}{g} \cdot f_{,rr} + \frac{1}{r} f_r \cdot \frac{g_t}{g} + f_{,t} \cdot \frac{g_{,zz}}{g} + f \frac{g_{,zzt}}{g} \quad \dots \textcircled{b} \end{aligned}$$

ここでさらに  $f(r, t) = f_1(r) \cdot f_2(t)$  とおき  $\frac{df_1}{dr} = f_1'$ ,  $\frac{df_2}{dt} = f_2'$  等を用いると②式は次のようになる。

$$\begin{aligned} c \left( f_1'' + \frac{2}{r} f_1' - \frac{1}{r^2} f_1 + \frac{1}{r^3} f_1 \right) \\ = \left( f_1' + \frac{1}{r} f_1 \right) \frac{f_2'}{f_2} \quad \dots \textcircled{c} \end{aligned}$$

$r$  の任意関数を  $\zeta(r)$  として

$$f_1' + \frac{1}{r} f_1 = \zeta(r) \quad \dots \textcircled{d}$$

とすると③式は

$$\frac{\zeta''(r) + \frac{1}{r} \zeta'(r)}{\zeta(r)} = \frac{f_2'}{c \cdot f_2} = -\lambda^2 (\lambda > 0) \quad \dots \textcircled{e}$$

とおくことができる。ただし、 $\lambda$  は定数

$$\therefore f_2 + c\lambda^2 f_2 = 0 \quad \dots \textcircled{f}$$

$$\zeta''(r) + \frac{1}{r} \zeta'(r) + \lambda^2 \zeta(r) = 0 \quad \dots \textcircled{g}$$

④式より  $f_2 \propto e^{-c\lambda^2 t}$ ; また⑤式より  $\zeta(r) \propto J_0(\lambda r)$  したがって⑥式より  $f_1 \propto -J_0(\lambda r)$  となるので結局積分定数  $D_m$  を用いて

$$f(r, t) = D_m J_0(\lambda r) \cdot e^{-c\lambda^2 t} \quad \dots \textcircled{h}$$

となる。

一方、 $g$  についても  $g(z, t) = g_1(z) \cdot g_2(t)$  とおき、 $\frac{dg_1}{dz} = g'_1$ 、 $\frac{dg_2}{dt} = g'_2$  等を用いると⑥式は以下のようになる。

$$c \left\{ 2 \left( f'_1 + \frac{1}{r} \cdot f_1 \right) f_2 g'_1 g_2 + f_1 \cdot f_2 \cdot g''_1 \cdot g_2 \right\}$$

$$= g_1 \cdot g'_2 \cdot f'_1 \cdot f_2 + \frac{1}{r} \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot g_1 \cdot g'_2 + f_1 \cdot f_2 \cdot g'_1 \cdot g_2 + f_1 \cdot f_2 \cdot g''_1 \cdot g_2$$

上式に④の関係を代入し整理すると

$$c(g''_1 - \lambda^2 \cdot g'_1) g_2 = (g''_1 - \lambda^2 \cdot g_1) g'_2$$

$$\therefore \frac{g''_1 - \lambda^2 \cdot g'_1}{g'_1 - \lambda^2 \cdot g_1} = \frac{g'_2}{g_2} = -\mu^2 (\mu > 0)$$

とおくことができる。ただし、 $\mu$  は定数。

$$\therefore \begin{cases} g''_1 - \lambda^2 g'_1 + \mu^2 g'_1 - \lambda^2 \mu^2 g_1 = 0 & \dots \text{①} \\ g'_2 + \mu^2 g_2 = 0 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①式より  $g_1 \propto \sin(\mu z)$ 、 $\cos(\mu z)$ 、②式より  $g_2 \propto e^{-\mu^2 t}$  が得られるから、 $D_1$ 、 $D_2$  を積分定数として

$$g(z, t) = \{D_1 \sin(\mu z) + D_2 \cos(\mu z)\} e^{-\mu^2 t}$$

となる。

この章では境界条件の関係から  $\varphi = f \cdot g$  ではなく、 $\varphi = f + g$  の形の解を採用した。なお、(4.21) 式および(4.22) 式における非時間項の解は  $\nabla^2 F = 0$ 、 $\nabla^4 \varphi = 0$  より求めることができる<sup>45)</sup>。

## 第5章 円筒形土供試体の動的解析について<sup>57)</sup>

### 5-1. まえがき

Casagrande-Shanon<sup>58)</sup> に端を発する土の動的性質に関する研究は以来交通荷重や大規模フィルダムの耐震設計などの問題に対処する必要性に迫られて各所で行なわれるようになった。

締め固め土に対する比較的初期の代表的研究としては三軸圧縮試験機を用いた Seed<sup>59)</sup>、<sup>60)</sup> や一軸圧縮試験機を利用した河川・小川<sup>61)</sup> の報告などがありまた、畑野・渡辺<sup>62)</sup> は具体的に築堤材料としての粘土、砂、碎石の性質に先べんをつけており、それらの結果をアースダムの震動解析に適用している。<sup>63)</sup> 一般に土の動的性質といっても土そのものと動力学の複雑さが交錯してこの問題へのアプローチの仕方も多岐にわたっている。

このような土の動力学特性を調べるための数ある試験法のうちの一つとして三軸圧縮試験装置において供試体の軸方向に繰返し荷重を与えて実際の震動状態を室内試

験でシミュレートする方法がある。<sup>64)</sup>、<sup>65)</sup> 当研究ではこのような力学的環境下におかれた円筒形土供試体の振動特性に関する数理的解析を行なった。

解析に際しての基本的な考え方はこれまでの章で用いてきたものである。すなわち、円筒形供試体はその両端面摩擦のため中央部分が極端にふくらんだ形状を呈するがこの変形形状を余弦曲線で近似することによって、弾性理論に基いた動的な応力、ひずみ（あるいは変位）の応答関係を導き、また材料定数としての土の動的ポアソン比や動的ヤング率を算出する一方法を示し、それらの値を求めた。

## 5-2. 実験方法および用いた試料

### 5-2-1. 実験装置

使用した装置は標準試験（静的）および繰返し試験（動的）の可能な油圧サーボ方式振動三軸圧縮試験機である。Fig. 5-1 に示すように動的成分は電磁オシログラフによって記録される。それ以外の装置および実験技術の詳細に関しては第2章の2-2で述べた事と同様であるので省略する。

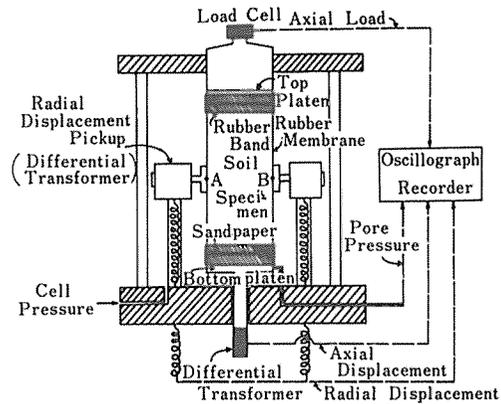


Fig. 5-1. Schematic drawing of the main part of the triaxial compression apparatus.

### 5-2-2. 載荷方式

三軸圧縮試験機を使って土の動的試験を行なう場合、種々の載荷方式が考えられる。<sup>64)</sup>、<sup>65)</sup> そのうち当研究では繰返し荷重（正弦波）を与えながら静的荷重を増加させていく方法を採用した。その理由としては

- a) 静的試験、すなわち静的な応力へひずみ関係と対比することができる。

b) 実験条件を制御し易い (これは専ら使用している  
振動三軸圧縮試験機の特性による)。  
ということが挙げられる。

また、一般的に土の試験では荷重 (あるいは応力) 制御方式が望ましいと考えられるが<sup>66)</sup> 繰返し試験はひずみ制御で行なわれることが多い<sup>67)</sup> ことからここではすべての測定を変位 (あるいはひずみ) 制御方式のもとで行なった。したがって、Fig. 5-2 に示すように入力として与えられた軸ひずみに対する応答として軸差応力が得られることになる。

Fig. 5-2 において軸ひずみ  $\epsilon$  ~ 時間  $t$  の関係は

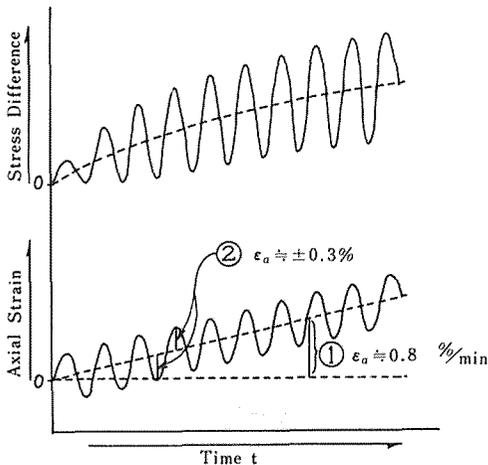


Fig. 5-2. Illustration of dynamic stress and strain.

$$\epsilon_a = a_0 \cdot t + b \cdot \sin(pt) \quad \dots (5.1)$$

ただし、 $p$  は振動数、 $a_0$ ,  $b$  は定数  
のように表わすことができる。①の部分 (5.1) 式の第1項、②の部分 (5.1) 式の第2項に相当する。ここで便宜上、前者を準静的軸ひずみ、後者を振動軸ひずみと称することにする。この実験では振動軸ひずみを約  $\pm 0.3\%$  に保ち、振動数  $p=1$  (Hz) の正弦波で繰返し変位を加えながら  $0.8\%/min$  の速さで準静的ひずみを増加させていった。記銀の一例を Fig. 5-3 に示す。

5-2-3. 用いた試料

砂質土と粘性土の二つの試料は第2章の実験で用いたものと同一であるのでその基本的性質については2-2を参照されたい。

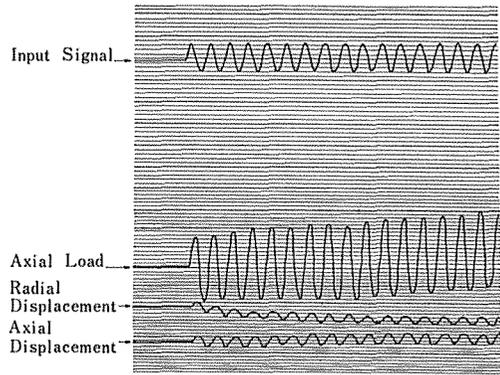


Fig. 5-3. Typical oscillograph test record.

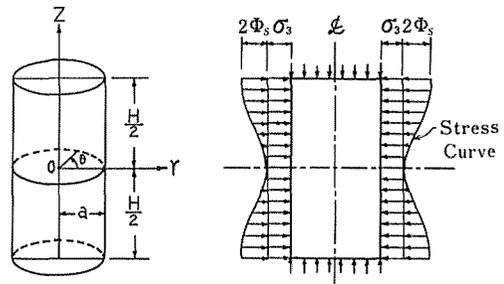


Fig. 5-4. Cylindrical coordinate system and assumed stresses applied to the specimen.

5-3. 基礎式の誘導

第2章と少し重複するが動的問題に入る前に静的な場合の解析の要点を述べておく。三軸供試体に対して Fig. 5-4 のように円筒座標を求めると応力のつりあい式として次式が得られる (自重は無視)。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (5.2)$$

ここに、 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  はそれぞれ  $r, \theta, z$  方向の直応力、 $\tau_{rz}$  はせん断応力を表わす。

(5.2) 式と適合条件式を用いて与えられた境界条件を満足する解を求めるわけであるがその際、境界条件の一つとして供試体の両面端における載荷板との摩擦力の代りに Fig. 5-4 の右に示すような応力が供試体周面に作用すると仮定する。

すなわち、

$$r=a \text{ で } \sigma_r = -\{\sigma_s + \phi_s - \phi_s \cos(kz)\} \quad \dots (5.3)$$

ただし、 $\sigma_3$  は実際に作用する側圧、 $\phi_s$  は端面摩擦に関する定数、 $k$  は積分定数でここでは圧縮を負にとるものとする。

このような考えのもとに各応力成分を誘導すれば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_r &= -\frac{k^2}{\eta_s(a)} \left[ \{-ikJ_1(ika) + ak^2 \cdot J_0(ika)\} J_0(ikr) \right. \\
 &\quad + \{2(1-\nu) \cdot ikJ_1(ika) - ak^2 \cdot J_0(ika)\} \\
 &\quad \left. + k^2 \cdot r^2 \cdot ikJ_1(ika) \right] \frac{J_1(ikr)}{ikr} \phi_s \cdot \cos(kz) \\
 &\quad - 6B_0 + (10\nu - 2) \cdot B_1 \\
 \sigma_\theta &= -\frac{k^2}{\eta_s(a)} \left[ \{-2(1-\nu) \cdot ikJ_1(ika) + ak^2 \cdot J_0(ika)\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{J_1(ikr)}{ikr} + (1-2\nu) \cdot ikJ_1(ika) \cdot J_0(ikr) \right] \phi_s \cdot \cos(kz) \\
 &\quad - 6B_0 + (10\nu - 2) \cdot B_1 \\
 \sigma_z &= \frac{k^2}{\eta_s(a)} \{2ikJ_1(ika) \cdot J_0(ikr) + ak^2 J_0(ika) \cdot J_0(ikr)\} \\
 &\quad - ikJ_1(ika) \cdot ikr \cdot J_1(ikr) \phi_s \cdot \cos(kz) \\
 &\quad - 12B_0 + (14 - 10\nu) \cdot B_1 \\
 \tau_{rz} &= -\frac{k^3}{\eta_s(a)} \{aJ_0(ika) \cdot ikJ_1(ikr) \\
 &\quad - ikJ_1(ika) \cdot rJ_0(ikr)\} \phi_s \cdot \sin(kz)
 \end{aligned} \right\} \dots (5.4)$$

ここで、

$$\eta_s(a) = \frac{2(1-\nu)}{a} \{ikJ_1(ika)\}^2 - ak^4 \{J_0(ika)\}^2 + ak^2 \{ikJ_1(ika)\}^2$$

$k = \frac{2\pi}{H}$ ,  $a, H$  はそれぞれ供試体の半径、高さ、 $\nu$  はポアソン比、 $J_0, J_1$  はそれぞれ第一種の0次、1次のBessel関数記号、 $B_0, B_1$  は積分定数、 $i = \sqrt{-1}$ 。

さらにこれら応力成分からヤング率  $E$ 、ポアソン比  $\nu$  を用いて半径方向（側方）変位  $U$ 、軸方向変位  $W$  に関する式を求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 U &= \frac{1+\nu}{E \cdot \eta_s(a)} \{ak^2 \cdot J_0(ika) \cdot ikJ_1(ikr) \\
 &\quad - 2(1-\nu) \cdot ikJ_1(ika) \cdot ikJ_1(ikr) \\
 &\quad - k^2 \cdot ikJ_1(ika) \cdot rJ_0(ikr)\} \phi_s \cdot \cos(kz) \\
 &\quad + \frac{1+\nu}{E} \cdot r \cdot (6B_0 - 2B_1)
 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 W &= \frac{1+\nu}{E \cdot \eta_s(a)} \{2(1-\nu) \cdot ikJ_1(ika) \cdot J_0(ikr) \\
 &\quad + ak^2 J_0(ika) \cdot J_0(ikr) \\
 &\quad - ikJ_1(ika) \cdot ikr J_1(ikr)\} k \cdot \phi_s \cdot \sin(kz) \\
 &\quad - \frac{z}{E} \{12(1+\nu) \cdot B_0 + 2(1+\nu)(10\nu - 7) \cdot B_1\}
 \end{aligned} \right\} \dots (5.5)$$

次に動的な場合の基礎式の誘導を行なう。円筒形供試体の軸方向に加えられた繰返し振動荷重は軸方向のみならず半径方向にも伝播する。つまり、載荷方式は一軸的（片振り）であるが軸対称円筒座標のもとでの三次元的な取扱いとなる。したがって、三軸供試体内の任意の要素に対する動的つりあい式は(5.2)式に加速度項を付加した形で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) &= \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \\
 \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}
 \end{aligned} \right\} \dots (5.6)$$

ここに、 $r$ : 試料の単位体積重量、 $g$ : 重力加速度  
 $t$ : 時間

応力 $\sim$ ひずみの関係を用い  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}$  を変位  $U, W$  の関係として表わすと

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_r &= \lambda \varepsilon + 2\mu \varepsilon_r = \lambda \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial U}{\partial r} \\
 \sigma_\theta &= \lambda \varepsilon + 2\mu \varepsilon_\theta = \lambda \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{U}{r} \\
 \sigma_z &= \lambda \varepsilon + 2\mu \varepsilon_z = \lambda \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial W}{\partial z} \\
 \tau_{rz} &= \mu \gamma_{rz} = \mu \left( \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \right)
 \end{aligned} \right\} \dots (5.7)$$

となる。ここに、 $\lambda, \mu$ : Laméの定数  $\varepsilon$ : 体積ひずみ ( $=\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z$ )、 $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$ : それぞれ  $r, \theta, z$  方向の垂直ひずみ成分、 $\gamma_{rz}$ : せん断ひずみ。

(5.7) 式を (5.6) 式に代入して動的つりあい式を変位で表わすと次式のようなになる。

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial r} \right) = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \dots (5.8)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \mu \frac{\partial}{r \partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial z} - r \frac{\partial W}{\partial r} \right) = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \dots (5.9)$$

(5.8), (5.9) 式の連立偏微分方程式を満足する解を次式のように選ぶ。<sup>68)</sup>

$$U(r, z, t) = \cos(kz) \cdot \sin(pt) \{ -C_0 \cdot k_1 \cdot J_1(k_1 r) + C_1 \cdot k \cdot J_1(k_2 r) \} \quad \dots (5.10)$$

$$W(r, z, t) = \sin(kz) \cdot \sin(pt) \{ -C_0 \cdot k \cdot J_0(k_1 r) - C_1 \cdot k_2 \cdot J_0(k_2 r) \} \quad \dots (5.11)$$

ここに,  $k, k_1, k_2, C_0, C_1$  は積分定数

いま, (5.10), (5.11) 式を (5.8) 式に代入すると

$$\text{左辺} = \cos(kz) \cdot \sin(pz) \cdot \{ C_0(\lambda + 2\mu) \cdot k_1 \cdot (k_1^2 + k^2) \cdot J_1(k_1 r) - C_1 \cdot k \cdot \mu(k^2 + k_2^2) \cdot J_1(k_2 r) \}$$

$$\text{右辺} = \frac{\gamma}{g} \cdot \cos(kz) \cdot \sin(pz) \{ C_0 \cdot p^2 k_1 \cdot J_1(k_1 r) - C_1 \cdot p^2 k \cdot J_1(k_2 r) \} \text{ となる。}$$

両辺の係数を比較すると

$$(\lambda + 2\mu)(k_1^2 + k^2) = \frac{\gamma}{g} \cdot p^2$$

$$\therefore k_1^2 + k_2^2 = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{p^2}{\lambda + 2\mu} \quad \dots (5.12)$$

$$\mu(k^2 + k_2^2) = \frac{\gamma}{g} \cdot p^2$$

$$\therefore k_2^2 + k^2 = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{p^2}{\mu} \quad \dots (5.13)$$

(5.9) 式についても同様である。したがって, (5.10), (5.11) 式の  $U, W$  は (5.12), (5.13) 式の条件のもとで (5.8), (5.9) 式を満足することがわかる。

これら  $U, W$  を (5.7) 式に代入すれば動的な場合の各応力成分が次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \cos(kz) \cdot \sin(pt) \left[ C_0 \left\{ -(2\mu \cdot k_1^2 + \lambda \cdot k_1^2 + \lambda \cdot k^2) \cdot J_0(k_1 r) + \frac{2\mu \cdot k_1}{r} \cdot J_1(k_1 r) \right\} \right. \\ &\quad \left. + C_1 \left\{ 2\mu \cdot k \cdot k_2 \cdot J_0(k_2 r) - \frac{2\mu \cdot k}{r} \cdot J_1(k_2 r) \right\} \right] \\ \sigma_\theta &= \cos(kz) \sin(pt) \cdot \left[ C_0 \left\{ -(\lambda \cdot k_1^2 + \lambda \cdot k^2) \cdot J_0(k_1 r) - \frac{2\mu \cdot k_1}{r} \cdot J_1(k_1 r) \right\} + C_1 \frac{2\mu \cdot k}{r} \cdot J_2(k_2 r) \right] \\ \sigma_z &= \cos(kz) \cdot \sin(pt) \cdot \left[ C_0 \{ -2\mu \cdot k^2 - \lambda \cdot (k_1^2 + k^2) \} \cdot J_0(k_1 r) - C_1 \cdot 2\mu \cdot k \cdot k_2 \cdot J_0(k_2 r) \right] \\ \tau_{rz} &= \sin(kz) \cdot \sin(pt) \cdot \left\{ C_0 \cdot 2\mu \cdot k \cdot k_1 \cdot J_1(k_1 r) + C_1 \cdot \mu \cdot (k_2^2 - k^2) \cdot J_1(k_2 r) \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots (5.14)$$

したがって, 所要の応力成分は (5.4) 式と (5.14) 式の各々対応するものを加え合わせることによって得られる。

次にこれら諸式に境界条件をあてはめ式中の積分定数  $B_0, B_1, C_0, C_1$  を決定する。

i) 供試体の周面には Fig. 5-4 に示すような応力が作用するとしているからこれに振動成分を重ね合わせて

$$r=a \text{ で } \sigma_r = -\{ \sigma_3 + \phi_s - \phi_s \cdot \cos(kz) \} + \phi_d \cdot \cos(kz) \cdot \sin(pt)$$

ここで  $\phi_d$  は端面摩擦の動的成分に関する定数したがって (5.4) の第 1 式より

$$6 \cdot B_0 + (10\nu - 2) \cdot B_1 = -(\sigma_3 + \phi_s) \quad \dots (5.15)$$

また, (5.14) の第 1 式より

$$C_0 \cdot \left[ -\{ 2\mu \cdot k_1^2 + \lambda \cdot (k_1^2 + k^2) \} \cdot J_0(k_1 a) + \frac{2\mu \cdot k_1}{a} \cdot J_1(k_1 a) \right] + C_1 \cdot \left\{ 2\mu \cdot k \cdot k_2 \cdot J_0(k_2 a) - \frac{2\mu \cdot k}{a} \cdot J_1(k_2 a) \right\} = \phi_d \quad \dots (5.16)$$

ii)  $r=a$  で  $z, t$  に無関係に

$$\tau_{rz} = 0$$

とならなければならない。ゆえに (5.14) の第 4 式より

$$C_0 \cdot 2\mu \cdot k \cdot k_1 \cdot J_1(k_1 a) + C_1 \cdot \mu \cdot (k_2^2 - k^2) \cdot J_1(k_2 a) = 0 \quad \dots (5.17)$$

iii)  $k = \frac{2\pi}{H}$  としているから  $|z| = \frac{H}{2}$  で  $r, t$  に無関係に  $\tau_{rz} = 0$  が成り立つ。

iv) 供試体の上下端面に作用する荷重を  $P \cdot \sin(pt) + Q$  とすると

$$|z| = \frac{H}{2} \text{ で } \int_0^a \int_0^{2\pi} \sigma_z \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = -\{ P \cdot \sin(pt) + Q \}$$

ただし,  $P$  は振動荷重の振幅,

$Q$  はその定数項。

(5.4) の第 3 式と (5.14) の第 3 式を上式に代入すると次式が得られる。

$$\left[ C_0 \cdot \{ 2\mu \cdot k^2 + \lambda \cdot (k_1^2 + k^2) \} \frac{a}{k} \cdot J_1(k_1 a) + C_1 \cdot 2\mu \cdot k \cdot a \cdot J_1(k_2 a) \right] \cdot \sin(pt) - 6a^2 \cdot B_0 + (7 - 5\nu)a^2 \cdot B_1 = -\frac{1}{2\pi} \{ P \cdot \sin(pt) + Q \} \quad \dots (5.18)$$

いま, Lamé の定数  $\lambda, \mu$  を動的ポアソン比  $\nu_d$ , 動的ヤング率  $E_d$  を用いて書きかえると

$$\lambda = \frac{\nu_d}{(1+\nu_d)(1-2\nu_d)} \cdot E_d$$

$$\mu = \frac{1}{2 \cdot (1+\nu_d)} \cdot E_d$$

となる。これらを用いて (5.16), (5.17) 式より  $C_0, C_1$  を求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{(1+\nu_d)(1-2\nu_d)}{E_d} \cdot (k_2^2 - k^2) \cdot J_1(k_2 a) \frac{\Phi_d}{\eta_d(a)} \\ C_1 &= -\frac{(1+\nu_d)(1-2\nu_d)}{E_d} \cdot 2 \cdot k \cdot k_1 \cdot J_1(k_1 a) \frac{\Phi_d}{\eta_d(a)} \end{aligned} \right\} \dots (5.19)$$

ここに

$$\eta_d(a) = -(k_2^2 - k^2) \{ (1-\nu_d) \cdot k_1^2 + \nu_d \cdot k^2 \} \cdot J_0(k_1 a) \cdot J_1(k_2 a) + \frac{1}{a} (1-2\nu_d) \cdot k_1 \cdot (k_2^2 + k^2) \cdot J_1(k_1 a) \cdot J_1(k_2 a) - 2(1-2\nu_d) \cdot k^2 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot J_0(k_2 a) \cdot J_1(k_1 a)$$

さらに (5.15), (5.18) 式より  $B_0, B_1$  を求めると

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{1}{30(1+\nu)\pi a^2} \left[ (5\nu-1) \left\{ \frac{2\pi \cdot a \cdot \alpha}{k_1 \cdot \eta_d(a)} \cdot J_1(k_1 a) \cdot J_1(k_2 a) \cdot \Phi_d + P \right\} \sin(pt) - \pi a^2 (7-5\nu)(\sigma_3 + \phi_s) + (5\nu-1) \cdot Q \right] \\ B_1 &= -\frac{1}{10(1+\nu)\pi a^2} \left[ \left\{ \frac{2\pi \cdot a \cdot \alpha}{k_1 \cdot \eta_d(a)} \cdot J_1(k_1 a) \cdot J_1(k_2 a) \cdot \Phi_d + P \right\} \sin(pt) + 2\pi a^2 (\sigma_3 + \phi_s) + Q \right] \end{aligned} \right\} \dots (5.20)$$

となる。ここに

$$\alpha = \{ (1-\nu_d) \cdot k^2 + \nu_d \cdot k_1^2 \} \cdot (k_2^2 - k^2) - 2(1-2\nu_d) \cdot k_1^2 \cdot k^2$$

最終的に各応力成分は次式のようにになる。

$$\sigma_r = \left[ (k_2^2 - k^2) \left\{ (-k_1^2 + \nu_d \cdot k_1^2 - \nu_d \cdot k^2) \cdot J_1(k_2 a) \cdot J_0(k_1 r) + (1-2\nu_d) \cdot k_1 \cdot J_1(k_2 a) \cdot \frac{J_1(k_1 r)}{r} \right\} - 2 \cdot (1-2\nu_d) \cdot k^2 \cdot k_1 \cdot J_1(k_1 a) \left\{ k_2 \cdot J_0(k_2 r) - \frac{J_1(k_2 r)}{r} \right\} \right] \frac{\Phi_d}{\eta_d(a)} \cdot \cos(kz) \cdot \sin(pt)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{k^2}{\eta_s(a)} \left[ \{ -ik \cdot J_1(ika) + ak^2 \cdot J_0(ika) \} \cdot J_0(ikr) + \{ 2(1-\nu) \cdot ik J_1(ika) - ak^2 \cdot J_0(ika) + k^2 \cdot r^2 \cdot ik J_1(ika) \} \frac{J_1(ikr)}{ikr} \right] \Phi_s \cdot \cos(kz) - (\sigma_3 + \phi_s) \dots (5.21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= - \left\{ \nu_d \cdot (k_2^2 - k^2) \cdot (k_1^2 + k^2) \cdot J_1(k_2 a) \cdot J_0(k_1 r) + (1-2\nu_d) \cdot k_0 \cdot (k_2^2 - k^2) \cdot J_1(k_2 a) \frac{J_1(k_1 r)}{r} + 2(1-2\nu_d) \cdot k^2 \cdot k_1 \cdot J_1(k_1 a) \frac{J_1(k_2 r)}{r} \right\} \frac{\Phi_d}{\eta_d(a)} \cdot \cos(kz) \cdot \sin(pt) - \frac{k^2}{\eta_s(a)} \left[ \{ -2(1-\nu) \cdot ik J_1(ika) + ak^2 \cdot J_0(ika) \} \frac{J_1(ikr)}{ikr} - (2\nu-1) \cdot ik J_1(ika) \cdot J_0(ikr) \right] \Phi_s \cdot \cos(kz) - (\sigma_3 + \phi_s) \dots (5.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z &= - \left[ \{ (1-\nu_d) \cdot k^2 + \nu_d \cdot k_1^2 \} (k_2^2 - k^2) \cdot J_1(k_2 a) \cdot J_0(k_1 r) - 2(1-2\nu_d) \cdot k^2 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot J_1(k_1 a) \cdot J_0(k_2 r) \right] \frac{\Phi_d}{\eta_d(a)} \cdot \cos(kz) \cdot \sin(pt) + \frac{k^2}{\eta_s(a)} \{ 2 \cdot ik J_1(ika) \cdot J_0(ikr) + ak^2 \cdot J_0(ika) \cdot J_0(ikr) - ik \cdot J_1(ika) \cdot ikr J_1(ikr) \} \Phi_s \cdot \cos(kz) - \frac{2\alpha \cdot J_1(k_1 a) \cdot J_1(k_2 a)}{a \cdot k_1} \cdot \frac{\Phi_d}{\eta_d(a)} \cdot \sin(pt) - \frac{1}{\pi a^2} \{ P \sin(pt) + Q \} \dots (5.23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{rz} &= (1-2\nu_d) \cdot k \cdot k_1 (k_2^2 - k^2) \{ J_1(k_2 a) \cdot J_1(k_1 r) - J_1(k_1 a) \cdot J_1(k_2 r) \} \frac{\Phi_d}{\eta_d(a)} \cdot \sin(kz) \cdot \sin(pt) - \frac{k^3}{\eta_s(a)} \{ a \cdot J_0(ika) \cdot ik J_1(ikr) - ik J_1(ika) \cdot r J_0(ikr) \} \cdot \Phi_s \cdot \sin(kz) \dots (5.24) \end{aligned}$$

さらに変位成分  $U, W$  に関する式を誘導すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} U &= - \frac{(1-2\nu_d)(1+\nu_d) \cdot \Phi_d}{E_d \cdot \eta_d(a)} \cdot \zeta_{ud}(r) \cdot \cos(kz) \cdot \sin(pt) + \frac{\nu_d \cdot r}{\pi a^2 \cdot E_d} \left\{ \frac{2\pi \cdot a \cdot \alpha}{k_1 \cdot \eta_d(a)} \cdot J_1(k_1 a) \cdot J_1(k_2 a) \cdot \Phi_d + P \right\} \cdot \sin(pt) \end{aligned}$$

$$+ \frac{1+\nu}{E \cdot \eta_s(a)} \cdot \phi_s \cdot \zeta_{us}(d) \cdot \cos(kz)$$

$$+ \frac{r}{E} \left\{ \frac{\nu Q}{\pi a^2} - (1-\nu)(\sigma_3 + \phi_s) \right\} \dots (5.25)$$

$$W = - \frac{(1-2\nu_d)(1+\pi_d)\phi_d}{E_d \cdot \eta_d(a)} \cdot \zeta_{wd}(r) \cdot \sin(kz) \cdot \sin(pt)$$

$$- \frac{z}{\pi a^2 \cdot E_d} \left\{ \frac{2\pi a \cdot \alpha}{k_1 \cdot \eta_d(a)} \cdot J_1(k_1 a) \cdot J_1(k_2 a) \cdot \phi_d + P \right\} \sin(pt)$$

$$+ \frac{k \cdot (1+\nu)}{E \cdot \eta_s(a)} \cdot \phi_s \cdot \zeta_{ws}(r) \sin(kz)$$

$$+ \frac{z}{E} \left\{ - \frac{Q}{\pi a^2} + 2\nu(\sigma_3 + \phi_s) \right\} \dots (5.26)$$

ただし,

$$\zeta_{ud}(r) = k_1 \cdot \{(k_2^2 - k^2) \cdot J_1(k_2 a) \cdot J_1(k_1 r)$$

$$+ 2k^2 \cdot J_1(k_1 a) \cdot J_1(k_2 r)\}$$

$$\zeta_{us}(r) = -2(1-\nu) \cdot ik J_1(ika) \cdot ik J_1(ikr)$$

$$+ ak^2 J_0(ika) \cdot ik J_1(ikr) - k^2 \cdot ik J_1(ika) \cdot r J_0(ikr)$$

$$\zeta_{wd}(r) = k \{(k_2^2 - k^2) \cdot J_1(k_2 a) \cdot J_0(k_1 r)$$

$$- 2 \cdot k_1 k_2 J_1(k_1 a) \cdot J_0(k_2 r)\}$$

$$\zeta_{ws}(r) = 2(1-\nu) \cdot ik J_1(ika) \cdot J_0(ikr)$$

$$+ ak^2 \cdot J_0(ika) \cdot J_0(ikr) - ik J_1(ika) \cdot ik r J_1(ikr)$$

### 5-4. 数値計算

三軸圧縮供試体の実際の变形形状を変位に関する式(5.25), (5.26)にあてはめ、静的ポアソン比  $\nu$ , 静的ヤング率(あるいは変形係数)  $E$ , 動的ポアソン比  $\nu_d$ , 動的ヤング率  $E_d$  を求める式を導く。その際、次のような仮定のもとに計算を進める。

a) 入力としての軸方向変位とその応答としての軸方向荷重、側方変位との間には位相差はないものとする。

b) 土の荷重・変位関係の非線形性を処理するために増分法を用いる。すなわち、Fig. 5-5 に示すように、荷重あるいは変位を準静的部分と動的部分とに分けて考えた場合、前者の曲線関係を微小部分からなる折れ線の集合に近似し、それに振動波形を重ねたものとして取扱う。

したがって、増分量を  $\Delta$  で、また各増分段階における諸量を添字  $j$  を付して表わすことにすればまず供試体中央の周面、 $r = a_j, z = 0$  の点で測定される側方変位増分は

$$\Delta U_j = U_j \sin(pt) + \Delta U_{a0}$$

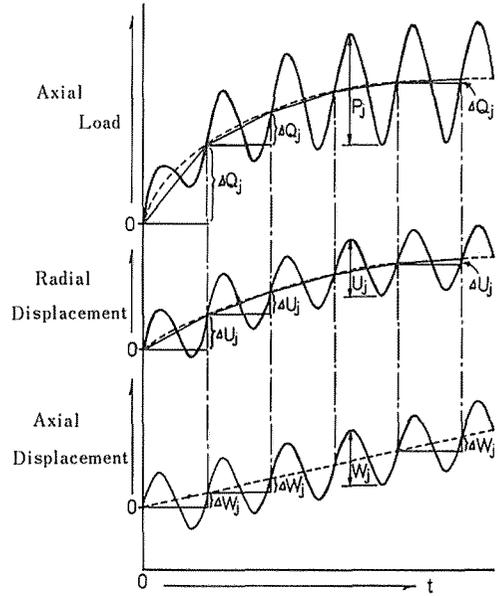


Fig. 5-5. Techniques for approximating nonlinear behavior of dynamic load and displacement.

と表わせる。そうすると(5.25)式の右辺第1項と第2項より

$$U_j = - \frac{(1-2\nu_{dj})(1+\nu_{dj})\phi_{dj}}{E_{dj} \cdot \eta_d(a_j)} \cdot \zeta_{ud}(a_j)$$

$$+ \frac{\nu_{dj} \cdot a_j}{\pi a_j^2 \cdot E_{dj}} \left\{ \frac{2\pi a_j \cdot \alpha_j}{k_1 \cdot \eta_d(a_j)} \cdot J_1(k_1 a_j) \cdot J_1(k_2 a_j) + P_j \right\}$$

... (5.27)

(5.25) 式の右辺第3項と第4項より

$$U_{a0} = \frac{1+\Delta\nu}{\Delta E \cdot \eta_s(a_j)} \cdot \Delta\phi_s \cdot \zeta_{us}(a_j)$$

$$+ \frac{a_j}{\Delta E} \left\{ \frac{\Delta\nu \cdot \Delta Q_j}{\pi a_j^2} - (1-\Delta\nu) \cdot \Delta\phi_s \right\} \dots (5.28)$$

また、供試体端面  $r = a_j, |z| = \frac{H_j}{2}$  の点では側方への変位は拘束されているから、この点での動的変位と準静的変位は各々0となる。同じく(5.25)式より

$$\frac{(1-2\nu_{dj})(1+\nu_{dj}) \cdot \phi_{dj}}{E_{dj} \cdot \eta_d(a_j)} \cdot \zeta_{ud}(a_j)$$

$$+ \frac{\nu_{dj} \cdot a_j}{\pi a_j^2 \cdot E_{dj}} \left\{ \frac{2\pi a_j \cdot \alpha_j}{k_1 \cdot \eta_d(a_j)} \cdot J_1(k_1 a_j) \cdot J_1(k_2 a_j) + P_j \right\} = 0$$

... (5.29)

$$- \frac{1+\Delta\nu}{\Delta E \cdot \eta_s(a_j)} \cdot \Delta\phi_s \cdot \zeta_{us}(a_j)$$

$$+ \frac{a_j}{\Delta E} \left\{ \frac{\Delta\nu \cdot \Delta Q_j}{\pi a_j^2} - (1-\Delta\nu) \cdot \Delta\phi_s \right\} = 0 \dots (5.30)$$

さらに、供試体端面  $|z| = \frac{H_j}{2}$  での軸方向変位を

$$\frac{1}{2} \cdot \Delta W_j = \mp \frac{1}{2} \{ W_j \cdot \sin(pt) + \Delta W_H \}$$

と表わすと、(5.26) 式の右辺第 1 項と第 2 項より

$$-\frac{1}{2} \cdot W_j = -\frac{H_j}{2\pi a_j^2 \cdot E_{aj}} \cdot \left\{ \frac{2\pi a_j \cdot \alpha_j}{k_1 \cdot \eta_a(a_j)} \cdot J_1(k_1 a_j) \cdot J_2(k_2 a_j) \cdot \Phi_{aj} + P_j \right\} \quad \dots (5.31)$$

(5.26) 式の右辺第 3 項と第 4 項より

$$-\frac{1}{2} \cdot \Delta W_H = \frac{H_j}{2 \cdot \Delta E} \left\{ -\frac{\Delta Q_j}{\pi a_j^2} + 2 \cdot \Delta \nu \cdot \Delta \Phi_s \right\} \quad \dots (5.32)$$

ここで、以下の計算のために (5.12)、(5.13) 式を書きかえて

$$k_1^2 + k^2 = \rho \cdot p^2 \frac{(1 + \nu_{aj})(1 - 2\nu_{aj})}{(1 - \nu_{aj}) \cdot E_{aj}} \quad \dots (5.33)$$

$$k_2^2 + k^2 = \rho \cdot p^2 \frac{2(1 + \nu_{aj})}{E_{aj}} \quad \dots (5.34)$$

ただし、 $\rho = \frac{\gamma}{g}$  : 土の密度

と表わし (5.27)、(5.29)、(5.31)、(5.33)、(5.34) 式より  $E_{aj}$ ,  $\nu_{aj}$ ,  $\Phi_{aj}$  を求める式を誘導する。

(5.27)、(5.29) 式より

$$\frac{\Phi_{aj}}{E_{aj}} = -\frac{U_j \cdot \eta_a(a_j)}{2(1 - 2\nu_{aj})(1 + \nu_{aj}) \cdot \zeta_{ua}(a_j)} \quad \dots (5.35)$$

この関係式を (5.29) に代入すると

$$E_{aj} = \frac{2\nu_{aj} \cdot a_j \cdot P_j (1 - 2\nu_{aj})(1 - \nu_{aj}) \cdot k_1^2 \cdot (k^2 + k_2^2)}{\pi a_j^2 \cdot f \cdot U_j} \quad \dots (5.36)$$

$$\Phi_{aj} = -\frac{\nu_{aj} \cdot a_j \cdot \eta_a(a_j) \cdot P_j \cdot k_1}{\pi a_j^2 \cdot f \cdot J_1(k_1 a_j) \cdot J_1(k_2 a_j)} \quad \dots (5.37)$$

ただし、

$$f = (1 - 2\nu_{aj})(1 + \nu_{aj}) \cdot k_1^2 \cdot (k^2 + k_2^2) + 2\nu_{aj} \cdot \alpha_j$$

(5.36)、(5.37) 式を (5.31) 式に代入し整理すると、動的ポアソン比  $\nu_{aj}$  は次式のようになる。

$$\nu_{aj} = \frac{U_j \cdot H_j}{2a_j \cdot W_j} \quad \dots (5.38)$$

さらに、(5.33)、(5.34)、(5.36) 式より  $E_{aj}$  に関する二次方程式ができる。

$$\begin{aligned} & \pi \cdot a_j^2 \cdot k^2 (1 - \nu_{aj}) \cdot U_j \cdot (E_{aj})^2 \\ & - \{ 2 \cdot \nu_{aj} (1 - \nu_{aj}) \cdot a_j \cdot k^2 \cdot P_j + \rho \cdot p^2 \cdot \pi a_j^2 (1 - \nu_{aj}) \cdot U_j \} \cdot (E_{aj}) \\ & + 2\rho p^2 \cdot \nu_{aj} \cdot (1 + \nu_{aj})(1 - 2\nu_{aj}) \cdot a_j \cdot P_j = 0 \end{aligned}$$

$\therefore E_{aj} =$

$$\frac{2\nu_{aj}(1 - \nu_{aj}) \cdot a_j \cdot k^2 \cdot P_j + \rho \cdot p^2 \cdot \pi a_j^2 (1 - \nu_{aj}) \cdot U_j \pm \sqrt{D}}{2\pi a_j^2 \cdot U_j \cdot k^2 (1 - \nu_{aj})} \quad \dots (5.39)$$

ただし

$$\begin{aligned} D = & (1 - \nu_{aj})^2 (2\nu_{aj} \cdot a_j \cdot k^2 \cdot P_j + \rho \cdot p^2 \cdot \pi a_j^2 \cdot U_j)^2 \\ & - 8\pi a_j^2 \cdot \rho \cdot p^2 \cdot k^2 \cdot \nu_{aj} \cdot \{ 1 - (\nu_{aj})^2 \} (1 - 2\nu_{aj}) \cdot P_j \cdot U_j \end{aligned}$$

なお、(5.39) 式中  $-\sqrt{D}$  はこの場合の解としては不適当である (実際に計算してみると  $-$  になるか小さな値となる) ので数値計算にあたっては  $+\sqrt{D}$  の方を採用した。

$E_{aj}$  が求まると (5.35) 式より  $\Phi_{aj}$  も得られる。

$$\Phi_{aj} = -\frac{U_j \eta_a(a_j) (E_{aj})^2}{4\rho \cdot p^2 \cdot (1 + \nu_{aj})^2 (1 + 2\nu_{aj}) \cdot k_1 J_1(k_1 a_j) \cdot J_1(k_2 a_j)} \quad \dots (5.40)$$

最後に、準静的部分の諸定数を記しておく。これらは数式としては静的試験の場合 (第 2 章) と同じである。

(5.28)、(5.30) 式より  $\Delta \Phi_s$ ,  $\Delta E$  を導くと

$$\left. \begin{aligned} \Delta \Phi_s = & \frac{a_j \cdot \Delta \nu \cdot \eta_s(a_j)}{a_j (1 - \Delta \nu) \eta_s(a_j) + (1 + \Delta \nu) \zeta_{us}(a_j)} \cdot \frac{\Delta Q}{\pi a_j^2} \\ \Delta E = & \frac{2(1 + \Delta \nu) \cdot \xi(a_j)}{\Delta U_{a0} \cdot \eta_s(a_j)} \cdot \Delta \Phi_s \end{aligned} \right\} \quad \dots (5.41)$$

ただし、 $\xi(a_j) = -2(1 - \Delta \nu) \cdot \{ ik_1(ika_j) \}^2$

(5.41) 式の各値を (5.32) 式に代入すると

$$\begin{aligned} & -H_j \cdot a_j \cdot \eta_s(a_j) \cdot \Delta U_{a0} - \xi(a_j) \cdot H_j \cdot \Delta U_{a0} \\ & + 2 \cdot \Delta \nu \cdot a_j \cdot \xi(a_j) = 0 \quad \dots (5.42) \end{aligned}$$

となる。この式はただ一つの未知数  $\Delta \nu$  とその他の既知数とから成り立っているから、 $0 \sim 0.5$  程度の範囲でこの式を満たす  $\Delta \nu$  を反復計算で見い出せば  $\Delta \Phi_s$ ,  $\Delta E$  が定まる。

以上に求めた  $E_{aj}$ ,  $\Phi_{aj}$ ,  $\nu_{aj}$ ,  $\Delta E$ ,  $\Delta \Phi_s$ ,  $\Delta \nu$  を用いれば (5.21) ~ (5.24) 式より各応力成分を、(5.25)、(5.26) 式より各変位成分を、ひいては各ひずみ成分を算出することができる。

5-5. 結果および考察

5-5-1. 主応力差～ひずみ関係について

静的な場合と動的な場合の主応力差～ひずみ関係を比較するために側圧  $\sigma_3 = 1.0$  (kg/cm<sup>2</sup>) についての砂質土、粘性土の解析結果を Fig. 5-6 (a), (b) に示した。動的試験の場合主応力差～ひずみ関係はヒステリシスループを

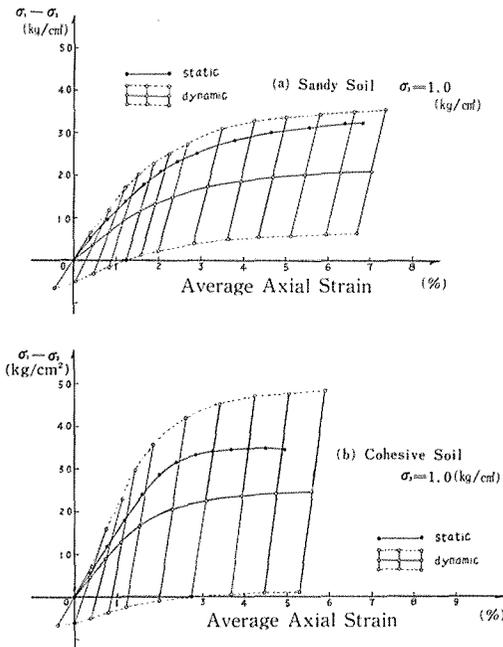


Fig. 5-6. Comparison of static and dynamic stress～strain relationships.  
(a) Sandy soil, (b) Cohesive soil

えがきながら増加していくことになるがここではそれを直線で表示している。

動的主応力差～ひずみ関係を代表する曲線として振幅の中心点を連ねたものを取り、これと静的主応力差～ひずみ曲線とを比較すると前者は後者よりかなり強度が劣っていることが認められる。 $\sigma_3$  を 2.0, 3.0, 4.0 (kg/cm<sup>2</sup>) と変化させた場合 (図省略) についても同様な傾向が見られるがこれは繰返し荷重による土の疲労効果の現われと考えることができる。Table 5-1 に破壊時の静的、動的強度および両者の比を側圧  $\sigma_3$  ごとに示した。強度劣化の程度は砂質土では  $\sigma_3$  が低いほど大きく、粘性土では  $\sigma_3$  による差異は見い出せないが全体的に砂質土より劣化の度合は大きいようである。

5-5-2. 動的ポアソン比  $\nu_d$  について

平均軸ひずみと動的ポアソン比および動的ヤング率との関係を Fig. 5-7 (砂質土), Fig. 5-8 (粘性土) に示す。砂質土の場合、 $\nu_d$  の値は 0.1～0.15 付近から漸増し、

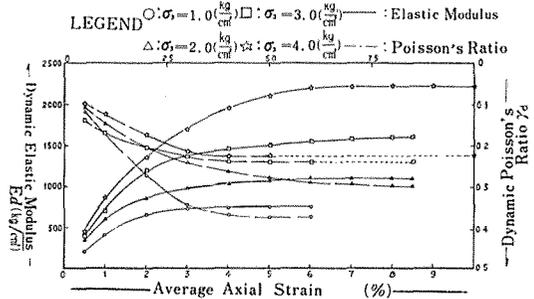


Fig. 5-7. Dynamic elastic modulus and dynamic Poisson's ratio versus average axial strain (for sandy soils).

Table 5-1. Comparison of static and dynamic strength at failure.

Confining Pressure $\sigma_3$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Sandy Soils				Cohesive Soils			
	1.0	2.0	3.0	4.0	1.0	2.0	3.0	4.0
Static Strength at Failure ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) <sub>f</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	3.52	5.59	7.18	8.69	3.37	4.29	5.34	5.70
Dynamic Strength at Failure ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) <sub>d</sub> f (kg/cm <sup>2</sup> )	2.42	4.02	5.87	7.12	1.95	2.81	2.92	3.78
$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_{d,f}}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \times 100$ (%)	68.8	71.8	81.7	81.9	57.9	65.5	54.7	66.3

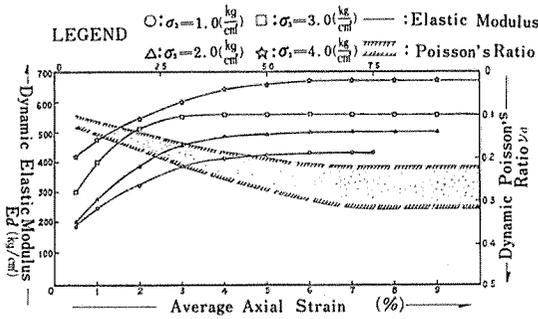


Fig. 5-8. Dynamic elastic modulus and dynamic Poisson's ratio versus average axial strain (for cohesive soils).

各側圧ごとに或るひずみレベルのところではほぼ一定値に達する。全体的には 0.22~0.38 の範囲に分布し、また多少バラツキはあるが側圧による差が認められ静的試験の場合と同様に  $\sigma_3$  が小さいほど  $\nu_d$  は大きくなる傾向が見られる。

粘性土の場合は値の分布範囲が最大で 0.1 程度でありその間において  $\sigma_3$  による相違を見分けることはできなかったが、全体としては 0.1~0.15 付近から漸増し平均軸ひずみが約 6% で一定値 (0.22~0.33) に達すること、さらにその値は 0.05~0.1 の帯状幅の間に分布していることが認められる。

5-5-3. 動的ヤング率  $E_d$  について

Fig. 5-7, Fig. 5-8 に示すように両試験とも側圧  $\sigma_3$  が増加するにしたがって、また供試体の変形が進行するにつれてその値も大きくなり最終的にほぼ一定値となる。

また両試料を比較すると、砂質土は粘性土に比べてその値が大きく側圧の違いによる値の差も顕著に現われている。さらには粘性土が荷重 6 分後 (平均軸ひずみで約 5%) にはすべて一定値に達するのに対して、砂質土 (特に  $\sigma_3$  が大きい場合) はまだかなりの割合で増加の傾向にある (グラフは目盛のオーダーが異なることに注意)。このことは繰返し荷重によって土が硬化し、それにとまって弾性的特性が明確に現われてきたものと考えられ、硬化の程度が粘性土に比して相当高いことを物語る。  $E_d$  に関するこのような傾向は Fig. 5-6 の応力~ひずみ関係からもある程度読み取ることができるであろう。

なお、動的ポアソン比  $\nu_d$ 、動的ヤング率  $E_d$  の計算に当っては一増分間隔に相当する 30 サイクル (約 30 秒間

隔) ごとに得られる 1 サイクルを取り出してその 1 サイクル内での各値を算出した。また、  $E_d$  については 1 サイクルで正負二つの値をとることになるが結果はすべてその絶対値を用いて整理したことを付記しておく。

5-6. あとがき

地震時の斜面安定問題の取扱いは専ら震度法に頼っているのが現状である。<sup>69)</sup> 震度法とは要するに土或いは土塊の自重に設計震度を乗じた項を余分に考慮するだけで計算に用いられる各項の中には何ら動的要素は入っていない。いささか矛盾しているようにも思えるが実構造物の振動性状の複雑さ、室内試験の難しさや装置にかかる費用の問題を考えれば止むを得ない感じもする。

本章では既述したように片振りの繰返し三軸圧縮試験装置を用いて静的な応力~ひずみ関係に対応した動的応力~ひずみ曲線を求めることを研究の一つの目標にした。

また、第 2 章や第 4 章で用いた三軸供試体の変形特性を利用して波動方程式から動的ポアソン比や動的ヤング率を求める式を提案した。Fig. 5-5 や Fig. 5-6 に示すように振幅の中心点を連ねた曲線より土の強度定数を求めれば従来の安定解析法に容易に動的ファクターを取り入れることができるし、各々の波形が示す  $E_d$ 、 $\nu_d$  は極限破壊に至るまでの弾性領域における震動性状を推測するための材料定数として役立つのではないかと考えている。

土構造物の中でもフィルダムなどは今後増々大規模になるであろう。一つの築堤には静的な場合だけでも数多くの土質試験を行なわなければならない。精緻な力学特性の把握もさることながら、実務的観点に立てば現状に則した簡明な試験方法、装置の必要性を、特に動的問題について強く感じる。

ところで、三軸圧縮試験中の供試体の変形形状を余弦関数で近似することから出発して軸方向に繰返し荷重を受ける円筒形土供試体の動的解析を行ない、材料定数としての土の動的ポアソン比、動的ヤング率を求める式を誘導した。さらに、砂質土、粘性土の二種類の締固め試料について変形の進行とともにそれらの値がどのように変化するかを検討した。以上の研究を通して問題点を省察してみると、まず解析の途中で各成分波形の位相差を考慮しなかったがこれは計算を簡単にするための一種の便法であって応力伝播の問題を考える場合一般には無視できないと思われる。また、測定値の精度、振動試験としての操作のはん雑さなどから実験結果は定性的な記述

の域を出なかった。フィルダム材料などを目的にした実際的な問題に適用するためにはこれらのことを検討、改良して定量的な傾向を導き出さねばならないことは言うまでもないが筆者はむしろ土の動的諸定数の推定方法に主眼をおいて研究を進めたのでこれらの点に関しては土の粘弾性的挙動の問題などとあわせてもう少し密に検討する必要があると考えている。

## 第6章 結論および総括

三軸圧縮試験を行なう際、その供試体は特異な変形形状を示すことはよく知られている。当研究ではこの形状を一つの三角関数の曲線で類似することによって三軸供試体の力学性状を様々の面から検討した。

まず、第2章では供試体内の応力分布は(2.23)式により計算でき、材料定数としての変形係数  $\Delta E$ 、ポアソン比  $\nu$  は端面摩擦に関する係数  $\Delta\phi_s$  をパラメーターにして

$$\Delta E = - \frac{4(1-\nu)^2 \{ik_j \cdot J_1(ik_j a_j)\}^2}{\Delta U_{a_0} \alpha_j} \cdot \Delta\phi_s \quad \dots (2.22)$$

$$\Delta E \cdot \Delta W_n + 2 \cdot \Delta\nu \cdot \Delta\phi_s \cdot H_j - \Delta q \cdot H_j = 0 \quad \dots (2.20)$$

を用いて算出されることを示した。その結果、変形性状から土の種類や側圧  $\sigma_3$  の大小にかかわらず供試体の内部ほど圧縮性が卓越していることが明確にされた。この傾向は応力～ひずみ曲線の特性からもうかがわれ、従来の三軸圧縮試験の解析法と比較すると供試体中心点において主応力差、軸ひずみともにより大きな値となり、粘性土よりも砂質土の方が、小さい側圧よりも大きい側圧の場合の方がその傾向が一層著しい。応力分布に関連しては半径方向応力  $\sigma_r$  と円周方向応力  $\sigma_\theta$  とは中心軸上では  $\sigma_r = \sigma_\theta$  を満足するがそれから離れるにしたがって  $\sigma_r > \sigma_\theta$  となりこの傾向は側圧が大きいほど、また粘性土より砂質土においてより顕著なることがわかった。

変形係数の値は供試体の変形の進行とともに減少していき、側圧が大きくなるにつれてその値も大きくなっていく。ポアソン比は逆に変形の進行とともに増加し、側圧の増加とともにその値は少しずつ減少していくという結果を得た。さらには(2.20)、(2.22)式の代りの簡便計算式についても言及した。

第3章では土の応力～ひずみ関係の多項式近似を行なった。そして、一般の  $n$  次多項式を直交関数化することによって計算が相当単純化され、高精度でもって実

測値を近似し得ることを示した。

第4章では供試体内に発生する間げき水圧の分布状況を推定し、間隙水圧を考慮した場合と考慮しない場合の変形係数、ポアソン比の相違について検討した。

(4.50)式において  $\chi_1 = 1/20$ 、 $\chi_2 = 1/5$  とした計算結果では供試体中心点における間隙水圧値は端面におけるそれよりも60～63%ほど小さくなる。 $\chi_1$ 、 $\chi_2$ の値の取り取り方によってこの傾向は当然変わってくるが、「タル型」状の変形特性を思い起こす時このような傾向がむしろ妥当ではないかと推定される。

間隙水圧を考慮した場合の変形係数については考慮しない場合に比べて若干小さな値となるが変形が大いに進むと両者の差異はほとんど見られなくなる。そして、全般的には間隙水圧の変形係数に与える影響は微々たるものであると結論することができる。ポアソン比に関してもおおよその傾向は上と同じであった。

第5章では第2章で用いた手法をそのまま動的問題に拡張、適用してみた。動的な応力成分、変位成分は(5.21)～(5.26)式から計算できる。また、動的ポアソン比  $\nu_d$ 、動的ヤング率  $E_d$  は次式によって求められることを示した。

$$\nu_d = \frac{U_j \cdot H_j}{2a_j \cdot W_j} \quad \dots (5.38)$$

$$E_d = \frac{2 \cdot \nu_d \cdot (1 - \nu_d) \cdot a_j \cdot k^2 \cdot P_j + \rho \cdot p^2 \cdot \pi a_j^3 \cdot (1 - \nu_d) + \sqrt{D}}{2\pi a_j^3 \cdot U_j \cdot k^2 (1 - \nu_d)} \quad \dots (5.39)$$

ただし

$$D = (1 - \nu_d)^2 (2\nu_d \cdot a_j \cdot k^2 \cdot P_j + \rho \cdot p^2 \cdot \pi a_j^3 \cdot U_j^2) - 8\pi a_j^3 \cdot \rho \cdot p^2 \cdot k^2 \cdot \nu_d \cdot (1 - \nu_d^2) (1 - 2\nu_d) \cdot P_j \cdot U_j$$

その結果、 $\nu_d$  については砂質土の場合0.22～0.38の範囲に分布し、静的試験の場合と同様に側圧  $\sigma_3$  が低いほど  $\nu_d$  の値は大きくなる傾向が見られた。粘性土の場合は  $\sigma_3$  による相違は見分けられなかったが、全体としては平均軸ひずみに対して0.1～0.15付近から漸増し0.22～0.33の値に達する。また、 $E_d$  については両試料とも  $\sigma_3$  が増加するにしたがって、そして供試体の変形が進行するにつれてその値も大きくなっていき最終的に一定値となるような結果が得られた。

以上、一つの仮定から出発して三軸供試体の力学性状を締め固め土を用いて種々研究した。

日頃頻繁に実施する三軸圧縮試験の気掛りな問題点を何らかの形で追求してみたいという考えがその発端をなしている。拙論で得られた研究結果は今後数多く積み重ねられるであろう三軸圧縮試験などに対して十分貢献できるものと確信する次第である。

用いた記号

$a$ : 供試体の半径 (cm)	$G_{r,0}$ : " (1/cm <sup>3</sup> )
$a_j$ : 変形段階 $j$ での供試体半径 (cm)	$G_{r,1}$ : " (1/cm <sup>3</sup> )
$a_{0,1,2,\dots}$ : 定数	$G_{\theta 0}$ : " (1/cm <sup>3</sup> )
$A_0$ : 積分定数 (kg・cm)	$G_{\theta 1}$ : " (1/cm <sup>3</sup> )
$A_1$ : 積分定数 (第2章 kg・cm, 第4章 cm <sup>2</sup> )	$G_{z,0}$ : " (1/cm <sup>3</sup> )
$b$ : 定数	$G_{z,1}$ : " (1/cm <sup>3</sup> )
$B_0$ : 積分定数 (kg/cm <sup>2</sup> )	$H$ : 供試体高さ (cm)
$B_1$ : 積分定数 (第2章 kg/cm <sup>2</sup> , 第4章 cm <sup>2</sup> )	$H_j$ : 変形段階 $j$ での供試体高さ (cm)
$B_2$ : 積分定数 (cm <sup>2</sup> )	$i$ : 複素数 ( $=\sqrt{-1}$ )
$c$ : 置換した定数記号 (cm <sup>2</sup> /sec, $=2G\gamma K/\gamma_w$ )	$I_0$ : $=J_0(ika)$
$C_k(n)$ : 定数	$I_1$ : $=ikJ_1(ika)$ (1/cm)
$C_0$ : 積分定数 (cm <sup>2</sup> )	$I_{0j}$ : 変形段階 $j$ での $I_0$
$C_1$ : 積分定数 (第4章 無次元, 第5章 cm <sup>2</sup> )	$I_{1j}$ : " $I_1$ (1/cm)
$C_2$ : 積分定数	$j$ : 各変形段階を表わす添字 ( $j=1, 2, \dots$ )
$C_3$ : "	$J_0$ : 第一種 0 次の本essel関数記号
$C_k$ : 直交関数列記号	$J_1$ : 第一種 1 次の本essel関数記号
$D_m$ : 積分定数 (cm <sup>2</sup> )	$k$ : 積分定数 (第2章 1/cm ( $=2\pi/H$ ), 第3章 正の整数)
$D_n$ : " (cm <sup>2</sup> )	$k_n$ : 積分定数 ( $=2n\pi/H$ , 1/cm)
$E$ : 静的ヤング率 (kg/cm <sup>2</sup> )	$k_j$ : 変形段階 $j$ での $k$
$\Delta E$ : $E$ の増分 or 変形係数 (kg/cm <sup>2</sup> )	$k_1$ : 積分定数 (1/cm)
$E_d$ : 動的ヤング率 (kg/cm <sup>2</sup> )	$k_2$ : " (1/cm)
$E_{d,j}$ : 変形段階 $j$ での動的ヤング率 (kg/cm <sup>2</sup> )	$K$ : 透水係数 (cm/sec)
$f$ : 置換した定数記号 (1/cm <sup>4</sup> )	$p$ : 置換した定数記号 (第4章 kg/cm <sup>4</sup> ), 振動数 (第5章 $H_z$ )
$f_i$ : 単位当りの物体力成分	$P$ : 振動荷重の振幅 (kg)
$F$ : 調和関数 (cm <sup>2</sup> )	$P_j$ : 変形段階 $j$ での $P$ (kg)
$F_1$ : 応力関数 (kg・cm)	$q$ : 供試体端面における軸方向応力 (第2章 kg/cm <sup>2</sup> ), 置換した定数記号 (第4章 kg/cm <sup>4</sup> )
$g$ : 重力加速度 (cm/sec <sup>2</sup> )	$\Delta q$ : 供試体端面における軸方向応力増分 (kg/cm <sup>2</sup> )
$g_q$ : 関数列記号 $q=0, 1, 2, \dots$	$q_k$ : 関数記号
$G$ : せん断弾性係数 (kg/cm <sup>2</sup> )	$Q$ : 振動荷重の定数項 (準静的荷重) (kg/cm <sup>2</sup> )
$\Delta G$ : $G$ の増分 (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta Q_j$ : 変形段階 $j$ での準静的荷重増分 (kg/cm <sup>2</sup> )
$G_k$ : 関数記号	$r$ : 半径方向の座標長さ (cm)
$G_s$ : 土粒子の比重	$s$ : 置換した定数記号 (kg/cm <sup>2</sup> )
$G_0$ : 置換した関数記号 (1/cm <sup>2</sup> )	$t$ : 時間 (sec)
$G_1$ : " (1/cm <sup>2</sup> )	$u$ : 間隙水圧 (kg/cm <sup>2</sup> )
	$u_H$ : 供試体端面における間隙水圧 (kg/cm <sup>2</sup> )
	$\Delta u_H$ : " 間隙水圧増分 (kg/cm <sup>2</sup> )
	$U$ : 半径方向変位 (cm)
	$\Delta U_{a_0}$ : 供試体の中央部分で測定される側方変位増分 (cm)

$U_j$ : 変形段階 $j$ での半径方向変位 (cm)	$\zeta_{wd}$ : " (1/cm <sup>3</sup> )
$\Delta U_j$ : " 半径方向変位増分 (cm)	$\zeta_{ws}$ : " (1/cm)
$\Delta U$ : 半径方向変位増分 (cm)	$\eta$ : $= (1-\nu)/(1-2\nu)$
$v$ : $= \Delta \varepsilon_{Hj} / \Delta \varepsilon_{aj}$	$\eta_d$ : 置換した関数記号 (1/cm <sup>4</sup> )
[ $v$ ] $v$ ] : 残差の平方和	$\eta_s$ : " (1/cm <sup>3</sup> )
$W_{opt}$ : 最適含水比 (%)	$\lambda$ : 積分定数 (第4章 1/cm), Lamé の定数 (第5章 kg/cm <sup>2</sup> )
$W$ : 軸方向変位 (cm)	$\lambda_m$ : 積分定数 (1/cm, $m=0, 1, 2, \dots$ )
$W_j$ : 変形段階 $j$ での軸方向変位 (cm)	$\mu$ : 積分定数 (第4章 1/cm), Lamé の定数 (第5章 kg/cm <sup>2</sup> )
$\Delta W_j$ : " 軸方向変位増分 (cm)	$\mu_n$ : 積分定数 (1/cm, $n=0, 1, 2, \dots$ )
$\Delta W$ : 軸方向変位増分 (cm)	$\nu$ : 静的ポアソン比 (第2章, 第4章, 第5章), 多項式の変数 (第3章 $=0, 1, 2, 3, \dots$ )
$\Delta W_H$ : 供試体端面における軸方向変位増分 (cm)	$\nu_d$ : 動的ポアソン比
$x_j$ : 直交座標ベクトル $x$ の $j$ 成分	$\nu_t$ : 初期 (接線) ポアソン比
$z$ : 軸方向の座標長さ (cm)	$\nu_l$ : 接線ポアソン比
$\alpha$ : 置換した定数記号 (第2章 1/cm <sup>3</sup> , 第4章 1/cm <sup>2</sup> , 第5章 1/cm <sup>4</sup> )	$\nu_{t,f}$ : 破壊時における接線ポアソン比
$\alpha_j$ : 変形段階 $j$ までの $\alpha$ (第2章 1/cm <sup>3</sup> , 第5章 1/cm <sup>4</sup> )	$\Delta \nu$ : 静的ポアソン比増分
$\alpha_l$ : 多項式の係数 ( $l=0, 1, 2, \dots, k$ )	$\nu_{dj}$ : 変形段階 $j$ での動的ポアソン比
$\beta$ : 置換した定数記号 (1/cm <sup>2</sup> )	$\xi$ : 置換した関数記号 (第2章 1/cm <sup>5</sup> , 第5章 1/cm)
$\gamma$ : 置換した定数記号 (第4章 1/cm), 土の単位体積重量 (第5章 kg/cm <sup>2</sup> )	$\rho$ : 土の密度 (kg $\cdot$ sec <sup>2</sup> /cm <sup>4</sup> )
$\gamma_w$ : 水の単位体積重量 (kg/cm <sup>3</sup> )	$\sigma_1$ : 供試体端面に加えられる軸方向応力 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\gamma_{rz}$ : せん断ひずみ	$\Delta \sigma_1$ : $\sigma_1$ の増分 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\gamma_t$ : 確率誤差	$\sigma_r$ : 半径方向直応力 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\gamma_{dmax}$ : 最大乾燥密度 (g/cm <sup>3</sup> )	$\sigma_\theta$ : 円周方向直応力 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\delta$ : 供試体端部における微小変位 (cm)	$\sigma_z$ : 軸方向直応力 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\delta_{tj}$ : クロネッカーのデルタ	$\sigma_{ij}$ : 応力テンソル成分 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\Delta k_j$ : $k$ 行 $j$ 列の余因子行列	$\sigma'_{ij}$ : 有効応力テンソル成分 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\nabla^2$ : ラプラシアン ( $= \partial^2 / \partial r^2 + \partial / r \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ )	$\sigma_3$ : 側圧 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\varepsilon$ : 体積ひずみ	$\Delta \sigma_1$ : $\sigma_1$ の増分 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\varepsilon_a$ : (平均) 軸方向ひずみ	$\tau_{rz}$ : せん断応力 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\varepsilon_r$ : 半径方向ひずみ	$\varphi$ : 変位関数記号 (cm <sup>2</sup> )
$\varepsilon_\theta$ : 円周方向ひずみ	$\Phi_0$ : 端面拘束力 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\varepsilon_z$ : 軸方向ひずみ	$\Delta \Phi_0$ : $\Phi_0$ の増分 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\varepsilon_{Hj}$ : 変形段階 $j$ での端面における軸方向ひずみ	$\Phi_s$ : 静的な場合の端面摩擦に関する係数 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\varepsilon_{ij}$ : ひずみテンソル成分 ( $i, j=1, 2, 3$ )	$\Phi_d$ : 動的 " " (kg/cm <sup>2</sup> )
$\Delta \varepsilon_{aj}$ : $= \Delta U_{a0} / a_j$	$\Delta \Phi_s$ : $\Phi_s$ の増分 (kg/cm <sup>2</sup> )
$\Delta \varepsilon_{Hj}$ : $= \Delta W_H / H_j$	$\Phi_{dj}$ : 変形段階 $j$ での $\Phi_d$ (kg/cm <sup>2</sup> )
$\zeta$ : 定数記号 (cm)	$\chi_1$ : 置換した定数記号
$\zeta_j$ : 置換した定数記号 (1/cm <sup>2</sup> )	$\chi_2$ : 置換した定数記号
$\zeta_{wd}$ : 置換した関数記号 (1/cm <sup>3</sup> )	$\phi$ : 置換した定数記号 (cm <sup>2</sup> )
$\zeta_{ws}$ : " (1/cm <sup>2</sup> )	

$\Omega$  : 置換した定数記号

$\Omega_u$  :  $=u_{ij}/\Omega$  (kg/cm<sup>2</sup>)

$\Omega_{u,j}$  : 変形段階  $j$  での  $\Omega_u$  (kg/cm<sup>2</sup>)

参考および引用文献

- 1) Taylor, D. W.: Fundamental of Soil Mechanics, John Willey & Sons, 1968, p. 333~334
- 2) 渡辺 隆: 土質調査および土質試験法, 技報堂, 昭和38年, p. 230
- 3) Rowe, P. W. and Barden, L.: Importance of Free-Ends in Triaxial testing, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 86, No. SM5, pp. 1~27 (1964)
- 4) Olson, R. E. and Cambell, L. M.: discussion of "Importance of Free-Ends in Triaxial testing," Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div. Vol. 90, No. SM6, pp. 167~173 (1964)
- 5) Lee, K. L. and Seed, H. B.: discussion of "Importance of Free-Ends in triaxial testing," Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div. Vol. 90, No. SM6, pp. 173~175 (1964)
- 6) Barden, L. and McDermott, J. W.: The Use of Free Ends in Triaxial Testing of Clays, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 91, No. SM6, pp. 1~24 (1965)
- 7) Bishop, A. W. and Green, G. E.: The Influence of End Restraint on the Compression Strength of a Cohesionless Soil, Geotechnique, Vol. 15, No. 3, pp. 243~266 (1965)
- 8) Blight, G. E.: Shear Stress and Pore Pressure in Triaxial Testing, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div. Vol. 91, No. SM6, pp. 25~39 (1965)
- 9) Duncan, J. M. and Dunlop, P.: The Significance of Cap and Base Restraint, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 94, No. SM1, pp. 147~233 (1968)
- 10) Lee, I. K.: Stress-Dilatency Performance of Feldspar, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 92, No. SM2, pp. 79~108, (1966)
- 11) Duncan, J. M. and Chang, C.-Y.: Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 96, No. SM5, pp. 1629~1653 (1970)
- 12) Kulhawy, F. H. and Duncan, J. M.: Stresses and Movements in Oroville Dam, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 98, No. SM7, pp. 653~665 (1972)
- 13) Daniel, D. E. and Olson, R. E.: Stress-Strain Properties of Compacted Clays, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 100, No. GT10, pp. 1123~1136 (1974)
- 14) Lee, K. L. and Vernese, F. J.: End Restraint Effects on Cyclic Triaxial Strength of Sand, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 104, No. GT6, pp. 705~719 (1978)
- 15) 井上宗治: 三軸圧縮試験における土の応力と変形について, 農業土木学会論文集第74号, pp. 75~81 (1978)
- 16) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: An Evaluation of Test Data for Selecting a Yield Criterion for Soils, ASTM STP361 Am. Soc. Testing Mats., pp. 111~128 (1963)
- 17) Kirkpatrick, W. M. and D. J. Belshaw: On the Interpretation of the Triaxial Test, Geotechnique, Vol. 18, No. 3, pp. 336~350 (1968)
- 18) Kirkpatrick, W. M. and J. S. Younger: Strain Condition in Compression Cylinder, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 96, No. SM5, pp. 1683~1695 (1970)
- 19) Filon, L. N. G.: The elastic Equilibrium of Circular Cylinders under Certain Practical Systems of Load, Philosophical Transactions. Royal Soc., series A, Vol. 198, pp. 147~233 (1902)
- 20) Vutukuri, V. S., Lama, R. D. and Saluja, S. S.: Handbook on Mechanical Properties of Rocks, Volume 1, Trans. Tech. Publications, p. 14~26 (1974)
- 21) Balla, A.: Stress Conditions in Triaxial Compression, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 86, No. SM6, pp. 57~84 (1960)
- 22) Peng, S. D.: Stress within Elastic Circular Cylinders Loaded Uniaxially and Triaxially, Int. Jour. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 8, pp. 399~432 (1971)
- 23) Moore, W. M.: Effects of Variations in Poisson's Ratio on Soil Triaxial Testing, High. Res. Record, No. 108, pp. 19~30 (1966)
- 24) Girijavallabhan, C. V.: Stress in Restraint Cylinder under Axial Compression, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 96, No. SM2, pp. 783~787 (1970)
- 25) たとえば 金多 潔監訳, 荒川宗夫他共訳, チェモシエンコ, グーディア著: 弾性論, コロナ社, p. 394~398 (1973)
- 26) 藤田亀太郎, 最上武雄監訳: カコー, ケリゼルの土質力学, 技報堂, p. 155 (1975)
- 27) Lambe, T. W. and Whitman, R. V.: Soil Mechanics, John Wiley & Sons, Inc., p. 151~161 (1969)
- 28) 井上宗治: 土のポアソン比, 弾性係数の計算方法について, 農業土木学会京都支部講演集, pp. 129~130 (1977)
- 29) たとえば 龍岡文夫, 足立紀尚共著, 土木学会編新体系土木工学18土の力学 (III), 技報堂, p. 22~23 (1981)

- 30) 井上宗治：土の応力，ひずみ～時間曲線の多項式近似について，三重大学農学部学術報告，第62号，pp. 129～135 (1980)
- 31) Kondner, R. L.: Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 89, No. SM1, pp. 115～143 (1963)
- 32) Breth, H., Schuster, E. and Pise, P.: Axial Stress-Strain Characteristics of Sand, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 99, No. SM8, pp. 617～632 (1973)
- 33) Desai, C. S. and Christian, J. T.: Numerical Methods in Geotechnical Engineering, McGRAW-Hill, p. 81～88 (1977)
- 34) 鳥山咄司：締固め粘性土のセン断特性の水浸による変化，農業土木学会論文集，第77号，pp. 39～46 (1978)
- 35) Desai, C. S.: Nonlinear Analyses Using Spline Functions, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 97, No. SM10, pp. 1461～1480 (1971)
- 36) 戸川隼人：サイエンスライブラリーコンピュータテキスト=5，数値計算，サイエンス社，p. 40～43 (1976)
- 37) 渡辺義勝：最小自乗法及統計，丸善 K. K., p. 247～252 (昭和18年，1943)
- 38) 森口繁一他：数学公式 II 一級数・フーリエ解析一，岩波全書，p. 5 (1974)
- 39) 井上宗治：円筒形土供試体内の聞けき水圧分布の推定，農業土木学会大会講演集，pp. 264～265 (1979)
- 40) 井上宗治：三軸圧縮供試体内の空隙水圧分布について，農業土木学会論文集，第96号，pp. 49～57 (1979)
- 41) Blight, G. E.: The Effect on Nonuniform Pore Pressure on Laboratory Measurements of the Shear Strength of Soils, ASTM STP361, Am. Soc. Testing Mats., pp. 173～184 (1963)
- 42) Crawford, C. B.: Pore Pressure within Soil Specimens in Triaxial Compression, ASTM STP361, Am. Soc. Testing Mats., pp. 192～199 (1963)
- 43) Gibbs, H. J.: Pore Pressure Control and Evaluation for Triaxial Compression, ASTM STP361, Am. Soc. Testing Mats., pp. 212～221 (1963)
- 44) 土質工学会編：土質試験法，土質工学会，p. 418 (昭和46年，1971)
- 45) Terzaghi, K.: Theoretical Soil Mechanics, JOHN WILEY AND SONS, INC., p. 265～290 (1965)
- 46) 大槓正紀：粘土の3次元圧密に関する一考察，京大防災研究所年報第14号 B, pp. 585～601 (昭和46年，1971)
- 47) 土質工学会調査部：土質工学会基準「土質分類法ならびに分類結果表示」の判定について，土と基礎，No. 182, pp. 63～70 (1973)
- 48) 大崎順彦：土の動的性質とその応用，土質工学会，p. 52～53 (昭和40年，1965)
- 49) 網干寿夫：土質力学，最上武雄編著，技報堂，p. 405～406 (1969)
- 50) McNamee, J. and Gibson, R. E.: Displacement Functions and Linear Transforms Applied to Diffusion Through Porous Elastic Media, Quart. Journ. Mech. and Applied Math., Vol. XIII, Pt. 2, pp. 210～227 (1960)
- 51) McNamee, J. and Gibson, R. E.: Plane Strain and Axially Symmetric Problems of the Consolidation of a Semiinfinite Clay Stratum, Quart. Journ. Mech. and Applied Math., Vol. XIII, Pt. 1, pp. 98～111 (1960)
- 52) 山口柏樹：弾・塑性力学，森北出版，p. 168～172 (1975)
- 53) たとえば 寺沢寛一：数学概論，岩波書店，p. 462～464 (昭和39年，1964)
- 54) 前出文献 29) p. 142～143
- 55) Biot, M. A.: Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I. Low-Frequency Range, The Jour. of the Acous. Soc. of Am., Vol. 28, No. 2, pp. 168～178 (1956)
- 56) 石原研而：土質動力学の基礎，鹿島出版会，p. 62～63 (昭和51年，1976)
- 57) 井上宗治・小泉勝：円筒形土供試体の動的解析について，三重大学農学部学術報告，第57号，pp. 25～35 (1978)
- 58) Casagrande, A. and W. L. Shanon: Strength of Soils under Dynamic Loads, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 74, No. 4, pp. 591～608 (1948)
- 59) Seed, H. B.: Soil Strength during Earthquake, Proc. 2nd World conf, Earth. eng., Vol. I, pp. 183～194 (1960)
- 60) Seed, H. B. and C. K. Chan: Clay Strength under Earthquake Loading Conditions, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 92, No. SM2, pp. 53～78 (1966)
- 61) 河上房義，小川正二：くり返し応力を受けた締固め土の力学的性質，土木学会論文集，No. 96, pp. 8～14 (1963)
- 62) 畑野正，渡辺啓行：粘土，砂，碎石の動的，静的粘弾性定数ならびにポアソン比について，土木学会論文報告集，No. 164, pp. 33～49 (1969)
- 63) 畑野正，渡辺啓行：アースダムの震動解析，土木学会論文報告集，No. 164, pp. 1～14 (1969)
- 64) 土質工学会論：土と構造物の動的相互作用，p. 411～415 (昭和48年，1973)
- 65) 前出文献 56) p. 211～215 (1976)
- 66) Saada, A. S.: Stress-Controlled Apparatus for Triaxial Testing, Proc. ASCE, Jour. Soil Mech. Found. Div., Vol. 93, No. SM6, pp. 61～78 (1967)

- 67) 前出文献 56) p. 178 (1976)
- 68) 岡本舜三：建設技術者のための振動学，オーム社，p. 185～190 (昭和42年，1967)
- 69) 農林水産省 構造改善局：土地改良事業計画 設計基準，設計ダム，農業土木学会，p. 229 (昭和56年)

### Summary

One of the main criticisms of the triaxial test is the nonuniformity of stress and deformation at all but extremely small strains. The main cause of this nonuniformity is friction at end platens, which cause both the barreling effect and the concentration of dilation in local zones. Nothing the mechanical properties of the triaxial compression specimens, the author conceived of treating the assumed lateral stress as one of the boundary conditions, in place of the frictional force applied to the end surfaces. Results obtained with this procedure are as follows.

This paper is divided into four major sections. The first section, which is the second chapter, contains research on the stress and deformation behavior of the triaxial specimens, included is suggestion of a method of calculating the  $\Delta\phi_s$ , constant (equation 2.21), the secant modulus  $\Delta E$  (equation 2.22) and Poisson's ratio  $\Delta\nu$  (equation 2.20) by expressing equation 2.16 by the incremental procedure and substituting the measured values for the stress difference, axial displacement and lateral displacement in the resulting equation (equation 2.17).

The deformation behavior and stress distribution of triaxial test specimens are shown in Fig. 2-7～Fig. 2-10 and the secant modulus and Poisson's ratio versus the average axial strain in Fig. 2-11 and Fig. 2-12.

In the second section, the third chapter, a polynomial approximation method is treated for the nonlinear relations between observed values, namely stress difference, radial displacement and pore pressure in the triaxial compression tests, and time by means of a least squares method.

The third section, the fourth chapter, describes a mathematical analysis of pore pressure distribution in cylindrical soil specimens under the triaxial testing. The distribution is given by equation 4.51. Fig. 4-4, Fig. 4-5 and Fig. 4-6 present distributive characteristics of the pore pressure in the specimen. The results indicate that values of the pore pressure in the central portion of specimens are lower than those of end platens of the specimens by nearly 60%, and the deformation modulus and Poisson's ratio do not vary remarkably in both cases of reckoning with or without the pore pressure.

Dynamic behavior of soils is discussed in the fifth chapter. Equations concerning the dynamic stress and strain are obtained from the wave equations on the cylindrical soil specimen which is under repeated axial loads (equation 5.21～5.26). Then, using the incremental method for nonlinearity of stress～strain relationships of soil properties, the dynamic Poisson's ratio  $\nu_d$  can be expressed by equation 5.38 and dynamic elastic modulus  $E_d$  by equation 5.39. As a result, dynamic stress～strain relationships are shown in Fig. 5-6(a), (b) and the relation  $\nu_d$  and  $E_d$  to the average axial strain are shown in Fig. 5-7 and Fig. 5-8.