砂防ダム水叩部の洗掘現象に関する水理学的研究

林　　　拙　　郎

Hydraulic Studies on the Phenomenon of Scour at the Base caused by free falling Nappe over Sediment Control Dams

Setsuo HAYASHI

目　　次

昭和57年10月30日受理

緒 論

本論文は，山地の渓流等に設置される防砂ダムの水叩部に発生する洗掘現象について，その水理学的機構を明らかにし，砂防ダムの合理的な計画・設計に関する基礎を与えようとするものである。

渓流での土砂流出をコントロールし，流水が引き起こす浸食を防止するために，砂防ダムや治山ダム（一般に砂防ダムと呼ばれている）が造られているが，この砂防ダムは，その目的から言って岩盤の上だけに造られることは少なく，堆積砂礫上に造られることが多い[13),33),58)]。堆積砂礫上に造られた砂防ダムは，その基盤が不動のものではなく，ダム水叩部は，主ダムからの落下水によって洗掘されることになる。殊に，副堰堤やそれに代る施設がないときには，ダム水叩部の局所洗掘が増大し，時には，それに続く下流部分の，全般的な低下に伴って主ダム根入れ部が露出し，ダム破壊の危険が生ずることになる。

一方，この砂防ダムを水理学的にみると，計画勾配以上の急な扇状地や山地の渓流では，流水のもつエネルギーが大きくなるので，その区間内の計画勾配によって得られる落差以上の高低差を，いわゆる砂防ダム等の落差工によってカバーし，ここで，流水を落下させてエネルギーの減少を図っているということができる。

したがって，砂防ダム水叩部の洗掘現象に関する研究は，洗掘が砂防ダム本体の破壊に関連するということ，および，洗掘部がある区間における流水のもつエネルギーを減少させることができるということからも重要である。

砂防ダムの災害実態調査[36)]によれば，ダム被害の主なものとして，次のようなものが挙げられている。

① 前庭部又は本堰堤基礎の洗掘：25.6%
② 副堰堤の基礎又は下流の洗掘：17.6%
③ 水通し部破損 ：16.7%
④ 副堰破損 ： 9.3%
⑤ 水叩部破損 ： 6.6%

これらの中で注目すべきことは，洗掘に関係する①，②，④，⑤を加えると59.1%になり，砂防ダムの施設災害で洗掘に関係するものが，過半数を占めていることである。

被害のあった砂防ダムの被害原因を調べてみると，主堰堤根入れ部の露出や，副堰堤の底抜けなど落下水による局所洗掘によるものと，下流側河床の全般的低下（いわゆる河床変動）によるものとが代表的な原因としてあげられている。

ダム下流側（落下水による局所洗掘部を除く）の河床低下に関する計算方法については，芦田・道上[6)]や，河村[34)]の研究があり，armour coat の問題も含めてかなり解決されて来た。

したがって，残された課題は，やはり，砂防ダムを越流する落下水によって，ダム水叩部に生ずる洗掘現象に関する問題であろう。

いわゆる洗掘現象については，砂防ダムにおけるそれのように，落下した流水がすべて前方へ流れる現象のものや，なお一層現象を単純化した二次元鉛直噴流[29)]のように，左右両方に流れる現象のもの，円形鉛直噴流の場合のように，流れが三次元的に広がる現象のものがあり[42)]，さらに，二次元や，円形の流れを含む水平噴流による洗掘現象[35)]もある。また，突堤の先端部や橋脚

の洗掘[27]は，古くて新しい問題である。

以上のように，洗掘現象がみられるケースは種々あるが，これまで，そのどれについても，本質的な解明をみたものはないようである。一般に，洗掘現象は，水と土砂礫とがダイナミックに関連する現象であり，ある意味では，浸食現象そのものを象徴化した現象であるとも考えることができる。その意味からも洗掘現象は，砂防工学における興味ある現象であり，殊に，ダム水叩部における最大洗掘深や洗掘長に関しては，明らかにされなければならない問題である。

さて，砂防ダム水叩部の洗掘現象を解明しようとする場合にも，現象の本質を失わない範囲で，ある程度問題を単純化することは差し支えないであろう。本研究では，砂防ダムの水叩部が二次元的に越流落下する水脈によって，洗掘される現象を対象として解析してみることにする。なお，砂礫については均一な粒径とし，土砂および水理量に関する因子を総合的に取り扱って，解析しようとするものである。

第 I 章では，洗掘現象の研究方法について考察し，洗掘平衡の成立過程と最大洗掘深に関するマクロ的な検討を行い，砂防ダムにおける洗掘現象を支配するパラメータの誘導を行う。同時に，洗掘現象における水クッションの役割についても簡単に考察を行う。

第 II 章では，このような自然洗掘を生じさせる流れに対する研究の，基本的事項とでもいうべき，上流側水路下流端から落下する水脈の水理や，落下水脈が洗掘ホール上の水クッションに貫入した後発生する拡散噴流の水理等について考察を行う。

第 III 章では，第 II 章の続きとして，斜めもぐり噴流が底面に衝突した後の底面流について，水理学的な考察を行う。底面流については，底面に衝突後の流れにポテンシャル流を考え，この考察より得られる主流流速によって底面境界層が発生するとし，その上部には，自由噴流と同じ性質の拡散領域が存在するとして解析を行う。

第 IV 章では，第 III 章で行う底面境界層の理論より得られる底面剪断応力の最大値を用いて最大洗掘深に関する理論式を導き，第 I 章で求められる洗掘パラメータを含めて検討する。これらの式と，ナップ厚の制御可能な洗掘実験装置より得られるデータ等を用いて，理論式の妥当性の検討を行う。さらに，洗掘長について実験的に解析し，副ダムの計画方法についても考察する。

I 洗掘現象の概説

I-1 はじめに

砂防ダム下流部の落下水脈による洗掘は，その原理からみれば自由ナップとか，噴流によって砂面が掘られる土砂水理学的現象である。この現象は砂防工学または水理学の研究者および技術者により，研究されてきた[53),47),50)]のであるが，その研究方法は大きくいって二つの考え方に分れる[18)]。

一つは流量 Q（又は単位幅当り流量 q），落差 H, 砂礫の粒径 d 等の基本要素を用いて，洗掘がある程度進んで，洗掘形状が変わらない状態，つまり洗掘が平衡状態に達した場合のメカニズムのみを考える考え方（洗掘平衡説）である。他の一つは前者の基本要素に時間 t を加え，時間による洗掘の変化を論じようとするものである（非平衡説）。

後者の研究として，ROUSE[11),24)], DODDIAH[11),24)], 岩垣[29)]，木村[32)] 等の研究がある。この考え方に立つ研究者の中には，洗掘平衡のことは全く考えないか，時には洗掘平衡を疑問視していたように見うけられる人もいたが，1965年の TARAPORE[50)] の13日間を超える実験によって，洗掘平衡に達することが確かめられた（但し，彼の実験は噴流による水平方向への洗掘実験であった)。したがって，最大洗掘深については，特に洗掘深の時間的変化を調べるときを除いて，洗掘の平衡状態を中心にして考えればよいことになった。

次に，前者の立場に立つ研究は古くから行われ，SCHOKLITSCH[16),47)], 伏谷[15)]，尾張[40)]，粟津[8)]，九大応用力学研水文学特別委員会[35)] 等の研究がある。1932年に SCHOKLITSCH[47)] は最大洗掘深 T が落差 H, 単位幅当り流量 q, 粒径 d の函数で示されるとして次式を与え，この方面の研究の第一歩を印した（図-I•1[47)]）。

$$h=T+h_{td}=4.75\frac{H^{0.2}q^{0.5}}{d_{90}^{0.32}} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 1)$$

ここに，h: 洗掘ホールの最低点から水面まで距離，T: 洗掘ホールの最大深さ，h_{td}: 下流砂面での水面までの距離，H: 上流側比エネルギー面から水面までの落差，d_{90}: 河床砂礫の90%径である。

1950年に伏谷[15)]は限界掃流力と同様な概念として限界洗掘力 F_0 を与え，F_0 を次式で示した。

$$F_0=0.0139(s_0-1)d_m^{1.63}$$

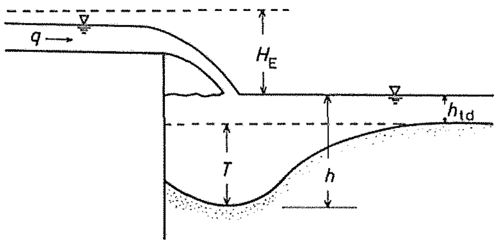


図-I•1 SCHOKLITSCH の実験諸元[46)]

ここに，s_0: 砂礫の比重，d_m: 砂礫の平均粒径である。こうしておいて，水脈の洗掘力 F を

$$F=\frac{w}{g}qV_{00}$$

但し，w: 水の単位重量，q: 単位幅当りの流量，V_{00}: 水脈の貫入速度

で与えて，

$$F-F_0$$

が洗掘に寄与する力であるとして，次式を示した。

$$T=A\frac{(F-F_0)^{\beta}}{d_m^{\alpha}} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 2)$$

この限界洗掘力の考え方は伏谷独特のものであり，水クッション効果を考える場合に重要である。

次に重要な論文としてあげられるものは，九大応用力学研水文学特別委員会の論文[35)]である。この研究は，三次元水平噴流による洗掘に関するものであったが，もぐり噴流の減衰式に ALBERTSON 等[5)]の式を用いているところに特徴がある。

洗掘平衡については，筆者も「洗掘平衡説」の立場をとるのであるが，伏谷のようにマクロ的な洗掘力を考えるのではなく，洗掘の底での1個の砂礫がその自重による摩擦力と，貫入噴流の底面での主流による流体力とによって釣合を保っていると考えるのである。

また先に述べたように，砂防ダム下流部の洗掘現象は，一般に，ダムを越流した落下水が下流側水叩部に落下して渓床を掘る現象である。ダムを越流した後，洗掘ホールに貫入する流れは，一般的には，三次元的な流れであるが，ダムの放水路幅が広い場合には，二次元的な現象とみなすことができる。したがって，越流水や，貫入水脈はすべて二次元的な流れとし，洗掘平衡の状態における貫入速度の減衰式には，ALBERTSON 等[5)]のもぐり噴流の減衰方程式を用いている。最大洗掘深の方程式は，砂粒の粒径 d を用いて無次元化し，最終的に，伏谷が行ったような衝突力（洗掘力）の因子を中心に，水脈の厚さの因子を乗じて式をまとめることにする。

実験では，まず，落下水脈の貫入速度の減衰について測定し，理論との比較を行う。また，洗掘については，洗掘平衡の存在を確かめ，洗掘深の式との比較検討を行って考察を加える。考察によって残された問題点を明らかにし，これらの結果を次章への展開の基礎とする。

I-2 洗掘平衡の考え方

(1) 洗掘平衡の成立条件

洗掘現象における平衡状態の概念について，SCHOKLITSCH は，次のように述べた[32)]。「時間以外の項を一定とするときに，ある時間後に平衡状態が存在する」。この考え方は，洗掘現象において平衡状態が存在する，ということを述べた点においてのみ，高く評価されるのであるが，それ以外のことについては何も与えていない。

次に，洗掘が時間とともに進行する過程を LAURSEN[50),56)] は次式で示した。

$$\frac{df(B)}{dt}=g(B)-g(S) \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 3)$$

ここに，t: 時間，$f(B)$: 洗掘された領域の数学的表示，$g(B)$: この領域から下流へ流送される土砂の輸送量で洗掘形状および場所の函数，$g(S)$: この領域に対して流送される土砂の輸送量である。

今，上流からの土砂の流入量 $g(S)$ を0とし，洗掘が平衡状態に達したとすれば，下流へ流送される土砂の輸送量 $g(B)$ は0，したがって

$$df(B)/dt=0 \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 4)$$

となり，洗掘平衡の状態は，時間以外の水理量と砂礫による物理量とによって規定されることになる。

(I•4) 式だけを見ると，洗掘平衡状態とは時間に無関係な洗掘の状態であるということになるが，これだけの関係では，平衡状態そのものに関する力学的説明は何も与えられていないのであり，洗掘の平衡状態については，もう少し考える必要が生ずる。

最近は，洗掘平衡の考え方に立って，洗掘深と時間との関係を求めようとする研究がなされるようになった。例えば，赤司・斉藤[1)]の研究は (I•3) 式で

$$g(S)=0$$

とした場合で，洗掘底面での摩擦速度から流砂量を与えて，洗掘形状 $f(B)$ を計算し，洗掘形状と時間との関係から，最大洗掘深を計算している。しかし，この研究方法では，最大洗掘深の計算は複雑であり，研究そのものとして興味がもてても，種々の水理条件に対する最大洗掘深の実用的な公式化を図るには，およそ，道の遠い研究法であると考えられる。したがって，例えば，限界掃流力の公式化の場合に，砂礫の移動限界の概念に対する検討が行われたように，洗掘の場合にも洗掘平衡の概念について，もう少し深い分析が必要になる。このことについて，最初に力学的説明を与えたのは伏谷であった。

伏谷は洗掘平衡の原理について次のように述べた[15]。「砂礫を持ち上げる丘部の形成によって，砂礫はついにこの丘部を越す能わざる時点において洗掘の平衡状態が成立するわけで，したがって，この状態は動的平衡である」。伏谷の洗掘平衡の定義では，洗掘の底で砂礫は動いているようにとれるのであるが，著者が観察したところでは，むしろ平衡状態に達した洗掘の底の砂礫はほとんど動いていないのであり，伏谷が動的平衡と呼んだのは，貫入流が底面に衝突した後の，吹き上げ流による洗掘底部上から丘部までの，砂礫の回流状態を指してのことであろう。

ここで著者は，伏谷の定義を基にして，次のように洗掘における平衡状態，つまり洗掘平衡を定義する。

砂防ダムの洗掘は，原渓床に落下水が衝突するところから始まり，次第にその深さを増し，ある深さ以上進むともう洗掘は進まなくなる（図-I•2）。このような状態を著者は洗掘平衡と呼ぶことにするが，このとき洗掘ホールの底面では，落下水脈の水面への流入速度 v_{00} が，水クッションによって減衰して底面砂礫を移動するのに必要な流速とならず，それ以上洗掘が進まないような状態になっているものと考えられる。この場合，洗掘が進行していく状態と進行しない状態との差異は，底面砂礫が移動するか，移動しないかということの違いであり，

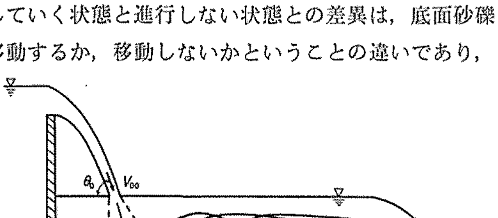


図-I•2 洗掘の進行状態

洗掘平衡では，少なくとも最大洗掘深の位置における砂礫の移動停止ということが必要になる。したがって，洗掘の平衡状態は，洗掘底面での流れによる流体力と砂礫との力学的な釣合条件によって，規定されると考えることができる。

（2） 洗掘底面での砂礫の釣合い

今，洗掘が平衡状態に達しているとすると，底面砂礫と流体力との釣合は，結局，図-I•3 に示されるような砂面上におかれた 1 個の砂礫の移動限界に関する問題となり，次のように扱うことができる。

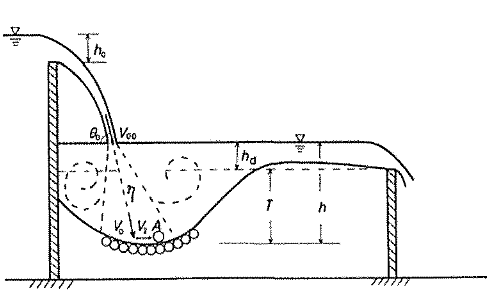


図-I•3 洗掘平衡状態での砂礫の釣合

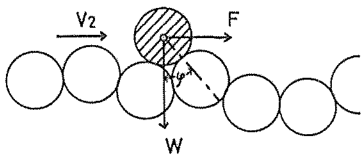


図-I•4 球状の砂礫に作用する力（岩垣[28] による）

まず，砂礫に作用する力としては，乱れによる圧力勾配とそれに基づく揚力を無視し，流れ方向の主流による流体抵抗 F および，砂礫に働く重力 W のみを考慮し，落下水を斜め鉛直方向への二次元噴流として扱うことにする。そこで，洗掘底面に図-I•4 のような力が働いているとすると，砂礫の自重による摩擦力 R と流体力 F との釣合は

$$R=F \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot5)$$

となり，摩擦力 R は次式のようになる。

$$R=\alpha_1(\sigma-\rho)g\frac{\pi}{6}d^3\tan\varphi \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot6)$$

ここに，α_1: 砂礫を球としたことによる体積に関する補正係数，σ: 砂礫の密度，ρ: 水の密度，g:重力加速度，d: 砂礫の平均粒径，$\tan\varphi$: 砂礫の水中での静止摩擦係数である。

流体抵抗 F は，底面砂礫に衝突する流速 v_2 を用いて，

$$F=\alpha_2\frac{1}{2}c_D\rho\frac{\pi}{4}d^2v_2^2 \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 7)$$

で表される[28)]。ここに，α_2: 砂礫を球としたことによる射影面積に関する補正係数，c_D: 抵抗係数である。

したがって，(I・5), (I・6), (I・7) 式より，次式を得る。

$$\frac{1}{2}\alpha_2c_D\rho\frac{\pi}{4}d^2v_2^2=\alpha_1(\sigma-\rho)g\frac{\pi}{6}d^3\tan\varphi \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 8)$$

(3) 水クッション内での流れ

図-I・5 のように，自由落下水脈が水面に貫入し，拡散する状態は，洗掘が少し進行した場合や洗掘平衡に達した場合，いわゆる自由噴流の拡散の問題として考えることができる[4)]。この自由噴流の理論には，以前より ALBERTSON 等[5)] の理論があり，また，安芸[4)] は自由落下水脈の水クッション効果に関する研究で，この理論が適用できることを確かめている。彼等によれば次式が成立する。

$$\frac{v_0}{v_{00}}=k\cdot\sqrt{\frac{D}{\eta}} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 9)$$

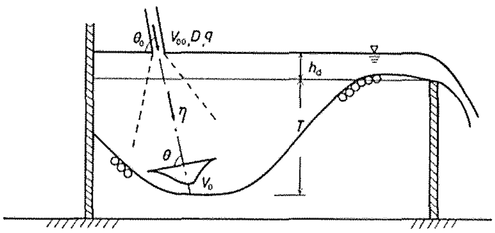


図-I・5 貫入水脈の速度の減衰

ここに，v_{00}: 落下水脈の貫入速度，v_0: 水脈の貫入後 η での速度，η 軸: 水脈の貫入後の中心軸，D: 貫入水脈の厚さ，k: 定数である。k については，ALBERTSON 等[5)] は $k=2.28$ を与え，安芸[4)] は $k=2.52$ を示し，遠藤等[12)] は $k=2.17$ を算出している。

また，自由落下水脈は洗掘の水面に貫入後，いくらか屈折して拡散噴流の中心流速 $v_0(\eta)$ を形成する。図-I・5, 6において，落下水脈の上側が角 θ_0 で貫入し，その後，角 θ で拡散噴流の中心流速が進入したとすると，入射角を ϕ_0，反射角を ϕ とすれば，その屈折率 m は

$$m=\frac{\sin\phi_0}{\sin\phi} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 10)$$

で表される。したがって

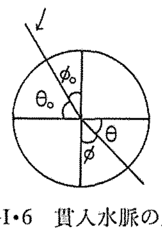


図-I・6 貫入水脈の屈折

$$\sin\phi_0=\cos\theta_0,\quad \sin\phi=\cos\theta$$

であるから，$\sin\theta$ は m を用いて

$$\sin\theta=\sqrt{1-\frac{1-\sin^2\theta_0}{m^2}} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 11)$$

と表すことができる。

(4) 洗掘パラメータの誘導

図-I・3において，原渓床面から下の最大洗掘深を T とし，流入量によって保たれる洗掘ホール上の原渓床面から上の水深を h_d とすると，最大洗掘深における水クッションの水深 h は次式で示される。

$$h=T+h_d \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 12)$$

したがって，貫入点から η の距離における h は

$$h=\eta\sin\theta \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 13)$$

で表される。

次に，底面砂礫 A に衝突する流速 v_2 について考えてみる。まず，貫入後の噴流の中心流速が底面に衝突するときの仮想流速 v_0 は (I・9) 式で表されるが，考えている砂礫 A は底面に近いので，底面流速 v_2 は v_0 ほどに回復しないものと考えられる。そこで，底面流速 v_2 を次式で与えることにする。

$$\frac{v_2}{v_{00}}=k\left(\frac{D}{\eta}\right)^p \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 14)$$

ここに，p は定数である。このような式の与え方は，土等を水力で掘削する場合に行われた例がある[48)]。上の (I・14) 式に，(I・8), (I・13) 式を用いると

$$\left(\frac{h}{\sin\theta}\right)^{2p}=\frac{3}{4}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}k^2c_D\frac{1}{(\sigma/\rho)-1}\frac{v_{00}^2D^{2p}}{gd\tan\varphi} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 15)$$

となる。さらに，上式を砂礫の粒径 d を用いて無次元化をすると

$$\left(\frac{h}{d\sin\theta}\right)^{2p}=\frac{3}{4}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}k^2\frac{c_D}{\tan\varphi}\frac{1}{(\sigma/\rho)-1}\frac{v_{00}^2}{gd}\left(\frac{D}{d}\right)^{2p} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 16)$$

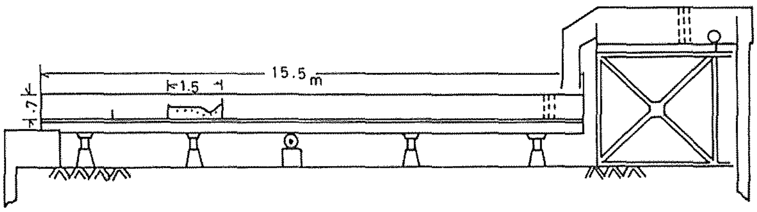


図-I・7　実験水路略図

を得る。ここに，α_1, α_2, k は定数と考えられるものである。

(I・16) 式の v_{00} は，単位幅当りの流量 q を用いて表すことができるので，この式を慣用の衝突力（運動量）の型で表すと次のようになる。

$$\left(\frac{h}{d\sin\theta}\right)^{2p}=\frac{3}{4}c_1\frac{c_D}{\tan\varphi}\frac{1}{(\sigma/\rho)-1}\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)^{2p-1}$$

$$h=T+h_a,\quad c_1=\frac{\alpha_2}{\alpha_1}k^2 \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 17)$$

上式の主要因子は，慣用の衝突力の無次元表示，すなわち qv_{00}/gd^2 の因子と，水脈の厚さに関する無次元表示 $(D/d)^{2p-1}$ の因子とであり，後者は $p\fallingdotseq 0.5$ のとき特に重要である。以後，水理量と洗掘の底質材料に関係する右辺の次の無次元量

$$\left[\frac{1}{(\sigma/\rho-1)\tan\varphi}\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]$$

を洗掘パラメータと呼ぶことにし，左辺の無次元量

$$\left[\frac{h}{d\sin\theta}\right]$$

を，水クッションのパラメータと言うことにする。又，二つのパラメータを合わせて，洗掘パラメータと呼ぶこともある。

I-3　自由落下水による洗掘実験および結果

以上の洗掘平衡の考え方の妥当性を裏付け，それから得られる結論，例えば，(I・17) 式等を確かめるために次に示す実験を行った。実験は，初めに洗掘深さと時間との関係について行い，次に，洗掘平衡に達した状態（洗掘時間約120分）での最大洗掘深を求めた。途中，貫入水脈の中心流速の減衰についても測定を行った。

ここではまず，実験装置および方法と，実験に用いた砂礫の基礎的な性質について述べ，次に，貫入水脈の速度の減衰について説明し，その後洗掘に関する実験について述べる。

(1)　実験装置および方法

a.　実験用水路

実験には，三重大学農学部内に設けられた渓流工学実験用の水路を用いた。その概要は図-I・7に示す通りである。図中の幅0.5，深さ0.7，長さ 15 m の鋼鉄製勾配可変水路を水平にして，水路内に厚さ 2 cm の合板製の堰を主ダムあるいは副ダムとして設置した（図-I・8）。この主副ダム間に砂を詰めて，主ダムから越流してくる水脈によって洗掘を生じさせた。砂の詰め方は，図-I・8のように副ダムから下げて詰めて，ここに水クッションを設けた場合と，副ダムの高さまで一面に砂を詰めた場合の二種類がある。主ダムは，天端が厚さ 2 cm の水平のものと，この天端に図-I・8・(b) のような刃形のノッチを設けて，ナップの形状が変動しないようにしたものとの二種類である。以上の実験装置の諸元を表-I・1にまとめて示した。

また，主副両堰堤とも放水路は全面放水路とし，砂防ダムの袖部に相当する部分は設けなかった。副ダムの設定については，村野等[37]の論文に記されている C 型にあたるものとし，伏谷[15]の主副堰堤距離を求める式を

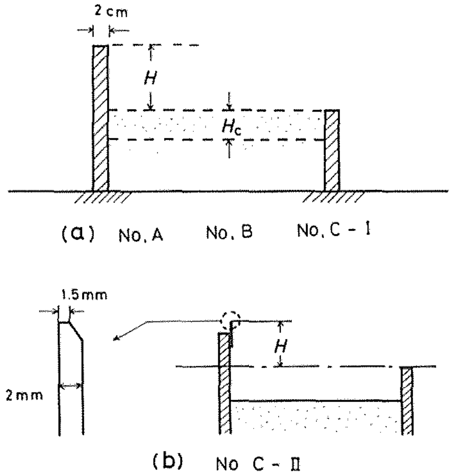


図-I・8　洗掘実験装置の概要

表-I・1 実験装置の諸元

実験No.	区別	落 差 H	水クッション H_c	主ダム*	粒 径
A	I	約16 cm	無 し	合板	d_1, d_3, d_6
	II	約26 cm			d_1, d_3, d_6
B	I	21.16cm	無 し	合板	d_3, d_6
	II		6.0cm		d_3, d_6
	III		水クッションのみ		無 し
C	I	19.45cm	9.6cm	合板	d_3
	II	21.27cm	14.6cm	刃形	d_3

* 図-I・8 参照

表-I・2 実験に用いた砂礫の物理的性質

種類	粒径の範囲	平均粒径 d_m	比重 s_0	$\tan\varphi$
d_1	0.6 ～2.0 mm	1.18mm	2.60	0.927
d_3	2.0 ～4.76mm	3.01mm	2.62	0.933
d_6	4.76～9.52mm	6.32mm	2.65	1.02

参考にして，1.5 m 以上に設定した。

b. 実験用砂礫の粒径，比重等

(I・16) 式または (I・17) 式を用いるには，p, σ/ρ, d, φ の値が必要である。このうち，p は次の (2) において説明するので，ここで問題となるのは，σ/ρ, d, φ の値である。表-I・2 にこの 3 種類の砂礫の特性を示した。表中の d_1, d_3, d_6 に対する粒径 d は，平均粒径 d_m であり，粒度特性としては均一粒径として取り扱っている。また，φ は砂礫の水中での静止摩擦角であって，岩垣[28] と同様の方法で求めた。

（2） 貫入水脈の測定

自由落下水脈が水面に突入すると，速度は減衰を始めるが，この状態は先の (I・9) 式で表されるはずである。p の値を求めるには，図-I・5 のように，流速分布の最大値を連ねた η 方向に沿って測定を行う必要がある。

流速分布は，拡散噴流の中心で最大流速を示す釣鐘形の分布であることから，最大流速の示す位置は，図-I・9 のように，ピトー管の受感部部分を流れに平行にし，先端の総圧が最大となる位置を求めて決定した。これらの点を連ねたものから，貫入水脈の進入後の角，すなわち進入角 θ と ϕ を求めた。また，θ_0，あるいは ϕ_0 は貫入点での水脈の上縁の接線より求めたものと，貫入水脈の上縁と下縁とからの平均を用いて求めたものとがある。このようにして測定した ϕ_0 と ϕ の関係を図-I・10に示

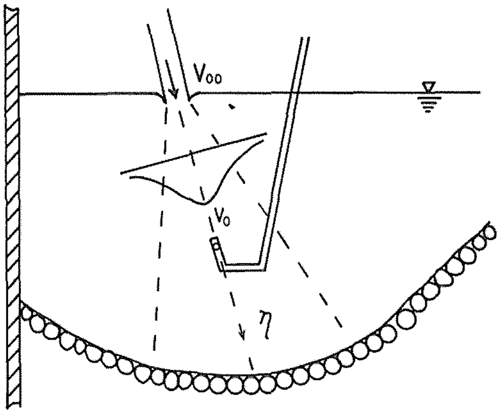


図-I・9 貫入水脈の測定

した。平均の屈折率 m は

$$m = 0.822$$

であり，図にみられるように，水脈の中心角による場合の m と，水脈の上縁による場合の m との差はほとんどない。この m を用いて θ_0 に対する θ を (I・11) 式より求めることができる。後の第 II 章で説明するように，貫入ナップの貫入角 θ_0 は，理論的にはナップの上縁に対して求められる値であるが，この結果からみる限り，ナップの上縁を用いても下縁を用いてもそれほど誤差はないようである。

次に，v_0/v_{00} と η/D との関係を図-I・11, 12に示した。図中の破線は，$k=2.28$ とした場合の ALBERTSON 等の実験結果である。図-I・11 の (a)～(c) は，洗掘状態での測定結果であり，図-I・12は主副ダム間が水クッションのみの場合に対する測定結果である。前者の場合，実験結果の諸元は次の三種類である。

(a) $h/D \fallingdotseq 50$, $v_{00}D/\nu \fallingdotseq 0.4\times10^4$

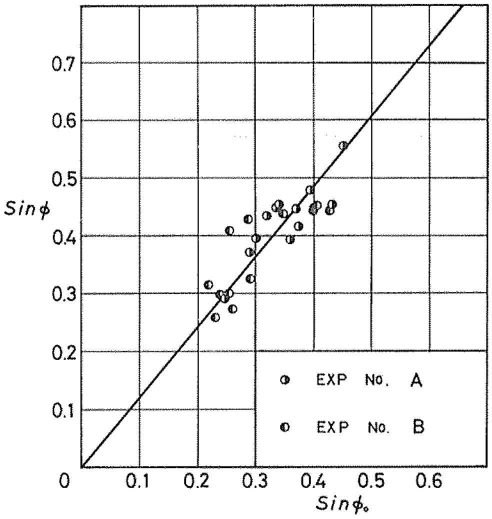


図-I・10　$\sin\phi_0$ と $\sin\phi$ との関係

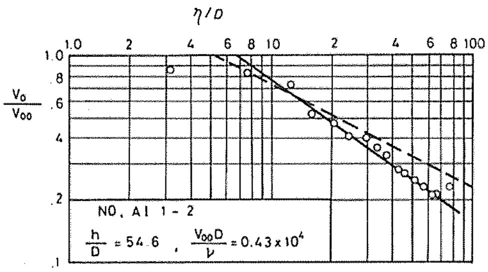


図-I・11(a)　v_0/v_{00} と η/D の関係 (EXP, NO. A)

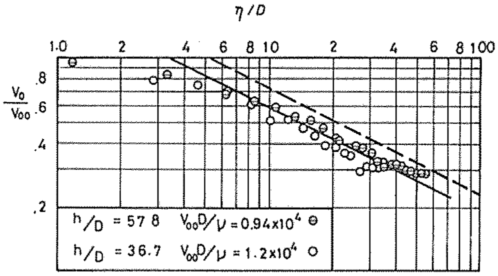


図-I・11(b)　v_0/v_{00} と η/D の関係 (EXP, NO. A)

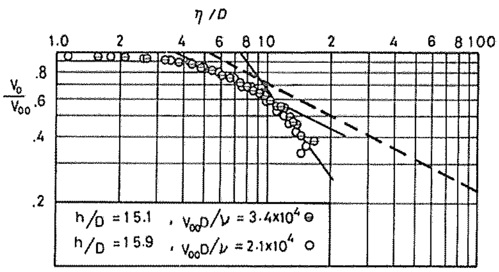


図-I・11(c)　v_0/v_{00} と η/D の関係 (EXP, NO. A)

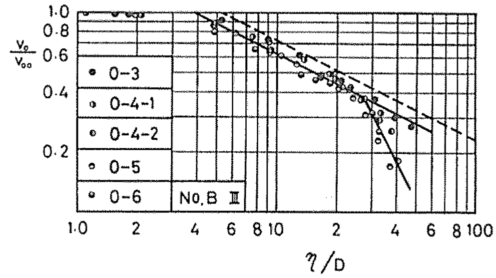


図-I・12　v_0/v_{00} と η/D の関係（水クッションのみ）

(b)　$h/D=20\sim60$,　$v_{00}D/\nu=(0.9\sim1.2)\times10^4$

(c)　$h/D=15\sim40$,　$v_{00}D/\nu=(2\sim3)\times10^4$

ここに，h は水クッションの深さ，ν は動粘性係数である。

(a) のものは，高さの割にナップ厚の小さな場合であり，空気混入その他によって，$p>0.5$ となっている。しかし，部分的には D/η の 1/2 乗とみなせないこともない。(b) の場合は，ほぼ，D/η の1/2乗とみなすことができる。但し，この場合の η/D の切片は対数グラフ上で，3.6程度であり，Albertson 等[5] の値5.2 ($=k^2$) と較べると少し小さめである。(c) の場合，初めはほぼ D/η の1/2乗となっている。このときの切片は3.7程度である。η/D が10を超えると，減衰式のベキ係数1/2はさらに大きくなり，1の値を超えることになる。これには洗掘底面の影響が考えられる。

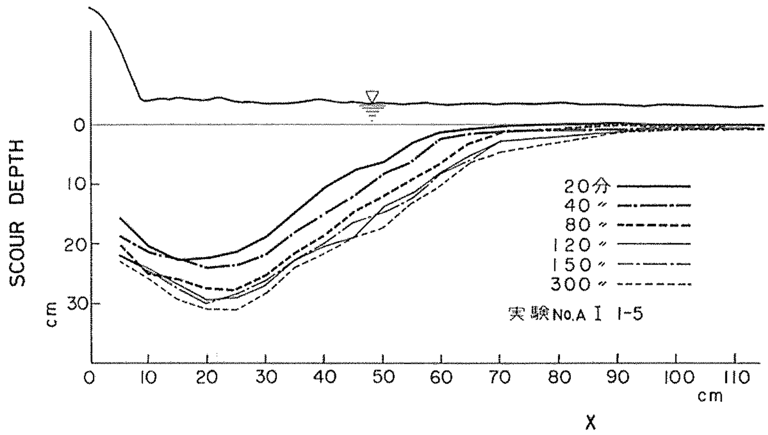
次に，図-I・12の場合であるが，この図には，前の (a), (b), (c) の特徴が含まれている。減衰式のベキ係数は，ほぼ1/2であり，グラフの切片は3.8程度である。この場合にも，底面の影響によって η/D が27程度のとき，ベキ係数の値が 1/2 から 2 に変化している。このように，中心流速のベキ係数が底面付近で変化することは，すでに，岩崎[30] や安芸[4] によって指摘されていることである。安芸は，筆者が行った実験 B と同じようなことを行っていたのであるが，η/D の切片は，ほぼ 4 程度であり，著者の実験値に近い値である。なお，著者は，これらの実験における貫入速度 v_{00} を

$$v_{00}=\sqrt{2gH_E},\quad H_E\text{: 有効落差}$$

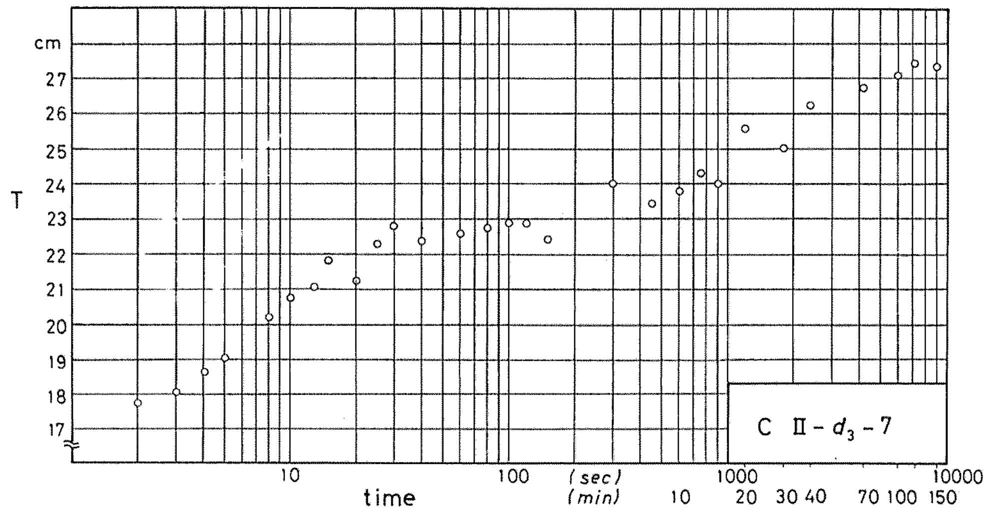
で計算している。

(3)　洗掘深さと時間との関係

ここでは，洗掘深さと時間との関係についての実験結果を述べる。初めに洗掘の形状を調べるために，通水を開始してからの洗掘の縦断形状を30分おきに，ポイン



図–I・13　洗掘の進行状態



図–I・14　最大洗掘深と時間との関係 (1)

ト・ゲージで測定した。図–I・13は，洗掘の形状が通水後の洗掘の進行に伴ってどのように変化するかを示したもので，ほぼ相似的に拡大していくことを示している。

また，図–I・14は，写真から測定したごく初期からの最大洗掘深と，時間との関係を調べたものであり，図中の直線の傾きは，洗掘速度に相当している。この場合の実験は，図–I・8・(b) のように，主副ダム間に水クッションを設けて行ったときのものである。この図から，洗掘の時間的変化すなわち，洗掘速度には4つの段階があることがわかるが，それを次のように区分した。

初期段階：洗掘のごく初期の期間であり，洗掘速度は大きい。

中期段階：図上で，洗掘速度の小さくなる期間である。

終期段階：洗掘平衡に達する前の，徐々に洗掘が進行していく期間である。

平衡段階：洗掘が進行しない段階

この区別は，最も典型的な場合にはっきり認識されるのであるが，ときには，中期と終期の段階を繰り返してゆくものもある。各段階の中では，終期段階の洗掘状態が時間的に最も長い。

図–I・15の (a)～(d) は，最大洗掘深が中期段階に達した後の時間的推移を，4つのタイプに分類したものである。図中

(a) は，30～60分で平衡状態に達しており，以後も，この状態を維持していくもの

(b) は，ある時間（約30～90分）の後に平衡状態に達

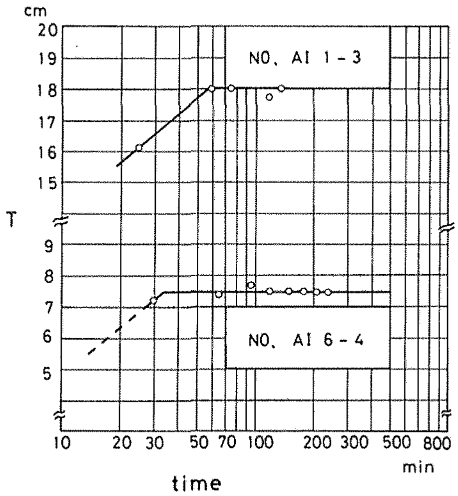


図-I・15(a)　最大洗掘深と時間との関係 (2)

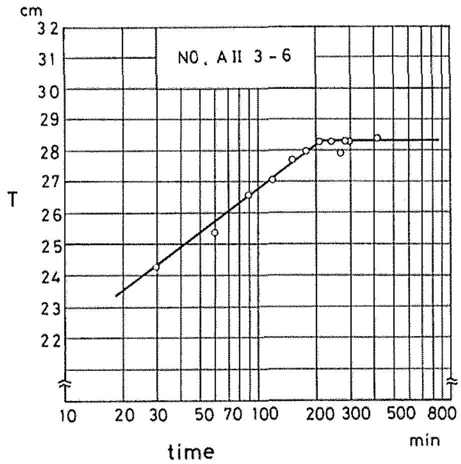


図-I・15(c)　最大洗掘深と時間との関係 (2)

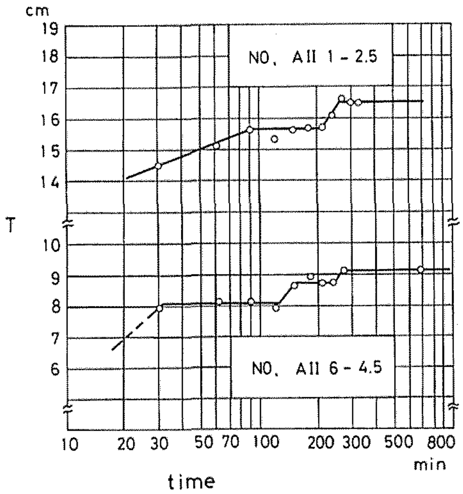


図-I・15(b)　最大洗掘深と時間との関係 (2)

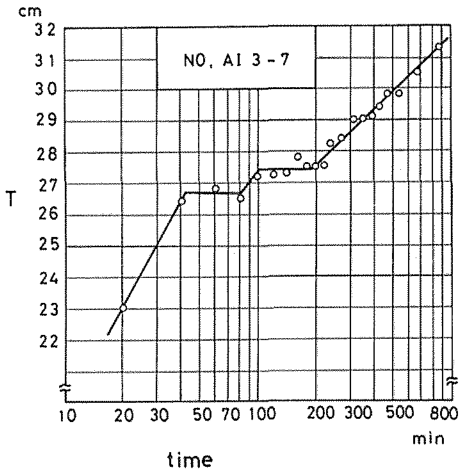


図-I・15(d)　最大洗衡深と時間との関係 (2)

したように見えても，しばらくして僅かであるが洗掘が進み，その後，平衡状態を維持するもの

(c)　は，今までの例が30～90分ぐらいの間に平衡状態に達しているのに対して，この例は200分とかなり遅くなってから平衡状態に達したもの

(d)　は，今までの例が洗掘平衡状態に達しているのに対して，この例は一時的に平衡状態に達した後も，また洗掘が増加し始め，この時間内では平衡状態に達しなかったもの

である。このうち，(d) のような場合でも，洗掘時間を十分長くとれば，平衡状態が存在するであろうということは，TARAPORE[50]に指摘されるまでもなく考えられることである。また，(d) のような現象が起こるのは，粒径が乱れの強さに較べて相対的に小さい場合であると考えられ，今回は d_1 の 1.18 mm の砂に集中して現れていた。このような一時的にもせよ，いったん洗掘のスピードが0に近くなったもの（図のような片対数グラフの上で）が，その後どうして再び，前と同じように洗掘深が増加していくのかということは，非常に興味ある問題ではあるが，ここではこういう現象があることを指摘するにとどめておく。また，図中の直線の傾きとして示される洗掘速度のことも，同様に興味ある問題であるが，本研究では，洗掘平衡状態が存在することが確認されれば十分である。

本実験の場合，一時的な平衡状態を含めて平衡状態に達する時間は，水理条件，砂の粒径によって変化するのであるが，大体 120分ほどでこの状態に到達するものが多かったので，洗掘時間はほぼ120分までとした。

そこで，時間をこのようにとると，各水理量に対する最大洗掘深 T が求まり，各流量 q による洗掘の基準面に対する水深を h_d として，洗掘による水クッション深さ $h\,(=T+h_d)$ を求め，(I•17) 式の各因子を計算することができることになる。

I-4 考　　察

(I•17) 式の抗力係数 c_D は，完全な球の場合 Reynolds 数 vd/ν (但し，v: 速度，d: 球の直径，ν: 動粘性係数) のみに依存し，図-I•16のように示される[10]。

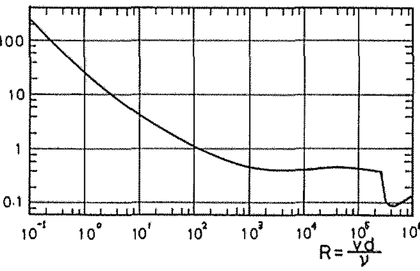


図-I•16 球の抗力係数と Reynolds 数の関係 (Daily および Harleman[10] より)

砂礫の場合には，c_D は Reynolds 数の他に，形状によっても変化すると考えられるが，土屋[54] によると，普通の丸みの砂礫であれば vd/ν が $10^3\sim10^5$ の範囲では，形状による c_D の影響は小さいことがわかっている。したがって，c_D は同図にみられるように，この範囲の Reynolds 数に対してほぼ一定であり，形状に関しても変化しないものとする。こうすると (I•17) 式は

$$\frac{h}{d\sin\theta}=\left[\frac{3}{4}c_2\right]^{1/2p}\left[\frac{1}{(\sigma/\rho-1)\tan\varphi}\,\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)^{2p-1}\right]^{1/2p}$$

$$c_2=\frac{\alpha_2}{\alpha_1}k^2c_D,\quad h=T+h_d \qquad \cdots(\text{I}\cdot18)$$

となり，これが，洗掘深を示す函数すなわち，洗掘パラメータによる洗掘深函数の基本型であるということができる。

更に p の値を知ることができれば，(I•18) 式は計算されるのであるが，p の値は，ここでは求められていないので，実験値を整理することによって求めることにする。計算に当っては，D/d のベキ数 $(2p-1)$ に適当な p を代入して，最小二乗法で $1/2p$ を求め，この値から求められる p の値とが一致するように求めればよいのである。しかしながら，このようにして決定される最大洗掘深の式は，データのバラツキも大きくなり，全体の誤差を最小にするものではない。

そこで，さらに (I•18) 式を次のように変形して考えることにする。

$$\left.\begin{aligned}&\frac{h}{d\cdot\sin\theta}=\phi\cdot\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\,\frac{qv_{00}}{gd^2}\right]^{\beta}\\&\phi=c\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha\beta},\quad c=\left(\frac{3}{4}\,\frac{\alpha_2}{\alpha_1}k^2c_D\right)^{\beta},\quad s_0=\frac{\sigma}{\rho}\\&\alpha=2p-1,\quad \beta=1/2p,\quad (\tan\varphi\equiv\mu)\end{aligned}\right\}\cdots(\text{I}\cdot19)$$

こうした上で，α を仮定して β を求めると実験式が決まるので，測定値の $h/(d\sin\theta)$ と比較して，中央誤差を最小にするような α, β を採用することにする。勿論，D/d を制御して実験を行えば，α, β はそれぞれ独立に求めることができる。ただ，ここでは最初の実験ということでもあり，自由落下という現実に類似した場合での洗掘状態を見るために，このような方法によって洗掘実験を行っている。

(1) 平衡データの場合

こうして，洗掘平衡 (洗掘時間120分) に達したデータから各係数を求め，図-I•17 の両対数グラフに実験値と決定された式とを示した。また，ϕ と D/d の関係を図-I•18に示した。

図-I•18にみられるように，$D/d<1$ であるとき ϕ の値

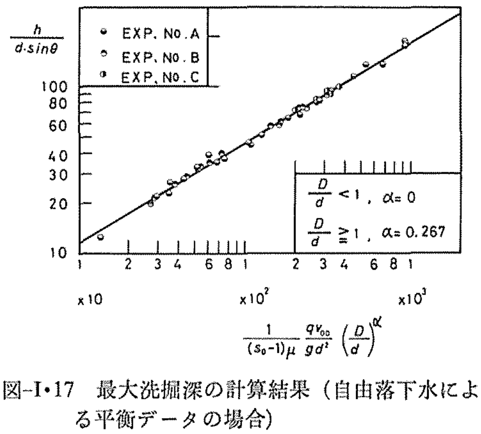


図-I•17 最大洗掘深の計算結果 (自由落下水による平衡データの場合)

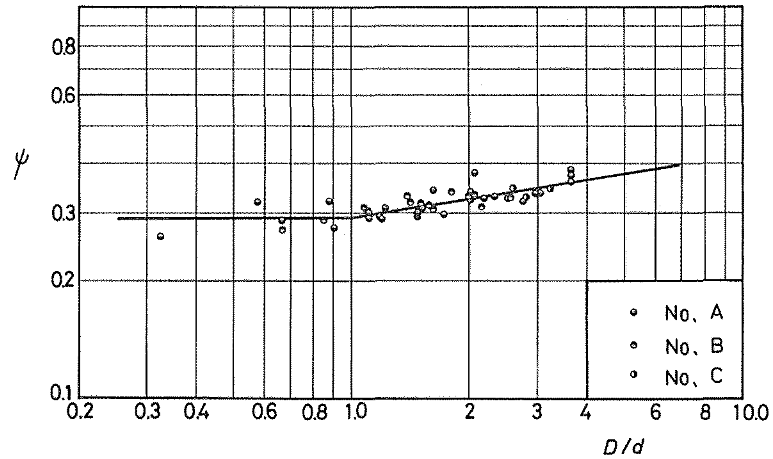


図-I・18　ψ と D/d の関係（自由落下水による平衡データの場合）

がほぼ一定値をとるので，ナップ厚 D が洗掘に影響するのは $D/d \geqq 1$ の場合であり，$D/d \leqq 1$ の場合には，ナップ厚の影響は洗掘に関係しないことになる。したがって，係数 α, β を決めるに際しては，D/d と 1 との大小関係によって区別することにした。計算の結果は次の通りである。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(a)} & D/d \geqq 1 \text{ の場合} \\ & \alpha=0.267,\quad \beta=0.599,\quad c=2.90 \\ \text{(b)} & D/d<1 \text{ の場合} \\ & \alpha=0,\qquad \beta=0.599,\quad c=2.90 \end{array}\right\} \quad \cdots\text{(I・20)}$$

以上の α と β については (I・19) 式によって検討することができる。ここでは，α, β の値が (I・20) 式で与えられているので，これを (I・19) 式に代入して得られる p を，それぞれ p_α, p_β とする。こうすれば，p_α, p_β に次のような値が得られる。

(a) $D/d \geqq 1$ の場合

$$p_\alpha=0.634,\quad p_\beta=0.835$$

(b) $D/d<1$ の場合

$$p_\alpha=0.500,\quad p_\beta=0.835$$

理論的には $p_\alpha=p_\beta$ となるはずであるが，ここでは異なる値を示している。しかし，上述のようなこまかい問題があるにしても，ここでは第2節の洗掘平衡の考え方とそれらから導かれる (I・19) 式の式形，つまり，洗掘パラメータのベキ乗式が，最大洗掘深に対してよく適用できることが明らかになった。

(2)　洗掘時間120分までの全データの場合

この場合のデータは，(1) で用いた平衡データに非平衡なデータを加えたものである。計算にあたっては，前と同様に，α を仮定して全体の誤差を最小にするような β を求めた。結果は，図-I・19, 20に示すとおりである。すべてが平衡データということではないが，(1) におけるような洗掘平衡のみの場合と，ほぼ，同じような結果が得られている。

非平衡なデータは，粒径で 1 mm 程度のものが多く，落下ナップの拡散部分における乱れの強さに対して，砂礫の自重が小さいということが主な特徴である。前節の洗掘平衡の考え方では，このような水クッション内での，拡散に伴う乱れの成分によって持ち上げられて，運ばれていくものについては考えていなかった。

そこで，このような乱れの成分を除いて考えれば，水クッションによって減衰した速度に見合った洗掘深さを維持しているものと考えられる。この洗掘深さを実質上の洗掘深さと呼ぶことにすれば，実際，図-I・15の (d) でみられるように，一度，実質上の洗掘深さに達した後の洗掘速度は，それ以前と較べるとかなり小さくなっており，洗掘深の増加率は100分間で 1 cm 以下である。

したがって，砂礫の自重が水クッション内での乱れの強さに比して相対的に小さい場合，実質上の洗掘深さに達する前後では，洗掘の実質上の深さに近い値を保持するはずである。図-I・19, 20の場合には，洗掘が完全な平衡に達していないようなデータも，含まれているのであるが，以上のことから両図とも，先の洗掘平衡の場合（図-I・17, 18）と，同じような傾向を示すことになる。

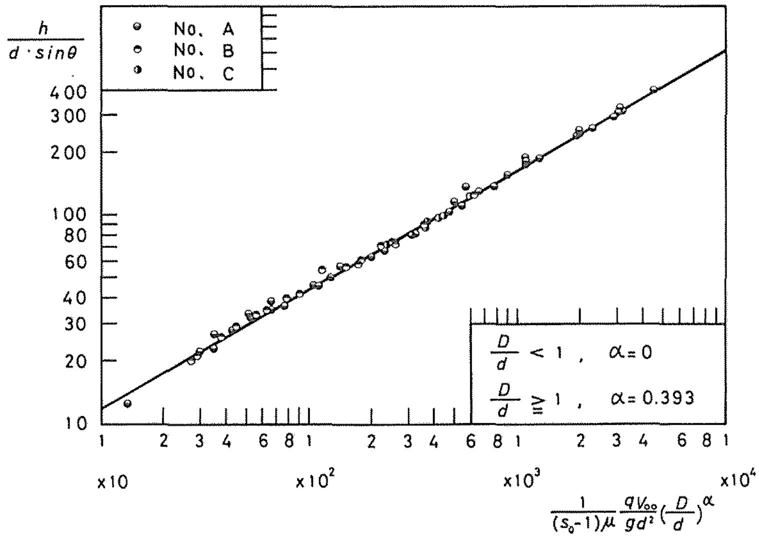


図-I•19　最大洗掘深の計算結果（自由落下水による全データの場合）

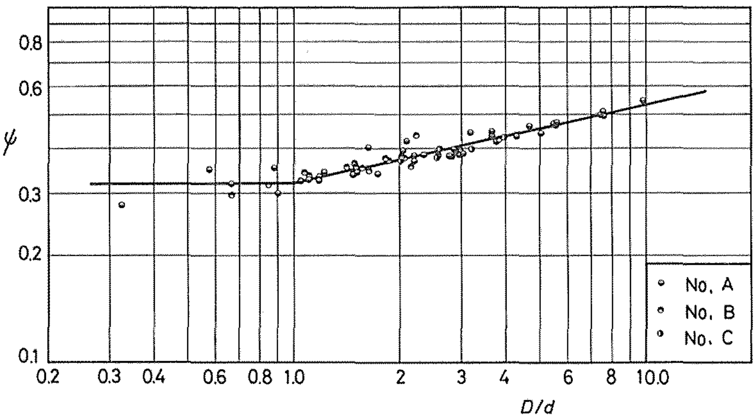


図-I•20　ψ と D/d の関係（自由落下水による全データの場合）

この場合の α, β, c は次のようになる。

$$\left.\begin{array}{l}\text{(a)}\ D/d \geqq 1\ \text{の場合} \\ \qquad \alpha=0.393,\quad \beta=0.571,\quad c=3.21 \\ \text{(b)}\ D/d < 1\ \text{の場合} \\ \qquad \alpha=0,\qquad \beta=0.571,\quad c=3.21\end{array}\right\} \cdots(\text{I}\cdot 21)$$

また，この α, β を先と同様に (I•19) 式に代入すると，p_α, p_β は

(a) $D/d \geqq 1$　の場合

$p_\alpha = 0.697$,　$p_\beta = 0.876$

(b) $D/d < 1$　の場合

$p_\alpha = 0.500$,　$p_\beta = 0.876$

のようになる。先の洗掘平衡の場合のところで述べたように，$p_\alpha = p_\beta$ になるはずであるが，平衡データの場合と同様，p_α と p_β とは一致していない。しかし，このような点を除けば，先と同様に，第2節の考え方と (I•19) 式の式形がよく適用できる。

（3）　ベキ係数 p に関する問題

第2節における洗掘平衡の考え方の中で

$$p = p_\alpha = p_\beta$$

ということで考えを進めて来たのであるが，実際に実験を行ってみると $p_\alpha = p_\beta$ とはならない。第3節でみたように，洗掘断面内での貫入水脈の減衰は，ほぼ，(I•9) 式に従っているので，減衰噴流が底面に衝突し，その後，

底面に沿って流れるときに，底面流速 v_2 がもとの速度に回復するとすれば，(I・14) 式より明らかなように

$$p=0.5$$

となるはずである。前の (2)，(3) 項で $D/d<1$ の場合をみると p_α の値は0.5であり，明らかにこの条件を満足していることがわかる。

次に，底面流速 v_2 が，底面に衝突する直前の流速に回復しないとすると，p は

$$p>0.5$$

になるはずである。実験結果では $D/d\geqq1$ の場合の p_α や，p_β はどの場合もこの条件に合っている。底面流速 v_2 の回復に関係するベキ係数 p に，最も直接的に関係しているのが p_α か p_β のどちらであるかは，この時点では明らかではない。勿論このことについては，後の章で詳述するが，$p_\alpha=0.5$ という点から，α の値の方に p が直接効いて来ているということは推察できる。

ところで

$$p_\alpha \fallingdotseq p_\beta$$

であるということは，ベキ係数 β に，p 以外の因子が関係していることを示しているのではないかと考えられる。したがって，後の章ではこの点について深く考察するつもりである。ここでは，噴流の流速が減衰することによって洗掘平衡が生じ，この減衰流速と底面砂礫とが釣合うような水クッションによって，最大洗掘深が形成されるということが明らかになれば十分であろう。

(4)　鉛直噴流による洗掘の場合との比較

前の項で，ベキ数 β に p 以外の項が関係しているらしいということを述べたが，洗掘実験の条件によっては，あまり関係しないこともありうる。

そこで，鉛直噴流の場合，これらの関係がどうなっているかを，粟津[8]の鉛直噴流の洗掘に関する式から調べてみる。粟津は二次元鉛直噴流による洗掘実験の結果から，砂粒の混合の範囲が比較的狭い場合について，次のような式を発表している。

$$\frac{T}{L}=3.835\left(\frac{L}{D}\right)^{-1.049}\left(\frac{v_{00}}{v_f}\right)^{0.658} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 22)$$

但し，

$$\frac{L}{D}>25,\quad \frac{v_{00}}{v_f}>\frac{v_{00c}}{v_f}$$

ここに，T: 洗掘深さ，L: 噴流の出口から砂礫のもとの面までの長さ，D: 噴流の厚さ，v_{00}: 噴流の出口での速度，v_f: 限界沈降速度，v_{00c}: v_{00} を徐々に増加した場合に砂礫が移動を開始する限界の速度である。次いで，$d_m>0.15\,\mathrm{cm}$ のそろった粒径に対し，

$$v_f \fallingdotseq v_{bc}$$

であるとして

$$v_{bc}=48.27B^{0.108}d_m{}^{0.497}$$

を示している。B は砂粒の混合を示す境の係数であり，均一粒径の場合には1であるから，

$$B=1$$

とすると，d_m を d と書いて

$$v_f \fallingdotseq v_{bc} \fallingdotseq 48.27d^{1/2}$$

となる。(I・20) 式より

$$\frac{T}{L}\fallingdotseq 0.299\left(\frac{D}{L}\right)\left(\frac{v_{00}}{\sqrt{d}}\right)^{0.66}$$

である。以下，両辺を d で割り，式形を合せるために g を用いて変形すると次のようになる。

$$\frac{T}{d}\fallingdotseq c_2\left\{\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)^2\right\}^{1/3} \qquad \cdots(\mathrm{I}\cdot 23)$$

結局

$$\alpha=2p-1=2 \quad \text{より} \quad p_\alpha=3/2$$

$$\beta=1/2p=1/3 \quad \text{より} \quad p_\beta=3/2$$

となり，したがって

$$p=p_\alpha=p_\beta=3/2$$

ということになる。

$D/d\gtreqless1$ 等の詳細はわからないが，第2章の理論に沿った形が得られている。底面流速に関するベキ係数 p の値が1.5であるというのは，かなり大きめの値であるが，鉛直噴流のために流れが両側に分流するためにこうなるのであろうと考えられる。さらに，このような鉛直噴流による洗掘の場合に，ベキ係数 β に p 以外の因子が入って来ないのは注目すべきことである。

I-5　摘　　要

以上，洗掘平衡の成立状態と，洗掘現象における水クッションの役割を考察し，水クッションが最大洗掘深におよぼす影響について，概念分析をふまえて検討を行った。ここでの考察，およびこの章全体を含めて得ら

れた結論を整理すると次のようになる。

① 貫入した噴流の流速は，水クッションによって減衰することになるので，洗掘が平衡状態に達した段階では，この減衰した速度に見合った洗掘深さを維持することになる。

② 洗掘断面内における拡散噴流の中心流速は，ほぼ，(I•9) 式に従っている。

③ 最大洗掘深を求める式として (I•18), (I•19) 式が得られる。但し，この式を求めるにあたって，拡散噴流が底面に衝突した後の底面流速 v_2 は，(D/η) の p 乗で表されるとし，洗掘平衡状態における流体力として，主流による平均流速のみを用いて，洗掘底面で釣合方程式を立てている。

④ (I•18), (I•19) 式の最大洗掘深を求める式は，一般に，次式

$$\frac{h}{d\cdot\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta}$$

のように書かれ，左辺と右辺のパラメータ，すなわち

$$\left[\frac{h}{d\cdot\sin\theta}\right],\ \left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]$$

を，それぞれ水クッションのパラメータ，および洗掘パラメータと呼び，ときには，両者を含めて洗掘パラメータと言うことにする。

⑤ 自由落下による洗掘実験の結果から，上に述べた洗掘パラメータがよく適用できることが明らかになった。式中のベキ係数の値として，(I•20), (I•21) 式が得られている。

⑥ ベキ係数 α の値は $D/d\gtreqless 1$ によって異なる。

⑦ ベキ係数 α, β から逆算される p_α, p_β は，等しくなるはずであるが，実験結果は

$$p_\alpha\fallingdotseq p_\beta$$

であった。

⑧ 上のことが生じる原因として，ベキ数 β には p 以外の因子が考えられる。このことに関するさらに詳しい検討は，後の章で行うことにする。

⑨ しかしながら，栗津が行った二次元鉛直噴流の洗掘実験の場合には

$$p_\alpha=p_\beta$$

となり，(I•18), (I•19) 式に示されるような考え方がよく適用できることが明らかになった。

II 落下水脈と水クッションの水理

II-1 はじめに

前章では，洗掘平衡の成立過程と，最大洗掘深に関するマクロ的な検討を行い，同時に，洗掘現象における水クッションの意味についても，簡単に考察を行った。この章では，この種の現象の基礎的事項とでもいうべき，落下水脈の水理や，水クッションに貫入した後の拡散噴流等の水理について考察しようとするものである。

砂防ダムも，一般に，水理構造物としての機能をもっている。例えば，上流からあるエネルギーを保持した流水が，砂防ダムを落下したとすると，流水は，ここで，幾らかのエネルギーを失って流下することになる。流れに落差をつけることによって，流水のエネルギーを減少させる構造物は，落差工と呼ばれているが，砂防ダムの場合も，水理学的な見方をすれば，落差工の一種ということになる。

一方，砂防ダムの水叩部の保護には，水叩工と副ダム工とが用いられているが，落下する流水のエネルギー減少という点からみれば，その程度は副ダム工の方が大きいものと考えられる。これは，落下水が射流状態で水叩工に流れる場合と，主副ダム間の水クッションへ流れ込む場合とを比較すれば明らかなことである。

副ダムが，主ダム保護と落下水のエネルギー減少効果を期待して用いられる場合には，ダム設計上，洗掘深の決定が重要な問題となる。この洗掘深は，第I章で述べたように，水理条件と底質材料とによって決まり，水理条件は，流入水理量と水クッションの両方から影響を受けることになる[18]。このようなことから水クッション内の水深は，流入する水理量によって変化し，ある洗掘状態が与えられれば，下流側の水理条件と，流入側の水理条件とを考慮することによって，決定することができる。以上のようにして，流入する水理量によって変化する水クッションが計算されると，これをもとに洗掘深を決定することができる。

さて，落差工においては，上流側水路またはダムから，流水が落下して下流側のプールに貫入し，ここで，エネルギーが減少するのであるが，この章では，初めに流水が落下して水面に貫入するまでの水理的現象を，落差工上部の水理としてまとめて扱い，下流側プールへの貫入後の水理的現象は，斜めもぐり噴流の水理として扱うことにする。

落差工上部の水理では，上流側水路末端部から飛翔する水脈の飛距離 L_p，飛翔速度 V_{00}，落下角 θ_0 を，RAND[43] が導入した Drop 数 (D_r 数) を用いて検討する。

次に，斜めもぐり噴流の水理では，貫入噴流の拡散する状態を二次元噴流理論を用いて検討し，測定結果を用いて水クッション内部の流れを明らかにする。続いて，これらの結果を参照して，洗掘断面各部の水深を求めることにする。

洗掘断面内の流れは，図-II•1のように，場所によって流れの性質が異なるために，局所ごとに流れの解析を行わねばならず，一次元漸変流の流れのように，同一モデルによる連続した流れとして扱うことはできない。したがって，水面形すなわち水深に関しても，洗掘断面では，連続的なものとして求めることは困難であり，局所ごとに個別的に求めることになる。

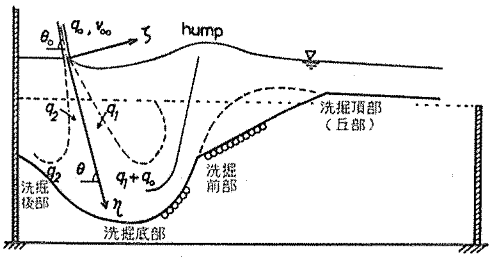


図-II•1　洗掘断面の形と流れの概要

砂防ダム下流部の洗掘状態における洗掘断面内の水深の問題は，以前に，次元解析的に行われたこと[37] はあるが，水クッション内の各部の水深や，流れの状態を明らかにするまでには至っていない。第 I 章で用いた ALBERTSON 等[5] の自由噴流理論をこの現象に適用し，最終的には，水クッション内部の流れと，水深の関係を明らかにしようとするものである。

II-2　落差工上部の水理

（1）　上流側水路下流端での流れ

図-II•2のような落差工上部の水路下流端での流れ（段落ち流れ）を考える。上流側水路の勾配は緩く，水路の傾斜角 θ に対する $\cos\theta$ が，$\cos\theta\approx 1$ であるとする。例えば，水路上流での流れが限界流であるとすると，水路末端から $3h$ (h: 等流水深) の地点から上流部では，流れは等流水深を維持する[44]。水路上流での検査断面の水深 h と，水路末端部での水深 h_S はそれぞれ次式で表すことにする。

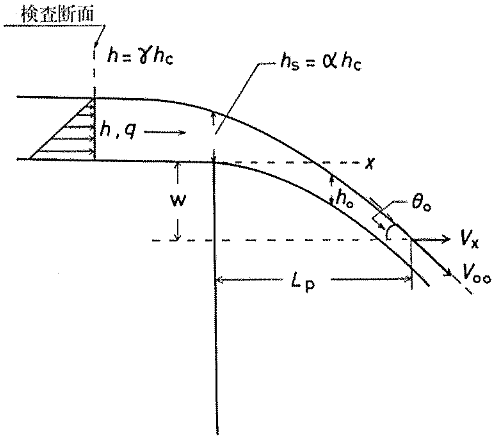


図-II•2　落差工上部の水路下流端での流れ

$$h=\gamma h_c \qquad \text{(II•1)}$$

$$h_S=\alpha h_c \qquad \text{(II•2)}$$

ここに，γ, α: 係数，h: 水路での等流水深，h_c: 限界水深 $(=(q^2/g)^{1/3})$，q: 単位幅当り流量，g: 重力加速度である。水路での流れが，限界流の場合には，ROUSE[44] によれば，水路末端で $\alpha=0.715$ である。(II•1) 式の γ の検査断面については，上流側の流れが常流の場合，等流水深から水路末端部までの間に限界水深が存在するので，限界水深の発生位置を γ の検査断面とする。射流の場合には，水路面から $3h$ 以内で等流水深に達するので，この等流水深に達した所の断面を，射流での γ の検査断面とする。上流側水路での Froude 数を F_r とすると

$$q^2=gh_c^3\cos\theta=F_r^2 gh^3\cos\theta$$

であるから，γ は次式で表される。

$$\gamma=\frac{1}{F_r^{2/3}} \qquad \cdots\text{(II•3)}$$

ここに，$F_r=V/\sqrt{gh}$ である。以上より γ は，上流側水路での流れが常流であれば，$\gamma=1$ であり，射流であれば，γ は (II•3) 式で与えられることになる。

もし，水路末端部での水深 h_S を用いて水理計算を行う場合には，(II•2) 式の α を用いる。上流側水路で等流水深 h に対する水路末端部での水深 h_S の比 h_S/h と，上流側水路での Froude 数の二乗 ($F_r^2=F$) との関係について，ROUSE[44] は，図-II•3のような実験結果を示している。ROUSE は図中の h_S に関する式を与えていないが，著者は，図中の黒マルを基に，h_S/h について次式を求めた。

$$\beta=\frac{h_S}{h}=\frac{2.51F^{1.36}}{1+2.51F^{1.36}} \quad \cdots(\text{II}\cdot 4)$$

但し，　$F=F_r^2$

図-II•3には，白マルの点 (h_0) に対する曲線も示されているが，同図中の h_0 は，図-II•2に示されるような水路末端部から飛翔後の鉛直方向に対する水脈の長さである。

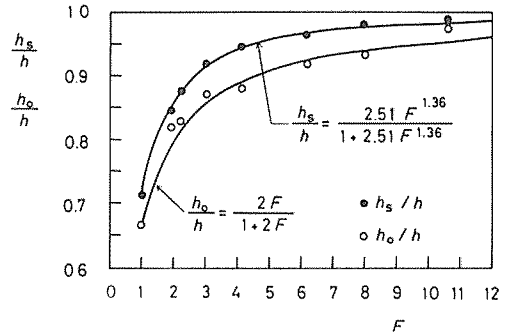


図-II•3　h_S/h, h_0/h と $F(=F_r^2)$ との関係 (Rouse[44] による)

Rouse は，後に述べる (II•8) 式と基本的に同じ水平方向への運動量式を立てて，図-II•3中の h_0/h に関する式を求めている[44]。(II•4) 式は，この h_0/h の式にならって同じような形の実験式とした。水路末端での圧力分布が零であるならば，h_S/h の曲線は，h_0/h の曲線と同じものになるはずであるが，同図の2曲線のように一致していない。図中の $F=1$ 付近で，両者は約0.05程度はなれている。ここで，α と γ の関係は

$$\alpha=\frac{h_S}{h_c}=\gamma\frac{h_S}{h}=\gamma\frac{2.51F^{1.36}}{1+2.51F^{1.36}}=\gamma\beta \quad \cdots(\text{II}\cdot 5)$$

で表される。

（2）　水路末端から落下する水脈の水理

図-II•2のように，横幅一定で二次元的に落下する水脈の水理について考える。Rand[43] は，このような落差工による落下後の流下水深 h_1 や，水脈の落下点と主ダム壁面間のプールの水深 h_f 等を求めるにあたって，次のような Drop 数 (D_r)

$$D_r=\frac{q^2}{gW^3} \quad \cdots(\text{II}\cdot 6)$$

但し，q: 単位幅流量，g: 重力加速度，W: 落差（図-II•2参照）

を用いて，次式を得ている。

$$\left.\begin{aligned}\frac{h_1}{W}&=0.54D_r^{0.425}\\ \frac{h_f}{W}&=1.0D_r^{0.22}\\ \frac{L_p}{W}&=\frac{\sqrt{2}}{\alpha}D_r^{1/6}\left(1+\frac{\alpha}{2}D_r^{1/3}\right)^{1/2}\end{aligned}\right\} \quad \cdots(\text{II}\cdot 7)$$

ここに，L_p は図-II•2に示されるような水脈の飛距離である。上式中の L_p/W の式は，α を用いて著者が書き直したものであり，Rand 自身は，このような式に Drop 数を用いて書き表してはいない。この式を求めるにあたっては，落体の法則から求めているのであるが，その落差に Rand は

$$W+\frac{h_S}{2}$$

を用いている。

以下では，落差工の水理計算に必要な L_p, 落下角 θ_0 等を求めるために，White[57] が導いた運動量方程式を用い，これを Drop 数で無次元化し，(1) 式の γ を用いて公式化してみようと思う。

a.　飛距離 L_p

図-II•2のように，等流水深 h ($F_r>1$ の場合) か又は，限界水深 h_c ($F_r\leqq 1$ の場合) の断面と，飛翔後のある断面を検査面として，水平方向 (x 方向) の運動量方程式を立てれば，次式が成立する。

$$\rho q(v_x-v)=\frac{1}{2}w(\gamma h_c)^2 \quad \cdots(\text{II}\cdot 8)$$

但し，　$w=\rho g$

ここで，

$$q=vh=v_ch_c$$

であるから，

$$v=v_c/\gamma$$

である。上式を用いて (II•8) 式を変形すれば，v_x は

$$v_x=\left(\frac{1}{2}\gamma^2+\frac{1}{\gamma}\right)v_c \quad \cdots(\text{II}\cdot 9)$$

で表される。落下距離は，γ を用いるために，水深 h の高さまでとることにすれば

$$W+\gamma h_c=\frac{1}{2}g\left(\frac{L_p}{v_x}\right)^2 \quad \cdots(\text{II}\cdot 10)$$

であるから，水脈上縁の飛距離 L_p は

$$L_p^2=2(W+\gamma h_c)\frac{v_x^2}{g}$$

となる。上式に v_x を用いて変形し，落差 W で無次元化すれば

$$\left(\frac{L_p}{W}\right)^2=2\left(1+\gamma\frac{h_c}{W}\right)\left(\frac{1}{2}\gamma^2+\frac{1}{\gamma}\right)^2\frac{h_c}{W}\quad\cdots(\mathrm{II}\cdot 11)$$

のようになる。h_c/W は (II•6) 式の Drop 数を用いると

$$\frac{h_c}{W}=\frac{1}{W}\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}=\left(\frac{q^2}{gW^3}\right)^{1/3}=D_r^{1/3}\quad\cdots(\mathrm{II}\cdot 12)$$

で表されるので，飛距離 L_p は，結局，次式で求められる。

$$\frac{L_p}{W}=\sqrt{2}(1+\gamma D_r^{1/3})^{1/2}\cdot F_2\quad\cdots(\mathrm{II}\cdot 13)$$

但し，

$$F_2=\left(\frac{1}{2}\gamma^2+\frac{1}{\gamma}\right)D_r^{1/6}$$

ここでは，γ を用いるために，水深 h の高さから落差を求めたが，厳密に言えば，L_p はダム壁面からの長さであるから，水深は水路端面の水深 h_S を採ることが望ましい。こうすれば，(II•9) 式は

$$W+\alpha h_c=\frac{1}{2}g\left(\frac{L_p}{v_x}\right)^2\quad\cdots(\mathrm{II}\cdot 14)$$

となり，最終的に L_p は次式で表される。

$$\frac{L_p}{W}=\sqrt{2}(1+\alpha D_r^{1/3})^{1/2}\cdot F_2\quad\cdots(\mathrm{II}\cdot 15)$$

この場合には，考え方としては正確であるけれども，α に (II•5) 式で表される実験式を用いなければならない。

芦田・高橋・水山[7] は，水路末端部での水深 h_S (係数 α で表される) を用いて x 方向の速度を求め，次式を得ている。

$$\frac{L_p}{W}=\sqrt{2}(1+\alpha D_r^{1/3})^{1/2}\cdot F_{a2}\quad\cdots(\mathrm{II}\cdot 16)$$

但し，

$$F_{a2}=\frac{1}{\alpha}D_r^{1/6}$$

b. 水脈の落下角 θ_0

水脈の落下角の余弦は，図-II•2を参照すると

$$\cos\theta_0=\frac{v_x}{v_{00}}\quad\cdots(\mathrm{II}\cdot 17)$$

で計算されるので，落下方向の速度 v_{00} に

$$v_{00}=\left\{2g\left(W+\gamma h_c+\frac{1}{2g}v^2\right)\right\}^{1/2}$$

$$=\left[2g\left\{W+\left(\gamma+\frac{1}{2\gamma^2}\right)h_c\right\}\right]^{1/2}$$

を用いると，$\cos\theta_0$ は次のようになる。

$$\cos\theta_0=\frac{(\gamma^2/2+1/\gamma)\sqrt{h_c/W}}{[2+(2\gamma+1/\gamma^2)(h_c/W)]^{1/2}}=\frac{F_2}{F_1}\quad\cdots(\mathrm{II}\cdot 18)$$

但し，

$$F_1=\left\{2+\left(2\gamma+\frac{1}{\gamma^2}\right)D_r^{1/3}\right\}^{1/2}$$

$$F_2=\left(\frac{1}{2}\gamma^2+\frac{1}{\gamma}\right)D_r^{1/6}$$

(3) 実験結果および考察

a. 飛距離 L_p

先に示した (II•13), (II•15), (II•18) 式を，ここでは WHITE 一林の式と呼ぶことにして，(II•13), (II•15) 式の L_p/W と RAND[43] の式 (II•7) 式および，芦田等[7] の式 (II•16) 式と比較してみる。

図-II•4は，Drop 数に対する L_p/W を示したものである。γ, α に対応する Froud 数 F_r は，$F_r=1$, 3, 10 の3種類を示した。また，上流側が常流の場合，つまり，$\gamma=1$ のときの実験結果を図中の黒マルで示した。実験にあたっては，図-I•7に示した幅 50 cm の水路末端部を用いて，落下距離 W を 10, 20, 30, 40, 50 cm とし，これに対する飛距離 L_p を図-II•2のように測定したものである。この場合には，上流側が常流であるから，上流側検査断面の水深 h は，いわゆる限界水深となり，$F_r=1$ でかつ，$\gamma=1$ である。

また，図-II•4には，WHITE 一林の式で γ を用いた場合の (II•13) 式と，α を用いた場合の (II•15) 式も示した。同図から明らかなように，両式は，$D_r\leqq 4\times10^{-3}$ の範囲ではほとんど一致し，$D_r=1$ のときでも両者のずれは，(II•13) 式と芦田等[7] の式 (II•16) 式との食い違い量の半分である。したがって，以後は (II•13) 式と (II•15) 式とを特に区別せず，(II•13), (II•15) 式を WHITE 一林の式として他の式と比較することにする。

まず，芦田等の式と WHITE 一林の式とを比較してみるが，図-II•4からわかるように，$F_r=1$ の場合の L_p に関する両者の式の値は，ほぼ平行してずれている。この違いは結局，図-II•3の h_S/h と h_0/h の値の違いによるものであり，芦田等の式が，飛翔後の加速を伴うために生ずる h_0 を用いずに，水路末端での水深 h_S から v_x を求めていることによっている。

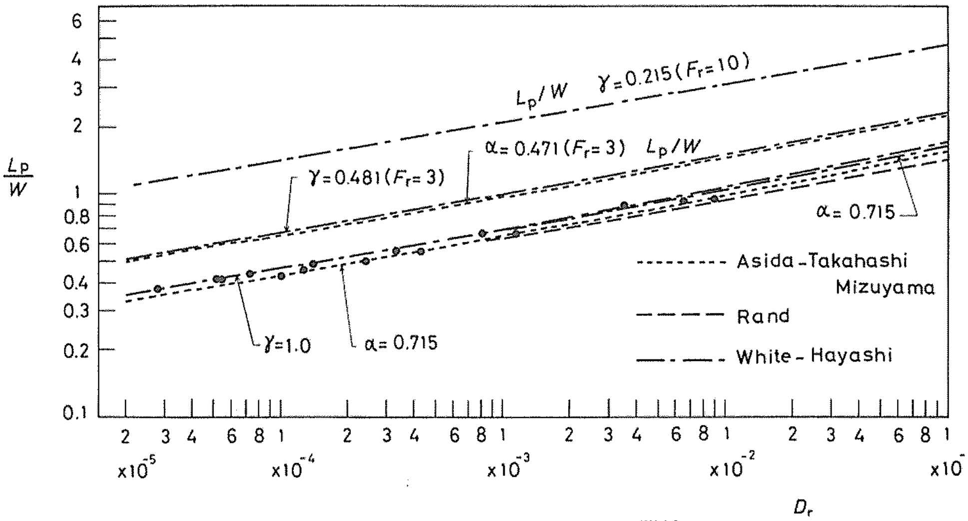


図-II•4　Drop 数 (D_r) と飛距離 L_p の関係

図-II•4で，上の二つの式を図中の黒マルと比較すると，ほぼ，Drop 数が $D_r \leqq 1\times10^{-4}$ では White一林の式に一致し，$1\times10^{-4} \leqq D_r \leqq 1\times10^{-2}$ では，実測値は両者の中間にある。このことより，水路末端部から飛翔する水脈は，ある区間の落下を経て v_x を形成するものであると理解することができる。したがって，$D_r \geqq 1\times10^{-2}$ の範囲では，L_p の実測値は徐々に芦田等の式に接近していくことが考えられる。

L_p に関する Rand の式は，水路末端部での水深 h_s の中心を基礎式としているために，飛距離は壁面からナップの中心までである。このため，$F_r=1$ の流れの場合，Rand の式の L_p が三式の中では最小となっているが，$D_r \leqq 1\times10^{-3}$ では，Rand の式と芦田等の式とはよく一致してくる。また，$F_r=3$ の場合の L_p を見ると，芦田等の値と White一林の値とでは，差が小さくなっていることがわかる。これは (II•3)～(II•5) 式からわかるように，F_r が大きくなると，γ の値と α の値とが接近するためであり，$F_r=10$ では，$\gamma=\alpha=0.215$ である。

b.　水脈の落下角 θ_0

ここでの実験結果は，流水が堰坂から越流落下するという特殊な条件下で得られたものであり，この条件は，砂防ダムが，まだ天端まで堆砂していない場合の流れに相当する。砂防ダム上流側が堆砂している場合の水脈の落下角 θ_0 は，上で述べた (II•13), (II•15) 式の飛距離 L_p の適合性から，$D_r \leqq 10^{-2}$ のときに，ほぼ (II•18) 式で計算されるものと考えられる。

さて，実験は，第 I 章表-I•1 の No. B の諸元型式で行われたものであり，水脈の落下角 θ_0 の測定は，図-II•5 のような，厚さ 2 cm の堰板を用いて洗掘実験を行った際に，同時に行ったものである。

落下角 θ_0 の実測は，貫入後の洗掘のことを考えて，図-II•5のように水脈中心で行っている。実際の測定では，ナップの断面を写真に撮り，ナップの上縁と下縁の平均値を θ_0 とした。計算の方は，(II•18) 式によって行い，堰板の中心で h_c が生じるものと考えた。(II•18) 式の θ_0 は，本来，図-II•2のようにナップの上縁での角であるが，ここでは上のような理由から，ナップの中心での角を θ_0 としている。

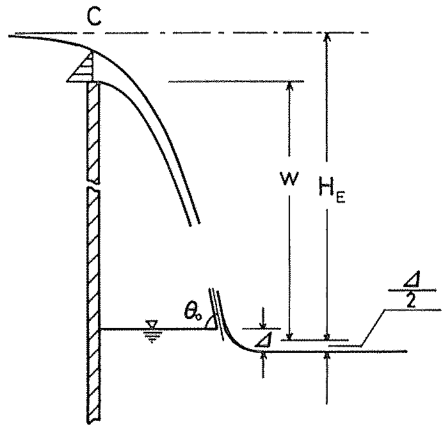


図-II•5　洗掘実験用ダム天端から落下する水脈の貫入角(落下角)

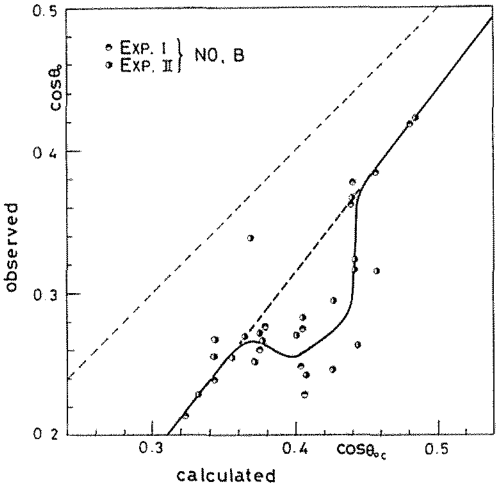


図-II・6　ナップの貫入角（落下角）θ_0 の計算値と実測値

このようにして，図-II・6が得られる。図中の上側の破線は，実測値の $\cos\theta_0$ と計算値の $\cos\theta_{0c}$ とが，一致する線である。全体的に，計算値の値より実測値の値の方が小さくなっている。これは簡単に言えば，計算値に対し，実測値の方がナップが飛ばないということであり，実測が v_x の仮定条件，つまり，図-II・2のような条件を満足していないことによっている。計算値の0.38〜0.44の間で，実測値が対応する直線とはなれ，小さくなっているが，そうなるのは，木本によれば[31]，ダム天端の上流側の角の流れに，比較的大きな渦が生長するために速度が減少するからであると理解することができる。さらに，この範囲では，渦の生長が不安定であるために，v_x に変動が生じ，これが貫入角に直接影響を与えて，貫入角にバラツキを生じさせている。貫入角がこの範囲より小さいところでは，渦の生長が小さく，そのため渦は速度の変動にほとんど影響せず，実測値と計算値の対応関係は一定している。逆に，貫入角が大きい場合には，渦がつぶれてしまうので，やはり速度の変動も少なくなり，完全流体の流線曲率を考慮した流速（つまり，図中で下からつなげた実線）に近くなっていると考えられる。

なお，この実験での Drop 数は

$$D_r=(1.8\sim3.2)\times10^{-3}$$

の範囲のものである。

以上のように，ダムが未堆砂の場合の落下角 θ_0 の算定には，まだ未解決の部分が多い。しかしながら，ダム天端での渦による流れの不安定な領域を除くと，落下角 θ_0 は次式で表される。

$$\cos\theta_0=\frac{1}{1.27}(\cos\theta_0)_{cal}+0.152 \qquad \cdots(\mathrm{II}\cdot19)$$

但し，　$(\cos\theta_0)_{cal}\leqq0.715$

ここに，$(\cos\theta_0)_{cal}$ は，(II・18)式から得られる $\cos\theta_0$ の計算値である。上式は勿論実験式であり，その適用範囲には限界がある。この場合，実験条件として限界水深 h_c と堰板の厚さ b との比が問題となるが，今回の実験の場合

$$h_c/b=1\sim2.1$$

の範囲である。

一方，ダム天端において発生する渦による流れの不安定領域には，Reynolds 数 $(v_b\cdot b/\nu)$ が対応している。ここに v_b は，ダム天端での流速である。v_b に

$$v_b=\sqrt{2g(3h_c/2)}=\sqrt{3gh_c}$$

を用いれば，流れの不安定領域の Reynolds 数の範囲は

$$v_b\cdot b/\nu=(1.5\sim1.8)\times10^4$$

である。ところで (II・19) 式を，以上のダム天端での不安定領域に，実際に適用するときには，かなりの誤差が見込まれる。このことは，砂防ダム等の流量係数を決定するときにも問題となる事柄ではあるが，今後の課題である。しかしながら，この領域で，多少の誤差を許すならば，ダムが未堆砂の場合の落下角 θ_0 は，(II・19) 式で計算できることになる。

II-3　洗掘断面内の水理

（1）　自由噴流の流れ

狭いスリットや小さいダクトから流出する噴流が，半無限空間で壁面等によって拘束を受けない場合，流れは自由噴流として知られている。落差工から落下する水脈が，水クッション内で拡散する状態は，その中心付近に注目すれば，上のような自由噴流と考えることができる。

一方，理想的な自由噴流については，既に，Tollmien[51]，Görther[17]，Albertson 等[5] により，理論的に解析されている。三者の中，Tollmien, Görther がそれぞれ，混合長距離，渦動粘性係数を用いて，中心流速の減衰，および速度分布を求めたのに対し，Albertson 等は，速度分布を仮定することによって実用的な解を求めている。三者の解は，中心流速の減衰については同じ形をとり，流速分布においてわずかに異なるだけであるので，これらの研究成果は実用的には大差

ないものと考えられる。そこで本研究が対象とするような流れが有限領域であり，相互に干渉し合う場合には，上記の理論はそのまま適用できないこと等を考慮して，式の形として扱いやすい ALBERTSON 等のものを用いることにした。

ALBERTSON 等[5] は，三つの仮定を設けて理論の展開を行っており，遠藤等[12] はそれを次のように要約している。

(i) 圧力分布は静水圧分布に等しい。

(ii) Reynolds 数が十分大である場合には，拡散過程はすべて力学的に相似である。

(iii) 拡散噴流の軸方向の速度成分は，各断面において正規確率密度函数に従って変化する。

さらに，ALBERTSON 等は，(i) について次のような補足をしている。

(i′) 噴流を減衰させ，周囲の流体を加速させる唯一の力は，混合領域内の剪断力である。

二次元噴流の解析に当って，彼等[5] は次の三式を示した。

$$\frac{M}{M_0}\equiv\frac{1}{v_{00}^2A_0}\int_0^\infty(v|_\eta)^2dA=1 \quad \cdots(\text{II}\cdot 20)$$

$$\frac{v|_\eta}{v_0}=\exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\sigma^2}\right) \quad \cdots(\text{II}\cdot 21)$$

$$\sigma=c\eta \quad \cdots(\text{II}\cdot 22)$$

ここに，η 軸：噴流の中心軸，ζ 軸：中心軸 η に直交する軸，M_0：流入噴流の運動量，M：中心軸 η での ζ 面における噴流の運動量，v_{00}：噴流の流入速度，A_0：噴流の流入断面積，$v|_\eta$：ある η に対する ζ 面での η 方向の速度分布，v_0：中心軸上 η での速度，c：定数（0.109～0.14）である[5),12)]（図-II・7参照）。ALBERTSON 等[5] は，噴流を Zone of Flow Establishment と Zone of Established Flow の二つに分けて述べているが，洗掘現象の場合のように貫入ナップの厚さが小さいものでは，大部分 Zone of Established Flow であるので，ここでは，後者のみを対象にして，彼らの理論[5] を要約して述べることにする。

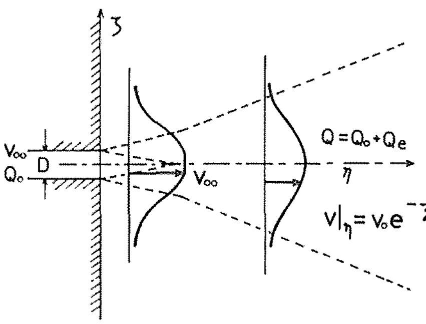


図-II・7　二次元自由噴流の流れ

先の (II・20) 式に (II・21) 式を代入すると，噴流の中心軸上での速度の減衰に関する次式が得られる。

$$\frac{v_0}{v_{00}}=\left(\frac{1}{c\sqrt{\pi}}\cdot\frac{D}{\eta}\right)^{1/2} \quad \cdots(\text{II}\cdot 23)$$

ここに，D：スリットまたは，貫入ナップの厚さである。任意断面の η 方向の速度分布は

$$\frac{v}{v_{00}}\bigg|_\eta=\sqrt{\frac{1}{c\sqrt{\pi}}\frac{D}{\eta}}\exp\left(-\frac{1}{2c^2}\frac{\zeta^2}{\eta^2}\right) \quad \cdots(\text{II}\cdot 24)$$

のようになり，流入時の流量 Q_0 に，巻き込まれた流量 Q_e を加えた流量 $Q\ (=Q_0+Q_e)$ と Q_0 の比は，次式のようになる。

$$\frac{Q}{Q_0}=\frac{\int_0^\infty v|_\eta dA}{v_{00}A_0}=\sqrt{2\sqrt{\pi}\,c\,\frac{\eta}{D}} \quad \cdots(\text{II}\cdot 25)$$

また，巻き込まれる速度 u は，流量 Q の増加量の2倍であるから

$$\frac{dQ}{d\eta}=-2u|_{\zeta=\infty}$$

より，

$$\frac{u|_{\zeta=\infty}}{v_{00}}=-\sqrt{\frac{c\sqrt{\pi}}{8}\frac{D}{\eta}} \quad \cdots(\text{II}\cdot 26)$$

となる。さらに，エネルギーの減衰量は次式のようになる。

$$\frac{E}{E_0}=\frac{\int_0^\infty v^2v|_\eta dA}{(v_{00})^3A_0}=\sqrt{\frac{2}{3c\sqrt{\pi}}\frac{D}{\eta}} \quad \cdots(\text{II}\cdot 27)$$

以上は，二次元自由噴流の流れの理論[5] であるが，洗掘面の水深を求めるような問題では，流れを一次元化して扱ったり，若干の修正を要する。

(2)　主ダム直前部（壁面）の水深 h_w

主ダムと副ダム間の洗掘は，第I章で述べたように時間と共に進み，やがて洗掘平衡の状態に達する。洗掘面の水深も洗掘の開始と同時に発生し，洗掘平衡に達した状態で，水面形は，ほぼ図-II・1のように形成される。このような洗掘面での水面形は，主ダム直前部で相対的に高く，貫入ナップ直前部で低くなる。さらに前方の水面は，吹き上げ流によって盛り上がり（この盛り上がり

部分を hump と呼ぶ)，又，周辺では放散流によって下がり，前方の下流水深へと続く。便宜上の洗掘各部の名称を図中に示した。同図には，洗掘平衡状態での流れのパターンも概略示されている。

貫入した噴流は，図-II•1のように周囲の流体を巻き込みながら拡散し，その一部は主ダム壁面側へ流れ，他の大部分の流れは，洗掘底部を経て上昇し，hump を形成する。この中の一部は，断面左側の拡散噴流へと流れ，残りの流量である初めの流入量 Q_0 が，洗掘頂部を経て下流の水深を形成する。hump の高さは，上昇しようとする流れの運動量，またはエネルギーと，洗掘頂部の水深が明らかであれば求められる[25),38)]。したがって，以後では hump の高さ，洗掘頂部の水深は既知であるとし，また，最大洗掘深，洗掘頂部の高さは，何らかの方法によって仮定されるものとする。

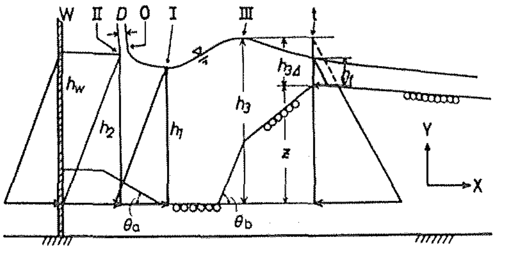


図-II•8　洗掘面各部の水深と検査面

以上のような考え方の下に，主ダム直前部（以後壁面と略す）の水深を求めることにする。図-II•8のような断面を考えて，検査面を，断面 t-0-主ダム壁面とし，X 方向の運動量方程式[52)]を立てると次のようになる。

単位時間に出ていく運動量の X 方向の成分＝

$$\rho q_0 v_t - \rho q_0 v_{00} \cos\theta_0 \qquad \cdots(イ)$$

外部の流体が，検査面の内部に及ぼす圧力による合力の X 方向の成分＝

$$\frac{1}{2}\rho g h_w^2 - \frac{1}{2}\rho g z(h_{3\Delta}+h_{3\Delta}+z) - \frac{1}{2}\rho g h_t^2 \qquad \cdots(ロ)$$

$$h_{3\Delta} = h_3 - z$$

ここに，ρ：水の密度，q_0：貫入ナップの単位幅当りの流量，v_t：洗掘頂部の平均流速，v_{00}：貫入ナップの速度，θ_0：貫入ナップの水平方向に対する貫入角，h_w：主ダム壁面での水深，z：洗掘底面から頂部までの高さ，h_t：洗掘頂部の水深，h_3：洗掘底部から hump の最高部までの高さである。(ロ) 式の第2項は，流れに障害物がある場合の障害物に作用する水圧は，その上流の水深によるとする CHOW[9)] の考え方に従うものである。運動量の法則より (イ) 式と (ロ) 式の右辺を等しくおき整理すると次式が得られる。

$$h_w = \left\{\frac{2q_0}{g}\left(\frac{q_0}{h_t} - v_{00}\cos\theta_0\right) + z(2h_{3\Delta}+z) + h_t^2\right\}^{1/2} \qquad \cdots(\text{II}\cdot 28)$$

上式で，{ } の中の第一項は，運動量の動的な成分であり，第2項は，洗掘頂部と hump までの高さに関するもの，第3項は，洗掘頂部の水深に関する項である。また上式で，z, h_t, h_3, q_0, v_{00} が既知であれば，この式から h_W を求めることができる。

(3)　貫入ナップ直前部の水深 h_1

貫入ナップ直後部とは，図-II•8からわかるように，貫入ナップの直ぐ前方の少し水面の下がった所である。この部分を断面 I とし，添字に1を付けることにする。後に示すような洗掘実験によれば，この水面の下がる断面と最大洗掘深の断面とは，ほぼ一致することがわかっている。

さて，貫入したナップは，洗掘断面内で拡散し，同時に，側方から流体部分を連行して流量を増加しながら，一方で，速度を減少することになる。そこで，図-II•1を参照して断面左（断面 II）側から流量 q_2 が巻き込まれ，断面右（断面 I）側から q_1 が巻き込まれたとすると，流れが定常的に持続するためには，底面で q_2 は断面左側へ流れ，q_0+q_1 が断面右側へ流れることになる。したがって，断面 I の底面部を通る流量 q は

$$q = q_0 + q_1$$

であり，同じ断面の水面部を流れる流量は q_1 である。

先と同様に，断面 t-I に検査面をとり，さらに，運動量補正係数 β が1である[3)]として，運動量方程式を立てると次式が得られる。

$$\rho q_0 v_t + \rho q_1(-v_{11}) - \rho(q_0+q_1)v_1$$
$$= \frac{1}{2}\rho g h_1^2 - \frac{1}{2}\rho g z(2h_{3\Delta}+z) - \frac{1}{2}\rho g h_t^2 \qquad \cdots(\text{II}\cdot 29)$$

ここに，q_1：断面 I の側から巻き込まれる流量，v_{11}：断面 I の水面部を，$-X$ 方向に流れる流量 q_1 の平均流速，v_1：断面 I の底面部を流れる流量 q の平均流速である。上式に

$$\alpha_1 \equiv q_1/q_0$$

なる α_1 を用いて変形し，h_1 について解くと次の式が得られる。

$$h_1=\left\{z(2h_{3d}+z)+h_t^2+2\frac{q_0}{g}\frac{q_0}{h_t}-2(1+\alpha_1)\frac{q_0}{g}v_1\right.$$
$$\left.-2\alpha_1\frac{q_0}{g}v_{11}\right\}^{1/2} \qquad \cdots(\mathrm{II}\cdot 30)$$

上式中，第 1, 2, 3 項は，先の (II•28) 式と同じものである。続く第 4 項は，底面部に流入する運動量の成分であり，第 5 項は，水面部を負の方向に流出する運動量の成分である。

ここで，v_1 であるが，ある断面での速度分布がわかっているものとすると，断面 η での平均流速 $\bar{v}|_\eta$ は，

$$\bar{v}|_\eta=\left(\int_A v|_\eta dA\right)/A$$

で与えられる。先の (II•16) 式のような速度分布の場合は，

$$\bar{v}|_\eta=\left(\int_0^\infty v|_\eta d\zeta\right)/(\text{有効範囲})$$

と考えることができる。いま，有効範囲を 3σ ($\sigma=c\eta$) とすることにすれば，$\bar{v}|_\eta$ は (II•21), (II•23) 式を用いて次のようになる。

$$\bar{v}|_\eta\fallingdotseq\frac{1}{3\sigma}\int_0^\infty v_0\cdot\exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\sigma^2}\right)=\frac{\sqrt{2\pi}}{6}v_0$$
$$=\frac{1}{6}\left\{\frac{2\sqrt{\pi}}{c}\frac{D}{\eta}\right\}^{1/2}v_{00} \qquad \cdots(\mathrm{II}\cdot 31)$$

η を底面にとり，v_1 に対して $\bar{v}|_\eta$ を補正することにすれば，

$$\bar{v}_1=k_1\cdot\bar{v}|_{\eta=h_1/\sin\theta}$$

となる。ここに，k_1: 補正係数，θ: 噴流の中心線が水平線となす角である。上式に $\bar{v}|_\eta$ を代入すると次式が得られる。

$$\bar{v}_1=\frac{k_1}{6}\left\{\frac{2\sqrt{\pi}}{c}\frac{D}{h_1}\sin\theta\right\}^{1/2}v_{00} \qquad \cdots(\mathrm{II}\cdot 32)$$

次に，α_1 については，図-II•7 のような一般的な場合を考えてみる。ある断面での流量 Q は，噴流の流入時の流量 Q_0 に，連行した周囲流量 Q_e を加えたものである。したがって，噴流を中心軸で分けて，半分のみについて考えると

$$\frac{1}{2}\frac{Q}{Q_0}=\frac{Q_0+Q_e}{2Q_0}=\frac{Q_0+2Q_{e0.5}}{2Q_0}$$
$$=\frac{Q_0+Q_{e0.5}}{Q_0}-\frac{1}{2}$$

但し，　$Q_{e0.5}=Q_e/2$

となり，変形すると次のようになる。

$$\frac{Q_0+Q_{e0.5}}{Q_0}=\frac{1}{2}\frac{Q}{Q_0}+\frac{1}{2} \qquad \cdots(\mathrm{II}\cdot 33)$$

そこで，洗掘断面の場合

$$q_0=Q_0,\quad q_1\fallingdotseq Q_{e0.5}$$

と考えることにすると，(II•25) 式を用いて，$1+\alpha_1$，および α_1 は

$$1+\alpha_1\equiv\frac{q_0+q_1}{q_0}=\frac{1}{2}\frac{q}{q_0}+\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{2\sqrt{\pi}c\frac{\eta}{D}\right\}^{1/2}+\frac{1}{2}$$
$$\alpha_1=\frac{1}{2}\left\{2\sqrt{\pi}c\frac{\eta}{D}\right\}^{1/2}-\frac{1}{2} \qquad \cdots(\mathrm{II}\cdot 34)$$

となる。

最後に v_{11} であるが，v_1，および $1+\alpha_1$ が求まれば，底面部流量 q の流れる底面部断面を決めることができ，さらに，h_1 が仮定されれば，水面部断面が求められ，v_{11} を決めることができる。以上の (II•32), (II•34) 式を (II•28) 式に代入すると次式が得られる。

$$h_1=\left[z(2h_{3d}+z)+h_t^2+2\frac{q_0}{g}v_t\right.$$
$$-\frac{1}{3}k_1\frac{q_0}{g}v_{00}\left\{\sqrt{\pi}+\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2c}\frac{D}{h_1}\sin\theta\right)^{1/2}\right\}$$
$$\left.-\frac{q_0}{g}v_{11}\left\{\left(\frac{2\sqrt{\pi}c}{\sin\theta}\frac{h_1}{D}\right)^{1/2}-1\right\}\right]^{1/2} \qquad \cdots(\mathrm{II}\cdot 35)$$

上で述べたように，上式の数値解の一般形は求められないが，試算法によって数値解を得ることができる。

（4）　貫入ナップ直後部の水深 h_2

貫入ナップ直後部とは，図-II•8 に示したように，貫入ナップの直ぐ後方の部分，断面 II であり，それを示すため添字に 2 を付けることにする。洗掘断面の形は，必ずしも同図に示されるようなものではないが，水理計算上の都合で同図のように考えるものとする。

ここでも先と同様に，貫入した噴流により周囲の流体が巻き込まれるので，その後，底面から断面 II へ流れる流量を q_2 として，前と同様の運動量方程式を立てると次式が得られる。

$$\rho q_0v_t+\rho q_2(-v_2)\cos\theta_a-\rho q_0v_{00}\cos\theta_0-\rho q_2v_{22}$$
$$=\frac{1}{2}\rho gh_2^2-\frac{1}{2}\rho gz(2h_{3d}+z)-\frac{1}{2}\rho gh_t^2 \qquad \cdots(\mathrm{II}\cdot 36)$$

ここに，q_2: 断面 II の側から巻き込まれる流量，v_{22}: 断面 II の水面部を X 方向に流れる流量 q_2 の平均流速，v_2: 断面 II の底面部を流れる q_2 の平均流速，θ_a: 図-II•8のように表したときに得られる洗掘後部の水平線となす角である。上式中の q_2 を

$$\alpha_2=q_2/q_0$$

とおいて，h_2 について解くと次の (II•37) 式が得られる。

$$h_2=\Big[z(2h_{3d}+z)+h_t^2+2\frac{q_0}{g}\frac{q_0}{h_t}-2\alpha_2\frac{q_0}{g}(v_2\cos\theta_a+v_{22})-2\frac{q_0}{g}v_{00}\cos\theta\Big]^{1/2} \quad \cdots(\text{II}\cdot 37)$$

上式中，第3項までは先と同様であり，第4項中の第1項は，負の方向に流出する運動量の成分，同項中の第2項は，流入する運動量の成分である。続く第5項は，貫入ナップの運動量の成分である。

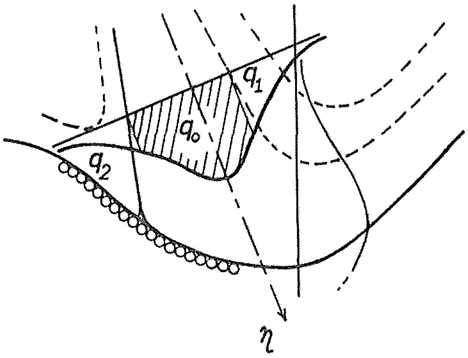


図-II•9　洗掘底面部付近の流れ

今度は，v_2 についてであるが，図-II•9に示されているような拡散噴流の速度分布をみると，v_2 の流れは，v_1 と同じような広がりをもつ流れであるとは考えられない。そこで，v_2 にも新しく係数 k_2 を用いて，v_1 のときと同様に

$$v_2=k_2\cdot\bar{v}|_{\eta=h_2/\sin\theta}=\frac{k_2}{6}\Big\{\frac{2\sqrt{\pi}}{c}\frac{D}{h_2}\sin\theta\Big\}^{1/2}v_{00} \quad \cdots(\text{II}\cdot 38)$$

と表す。

次に，α_2 については，q_0 が大きく影響している α_1 と同じくすることに疑問はあるが，速度分布の非対称性があまり見られないことから

$$q_2\fallingdotseq Q_{e0.5}=q_1$$

と考えることにする。このようにすると α_2 は，先の α_1 を求める (II•34) 式で

$$\eta=h_2/\sin\theta$$

として，次式のようになる。

$$\alpha_2=\frac{1}{2}\Big\{2\sqrt{\pi}c\frac{h_2}{D\sin\theta}\Big\}^{1/2}-\frac{1}{2} \quad \cdots(\text{II}\cdot 39)$$

最後に v_{22} であるが，先の場合と同様に，第一近似として h_2 が求まれば，v_{22} を決めることができ，最終的に v_{22} を評価して h_2 を求めることができる。以上の (II•38), (II•39) 式を (II•37) 式に代入すると次式が得られる。

$$h_2=\Big[z(2h_{3d}+z)h_t^2+2\frac{q_0}{g}\frac{q_0}{h_t}-\frac{q_0}{g}v_{00}\Big\{\frac{\sqrt{\pi}}{3}k_2\cos\theta_a-\frac{k_2}{6}\Big(\frac{2\sqrt{\pi}}{c}\sin\theta\frac{D}{h_2}\Big)^{1/2}\cos\theta_a+2\cos\theta_0\Big\}-\frac{q_0}{g}v_{22}\Big\{\Big(\frac{2\sqrt{\pi}c}{\sin\theta}\frac{h}{D}\Big)^{1/2}-1\Big\}\Big]^{1/2} \quad \cdots(\text{II}\cdot 40)$$

上式の場合も，先の (II•33) 式と同様に，試算法によって数値解を得ることができる。

(5)　貫入噴流の進出角 θ

第I章の洗掘実験の節で，貫入後の噴流の最大流速線 η と水平線とのなす角 θ は，貫入するときの角（貫入角）θ_0 に較べて，少し小さくなることが明らかになっている。一方，洗掘現象における最大洗掘深の予測には，この貫入後の進出角 θ が必要であり，θ_0 が θ に屈折する理由をある程度明らかにしておかなければならない。その原因としては，断面 I と II との水位差によるものが考えられる。以下に，いくつかの仮定を設けながら推論してみたいと思う。

貫入した水脈が，図-II•10のように三角形状に拡散するとし，検査面をこの三角形にとることにする。こうし

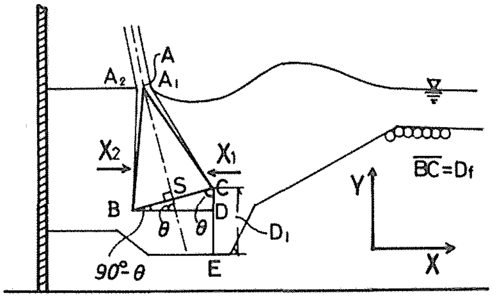


図-II•10　貫入噴流の拡散三角形

ておいて，X, Y 方向にそれぞれ運動方程式を立てると，X 方向に対して

$$\rho(q_0+q_1+q_2)v_S\cos\theta-\rho q_0 v_{00}\cos\theta_0$$
$$-\rho q_1(-v_{11})-\rho q_2 v_{22}=X_2-X_1=X \qquad (\text{II}\cdot 41)$$

となり，Y 方向に対しては次のようになる。

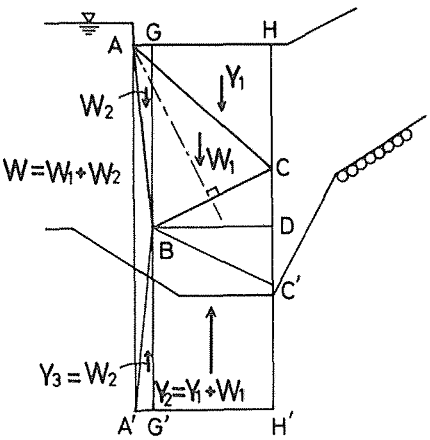
$$\rho(q_0+q_1+q_2)v_S\sin\theta-\rho q_0 v_{00}\sin\theta_0$$
$$=Y_3+Y_2-Y_1-W=Y \qquad (\text{II}\cdot 42)$$

ここに，v_s は $\eta=s$ での流れの平均速度，X_1, X_2, Y_3, Y_2, Y_1, W は，外部の圧力の合力の各成分，または質量力である。

上式中の右辺，すなわち外力の成分 X, Y について求めてみる。X_1, X_2 は

$$X_1=\frac{1}{2}\rho g(h_1-\overline{DE})^2$$
$$=\frac{1}{2}\rho g\{h_1-(\overline{CE}-\overline{BC}\cos\theta)\}^2 \qquad \cdots(\text{II}\cdot 43)$$

$$X_2=\frac{1}{2}\rho g(h_2-\overline{DE})^1$$
$$=\frac{1}{2}\rho g\{h_2-(\overline{CE}-\overline{BC}\cos\theta)\}^2 \qquad \cdots(\text{II}\cdot 44)$$



図–II•11 拡散三角形に作用する水圧

で表され，Y 方向の力は図–II•11を参照すると，力は相互に打ち消し合うので

$$Y=0 \qquad (\text{II}\cdot 45)$$

である。

さらに，(II•41), (II•42) 式を α_1, α_2 を用いて整理すると次式のようになる。

$$v_s\cos\theta=\frac{1}{1+\alpha_1+\alpha_2}\left(v_{00}\cos\theta_0-\alpha_1 v_{11}+\alpha_2 v_{22}+\frac{X}{\rho q_0}\right) \qquad \cdots(\text{II}\cdot 46)$$

$$v_s\sin\theta=\frac{v_{00}\sin\theta_0}{1+\alpha_1+\alpha_2} \qquad \cdots(\text{II}\cdot 47)$$

上の二つの式より，$\tan\theta$, および v_s は，次のようになる。

$$v_s=\frac{1}{1+\alpha_1+\alpha_2}\left\{\left(v_{00}\cos\theta_0-\alpha_1 v_{11}+\alpha_2 v_{22}+\frac{X}{\rho q_0}\right)^2+(v_{00}\sin\theta_0)^2\right\}^{1/2} \qquad \cdots(\text{II}\cdot 48)$$

$$\tan\theta=\frac{v_{00}\sin\theta_0}{v_{00}\cos\theta_0-\alpha_1 v_{11}+\alpha_2 v_{22}+(X/\rho q_0)} \qquad \cdots(\text{II}\cdot 49)$$

さらに，上式中の分母の第2項と3項は，比較的小さく，且つ，互いに打ち消し合うので，この項を省略することにすれば，結局，$\tan\theta$ は

$$\tan\theta=\frac{v_{00}\sin\theta_0}{v_{00}\cos\theta_0+(X/\rho q_0)} \qquad \cdots(\text{II}\cdot 50)$$

で表されることになる。

ここで，X に含まれる X_1, X_2 の計算についてであるが，簡単に次のように考えることにする。まず，

$$\overline{DE}\approx D_1=\overline{BC}$$

とし，$\overline{BC}$ は拡散長から求められるので，$\overline{DE}$ も拡散長から求めることにする。この拡散長を求めるには，h_1 から求める方法と，比較的安定している h_W から求める方法とが考えられる。これらは係数 k_h を導入して，次のように書くことができる。

$$\overline{DE}=k_{h1}\frac{h_1}{\sin\theta_0},\quad \overline{DE}=k_{hW}\frac{h_W}{\sin\theta_0} \qquad \cdots(\text{II}\cdot 51)$$

k_h には，進出角に影響しない水深という意味をもつが，拡散長ということと，無視した v_{11}, v_{22} の影響も含まれている。

II–4 洗掘断面内の水理量の測定結果および考察

(1) 実験の概要

実験は，第 I 章表–I•1の No. B を中心としたものであるが，一部に，後の章で述べるナップ形成装置を用いて実験したものもある。単位幅当りの流量は，(8～30)×10^{-3} (m^3/s/m) であり，断面各部の水深は，洗掘実験を行う際に求めたものである。

図–II•12の洗掘断面内の点線群は，水脈が貫入すると

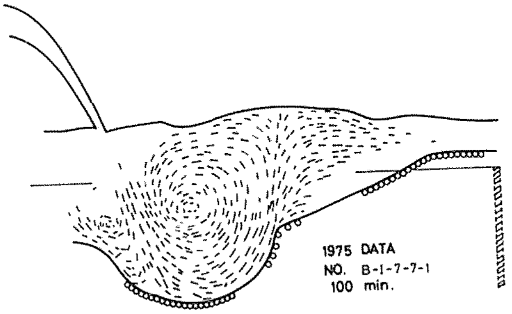


図-II・12　貫入噴流の流れの一例（気泡の流跡線による）

きに，断面内に巻き込まれた気泡の流跡線である。流れが定常状態であるとしても，気泡の流跡線であるために，この点線群を流れの流線とみなすことは，厳密にはむりである。しかしながら，図-II・12は流れの概略を知る上で都合がよく，先の第3節で考えたような流れが成立していることを表している。洗掘面の水面形についても，ほぼ，先の図-II・8のような形状を示している。

前の第3節では，噴流の速度分布を各断面ごとに正規分布と仮定したが，図-II・13は，水クッション内における貫入水脈の速度分布の一例である。同図より貫入水脈は，ほぼ正規分布に従って拡散していくことがわかる。

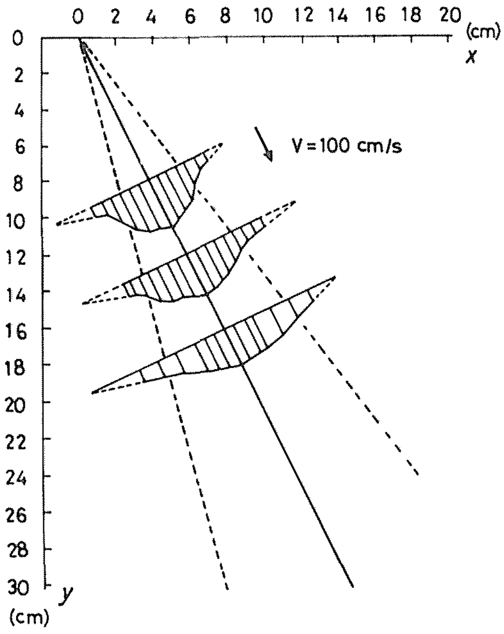


図-II・13　落下水脈の貫入後（水クッション内で）の速度分布

次に，洗掘断面内各部の水深と床面の測定であるが，これは実測と写真撮影を併用して行った。貫入ナップ後部の水深 h_w, h_2 は，貫入ナップの変動に激しく左右され，ときによっては 2〜3 cm 程度の変動を生じるが，他の断面と同様に，測定値としては平均値を採用した。h_2 については，実験でみる限り h_w の値と異なるように見えず，h_2 と h_w とは等しいものとしている。したがって以後，落下水脈による洗掘実験の場合，本論文では実用的に，貫入ナップ後部の水深は水平と考えることにした。また，h_1, h_3, h_t, z の測定も写真とポイント・ゲージ等による実測を併用して行った。

（2）　実験結果と考察

a.　主ダム直前部（壁面）の水深 h_w

前節で，主ダム壁面の水深 h_w について (II・28) 式を導いた。実験より得られる h_w の実測値と，必要な水理量

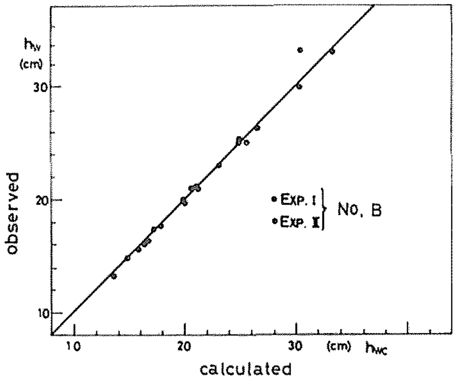


図-II・14　ダム壁面での水平 h_w の計算値と実測値

を (II・28) 式に代入して得られる計算値との関係を図-II・14に示した。この図では，h_w に $z+h_t$ の影響がかなり入っているため，この影響を取り除いた値

$$\{h_w-(z+h_t)\}/h_t$$

に対する計算値と実測値を図-II・15に示した。同図から，少々のバラツキがあるにしても，ほぼ計算値と実測値は対応していることがわかる。

b.　貫入ナップ直前部の水深 h_1

図-II・16は，先の (II・35) 式において，$\nu_{11}\fallingdotseq 0$, $c=0.12$, $k_1=2.5$ として試算法的に計算したものである。(II・35) 式を逆算することによって得られる k_1 の値の範囲は $k_1=2$〜3 程度であり，Drop 数 (q^2/gH_E^3, H_E: 有効落差) によってもそれほど影響を受けない。

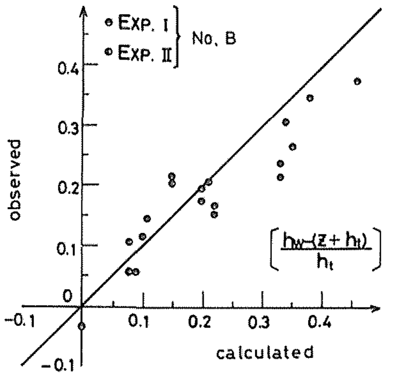


図-II•15　$\{h_w-(z+h_t)\}/h_t$ の計算値と実測値

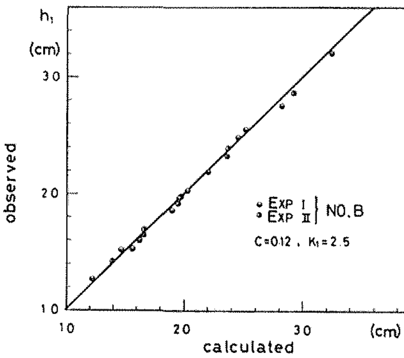


図-II•16　ナップ直前部の水深 h_1 の計算値と実測値

$k_1=2.5$ という値は，(II•32) 式の単なる係数としてはかなり大きめの値である。逆に言えば，(II•31)式で速度分布の有効範囲を 3σ としたことが，この解析の平均流速を計算する上で，大きすぎるのではないかということも考えられる。もしそうだとすると，この解析での平均流速の有効範囲として 1.2σ としてもよいことになる。

図-II•17は，先と同様に $z+h_t$ の影響を除いて，$\{h_1-(z+h_t)\}/h_t$ の計算値と実測値との関係を図示したものである。現象が非常に複雑であるので少々のバラツキはあるにしても，計算値には，特に系統的な誤差があらわれていないようである。したがって，いくつかの仮定を設けて理論を立てたのであるが，(II•35)式の関係式は，現象をほぼ説明しているとみることができる。

c.　貫入ナップ直後部の水深 h_2

図-II•18は，貫入ナップ直後部の水深 h_2 の計算値と実測値とを比較したものであり，(II•40) 式中の $v_{22}\fallingdotseq 0$, $c=0.12$, $k_2=0.9$ として，先と同様に試算法的に解いたものである。但し，この h_2 は，先の h_w と同じものである。これは，自由落下による洗掘の場合，貫入ナップ直

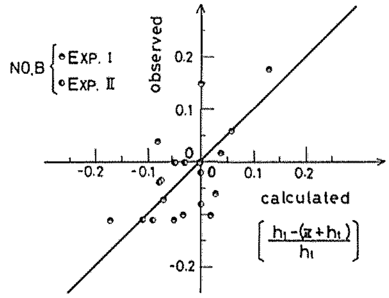


図-II•17　$\{h_1-(z+h_t)\}/h_t$ の計算値と実測値

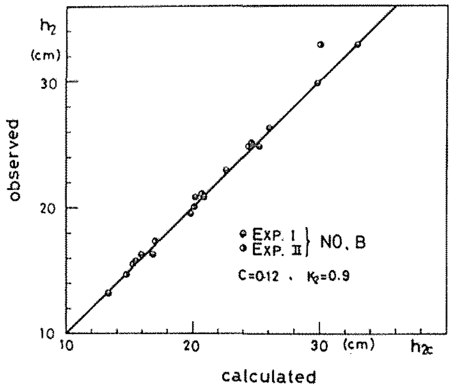


図-II•18　ナップ直後部の水深 h_2 の計算値と実測値

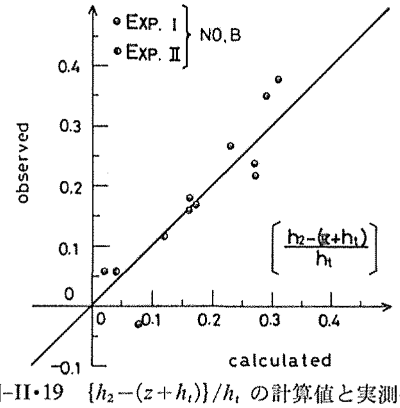


図-II•19　$\{h_2-(z+h_t)\}/h_t$ の計算値と実測値

後部からダム壁面にかけての水面が，ほぼ水平であることによっている。

続く，図-II•19も $z+h_t$ の影響を除いて $\{h_1-(z+h_t)\}/h_t$ の計算値と実測値の関係を表したものである。k_2 の試算にあたっては，実測の $h_2\,(=h_w)$ と (II•40) 式の右辺の水理量を用いて計算しているので，データによっては不合理な値がでており，このデータを図-II•19では除いている。

また，このような h_2 の値をデータに用いているので，理論の完全な確認を同図で行うことには無理がある。しかし，先にも述べたように，h_w と実際の貫入ナップ直後部の水深 h_2 との差は小さいので，以上の計算値と実測値より，流れの定性的な特徴は知ることができる。そこで，$k_2=0.9$ についてであるが，これは噴流中で壁面方向へ向う流れの平均速度が，$0.9\bar{v}_1|_v$ ということであり，結果的に $\bar{v}_1$ に比して1/2.8というのは割合大きい値であり，この方向の流れが大きいことを表している。h_2 の実測が正確に行われれば，k_2 の値も確定することになるので，結論的には，k_2 の値に注意することによって，k_2 の値は (II・40) 式を用いて計算可能であるということができる。

d.　貫入水脈の進出角 θ

貫入水脈の進出角 θ は，前節の (II・50) 式の X に

$$X=X_1-X_2$$

として，X_1, X_2 に (II・43), (II・44) 式，(II・51) 式を用いて解くことができる。ここで，(II・51) 式の $\overline{DE}$ の推定であるが，h_1 を用いるより，比較的安定しているダム壁面での水深 h_W を用いる方が精度はよいはずである。$\overline{DE}$ の計算にはさらに，係数 k_{hW} の値が必要である。いま，$\sin\theta$ の値は実測されているので，k_{hW} を逆算して Drop 数との関係で表すと図-II・20のようになる。ただし，この場合，Drop 数として次式を用いている。

$$D_r=q^2/gH_E^3$$

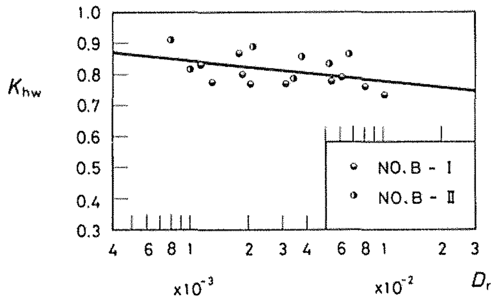


図-II・20　Drop 数と係数 k_{hW} との関係

ここに，H_E は図-II・5に示したような有効落差である。同図から，係数 k_{hW} は Drop 数に無関係とすることもできるが，わずかながら Drop 数の函数になっているようでもある。

k_{hW} を定数とすれば，k_{hW} は

$$k_{hW}=0.81$$

であり，Drop 数の函数とすれば，k_{hW} は

$$k_{hW}=-0.068\log_{10}(D_r)+0.64 \tag{II・52}$$

で与えられる。k_{hW} が0.81という値は，(II・43), (II・44) 式と合せて考えると意外に大きい値であることがわかる。つまり，X に関与する水深としては，水クッション内の上部から2割までであるということになる。

図-II・21は，(II・52) 式から求めた k_{hW} を用いて $\sin\theta$ を算出したものと，実測値との関係を表したものである。

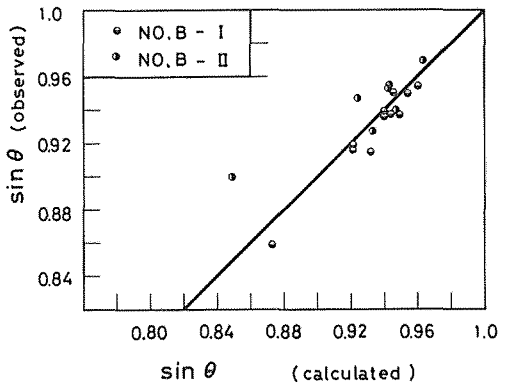


図-II・21　貫入水脈の進出角 θ の計算値と実測値

$\sin\theta$ の実測値が，前後に変動する水脈による拡散噴流の最大流速点を連ねることによって得られた値であることを考えると，同図のバラツキはある程度仕方のないものであり，その割には，実測値と計算値はよく合っているということができる。

II-5　摘　　要

本章では，砂防ダム水叩部の洗掘現象に関する研究の基礎的事項とでもいうべき，上流側水路下流端から落下する水脈の水理や，落下水脈が洗掘ホール上の水クッションに貫入した後生ずる拡散噴流等の水理について考察を進めた。

初めに，上流側水路下流端の流れと，落下する水脈に関して，RAND が導入した Drop 数 ((II・6) 式) を用いて，水理学的関係を明らかにした。解析にあたっては

① 上流側水路での検査断面の水深 h は，係数 γ と限界水深 h_c を用いて，$h=\gamma h_c$ で表す

② 水路末端での水深 h_S は，係数 α と h_c を用いて $h_S=\alpha h_c$ で表す。こうすると α は，ROUSE の実験値

βを用いて$\alpha=\gamma\beta$で表される

③ 運動量方程式より得られるv_xを用いて，飛距離L_pを(II•13)，(II•15)式で表す

とすることにした。

こうして，落下水脈と水脈の落下角の実験より，次のことが明らかになった。

④ 飛距離L_pは，$D_r \leqq 1\times10^{-4}$のとき，WHITE一林の式(II•13)式とよく一致し，$10^{-4}\leqq D_r \leqq 1\times10^{-2}$のとき，実験値は(II•13)，(II•16)式のほぼ中間にある。$D_r \geqq 10^{-2}$のとき，L_pは，芦田等の(II•16)式で計算できると考えられる。

⑤ 砂防ダムが堆砂しているという条件の場合，実測はできなかったが，飛距離L_pの適合性からいって落下角θ_0は，$D_r \leqq 10^{-2}$のとき(II•18)式で，ほぼ表されるものと考えられる。

⑥ 厚さ2cmの堰板を用いた場合の落下水脈は，砂防ダムが未満砂の場合に相当するが，この条件での水脈の落下角θ_0は，天端で接触する流れに左右されて，(II•18)式には一致しない。

⑦ しかしながら，この誤差は，流れの不安定な部分を除けば系統的であるので，(II•18)式から得られる計算値を用いることによって，θ_0は(II•19)式（実験式）から求められる。

次に，洗掘状態での水脈の貫入後の流れと，洗掘断面各部の水深について考察を行った。洗掘断面内での流れは二次元噴流理論が成立すると仮定し，これより各断面ごとに平均流速を求めて，運動量の法則を用いる場合の流速式とした。運動量の法則を適用する際に考えた流れのモデルは，洗掘実験から次のように確かめられた。

⑧ 貫入した噴流は，ダム側とhumpの側から巻き込まれる流れによって直線的に拡散する。この過程は，ALBERTSON等の二次元噴流によって，ほぼ扱うことができる。

⑨ 洗掘底面に到達後，後方の流れはダム壁面へ向い，前方の流れは，吹き上げ流となってhumpを形成する。

⑩ humpを形成する流れは，一部噴流に巻き込まれ，それ以外の主な部分は，放散流となって副ダム上部へ流下する。

洗掘実験の結果より，洗掘断面各部の水深に関する式として次のことが明らかになった。

⑪ 主ダム壁面の水深h_wは，(1)式で求めることができる。

⑫ 貫入ナップ直前部の水深h_1は，(II•35)式において，$v_{11}\fallingdotseq 0$，$c=0.12$，$k_1=2.5$として試算的に求めることができる。

⑬ 貫入ナップ直後部の水深h_2は，$v_{22}\fallingdotseq 0$，$c=0.12$，$k_2=$定数として(II•40)式より試算的に求めることができる。今回は，実験より$k_2=0.9$を得た。

⑭ 貫入後の水脈の進入方向角$\tan\theta$は，(II•43)，(II•44)，(II•50)，(II•51)式より，$k_{hW}=0.81$として求めることができるが，k_{hW}を(II•52)式のようなDrop数の関数として表すと，計算値の適合性はよくなる。

III 斜めもぐり噴流が底面に衝突する場合の水理

III-1 はじめに

第I章では，洗掘現象を概観し，第II章では，上流側水路下流端から流下する水脈の水理と，落下水脈が水クッションに貫入後生ずる拡散噴流や，洗掘の各断面での水深，さらに貫入後の拡散水脈の進出方向等について解析を行った。これらは，洗掘現象に関する研究の基礎的事項というべき内容のものであると同時に，洗掘防止工を設計する上で必要な事項でもあった。

第III章以後は，第II章で行った研究をふまえ，第I章で考察した洗掘平衡に関する水理学的なモデルを，一層，精密なものにしようとする内容のものである。

第I章では，砂防ダム水叩部の洗掘をマクロ的にみて

① 落下水脈の流速が水クッションによって減衰するので，この速度の低下が洗掘平衡を生じさせている

② 又，洗掘の進行は，減衰した流速が，まだ底面砂礫を移動させることが可能なために生ずることになる

と考え，平衡状態での最大洗掘深に関する次のような式を考えた。

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta}$$

ここに，h: 洗掘深さ，d: 砂礫の平均粒径，s_0: 砂礫の比重，φ: 砂礫の水中での内部摩擦角，q: 単位幅当りの流量，v_{00}: 貫入ナップの速度，D: 貫入ナップの厚さ，c,α,β: 定数である。ここで上式のベキ係数α,βを，第I章では，貫入ナップの減衰式のベキ数pを用いて，

$$\alpha=2p-1 \quad \text{(i)}, \qquad \beta=1/2p \quad \text{(ii)}$$

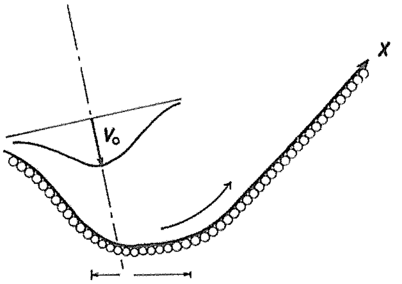
で表した。ところが，実験の結果，求められたα，βを

上の (i), (ii) 式に代入して得られるそれぞれの p の値は等しくならず，(i), (ii) 式の右辺に p 以外の別な因子を導入する必要性が考えられていた。そこで本章では，この点に注目して，もう一度，洗掘底面での流れを考慮し，境界層の概念を導入して底面剪断応力についても考えてみようと思う。

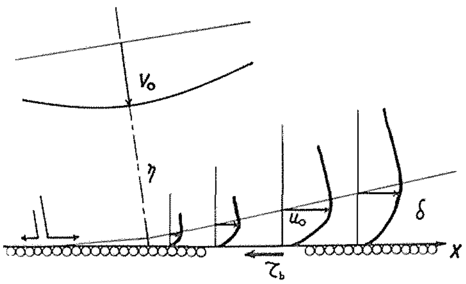
III–2　底面主流流速と堺界層の考え方

第 I 章で述べたように，洗掘における最大洗掘深は平衡状態において生じ，このとき洗掘底面では，静的な釣合条件を満足している。洗掘底面での釣合は，底面での流体力と砂礫の抵抗力との釣合であり，流体力としては，底面での流れの速度と底面境界層とによる剪断応力が，関係しているはずである。

物体に沿って流れがあると，物体の近傍では，粘性による剪断応力が働き，一般に，速度分布を生じるようになる。このような速度分布は境界層と呼ばれており[14]，洗掘底面（図–III•1）のように，流れが曲面に衝き当る場合にも，境界層は曲面に沿って流れる場所に発生する。こうした流れを，洗掘底部の中心付近にのみ注目すれば，図–III•2のように，貫入ナップの減衰流の速度分布は一様流に近い流れとなり，ほぼ一様な減衰流 v_0 が，底面に斜めに衝き当っているとみることができる。同図のような場合，境界層外縁の主流流速（境界層の外縁流速）u_0 は，よどみ点でゼロで，下流（x の正の方向）へ行くに従ってある範囲で大きくなるはずである。



図–III•1　洗掘底部の流れ



図–III•2　減衰噴流が平板に斜めに当る流れ

このようにして主流の速度が決まると，この主流流速に引きずられるようにして，底面との間に速度分布を生じ，底面と主流流速との間が境界層になる。したがって，洗掘を生じさせる力である底面に働く剪断応力は，主として底面の主流流速の大小に大きく関係してくることになる。以上のことから，底面上での主流流速の算定は，洗掘に対し重要な意味をもつことになる。

以下では，初めに主流流速に関し

(a)　流れが平板に垂直に当る場合

(b)　流れが平板に斜めに当る場合

について理論的考察を行うとともに，減衰噴流が

(a)　砂を貼り付けた平らな平面に，斜めに当る場合

(b)　同じように砂を貼り付けた洗掘状曲面に，斜め方向から当る場合

についての実験結果を考察することにする。次いで，流れが平板に斜めに衝き当る場合の境界層に関する理論的解析と，この場合の実験結果について考察を行おうとするものである。

III–3　斜めもぐり噴流による底面主流流速の分布

これまで，流れには粘性が作用するものとして考えてきたが，実際には，壁面による粘性領域としての境界層の厚さは薄く，流れの大部分である境界層外の領域は，壁面の影響の少ない領域である。したがって，よどみ点からのある範囲では，境界層の外縁流速 u_0 は完全流体あるいはポテンシャル流れと考えることができる。

（1）　鉛直噴流が底面に衝突する場合

図–II•3のように，一様流 v_0 が平板に衝き当っている流れを考える。流体の粘性を無視すれば，このような流れは，完全流体の二次元よどみ点流れとして知られており[46]，流れ函数 Ψ は

$$\Psi = kxy \qquad \cdots(\text{III}\cdot 1)$$

である。y 方向の速度を v とし，x 方向の速度を u とすると

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -ky, \quad u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = kx = u_0 \qquad \cdots(\text{III}\cdot 2)$$

であるから，u_0 は x に正比例する。

以上の考え方は流れを完全流体としたものであるが，

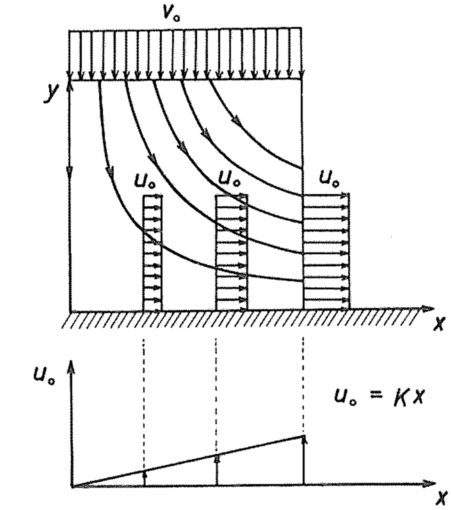


図-III・3　完全流体の垂直に衝突する流れ（右半分）

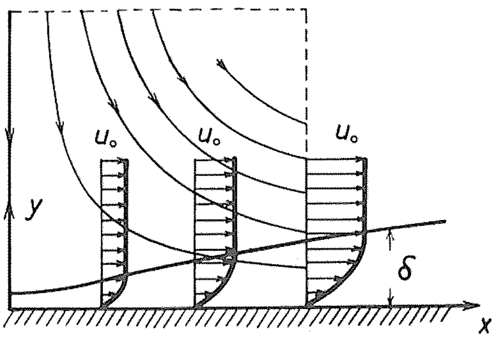


図-III・4　粘性流体の垂直に衝突する流れ（右半分）

実際には，図-III・4のような境界層が発達し，u_0 は境界層の外縁で (III・2) 式の速度変化をすることになる。しかしながら，この解析では，(III・2) 式の適用範囲は

$$u_0(x) \leqq v_0$$

となる x までである。

（2）　斜め噴流の衝突による流線

先の鉛直噴流の場合には，流線の式として (III・1) 式を与えたが，ここでは斜め噴流の衝突による流線について考えてみる。図-III・5のような流れを考えると，u, v は近似的に次式で与えられる。

$$u = kx + v\cot\theta, \quad v = -ky\sin\theta \qquad \cdots\text{(III・3)}$$

流線の式は

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$$

であるから，この場合

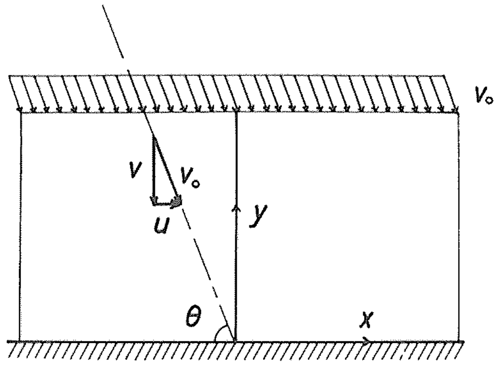


図-III・5　平板に斜めに衝突する流れ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y\sin\theta}{x - y\cos\theta} \qquad \cdots\text{(III・4)}$$

となる。ここで

$$\alpha = \sin\theta, \quad \beta = -\cos\theta \qquad \cdots\text{(III・5)}$$

但し，　$\cos\theta < 0$ (図-III・5参照)，　$\beta = \sqrt{1-\alpha^2}$
とすれば，(III・4) 式は

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\alpha y}{x + \beta y} \qquad \cdots\text{(III・6)}$$

となる。この式は $x=0$, $y=0$ で特異点（単純特異点）となっている。上式の一般解は

$$\{(\alpha+1)xy + \beta y^2\}\left\{\frac{\beta y}{(\alpha+1)x + \beta y}\right\}^{\gamma} = C \qquad \cdots\text{(III・7)}$$

但し，　$\gamma = (1-\alpha)/(1+\alpha)$

であり，これはまた，流線 Ψ の式でもある。上式の C を与えて，原点のまわりの流線を求めたものが図-III・6である。流線 Ψ の式として，(III・7) 式に定数 $k/2$ を乗じると

$$\Psi = \frac{k}{2}\{(\alpha+1)xy + \beta y^2\} \times \varphi(x, y)$$

$$\varphi(x, y) = \left\{\frac{\beta y}{(\alpha+1)x + \beta y}\right\}^{\gamma} \qquad \cdots\text{(III・8)}$$

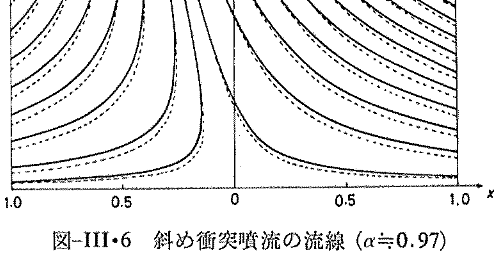


図-III・6　斜め衝突噴流の流線 ($\alpha \fallingdotseq 0.97$)

となる。(III•2)式と同じようにして u, v を求めると次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} u&=k(x+\beta y)\times\varphi(x,y) \\ v&=-k\alpha y\times\varphi(x,y) \end{aligned}\right\} \quad \cdots(\text{III}\cdot 9)$$

この式は，共通な因子 $\varphi(x, y)$ が (III•3) 式の u, v に乗ぜられたものであり，(III•6)式を解く段階で新たに現れたものである。さらに，(III•9)式は

$y \longrightarrow 0$ のとき $u, v=$不定形

となるので，原点近くでは，(III•9) 式における $\varphi(x, y)$ を定数として取り扱い，新しく k を置き直して u, v が

$$\left.\begin{aligned} u&=k(x+\beta y) \\ v&=-k\alpha y \end{aligned}\right\} \quad \cdots(\text{III}\cdot 10)$$

で表されるものとする。こうすれば，(III•7)式は

$$\{(\alpha+1)x+\beta y\}y=C \qquad (\text{III}\cdot 11)$$

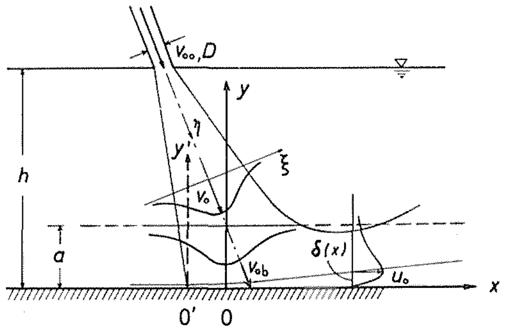
で近似されることになる。上式で表される流線を図–III•6の破線で示した。(III•7), (III•11) 式で計算した流線で原点近くを通るものは，両者の値が比較的よく一致しているようである。

以上のことから，平板に衝突する斜め噴流の流れとして，図–III•6のような流線が生ずることがわかる。勿論，$y=0$ での速度 u_0 は前のところで述べたと同様，実際には境界層外縁での主流の速度を与えている。

(3) ポテンシャル流としたときの底面主流流速 u_0

貫入した斜め噴流は，二次元もぐり噴流として減衰する。しかしながら第 I 章で考察したように，貫入後のある深さまでは ALBERTSON 等の減衰理論が成り立つが，それよりさらに下方の底面近くでは，もぐり噴流の減衰理論が適用できない領域となる。

底面近くのこの領域（図–III•7 の a）に対して，前述



図–III•7 斜めもぐり噴流の衝突する流れ

のように流線を考えて解析を行う場合と，ポテンシャル流と考えて解析を行う場合とがある。この場合には，もう少し広い x について u_0 の解析が可能になる。この項は，ポテンシャル流と考え，底面領域の境界における速度分布の式を x の関数 $f(x)$ で与えて，土屋[55] が行った方法で解析してみる。

この領域における流れを以上のように仮定し，x 軸を底面に，y 軸を鉛直軸に，原点を図–III•7 のようにとると，この領域の流れは，速度ポテンシャルを ϕ として

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0 \qquad \cdots(\text{III}\cdot 12)$$

で記述される。ここで，x, y 方向の速度は

$$u=\frac{\partial\phi}{\partial x}, \quad v=\frac{\partial\phi}{\partial y} \qquad \cdots(\text{III}\cdot 13)$$

で与えられる。一方，境界層の厚さ δ が，一般に

$$\delta \ll a$$

であることに注目すれば，境界条件は

$$\left.\begin{aligned} y&=0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial\phi}{\partial y}=0 \\ y&=a \quad \text{で} \quad \frac{\partial\phi}{\partial y}=f(x) \end{aligned}\right\} \quad \cdots(\text{III}\cdot 14)$$

で与えられる。ここで，$f(x)$ は減衰領域最下部における拡散した噴流の速度分布である。この速度分布は，実際には噴流の中心軸 (η) 方向に対する分布であるが，ここでは，$y=a$ を中心として，x 軸に対し垂直であると仮定する。また，この領域ではポテンシャル流れとしているので，速度の方向は問題にしなくてよい。したがって，減衰噴流の速度分布に ALBERTSON 等[5] の式を用いれば，$f(x)$ は流れの中心付近で次式で表される。

$$f(x)=-v_0\cdot\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \qquad \cdots(\text{III}\cdot 15)$$

$$\sigma=c\eta$$

但し，v_0: 拡散噴流の中心速度，c: 定数，η 軸: 噴流の中心軸

土屋[55] によれば，(III•12) 式の一般解はパラメータ κ, λ を用いて

$$\phi=\int_0^\infty d\kappa\int_{-\infty}^\infty \frac{e^{\kappa y}+e^{-\kappa y}}{\kappa(e^{\kappa a}-e^{-\kappa a})}\cos\kappa(x-\lambda)\cdot\psi(\lambda)d\lambda \qquad \cdots(\text{III}\cdot 16)$$

で与えられる。ここに，$\psi(\lambda)$ は境界条件によって決まる函数である。境界条件より

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial y}\right|_{y=a}=\int_0^\infty d\kappa\int_{-\infty}^\infty \cos\kappa(x-\lambda)\cdot\phi(\lambda)d\lambda$$

となり，右辺は Fourier の積分定理より

$$右辺=\pi\phi(x)$$

であり，また，境界条件 (III・14) 式より，左辺は $f(x)$ であるから

$$\phi(x)=f(x)/\pi$$

となる。したがって

$$\phi=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty d\kappa\int_0^\infty \frac{e^{\kappa y}+e^{-\kappa y}}{\kappa(e^{\kappa a}-e^{-\kappa a})}\cos\kappa(x-\lambda)\cdot f(\lambda)d\lambda \quad \cdots\text{(III・17)}$$

が得られる。いま，境界層外縁における流速として近似的に

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_{y=0}=u\Big|_{y=0}=u_0$$

を用いることにし，$f(x)$ の η に

$$\eta=h/\sin\theta$$

を用いれば，次式が得られる。

$$\frac{u_0}{v_0}=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\frac{d\kappa}{e^{a\kappa}-e^{-a\kappa}}\int_{-\infty}^\infty e^{-(\lambda^2/2c^2h^2)\sin^2\theta}\times\sin\kappa(x-\lambda)d\lambda \quad \cdots\text{(III・18)}$$

ここで，$f(x)$ をさらに，次のように近似させる。

$$f(x)=-v_0\exp\left(-\frac{x^2}{2c^2h^2}\sin^2\theta\right)\approx\frac{-v_0}{1+\dfrac{1}{c^2}\left(\dfrac{x}{h}\right)^2\sin^2\theta} \quad \cdots\text{(III・19)}$$

こうすると，(III・18) 式の λ の積分が可能となり，次式が得られる。

$$\frac{u_0}{v_0}=2\left(\frac{ch}{\sin\theta}\right)\int_0^\infty\frac{1}{e^{a\kappa}-e^{-a\kappa}}e^{-(ch/\sin\theta)\kappa}\sin(x\kappa)d\kappa \quad \cdots\text{(III・20)}$$

ここで

$$\frac{1}{e^{a\kappa}-e^{-a\kappa}}=\sum_{m=0}^\infty e^{-a(2m+1)\kappa}$$

とすることにより，

$$\frac{u_0}{v_0}=2c\left(\frac{x}{h}\sin\theta\right)\times\sum_{m=0}^\infty\frac{1}{\left\{(m+1)\dfrac{a}{h}\sin\theta+c\right\}^2+\left(\dfrac{x}{h}\sin\theta\right)^2} \quad \cdots\text{(III・21)}$$

が得られる。

(III.19) の上側の式で表したような減衰噴流の速度分布 $f(x)$ については，他に，GÖRTLER の式[17] もあり，それと，ALBERTSON 等[5] の式と比較してみる。いま，GÖRTLER 式を $f(x)$ で表し，$\sin\theta$ を省略すると

$$f(x)=-v_0\,\mathrm{sech}^2\left(\sigma_0\frac{x}{h}\right)\approx\frac{-v_0}{1+\sigma_0^2(x/h)^2}$$

であるから，(III・19) 式と比較して

$$c=1/\sigma_0$$

の関係にあることがわかる。

(III・21) 式は，a, c が定まれば $x\sin\theta/h(=\xi)$ の函数として決められることを表している。この函数は，ξ の小さいうちは u_0/v_0 が直線的に増加する傾向を示し，やがて，ξ の増大に伴い u_0/v_0 が減少する傾向を示すのが特徴である。ところで，(III・21) 式はこのままでは，実用上不便であるので，この式を簡略化することにする。式中

$$a/h\approx0$$

とし，ξ の小さい領域を考えることにすれば，(III・21) 式の和の記号を省略して

$$\frac{u_0}{v_0}=\frac{A\xi}{\xi^2+C} \quad \cdots\text{(III・22)}$$

と書くことができる。さらにここで，式の形をより一般的に，すなわち，ξ の一次の項を分母に加えて次のように表すことにする。

$$\frac{u_0}{v_0}=\frac{A\xi}{\xi^2+B\xi+C} \quad \cdots\text{(III・23)}$$

但し，$\xi=x\sin\theta/h$

上式で B を含む項は，曲線の尖りの程度を表してい

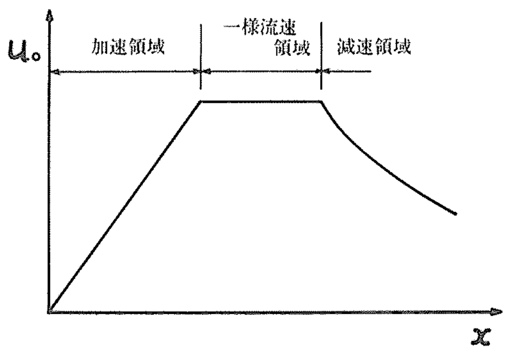


図-III・8 もぐり衝突噴流主流部の流れの区分

るが，$x=0$ をよどみ点に移動し，これを ξ の原点としたことの意味も含んでいる。

もぐり噴流が衝突する場合の主流部の流れを，赤司等[2]は，u_0 が直線的に増加する加速領域，その後，u_0 が一定となる一様流速領域，さらに，u_0 の減衰する減速領域とに分類している。これを図示すれば，図-III•8 のようになる。一方，(III•21), (III•23) 式による曲線形は，係数に適当な値を用いれば，これとほぼ同様の形状を示す。

III-4 実験装置および方法

(1) 装　　置

実験装置として，図-III•9 のような模型を水路内に作り，底面板としてスレート板に平均粒径 2.19, 3.68, 5.21 mm の砂粒を貼り付けたものを用意し，これを副ダム天端より 10 cm 程下の所に設置した。底面としては，このような平面底板の他に，洗掘形状を模した木枠の上をプラスターで固め，その面上に砂粒をニス付けした洗掘状曲面のものも用意した。実験模型の諸元は表-III•1 のとおりである。

(2) 測定方法

平板底面における主流部の測定は，境界層の測定と同時に行った。流速の測定には，周囲を薄く削った後，厚さ 0.4 mm 幅 2 mm の偏平な断面に加工したピトー管を用いた。速度分布を求めるため，x（下流）方向へは，よどみ点から加速領域及び，一様流領域の途中まで 2.5 mm 間隔で測定し，これを越えた領域では 5 mm 間隔で測定した。また，y 方向（上方）へは，底面から最大流速 u_0 が測定されるところまで 0.5 mm 間隔で，その後は 1 mm 間隔で測定した。静圧と総圧はマノメータで測定し，よどみ点付近については，静圧と総圧とが等しいところか，または，それが逆転する付近から測定を始めた。境界層外縁付近では，流れが斜めになるために，測定される静圧は少し変化するのであるが，本研究では，境界層とその周辺の流れを対象にしているので，境界層の場合の測定方法に従い[49]，底面付近の平均値をこの値として採用した。

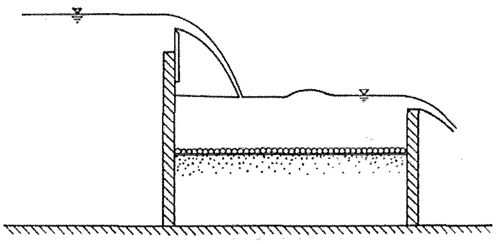


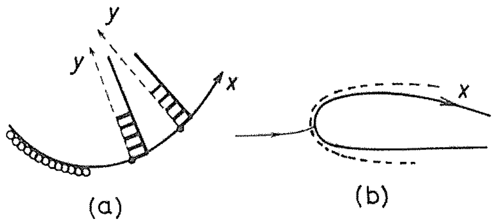
図-III•9　実験装置の模式図

底面が洗掘状曲面の場合には，底面に沿って x 軸をとり，y 軸は x 軸上の各点での接線に対して直角にとるので（図-III•10），境界層内外の流速の測定は，この方向へピトー管の位置を変化させて行った。このような曲面（下に凸）は，普通の飛行機翼の曲面（上に凸）の曲りに対し，丁度，逆の場合にあたっている（図-III•10参照）。

表-III•1　実験模型の諸元

実験No. ＼ 実験条件	D			E
	I	II	III	
	DI-d_2-○	DII-d_3-○	DIII-d_5-○	E-d_3-○
底面の形状	平　面	平　面	平　面	洗掘状曲面
底面の平均粒径	0.219cm	0.368cm	0.521cm	0.368cm
主ダムの堤高	約　50	約　50	約　50	約　50
主ダムの放水路幅*	50.24	50.31	50.31	50.31
主副ダム間の落差	21.27	20.88	20.88	20.88
主副ダム間の距離	約 150	約 150	約 150	約 150
副ダムと砂面との落差	14.60	11.65	11.16	16.90**

* 全幅堰型放水路
** 副ダム天端と洗掘状砂面との最大落差

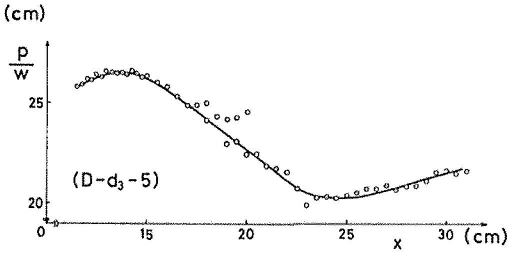


図–III•10　x 軸の選定と速度の測定位置
(a) 下に凸な曲面（洗掘状曲面）の場合
(b) 上に凸な曲面（飛行機翼の曲面）の場合

III–5　底面主流流速の実験結果および考察

（1）　静圧の補正

先に述べたように，流速の測定にはピトー管を用いたが，ピトー管は静圧と総圧を測る部分が一致していないため，静圧の各点における値を求めておいて，この位置によるずれを補正する必要がある。静圧の x 方向の分布は，例えば洗掘状曲面の場合には図–III•11 のようになる。



図–III•11　静圧変化の例（洗掘状曲面の場合）

よどみ点付近では，静水圧分布は次のように考えることができる。まず，速度分布として (III–10) 式の

$$u_0=kx+v\cot\theta,\quad v=-ky\sin\theta$$

を用いる。ここで，Euler の運動方程式は

$$\left.\begin{aligned} u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}&=F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\\ u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}&=F_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\end{aligned}\right\}\quad\cdots(\mathrm{III}\cdot 24)$$

であり，上式で質量力の成分 F_x, F_y をゼロとして，u_0, v を代入すれば，

$$k^2x+k^2\cos\theta(\sin\theta-1)y=-(1/\rho)\partial p/\partial x$$

$$k^2y\sin^2\theta=-(1/\rho)\partial p/\partial y$$

となる。さらに，上式を x, y の微分形に直して加えると，

$$\frac{k^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}\{x^2+2\cos\theta(\sin\theta-1)xy\}dx$$

$$+\frac{k^2}{2}\frac{\partial}{\partial y}(y\sin\theta)^2dy=-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx+\frac{\partial p}{\partial y}dy\right)$$

のようになり，よどみ点周辺の圧力分布に関する次式が得られる。

$$\frac{k^2}{2}\{x^2+2\cos\theta(\sin\theta-1)xy+(y\sin\theta)^2\}$$

$$=\frac{1}{\rho}(p_0-p)\qquad\cdots(\mathrm{III}\cdot 25)$$

上式で底面について考えれば，$y=0$ より

$$\frac{p}{w}=\frac{p_0}{w}-k^2\frac{x^2}{2g}\qquad\cdots(\mathrm{III}\cdot 26)$$

が得られ，結局よどみ点周辺では，圧力分布は上に凸の放物線となることが示される。図–III•11 にみられるとおり，静圧の最大値付近ではこの傾向がみとめられる。

曲面の場合には，図より得られる圧力 p の分布を用いたが，平板の場合には，速度 u_0 の係数 k を仮定しながら，試算を繰り返し，静圧の最大値 p_0 が一定の値になるようにして，よどみ点周辺の p の分布を求めた。このようにすると，よどみ点から下流の底面での静圧の分布が得られるので，総圧を求めた各点での流速の計算が可能となる。

（2）　底面に沿う主流流速 u_0 の分布

上に述べたようにして静圧が求まると，測点を底面から上方へ 0.5 mm 間隔でとってあるので，境界層内外の各点での速度が求まる。y 方向に対する速度分布は，図–III•2 のように x 軸の正の方向に最大値が現れる凸形の分布形であり，底面からこの最大流速点までを境界層と考えることにしている[45),46)]。この場合，速度分布中での最大流速が底面流の主流流速 u_0，つまり境界層外縁流速であり，もし粘性がなければ，この主流流速は底面に生ずるはずのものである。又，底面流の主流流速は一様流速領域まで，粘性にほとんど無関係で，ポテンシャル流と考えられるものである。

このようにして求められる，x 方向に対する u_0 の分布の一例を図–III•12 に示した。これをみると，図–III•8 に示したような流れが，ほぼ成立していることがわかり，また，全体の曲線形も (III–26) 式で表されるようなものであることがわかる。

次に，u_0 の最大値について考察してみる。図–III•12 にみられるとおり，u_0 の最大値は一様流速領域の内部に

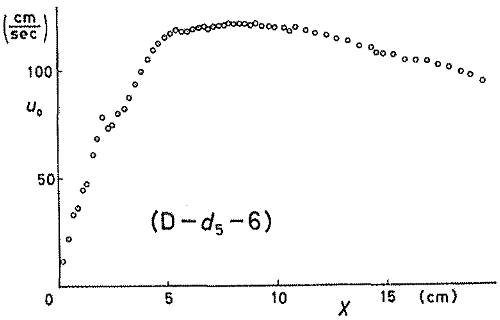


図-III・12　底面を流れる主流流速の分布の例（平板の場合）

ある。そこで，この一様流速域部分の u_0 を，大きいものから5個選び，これらの平均を $u_{0\,\max}$ とした。こうして得られる $u_{0\,\max}$ は，図-III・7 を参照して，斜め噴流の仮想衝突速度を v_{0b} とし ($a\to0$)，境界層の厚さ δ を無視すれば，Bernoulli の定理より

$$u_{0\,\max}=v_{0b}$$

である。また，貫入したナップの流速 v_{00} は，ALBERTSON 等[5] の減衰流の式に従うものであるから，v_{0b} についても

$$\frac{v_{0b}}{v_{00}}=\frac{k}{\sqrt{\eta/D}},\quad \eta=\frac{h}{\sin\theta}\qquad\cdots(\text{III}\cdot27)$$

但し，D: 貫入ナップの厚さ，k: 定数

となることが考えられる。

このように考えれば，結局，$u_{0\,\max}$ と u_{00} との間にも (III・27) 式と同様の関係が成立するはずであるから

$$\frac{u_{0\,\max}}{v_{00}}=\frac{k}{\sqrt{\eta/D}}=\sqrt{\frac{k'}{\eta/D}}\qquad\cdots(\text{III}\cdot28)$$

となる。実験の結果から，$u_{0\,\max}/v_{00}$ と η/D の関係を図示すると図-III・13 のようになる。なお同図には，底面が洗掘状曲面（固定床）の場合のデータも含まれている。係数 k の値は

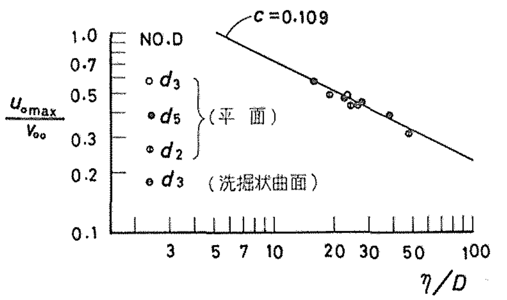


図-III・13　$u_{0\,\max}/v_{00}$ と η/D の関係（固定床の場合）

$$k=(1/c\sqrt{\pi})^{1/2}$$

で表されるが，この図をみると $c=0.109$ の ALBERTSON の直線と実測値とは，ほぼ，一致しているとみなすことができる。したがって，(III・28) 式の k には ALBERTSON 等[5] の値，すなわち

$$k=2.28\quad(k'=5.20)$$

を用いて，$u_{0\,\max}/v_{00}$ を求めることが可能になった。

以上の関係より，結局，底面の主流流速の最大値 $u_{0\,\max}$ は，貫入ナップの速度 ALBERTSON 等の式に従って減衰するとしたときの，底面への仮想衝突速度 v_{0b} に等しくなるとみることができる。このように考えると，先の (III・23) 式は，最終的に次のように書くことができる。

$$\frac{u_0}{u_{0\,\max}}=\frac{A\xi}{\xi^2+B\xi+C},\quad \xi=\frac{x}{h}\sin\theta\qquad\cdots(\text{III}\cdot29)$$

以上の結果は，底面が固定床平板の場合にも，あるいは底面が洗掘状曲面の場合にも成立するものである。

a.　底面が平板の場合の u_0 の分布

ここでは，底面が平板（粗度付き）である場合の u_0 の測定結果を，(III・29) 式に基づいて調べてみる。

境界層の測定結果より得られる u_0 を，$u_{0\,\max}$ で除した値 $u_0/u_{0\,\max}$ と $x\sin\theta/h(=\xi)$ との関係を図-III・14, III・15 に示した。図-III・14 は流量・流速等の小さい場合であり，図-III・15 はそれらの大きい場合である。これらの図には次のような特徴がみられる。まず，加速領域では両者の立ち上がりがほぼ同じであるのに対し，一様流速領域では，前者の方が範囲が狭く，減速領域での速度の落込み度合は，前者の方が大きくなっている。さ

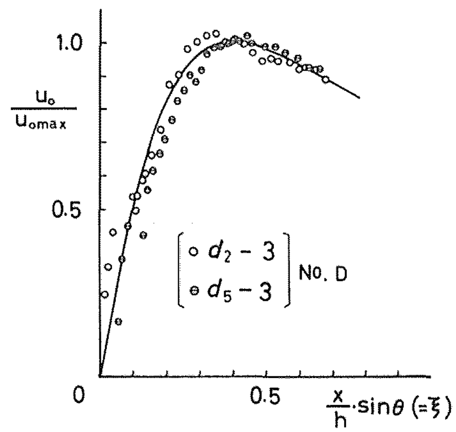


図-III・14　$u_0/u_{0\,\max}$ と $x\sin\theta/h(=\xi)$ との関係（固定床，D_{r1}）

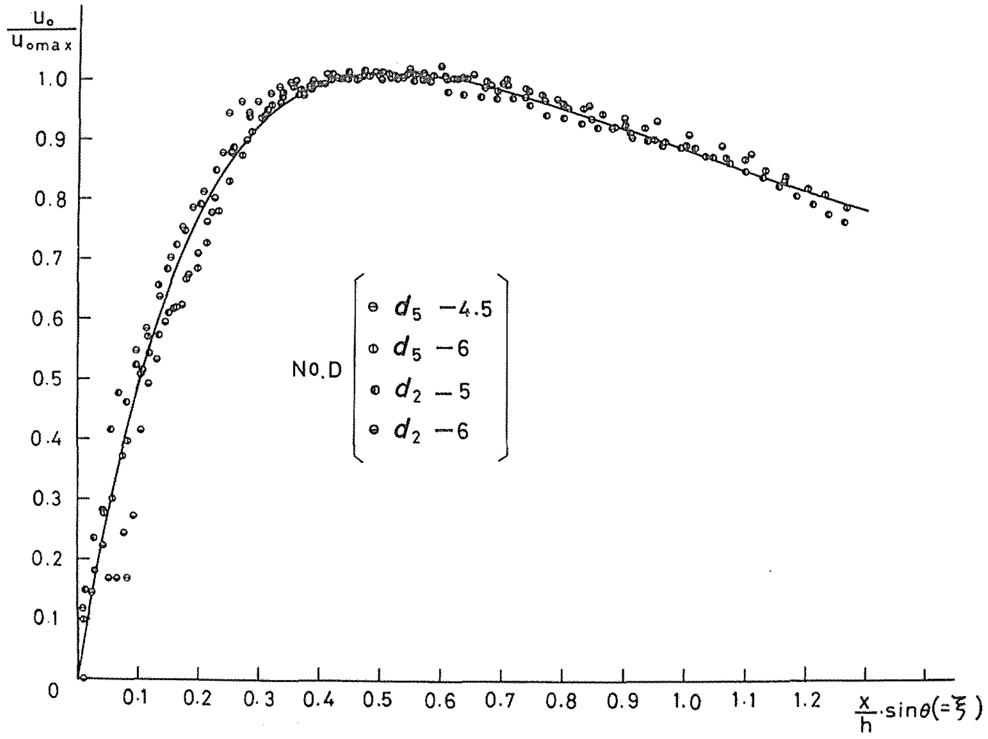


図-III•15　$u_0/u_{0\,max}$ と $x\sin\theta/h(=\xi)$ との関係（固定床，D_{r2}）

らに細かくいえば，加速領域での立ち上がりは，前者の方がわずかながら大きくなっており，一様流速領域の範囲は水理量が大きくなる程広くなる傾向があるようである。

ここでは，これらの特徴を変形した Drop 数 D_r

$$D_r=q^2/gH_E^3$$

但し，q: 単位幅当り流量，H_E: 有効落差

を用いて検討してみることにする。実験データから Drop 数を求めると，図-III•14 の場合には

$D_r=(6.0\sim6.5)\times10^{-4}$:　D_{r1} のグループ

であり，図-III•15 の場合には

$D_r=(17\sim34)\times10^{-4}$:　D_{r2} のグループ

となり，Drop 数の値によって二つのグループに分けられることになり，図-III•14 と図-III•15 の違いが，D_r 数によってある程度整理できることになる。

さらに，両図のデータを (III•29) 式にあてはめた場合，ξ の小さい加速領域では，係数 A, B, C はそれぞれ一つの値の式で近似できるが，ξ が大きくなるに従い，同一係数値の曲線では誤差が大きくなる傾向がある。これは，本来 (III•21) 式で示すべきものを (III•23) 式で近似化したためと，水クッション内の速度分布が，必ずしも理論どおりにならないためであろうと考えられる。しかし，(III•29) 式を適用することを前提に，水理量を Drop 数によって整理すれば，D_r 数のグループごとに (III•29) 式が適用できることになる。この場合の，二つのグループにおける (III•29) 式の各係数の値は次のようになる。

$D_{r1}=(6.0\sim6.5)\times10^{-4}$　のグループ：

$A=0.935,\quad B=0.133,\quad C=0.160$　　(a)

$D_{r2}=(17\sim34)\times10^{-4}$　のグループ：

$A=1.63,\quad B=0.584,\quad C=0.267$　　(b)

(III•29) 式では，曲線の最大値に対応する ξ が $\xi=\sqrt{C}$ であるので，これと D_r 数についてみれば，Drop 数の小さいものほど $\sqrt{C}$ が小さくなっている。これは先にみたとおりである。また，その分だけ立ち上がりの傾斜が急勾配になっている。

b.　底面が洗掘状曲面の場合の u_0 の分布

この場合には，x 軸が下に凸な曲線となっているが，通常の方法に従って[46]，平板の場合と同様の方法，すな

わち，x 軸を直線表示すれば図-III・16のようになる。u_0 の方向は x 軸の方向であり，ピトー管を x 軸の直角方向に小刻み (0.5 mm) に移動するように測定を行っているので，思うように測定できないところもあったが，図のようなデータが得られた。

この場合の Drop 数を求めると

$$D_{r3}=(25\sim28)\times10^{-4}$$

であり，水理条件は，先の D_{r2} の場合と同じような条件であることになる。但し，グラフの方は，D_{r2} と較べると加速領域での立ち上がりが少し緩くなっており，(III・29) 式の係数 A, B, C には次のような値が得られている。すなわち，固定床洗掘状曲面の D_{r3} に対し

$$A=0.600,\quad B=-0.284,\quad C=0.194 \qquad \text{(c)}$$

となる。図-III・16 にみられるとおり，曲線形が全体として尖っているので，この場合，B の値は負となっている。曲面の場合には底面での曲りがあり，これが平板の場合に較べて，加速領域での立ち上がり部分を緩くしている原因であろうと考えられる。

以上の考察から，底面が平板の場合でも曲面の場合でも，u_0 と $u_{0\,max}$ の関係は (III・29) 式によって関係付けられることになり，$u_{0\,max}$ には (III・28) 式が適用されるので，結局，u_0 は v_{00}, η, D がわかれば求められることになる。

なお，以上の結果は，表-III・2 にまとめられている。

(3) 本実験と鉛直噴流による場合との比較

(III・29) 式の係数に，上の (a), (b), (c) の各値を代入した曲線を 図-III・17 に示した。鉛直噴流の場合，u_0 に関する実験結果から，(III・22) 式の係数に，土屋は次の値

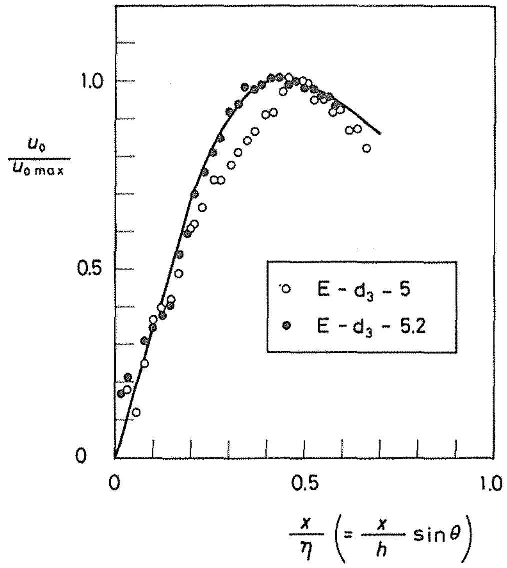


図-III・16 $u_0/u_{0\,max}$ と $x/\eta(=\xi)$ との関係（固定床洗掘状曲面，D_{r3}, $h=T+h_d$）

を得ている。

$$A=0.540,\quad C=0.0628 \qquad \text{(d)}$$

ここで，(III・21) 式の左辺の v_0 に土屋は底面への仮想衝突速度 v_{0b} でなく，$y=a$ での速度を用いており，また，$u_0(\xi)$ の $\xi=0$ の点として，速度分布の中央点を用いている。このような違いは，図の縦軸方向へ影響を及ぼすものであるが，横軸方向へは波及しない（図-III・17 の曲線 (d)）。

土屋による曲線（同図 (d)）の最大値を x 座標についてみると，$\sqrt{C}=0.25$ であり，これまでの中では最小となっている。これは，噴流の最大値の点が中央 ($x=0$)

表-III・2 底面主流流速に関する実験結果

No.	$u_{0\,max}$	v_{00}	$\frac{u_{0\,max}}{v_{00}}$	$\eta=\frac{h}{\sin\theta}$	D	$\frac{\eta}{D}$	q_0 (m/sec/m)	H_E	$D_r=\frac{q_0^2}{gH_E^3}$
(固定床)	(cm/sec)	(cm/sec)		(cm)	(cm)		$\times10^{-3}$	(cm)	$\times10^{-4}$
DII－d_3－4.5	101.0	206	0.489	15.5	0.668	23.1	13.79	21.72	18.94
DIII－d_5－3	78.3	204	0.384	14.0	0.369	38.0	7.54	21.3	6.04
DIII－d_5－4.5	97.7	208	0.470	14.4	0.653	22.0	13.57	22.1	17.50
DIII－d_5－6	119.7	211	0.568	15.3	0.975	15.7	20.54	22.7	36.96
DI－d_2－3	63.7	204	0.313	17.9	0.380	47.2	7.73	21.1	6.47
DI－d_2－5	89.7	207	0.432	18.4	0.761	24.1	15.78	22.0	24.03
DI－d_2－6	101.9	210	0.486	18.5	0.980	18.9	20.56	22.5	38.06
E－d_3－5	92.4	206	0.450	20.9	0.767	27.3	15.76	21.6	25.32
E－d_3－5.2	88.3	206	0.429	21.1	0.810	26.0	16.68	21.7	27.97

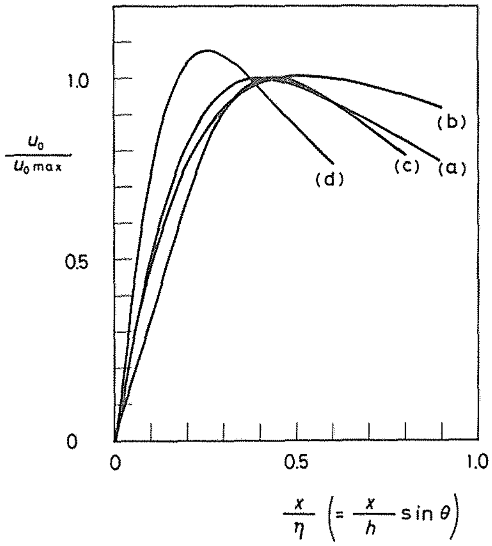


図-III•17　鉛直噴流と斜め噴流による固定床底面上の主流流速の変化

であり，かつ，ここがよどみ点となっているからである。土屋の実験結果の図をみると，わずかではあるが実測値の $\sqrt{C}$ の方が，曲線の $\sqrt{C}(=0.25)$ より大きくなっているようである。

これは，実験結果をあてはめる際の曲線形で $B=0$ としたことにもよっているように考えられる。したがって，(III•21) 式の簡略的な表示として，あるいは，より一般的な表示としての (III•23), (III•29) 式の B の項は座標の移動ということ以上に近似解の一般性に大いに役立っているということができる。

III-6 斜めもぐり噴流による底面境界層

(1) 境界層

本章の第2節で考えたように，砂防ダム下流部の洗掘底面は，一般に曲面であるが，問題を簡単にするためと，貫入噴流の中心付近の底面では，ほぼ平面と近似できるので，底面は図-III•2 のような平面であるとする。拡散噴流が，ほぼ一様な速度分布で，このような底面に衝突する場合，流れが前方（図上で右方向）と後方（同左方向）に分離する付近（よどみ点付近）では速度はなく，よどみ点から離れるに従って，底面に沿う流れは，徐々に速度を増すことになる。

一般に，粘性流体が物体に沿って流れると，物体の近傍では粘性の影響で剪断応力が働き，速度分布を生ずるようになる。すでに III-2 節で述べたように，このような領域は境界層と呼ばれている[14]が，図-III•18 のような流れがその典型的な流れである。同図は，一様流 u_0 が前方から平板に沿うように流れている場合であり，その流れは，平板の近傍のみにおいて速度分布をもち，それ以外の領域においては，一様流 u_0 となっている流れである。図-III•2 のような減衰噴流が平板に斜めにあたる流れる場合にも，流れが底面に沿って存在するので，上のような境界層が底面近傍に発生することになる。

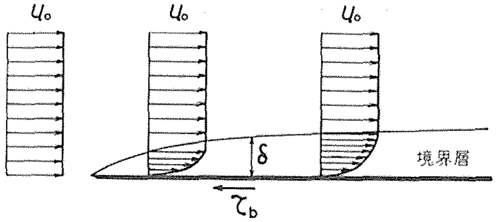


図-III•18　一様流による平板上の境界層

ところで，図-III•8 のように主流流速（境界層外縁の流速）が，明らかな場合はそれでよいのであるが，図-III•2 のような場合の主流速度 u_0 は，前節までのところで述べたように，(III•28), (III•29) 式によって規定されることになる。底面上の境界層内の速度分布は，このような主流流速に引きずられるようにして生ずる。

一方，境界層の外側では拡散が生じ，ここでの流れは，Albertson 他により研究された二次元自由噴流の領域である。したがって，底面の主流流速が一様流領域に達するあたりから，境界層の外側からの拡散によって，主流流速 u_0 も徐々に減衰することになる。また，減衰領域では，ポテンシル流による解の u_0 よりも，さらに，拡散によって主流流速 u_0 は減衰することになる。

(2) 粗面乱流の底面境界層

斜めもぐり噴流による底面境界層とその上部領域については，以上のように解釈することにして，以下では，境界層の厚さや底面剪断応力等を求めてみる[52),55)]。

底面の粗面乱流境界層内の速度分布 $u(y)$ に対し，Manning-Strickler 型抵抗則[52)] を用いると，境界層内の速度分布は次式で表わされる。

$$\frac{u}{u_*}=B_0\left(\frac{y}{k_S}\right)^n \qquad \cdots(\text{III}\cdot 30)$$

ここに，$u_*(=\sqrt{\tau_b/\rho})$: 摩擦速度，k_S: 相当粗度，y: 底面に直交する方向の長さ，B_0, n: 定数 であり，Manning-Strickler 式が成立するときには

$$B_0=8.94, \qquad n=1/6$$

である。δ を境界層の厚さとして，(III・30) 式で $y=\delta$ のときの u を主流流速の u_0 で表すと次式を得る。

$$\frac{u}{u_0}=\left(\frac{y}{\delta}\right)^n \qquad \cdots\text{(III・31)}$$

又，$u_*^2=\tau_b/\rho$ を (III・30) 式に代入すれば，底面剪断応力 τ_b に対して

$$\frac{c_f}{2}\equiv\frac{\tau_b}{\rho u_0^2}=\lambda\left(\frac{k_s}{\delta}\right)^m \qquad \cdots\text{(III・32)}$$

但し，$\lambda=1/B_0^2$，$m=2n$，ρ: 水の密度，δ: 境界層の厚さ，k_s: 相当粗度

が得られる。

次に，境界層内の運動を表す KÁRMÁN の運動量方程式は，x を流れ方向の長さとして，次式で与えられる[14),46)]。

$$\frac{\tau_b}{\rho u_0^2}=\frac{d\theta}{dx}+\frac{\theta}{u_0}\left(2+\frac{\delta_*}{\theta}\right)\frac{du_0}{dx} \qquad \cdots\text{(III・33)}$$

ここで，δ_*, θ はそれぞれ排除厚，運動量厚と呼ばれ，次式で定義される。

$$\delta_*=\int_0^\delta\left(1-\frac{u}{u_0}\right)dy,\quad \theta=\int_0^\delta\frac{u}{u_0}\left(1-\frac{u}{u_0}\right)dy \qquad \cdots\text{(III・34)}$$

排除厚は，境界層によって流れが外へ押しのけられる量を示し，運動量厚は，境界層内を通る流体の運動量の減少の大きさを示す量である。(III・34) 式の u/u_0 に (III・31) 式を代入すると，δ_*, θ は，それぞれ

$$\delta_*=\frac{n}{n+1}\delta,\quad \theta=\frac{n}{(n+1)(2n+1)}\delta=k\delta \qquad \cdots\text{(III・35)}$$

但し，　$k=n/\{(n+1)(2n+1)\}$

で表される。また，(III・32) 式の δ_B に (III・35) 式を用いて θ で表せば

$$\frac{c_f}{2}\equiv\frac{\tau_b}{\rho u_0^2}=\lambda_1\left(\frac{k_s}{\theta}\right)^m \qquad \cdots\text{(III・36)}$$

但し，　$\lambda_1=\lambda k^m$

となる。上式を用いると，(III・33) 式は次のように表される。

$$\frac{d\theta}{dx}+\frac{\theta}{u_0}(2+H)\frac{du_0}{dx}=\lambda_1\left(\frac{k_s}{\theta}\right)^m \qquad \cdots\text{(III・37)}$$

但し，　$H=\delta_*/\theta=2n+1$

上式を無次元化するために，代表長 L と代表流速 V を用いて，θ, u_0, x を

$$\theta^*=\frac{\theta}{L},\quad \nu^*=\frac{u_0}{V},\quad \xi=\frac{x}{L}$$

で表す[55)]ことにする。こうすると (III・37) 式は，次式のように無次元化される。

$$\frac{d\theta^*}{d\xi}+(2+H)\frac{\theta^*}{\nu^*}\frac{d\nu^*}{d\xi}=\lambda_1\left(\frac{k_s}{L}\right)(\theta^*)^{-m} \qquad \cdots\text{(III・38)}$$

さらに，上式は土屋[55)]の方法によれば

$$\frac{d\theta^*}{d\xi}+(2+H)\frac{d(\ln\nu^*)}{d\xi}\theta^*=\lambda_1\left(\frac{k_s}{L}\right)^m(\theta^*)^{-m}$$

と書けるので，Bernoulli の微分方程式として解くことができる。そうすると，上式の一般解は次のようになる。

$$\theta^*(\xi)=A^{\frac{1}{1+m}}\left\{\int_0^\xi(\nu^*)^\alpha d\xi+C_0\right\}^{\frac{1}{1+m}} \qquad \cdots\text{(III・39)}$$

但し，　$A(\xi)=\lambda k^m(1+m)(V^*)^{-\alpha}\left(\frac{k_s}{L}\right)^m$

$\alpha=(1+m)(2+H)$

ところで，境界条件についてであるが，$\xi=0\ (x=0)$ のよどみ点近傍では，速度が低下するので，流れは層流で，層流境界層となり，よどみ点でも理論的には，層流境界層の厚さ δ が存在することになる。したがって，厳密にはよどみ点の近傍での議論に，乱流境界層とした (III・39) 式は用いられないのである。しかし，境界層が，落下水によるもぐり噴流の衝突によって生じていることを考えると，噴流そのものが乱流であり，また，もぐり噴流の中心軸も少々は変動するはずであるから，底面が粗面であることも考えに入れて，土屋[55)]が行ったように，よどみ点でのみ層流境界層を考え，それ以外の領域では，直接乱流境界層につながっているものと考えることにする。

そこで，よどみ点での層流境界層の厚さ δ_0 について考えてみる。二次元衝突噴流の場合，u_0 と v を

$$u_0=ax,\qquad v=-ay$$

で与えると，よどみ点での境界層の厚さ δ_0 は

$$\delta_0=2.4\sqrt{\nu/a} \qquad \cdots\text{(III・40)}$$

で与えられる[46)]。もし，u_0 が x の函数である場合には，

$$\delta_0=2.4\sqrt{\nu/a_0} \qquad \cdots\text{(III・41)}$$

但し，$a_0=\left.\frac{du_0}{dx}\right|_{x=0}$

で求められる[14)]。今回の場合 u_0 は

$$u_0=\frac{A\xi}{\xi^2+B\xi+C}u_{0\,\max}=\nu^*(\xi)\cdot u_{0\,\max}$$

但し，　$\xi=x\sin\theta/h$

で与えられるので，a_0 は次式のようになる。

$$a_0=\frac{\sin\theta}{h}\left.\frac{du_0}{d\xi}\right|_{\xi=0}=\frac{A}{C}\frac{u_{0\ \max}}{h}\sin\theta \quad \cdots(\text{III}\cdot 42)$$

さて，前の (III•39) 式の境界条件は，流れの式を乱流としているので

$$\xi=0 \quad で \quad \theta^*=0 \quad より \quad C_0=0$$

であり，さらにその他に，$\xi=0$ で上に述べたよどみ点での層流境界層の厚さ δ_0 に対する θ_0^* を与えることにすれば，(III•39) 式は次式のようになる。

$$\theta^*(\xi)=\{A(\xi)\cdot f_0(\xi)\}^{\frac{1}{1+m}}+\theta_0^* \quad \cdots(\text{III}\cdot 43)$$

$$f_0(\xi)=\int_0^{\xi}(v^*)^{\alpha}d\xi$$

したがって，θ, δ は次のように表される。

$$\theta(\xi)=\{A(\xi)\cdot f_0(\xi)\}^{\frac{1}{1+m}}\cdot L+\theta_0^*\cdot L$$

$$=\{A(\xi)\cdot f_0(\xi)\}^{\frac{1}{1+m}}\cdot L+\theta_0 \quad \cdots(\text{III}\cdot 44)$$

$$\delta(\xi)=\frac{1}{k}\{A(\xi)\cdot f_0(\xi)\}^{\frac{1}{1+m}}\cdot L+\frac{\theta_0}{k}$$

$$=\frac{1}{k}\{A(\xi)\cdot f_0(\xi)\}^{\frac{1}{1+m}}\cdot L+\delta_0 \quad \cdots(\text{III}\cdot 45)$$

但し，　$\theta_0=\theta_0^*L$,　$\delta_0=\theta_0/k=\theta_0^*L/k$

$$A(\xi)=\lambda B^m(1+m)(k_s/L)^m(v^*)^{-\alpha}$$

$$\alpha=(1+m)(2+H),\quad H=2n+1,\quad m=2\mathrm{m}$$

$$k=\frac{n}{(n+1)(2n+1)},\quad f_0(\xi)=\int_0^{\xi}(v^*)^{\alpha}d\xi$$

$$v^*=u_0/V=u_0/u_{0\ \max}=A\xi/(\xi^2+B\xi+C)$$

k_s：相当粗度，　$\xi=x/L$

次に，$c_f/2$ については，(III•36) 式に θ を代入することによって

$$\frac{c_f}{2}\equiv\frac{\tau_b}{\rho u_0^2}=\lambda^{\frac{1}{1+m}}\left[\frac{k(v^*)^{\alpha}}{(1+m)f_0}\left(\frac{k_s}{L}\right)\right]^{\frac{m}{1+m}}\cdot f_1 \quad \cdots(\text{III}\cdot 46)$$

但し，$f_1=\{1+\theta_0^*(Af_0)^{\frac{-1}{1+m}}\}^{-m}$

$$=\left[1+\left(\frac{\delta_0}{L}\right)\left\{\frac{\lambda(1+m)f_0}{k(v^*)^{\alpha}}\right\}^{\frac{-1}{1+m}}\left(\frac{k_s}{L}\right)^{\frac{-m}{1+m}}\right]^{-m}$$

を得る。さらに，左辺を変形することによって，上式は

$$\frac{c_f}{2}=\frac{\tau_b}{\rho u_0^2}=\frac{\tau_b}{\rho(v^*u_{0\ \max})^2}$$

となり，これを変形して

$$\frac{\tau_b}{\rho(u_{0\ \max})^2}\equiv\frac{u_*^2}{(u_{0\ \max})^2}=\frac{c_f}{2}(v^*)^2$$

となる。したがって，底面剪断応力 τ_b は，最終的に

$$\frac{\tau_b}{\rho(u_{0\ \max})^2}=\lambda^{\frac{\gamma}{m}}\left\{\left(\frac{k}{1+m}\right)\left(\frac{k_s}{L}\right)\right\}^{\gamma}\left\{\frac{(v^*)^{\alpha}}{f_0}\right\}^{\gamma}(v^*)^2\cdot f_1$$

$$=\lambda^{\frac{\gamma}{m}}\left\{\left(\frac{k}{1+m}\right)\left(\frac{k_s}{L}\right)\right\}^{\gamma}\cdot B(\xi) \quad \cdots(\text{III}\cdot 47)$$

但し，

$$B(\xi)=\left\{\frac{(v^*)^{\alpha}}{f_0}\right\}^{\gamma}\cdot(v^*)^2\cdot f_1,\quad \gamma=\frac{m}{1+m}$$

$$f_1=\left[1+\left(\frac{\delta_0}{L}\right)\left\{\frac{k(v^*)^{\alpha}}{\lambda(1+m)f_0}\right\}^{\frac{\gamma}{m}}\left(\frac{k_s}{L}\right)^{-\gamma}\right]^{-m}$$

で表されることになる。

ここで，代表長 L についてであるが，境界層の主流流速が (III•29) 式の ξ で表されることから，例えば，(III•43) 式以後についても同じ無次元量で表すのが，後に考察する場合に便利である。そこで ξ はすべて (III•29) 式で与えられる無次元量で示すことにすれば，代表長 L は次式で与えられる。

$$L=h/\sin\theta$$

ここに，θ：もぐり噴流における最大流速の進出角，h: 水面から底面までの水深である。又，代表流速については，すでに示されているように

$$V=u_{0\ \max}$$

を用いることにする。このようにすることによって，今までの実験結果を用いると，例えば，境界層の厚さ δ や底面剪断応力 τ_b は，(III•45), (III•47) 式より計算で求めることができる。

III-7　底面境界層の測定結果および考察

本章の第5節では，底面境界層外縁での主流流速の実験結果を示した。この節では，第5節の底面主流流速の測定時に，同時に求めた底面境界層と，それの上部周辺の底面流について述べることにする。なお，実験装置及び方法は第5節と同様である。

(1)　斜めもぐり噴流による底面流の概要

図-III•19 は，底面に砂を貼り付けた場合の，斜めもぐり噴流の衝突により発生する底面流の，流下方向への流速測定結果の一例である。測定に当っては，境界層の厚さやその外縁流速での速度を正確に測るために，ピ

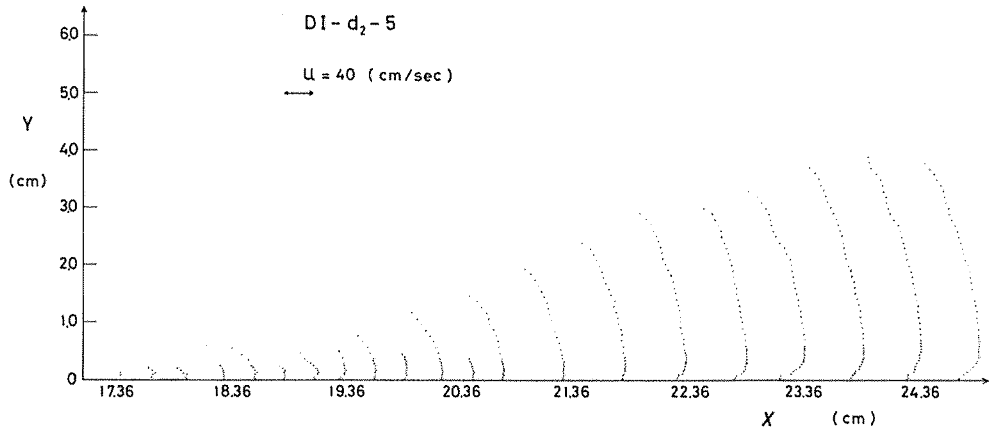


図-III・19　斜めもぐり噴流の衝突により生ずる底面流の流速測定結果の一例

ト一管の上方への移動はかなり小刻みに行い，それを流下方向に小間隔で行うようにしている。すでに求められている底面主流流速 u_0 や，後に現れる境界層の厚さ等は，すべてこのような測定結果に基づいて行ったものである。

図-III・19は，底面から y のゼロ点が始まっているが，データによっては，測定値が底面から始まるものとそうでないものがある。これは，底面にある砂の凹凸によるものである。高さ方向への零点については，後の境界層の厚さ δ の場合（図-III・28 参照）のように，δ のバラツキが砂面の凹凸より大きいので，特に考慮しなかった。実際の計算に当っては，平均的砂面高から 0.25d 下を y 軸の零点とした場合と，底面に付けたピトー管の中心の位置を零点とした場合とがある。

測定によって得られた図-III・19 のような流れを模式的に示すと図-III・20 のようになる。境界層の厚さ δ は，底面から最大流速 u_0 を示す位置までである。最大流速点から $u_0/2$ の高さまでを拡散の主な領域と考え[41),45)]，この領域を，ここでは拡散域と呼ぶことにし，記号 D_f で表す。

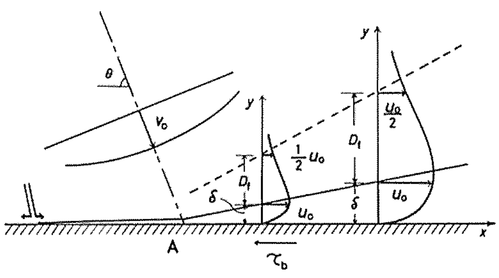


図-III・20　底面流の模式図と記号の説明

a.　底面流の速度分布

底面の衝突後の流下方向の流れで，境界層と拡散領域の流れを合せて底面流と呼んでいるが，底面流の速度分布は，速度 u を u_0 で除し，又高さ y を $\delta+D_f$ で除して無次元にして示すと，図-III・21 のようになる。同図では，ナップ厚 D や流下後の位置による速度分布の形態の違いがわかるようになっている。全体としてみると速度分布や拡散領域の上部代近では，相似にならないデータも含まれている。

以上のような，もぐり噴流の衝突後の底面流に似た流れとして，もぐり壁面噴流がある。もぐり壁面噴流は，図-III・22 (a) のような，底面の壁面に沿ってもぐり噴流を流下させる流れである。同図 (b) は，壁面が粗面の場合の壁面噴流を，前図と同じ座標軸で示したものであり，同図の実線は，滑面の場合の速度分布型を示したものである[41)]。

図-III・22 の (b) で，粗面のデータと滑面の曲線（図中の Plane Wall Jet）とを比較すると，u_0 を示す高さ y は，粗面より滑面の方が低く，u の高さ方向に対する減少度合は粗面の方が大きい。同図 (b) と先の 図-III・21 を比較すると，u の高さ方向に対する減少度合は，粗面同士で似た傾向を示すが，u_0 を示す高さは，図-III・21 の方が，図-III・22 (b) の粗面より低く，むしろ，滑面の場合の壁面噴流に近い傾向を示している。

図-III・23 は，境界層上部の拡散領域の速度分布を示すものである。境界層の上部の流れは，拡散噴流と考えられ，第 II 章で扱った拡散噴流と同じような速度分布を示すと推定される。図中の実線は ALBERTSON 等の式型による曲線である。同図を見ると，拡散領域の速度分

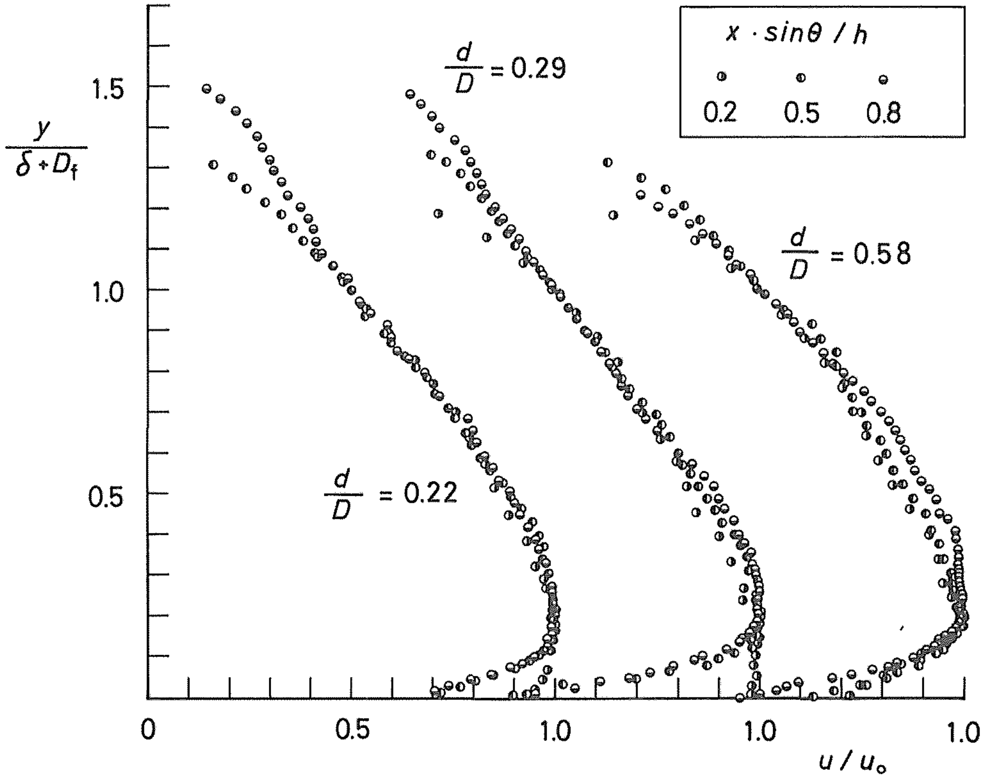


図-III•21　底面流の速度分布

布は，ほぼ，ALBERTSON 等の式型に従っているようである。但し，ナップ厚 D の小さい場合や，流下距離 x の小さい場合に，拡散領域の周縁（縦軸の1.3付近）で，曲線からはずれて，速度が小さくなるものもある。

b.　拡散域の発達状態

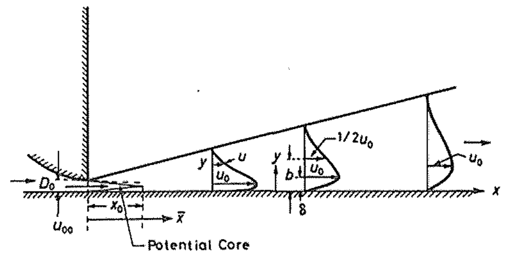
斜め衝突噴流による，底面流の速度分布に関する特徴は，以上のようであるが，以下に，拡散域の流下方向への発達状態を調べてみる。

図-III•24 (a), (b) は，拡散域の高さ $(\delta+D_f)$ の流下方向への変化を示したものである。二つのグラフは，ξ の 0.2〜0.3付近まで，二次放物線のように増加するが，この点を過ぎると，ほぼ一直線で増加している。この部分を直線で近似することにすれば，次式のようになる。

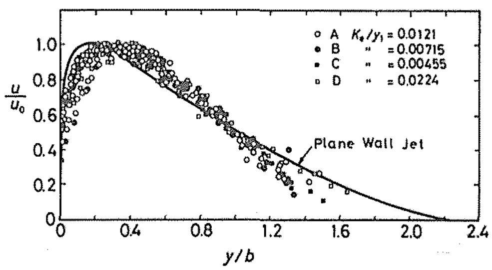
$$\frac{\delta+D_f}{h}\sin\theta=a\frac{x}{h}\sin\theta+1.2$$

$$=a\xi+1.2 \qquad \cdots(\text{III}\cdot 48)$$

直線の傾き a は，粒径 d によって次のようになっている。



(a)　流れの模式図



(b)　曲線は滑面，データは粗面に対応

図-III•22　二次元壁面噴流（RAJARATNAM[41] より）

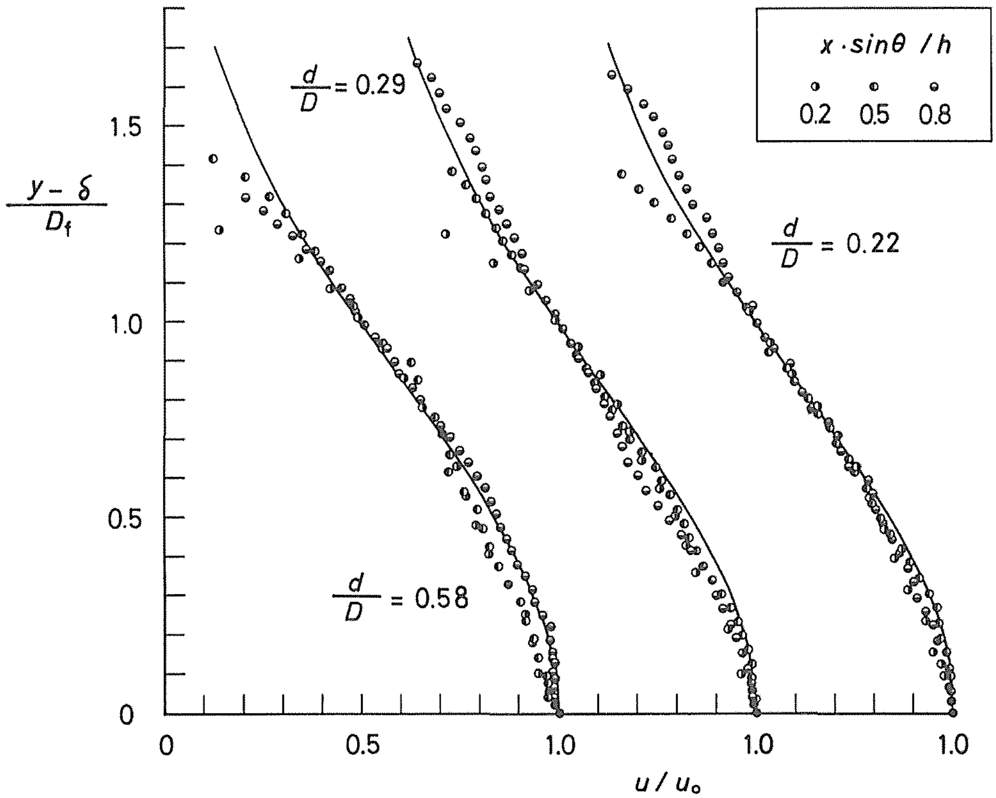


図-III•23　境界層上部，拡散域の速度分布

$d=0.219$ cm　の場合　$a=0.10$

$d=0.521$ cm　の場合　$a=0.13$

縦軸の切片 b は，この場合二つの粒径とも，$b=1.2$ となっている。

底面粒径が小さい図-III•24•(a) の場合，直線部への立ち上がりは，水理量に関係なく，一致しており，ほぼ，$\xi=0.3$ 付近で直線部に移行する。ξ のこの付近は，前の図-III•14, III•15 と比較すると明らかなように，ほぼ，一様流速領域の始まるところである。これに対し粒径が大きい図-III•24•(b) の場合，流下に伴う底面流の拡散の仕方は，水理量によって違っており，Drop 数が大きくなる程，急に拡大している。これらの原因として，拡散域 D_f の拡大が最も大きく影響していることは明らかである。

さらに，底面流における境界層部分を除いた拡散領域の流下方向への広がりには，一様流速領域以後に対して，二次元自由噴流理論を用いることが考えられる。そこで，拡散領域における速度分布が，ALBERTSON 等の式形で表されるとし，拡散の仮想原点 x_0 を導入すると，速度分布は，図-III•20 を参照して

$$\frac{u}{u_0}=\exp\left\{-\frac{(y-\delta)^2}{2c^2(x+x_0)^2}\right\} \qquad \cdots(\text{III}\cdot 49)$$

で表される。ここに，δ は境界層の厚さ，c は定数である。上式で

$u/u_0=0.5$　のとき　$y-\delta=D_f$

であるから，

$$D_f=a_f(x+x_0) \qquad \cdots(\text{III}\cdot 50)$$

但し，

$$a_f=\sqrt{2}c(\ln\sqrt{2})^{1/2}$$

を得る。自由噴流の場合，$c=0.109$ であるから，(III•50) 式の a_f を求めると

$$a_f=0.0907$$

である。

斉藤は[45]，二次元壁面噴流の実験において，壁面が粗滑両面の場合に対し，a_f に

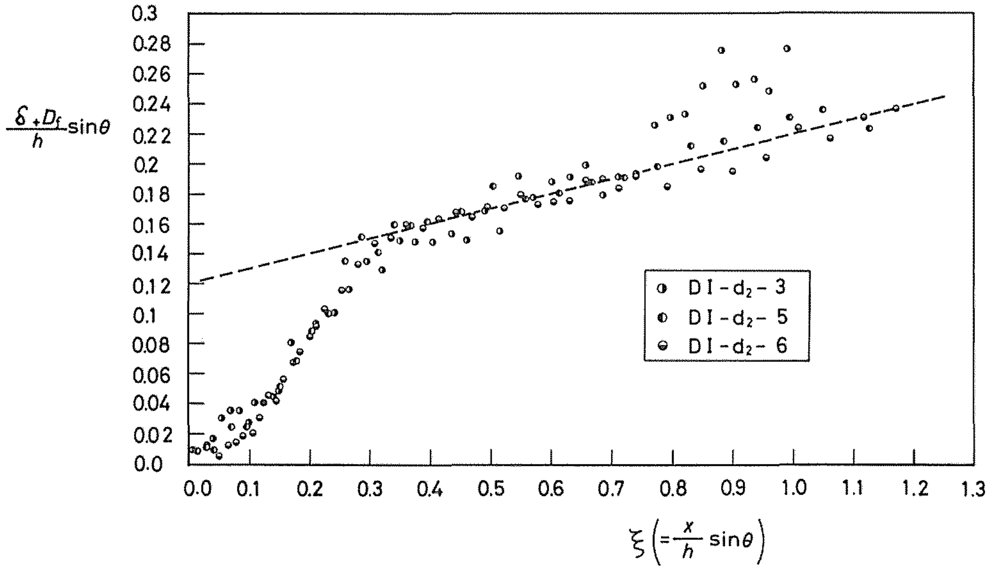


図-III·24(a) 拡散厚 ($\delta+D_f$) の流下方向への変化

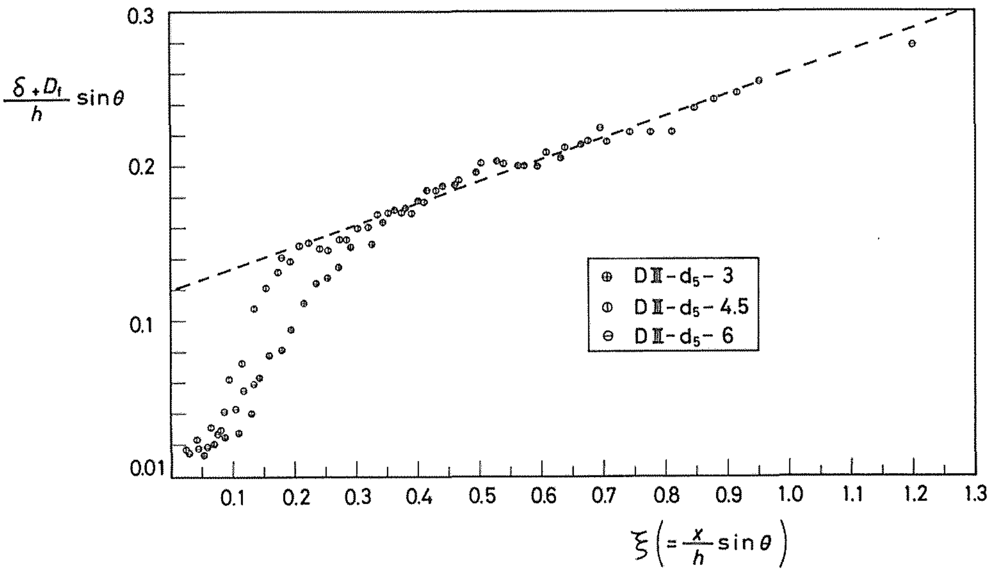


図-III·24(b) 拡散厚 ($\delta+D_f$) の流下方向への変化

$$a_f=0.068$$

を与えている。図-III·25 (a), (b) の実験は，a_f を0.068としたものであり，壁面噴流の拡がり角と一致していることがわかる。又，直線関係は，主流流速が一様流速の成立する前後の領域 ($\xi\geqq0.2\sim0.3$) において発生するので，この ξ 点以後の境界層の上部では，壁面噴流の拡散領域と同様の流れが成立していることになる。但し，噴流の仮想原点 x_0 は壁面噴流と異なり，最終的に，もぐり衝突噴流による底面流の拡散域は，粒径に無関係に次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} &\frac{D_f}{h}\sin\theta=0.068\left(\frac{x}{h}\sin\theta+1.5\right)\\ &\text{又は}\\ &D_{f*}=0.068(\xi+1.5)\end{aligned}\right\}\cdots(\text{III}\cdot51)$$

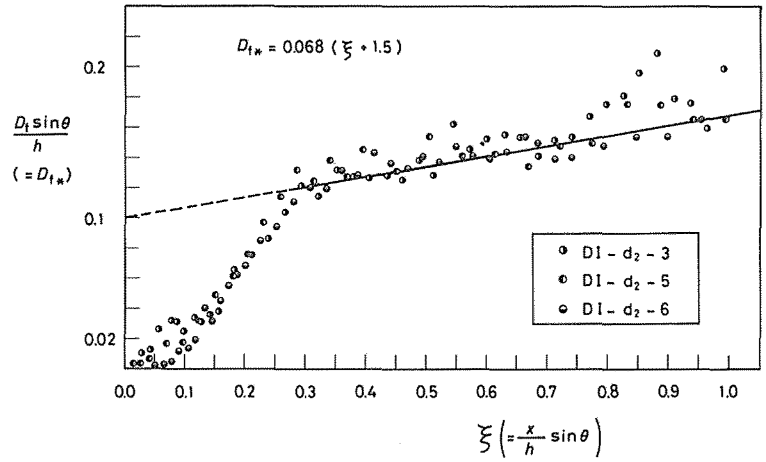


図-III・25(a)　拡散域の流下方向への変化

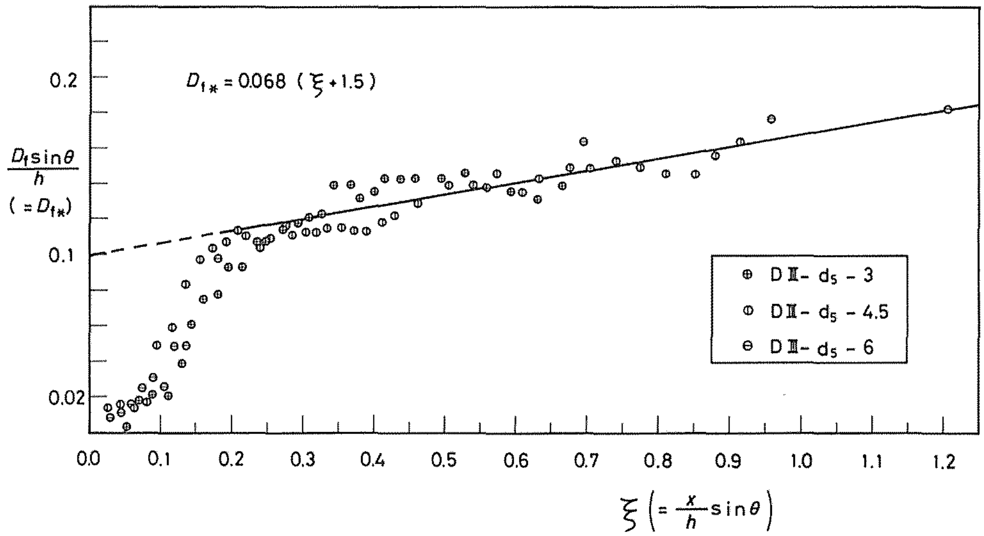


図-III・25(b)　拡散域の流下方向への変化

以上から，底面境界層上部の拡散流の流れは，二次元自由噴流理論から説明できることになるが，拡散の拡がり角は，自由噴流の場合より狭いことが明らかになった。ただし，図-III・24 の境界層を含めた拡散厚 ($\delta+D_f$) の流下方向に対する直線近似は，単に，実験値を結んだ直線であり，理論的に説明され得るものではない。

（2）　底面境界層の測定結果

図-III・26 は，境界層内の速度分布を示したものである。同図の (a) は u/u_0 を y/δ に対し，普通座標で示したものである。これを見ると，y/δ が 0.8 以上のところでの u の値は，ほぼ同一となっているが，この場合，δ としては $u_{max}(y)$ を満す y を採用している。同図から，主流流速 u_0 の周辺にはかなり一様な流れが発生していることがわかるし，又，速度分布形が，主に流下位置によって異なることが明らかになる。

図-III・26 の (b), (c) は，δ として $u_{max}(y)$ に最小のものをとった場合の速度分布図である。境界層内の速度分布については，いままで第 6 節の (III・31) 式を仮定してきた。この式は，y/δ のベキ乗の式であり，図-III・26 の (b), (c) のような場合には，直線関係になるはずのものである。同図から，y/δ の 1 付近と0.1以下のデータを除くと，u/u_0～(y/δ) の関係は，ほぼ直線関係を示し

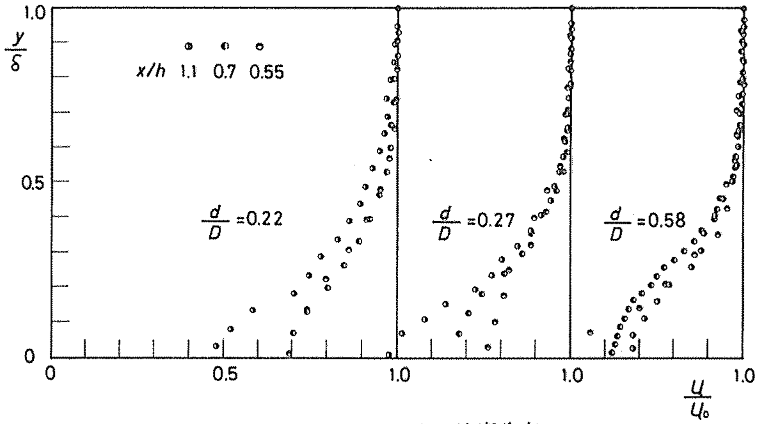


図-III・26(a)　境界層内の速度分布

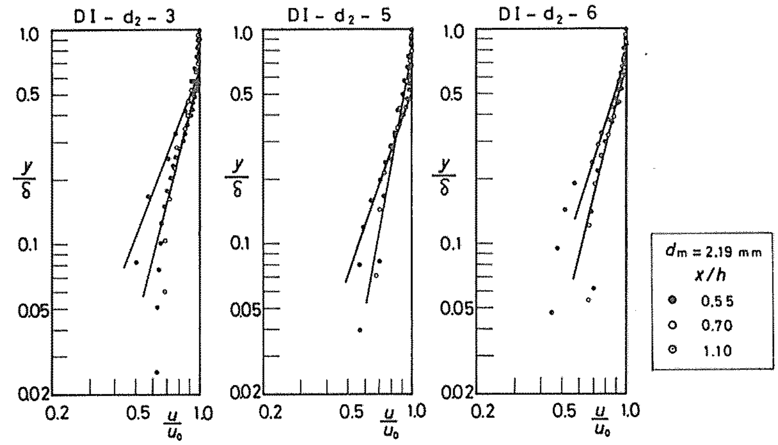


図-III・26(b)　境界層内の速度分布

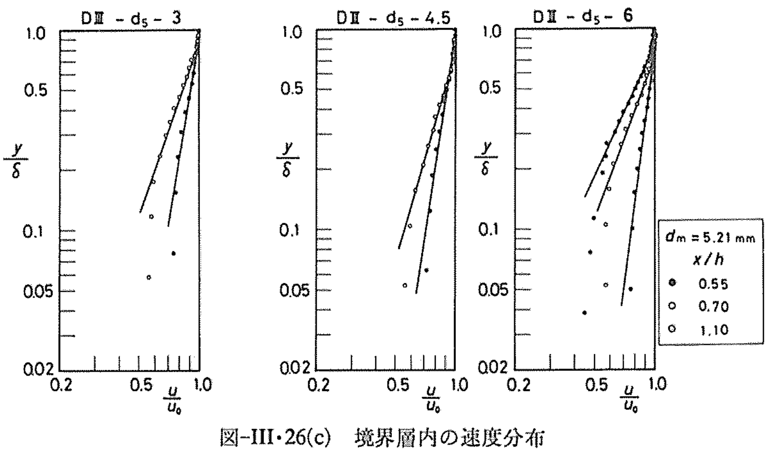


図-III・26(c)　境界層内の速度分布

ていることがわかる。但し，直線の勾配すなわち，(III・31) 式のベキ数 n は，流下距離 x によって変化しているようである。

この関係を調べるために $1/n$ と，流下距離 x を無次元化した ξ を図-III・27 のようにプロットしてみた。この図をみると，$1/n$ すなわち n が，明らかに ξ によって

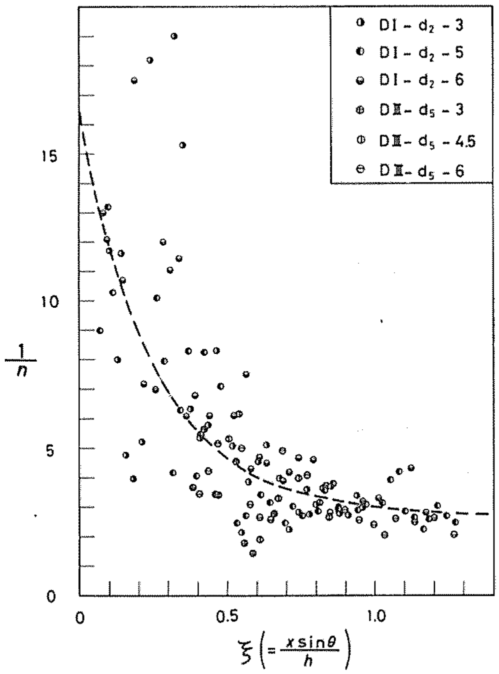


図-III•27　速度分布のベキ係数 n の流下方向に対する変化（固定床の場合）

変化しており，概略，図中の破線のように n が1/16〜1/3の間で変化している。したがって，境界層内の速度分布を平均的にはともかく，完全な相似分布と見なすことにはむりがあることになる。しかしながら，ある ξ に達するまでの代表的な n を考えることは可能であり，代表的な n を用いて概略の境界層の厚さを計算することも可能である。

図-III•28 の (a)〜(b) は，斜めもぐり噴流による底面境界層の発達状態を示したものである。同図の (d) を除いた各図は底面が平面であり，底面に 2.19 mm と 0.521 mm の砂を貼り付けた場合の境界層厚さの測定結果である。又 (*d*) は，洗掘状曲面の底面に 3.68 mm の砂を貼り付けた場合のものである。

境界層の厚さ δ は，図-III•26•(a) からも明らかなように，速度 u が主流流速 u_0 に近いところで，ほぼ一様になることを考え，一般の境界層理論で用いられているように[49]，$u(y)/u_0$ で0.99を与える y を，ここでの境界層の厚さ δ とした。

粒径の大小による境界層の発達の差は，ξ の小さいところは別として，割合，はっきりした違いが生じている。勿論，それぞれの図には，同じような水理量の測定結果を示したが，二つの水理量には若干の違いはある。

同図の (a)〜(d) 中の曲線は，n, λ の値にそれぞれ

$$n=1/6, \qquad \lambda=0.0125$$

を用いて，前出の (III•45) 式により数値計算で得た曲線である。上の n, λ の値は manning-strickler 式の値であるが，この値は，(a)〜(d) の各二つの実験を通して最小の誤差を与えるものに近い値である。

この値を求めるに当っては，$\xi=0.06$〜0.48 に相当する δ に対し，ある値の n を与え，全実験を通して最小の誤差を与える λ を求め，次に，また新たに n を与えて，同様にして λ を求めるという操作を，$n=1$ から $n=1/9$ まで繰り返して行った。その結果，誤差を最小にする値として，ほぼ Manning-Stricker 式に近い値が得られたのであるが，n が，$n=1/3$〜$1/7$ 程度の値を用いるならば，誤差もそれほど大きくなるということでもない。

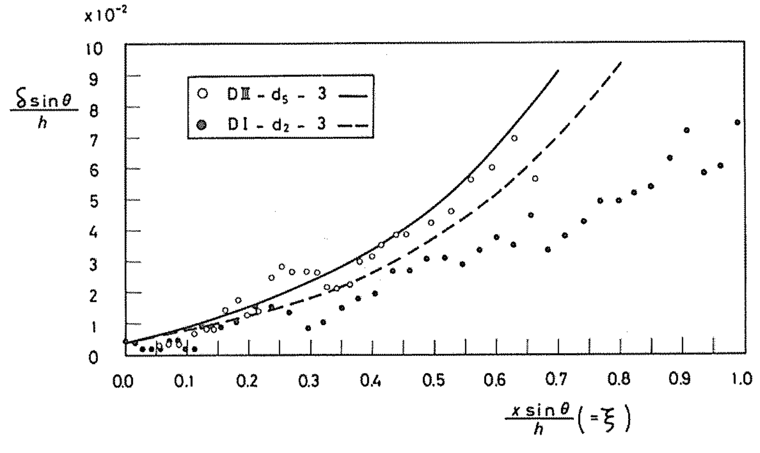


図-III•28(a)　斜めもぐり噴流による底面境界層の発達（固定床平面）

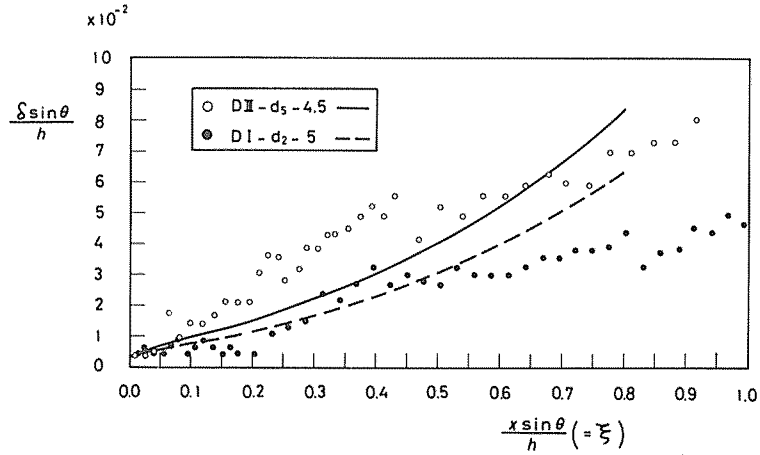


図-III•28(b)　斜めもぐり噴流による底面境界層の発達（固定床平面）

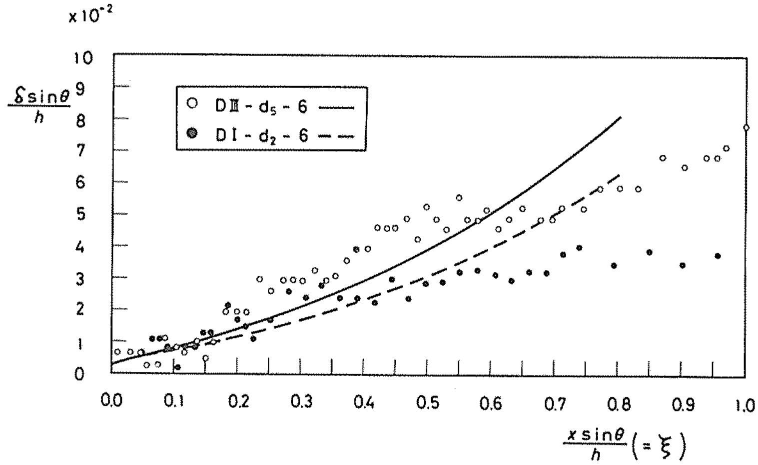


図-III•28(c)　斜めもぐり噴流による底面境界層の発達（固定床平面）

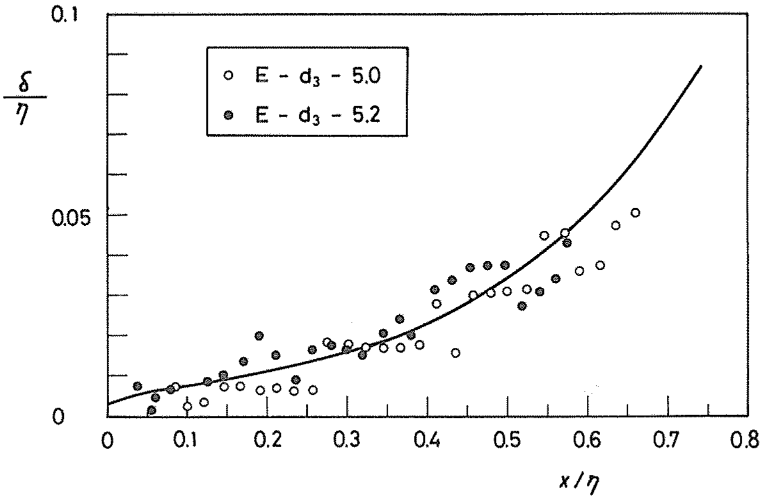


図-III•28(d)　斜めもぐり噴流による底面境界層の発達（固定床洗掘状曲面）

このようにして，n, λ を決定したのであるが，境界層の厚さの計算結果は，(a) を除いてあまりよくない。計算曲線が実測値に沿わないのは，斉藤[45] が指摘しているように，速度分布のベキ数 n が，図-III•27 で見たように，x によって変化するからである。

従って，計算曲線を実測値に沿わせるようにするには，適当な ξ の区間ごとに n, λ を与えて境界層の厚さ δ を求め，これをつなげてゆけばよいことになる。しかしながら，後に述べるように，洗掘の深さは底面における最大剪断応力によって決定されるので，この最大剪断応力が決定されるような，代表的な n を用いても，洗掘深を求めるような場合には，近似的に満足することになる。

以上から，計算曲線が概略実測値に追随していて，粗度による違いが明瞭であることがわかれば，ここでは，理論的関係はほぼ足りることになる。なお，計算曲線が，ξ の 0.8付近から著しく離れるのは，ベキ乗則の簡便性から止むを得ないのであるが[26]，後に述べる最大剪断応力 $\tau_{b\,max}$ は ξ の 0.4〜0.5付近にある（後の図-III•46参照）ので，この点は，$\tau_{b\,max}$ を求めるにあたり，問題にならないのである。

（3）　底面剪断応力 τ_b の計算

図-III•29 の (a)〜(d) は，先の $n=1/6, \lambda=0.0125$ を用いて，第6節の (III•47) 式から求めたものである。曲線形は，ξ の 0.4付近にすべてピークが生じている。この曲線形は，二次元衝突噴流の場合に求められている土屋[55] の曲線形に類似しており，又，ピークを示すという点では，一般の壁面噴流の場合と同じ傾向を示している[45]。それぞれの図には，ほぼ，同じような水理量の場合の計算結果が示されている。又，τ_b の値は，底面砂礫の粒径が大きい場合，やはり大きくなる傾向を示す。これも斉藤による壁面噴流による場合と同じ傾向にあり，底面剪断応力の形成としては妥当なところである。

底面剪断応力 τ_b が最大値を示す ξ の0.4付近は，例えば，主流流速 u_0 の場合には，u_0 の最大値（一様流速

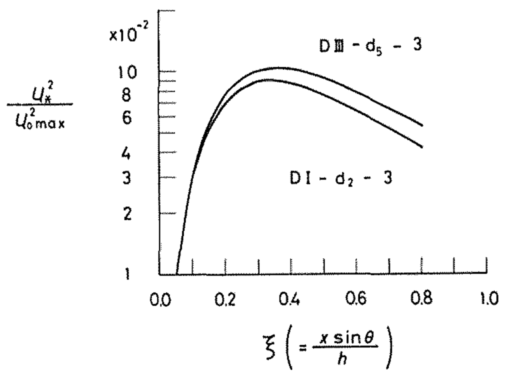


図-III•29(a)　底面剪断応力の分布（固定床平面）

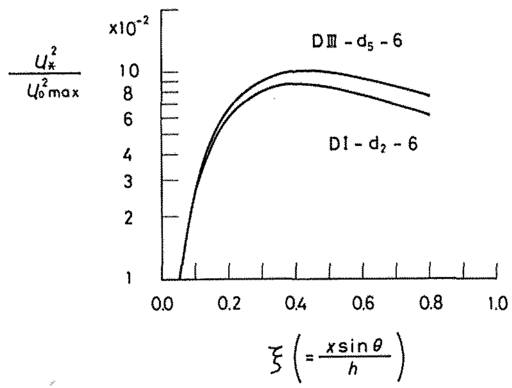


図-III•29(c)　底面剪断応力の分布（固定床平面）

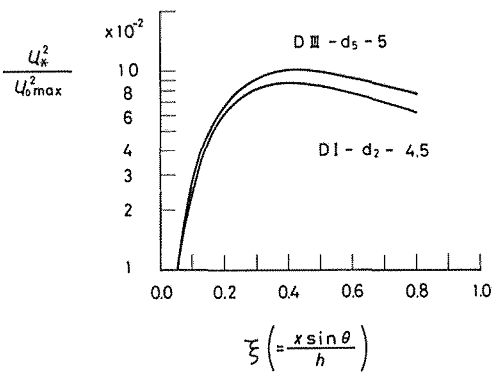


図-III•29(b)　底面剪断応力の分布（固定床平面）

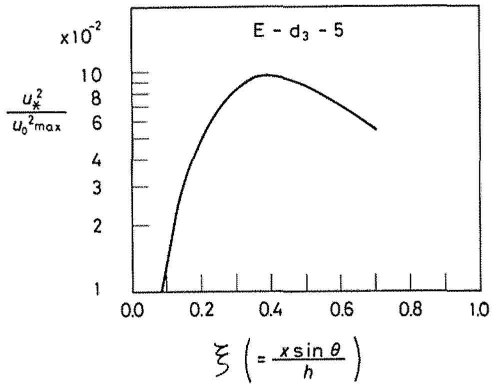


図-III•29(d)　底面剪断応力の分布（固定床洗掘状曲面，$h=T+h_d$）

領域内）に相当し，境界層の厚さの場合には，実測値と計算値が一致してくる付近に相当する。(III•47) 式中で，ξ によって変化する因子は，$B(\xi)$ であり，次のようになっている。

$$B(\xi)=\{(v^*)^{\alpha r+2}/f_0^r\}\cdot f_1$$

$$f_1=\left[1+\left(\frac{\delta_0}{h}\sin\theta\right)\left\{\frac{k(v^*)^{\alpha}}{\lambda(1+m)f_0}\right\}^{r/m}\left(\frac{k_s}{h}\sin\theta\right)^{-r}\right]^{-m}$$

ここで，$(u^*)^{\alpha r+2}$ はピークを過ぎると急に小さくなり，$1/f_0^r$ も減少函数である。f_1 は，[ ] の $-m$乗であり，[ ] の中の第２項目が減少する場合には，f_1 は徐々に１に接近する。ところが，少くとも v^* がピークを過ぎるあたりから，f_1 の [ ] の中の第２項は，減少することになるので，f_1 は高々１に接近するにすぎない。実際数値計算を行っても，今回の実験の場合，$\xi=0.02$ で，f_1 は0.3～0.4程度であり，$\xi=0.3$～0.4 で f_1 は0.8程度になり，後は徐々に１に接近している。

したがって，$B(\xi)$ は，$\xi=0.4$ 付近でピークを示す函数と，ξ のこの付近から１に接近する函数との積であるから，必ずピークを示す函数となる。以上から，(III•47) 式の τ_0 が，主流流速 v^* のピーク位置より少し後で，ピークに達する函数であることが明らかになった。

III-8 摘　　要

この章では，第 II 章に引き続いて，斜めもぐり噴流が底面に衝突後の底面流について，水理学的な考察を行ったものである。底面流については，底面に衝突後の流れにポテンシャル流を考え，ポテンシャル流速によって底面境界層が発生するとし，その上部には，自由噴流と同じ性質の拡散領域が存在するとして考察を進めて来た。

その結果，主流流速 u_0 については次のようなことが明らかになった。

① 斜めもぐり噴流が平板へ衝突する場合の流線として，(III•8) 式が得られた。また (III•8) 式は，原点付近において (III.11) 式で近似される。

② 噴流の衝突によって生ずる底面流の主流流速 u_0（境界層外縁流速）は，理論解析の結果から近似的に (III•23) 式で表される。

③ 底面境界層での主流流速の最大値 $u_{0\,max}$ は，斜め噴流が底面に衝突する仮想衝突速度 v_{0b}（ALBERTSON 等の式より得られる値）に等しい。

④ 実験の結果，底面主流流速は加速・一様流速・減速の各領域をもち，(III•23) 式で表される曲線形を示す。又，実際上の計算は，$u_{0\,max}$ を用いた (III•29) 式で行うことができる。

⑤ 実験値より得られる (III•29) 式の係数は，Drop 数によって分類される。

衝突後の底面流を構成する，底面境界層と，上部の拡散流については，次のような理論を用いて解析を行った。

⑥ 境界層内の速度分布としてのベキ乗則を仮定した。

⑦ 境界層内の運動の式として，KÁRMÁN の運動量方程式を用いた。

⑧ 以上より，境界層の厚さ δ を求める (III•45) 式と，底面剪断応力 τ_b を求める (III•47) 式を導いた。

上のような底面境界層に関する理論的考察と，底面流の速度分布に関する実験結果より，次のようなことが明らかになった。

⑨ 底面流の速度分布は，概略，相似分布とみなせる。

⑩ 底面流のうち，上部の拡散流は二次元自由噴流と同様な流れであるとみなすことができる。散域拡の拡がりは (III•51) 式で表され，その拡がり角は，自由噴流の場合より小さく，壁面噴流の場合と同一である。

⑪ 境界層内の速度分布は，細かくみると相似的な分布ではなく，ベキ数 n は，ξ によって約 1/16～1/3まで変化する。

⑫ しかしながら，境界層の厚さ δ や，底面剪断応力 τ_b は，n を一定にしても近似的には求められる。

⑬ n と λ を仮定して，実験値に対し δ の計算曲線の誤差を最小にするような n と λ を求めると，n, λ はほぼ，Manning-Strickler 式に近い値となった。

⑭ ここで，Manning-Strickler 式の $n=1/6$, $\lambda=0.0125$ を用いて，底面剪断応力 τ_b の分布を (III•47) 式より求めた。

⑮ 底面剪断応力 τ_0 の分布は，どの場合も，$u_{0\,max}$ を示す ξ の直後で最大値を示すことが明らかになった。

IV 洗掘平衡状態における最大洗掘深と洗掘長

IV-1 はじめに

第 III 章では，斜めもぐり噴流による底面上の剪断応力 τ_b を求めた。それは，最大洗掘深の理論をより精密にするために，底面剪断応力を評価することが必要であると考えたからである。底面剪断応力を考察するに当り，底面流の流れに着目し，ポテンシャル流と考えられる主

流流速を中心にして，その下の境界層領域，その上の拡散流領域というように，流れを性質によって区分し，理論と実験から解析した。こうして得られた τ_b の計算式は，境界層 δ の適合性から，間接的に第一近似として認められるものであった。

この章では，第 I 章の解析に則り，第 III 章で得られた剪断応力 τ_b を用いて，最大洗掘深を求める式をより一層精密化すること，および，洗掘形状を無次元化して表し，代表的な洗掘長を計算する式を求めようとするものである。したがって，洗掘深に関しては第 III 章と本章での理論が，第 III 章の前書で記したような疑問点，すなわち，(III•1) 式のベキ数 α と β が噴流のベキ数 p から求められる値と一致しないということを，ある程度合理的に説明できるものでなければならない。

そこで，この章では，実用的な式を導くために，ナップ厚を人工的に制御できる洗掘実験装置を作製して実験を行い，その結果を理論式にあてはめて式の係数決定を行い，理論の妥当性を検討した。又，実際の副堰堤の設計のために必要な，主副堰堤間距離についても，同じ洗掘実験装置を用いて検討した。さらに，具体的な副ダムの設計方法についても，水理学的な面から考察を行った。以上の解析にあたっては，最大洗掘深および洗掘形状は，第 I 章でみたように当然ながら洗掘平衡に達していることを前提としている。

IV-2　最大洗掘深の理論式

第 III 章で導いたように，境界層理論による底面剪断応力 τ_b は次式で表される。

$$\frac{\tau_b}{\rho(u_{0\,\max})^2}=\lambda^{\frac{\gamma}{m}}\left\{\left(\frac{k}{1+m}\right)\left(\frac{k_s}{h}\sin\theta\right)\right\}^{\gamma}\cdot B(\xi)\quad\cdots(\text{IV}\cdot 1)$$

但し，

$$B(\xi)=\left\{\frac{(\nu^*)^{\alpha}}{f_0}\right\}^{\gamma}(\nu^*)^2\cdot f_1,\quad \gamma=\frac{m}{1+m}$$

$$f_1=\left[1+\left(\frac{\delta_0}{h}\sin\theta\right)\left\{\frac{k(\nu^*)^{\alpha}}{\lambda(1+m)f_0}\right\}^{\frac{\gamma}{m}}\left(\frac{k_s}{h}\sin\theta\right)^{-\gamma}\right]^{-m}$$

$$f_0=\int_0^{\xi}(\nu^*)^{\alpha}d\xi,\quad k=\frac{n}{(n+1)(2n+1)}$$

$\nu^*(\xi)=u_0/u_{0\,\max}$，　$\alpha=(1+m)(3+2n)$

$m=2n$，n: 境界層内速度分布のベキ係数，

$\xi=x\sin\theta/h$，　λ: 定数，　k_s: 相当粗度

δ_0: よどみ点での境界層の厚さ

(IV•1) 式の τ_b は，第 III 章で調べたように，$u_{0\,\max}$ を示す ξ のすぐ後で最大値を示す函数である。

ところで，ここで考えている洗掘現象では，最大洗掘深のみを問題にしているので，それに対する底面剪断応力は，その最大値 $\tau_{b\,\max}$ が対応しているはずである。したがって，最大洗掘深のみを問題にする場合には，底面砂礫と $\tau_{b\,\max}$ との釣合を考えればよいことになる。(IV•1) 式で，ξ の函数となっているのは $B(\xi)$ のみであるから，$\tau_{b\,\max}$ に対応する $B(\xi)$ を B_m と書けば，$\tau_{b\,\max}$ は

$$\frac{\tau_{b\,\max}}{\rho(u_{0\,\max})^2}=B_m\lambda^{\frac{\gamma}{m}}\left(\frac{k}{1+m}\right)^{\gamma}\left(\frac{k_s}{h}\sin\theta\right)^{\gamma}\quad\cdots(\text{IV}\cdot 2)$$

で表されることになる。

(IV•2) 式で，実際に $\tau_{b\,\max}$ を求めるには，境界層上縁の流速（主流流速）の最大値 $u_{0\,\max}$ を求めなければならない。また，底面の形状が，平面や曲面であっても，固定床でありさえすれば，次式

$$\frac{u_{0\,\max}}{v_{00}}=k_0\left(\frac{D}{\eta}\right)^{1/2},\quad \eta=h/\sin\theta\quad\cdots(\text{IV}\cdot 3)$$

が成立することを第 III 章で明らかにした。ここに，D はナップ厚である。

ところが，現実の洗掘断面の底面は固定床ではなく，移動床であり，ベキ係数が上式のような値をもつかどうかは明らかでない。まして，$u_{0\,\max}$ の発生するあたりは，図-IV•1 の b 点付近であり，ここは，底面から押し上げられる砂礫と，上から落ちてくる砂礫との交わるところであるので，速度分布のベキ数 p も上式の値より大きくなるのではないかと考えられる。そこで，現実の洗掘現象に対しては，(IV•3) 式のベキ係数を p とおいて

$$\frac{u_{0\,\max}}{v_{00}}=k_0\left(\frac{D}{\eta}\right)^{p}\quad\cdots(\text{IV}\cdot 4)$$

で表すことにする。後の実験のところで述べるが，洗掘平衡状態での p の測定値は，$D/d\geqq 1$ (d: 砂礫の平均粒径) の場合

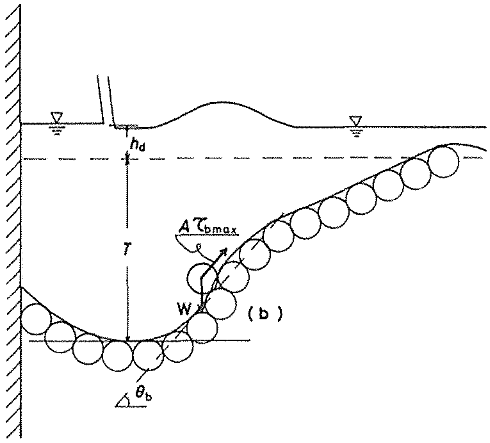
$$p=3/4$$

が得られている。

さて，$u_{0\,\max}$ を以上のように表すことにして，(IV•2) 式の k_s の代りに

$$k_s\fallingdotseq d$$

とし，(IV•4) 式を用いると，底面剪断応力の最大値，$\tau_{b\,\max}$ は



図–IV•1 最大剪断応力の点での砂礫に作用する力の関係

$$\tau_{b\,\max}=\rho k_0^2 B_m \lambda^{\frac{\gamma}{m}}\left(\frac{k}{1+m}\right)^{\gamma}\left(\frac{d}{h}\sin\theta\right)^{2p+\gamma}\left(\frac{D}{d}\right)^{2p} v_{00}^2 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 5)$$

で表される。

ところで，一個の砂粒に加わる流体力 F は，上の $\tau_{b\,\max}$ を用いると

$$F=\tau_{b\,\max}\,\alpha_2\frac{\pi}{4}d^2 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 6)$$

但し，α_2: 砂礫を球としたことによる射影面積に関する補正係数，d: 砂礫の平均粒径

であり，又，流れに抵抗して砂礫に作用する力 R は，洗掘前面の $\tau_{b\,\max}$ が発生する点での傾斜角を，図–IV•1 に示すように，θ_b とすると次式で表される。

$$R=W\sin\theta_b+W\cos\theta_b\tan\varphi$$

$$W=\alpha_1(\sigma-\rho)g\pi d^3/6$$

但し，$\tan\varphi$: 砂礫の水中での静止摩擦係数，α_1: 砂礫を球としたことによる体積に関する補正係数，σ: 砂礫の密度，ρ: 水の密度，g: 重力加速度

洗掘平衡の場合，F と R は釣合っているので

$$F=R$$

が成立し，上式を $h/d\sin\theta$ について解くと，次式が得られる。

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\cos\theta_b(\tan\theta_b+\tan\varphi)}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 7)$$

$$h=h_d+T \qquad (h_d=(h_{1d}+h_{2d})/2)$$

$$c=\left\{\frac{3}{2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}k_0^2 B_m \lambda^{\frac{\gamma}{m}}\left(\frac{k}{1+m}\right)^{\gamma}\right\}^{\beta},\quad \gamma=\frac{m}{1+m},\quad s_0=\frac{\sigma}{\rho}$$

$$\alpha=2p-1,\quad \beta=1/(2p+\gamma),\quad m=2n$$

ここに，T: 最大洗掘深，h_d: 貫入部付近での平均水面から副ダム天端面までの水深（図–IV•1 参照），d: 砂礫の粒径，θ: 水脈の貫入後の進入角，q: 単位幅流量，v_{00}: 水脈の貫入速度，D: 貫入ナップの厚さである。

以上より，洗掘平衡に達した状態における最大洗掘深の無次元函数は，底面剪断応力の最大値を用いた場合，理論的に (IV•7) 式で表されることになる。この式には，新たに洗掘前面部の傾斜角 θ_b が入ってきているが，$\theta_b\approx 0$ とすれば

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 8)$$

但し，$\alpha=2p-1$, $\beta=1/(2p+\gamma)$, $h=h_d+T$
$\gamma=2n/(1+2n)$, $s_0=\sigma/\rho$

であり，見かけ上，第 I 章で導いたものと同じ型となっている。しかし，ベキ係数 β に，境界層理論より得られる定数 γ が含まれているところが，第 I 章の式と異なるところである。

上式の右辺の函数は，後の流掘長のところでも用いられるように，応用範囲の広い無次元量である。[ ] の中の無次元量

$$\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]$$

は $\alpha=0$ の場合も含めて，第 I 章で洗掘パラメータと呼んだものである。

ところで，洗掘実験を行うに際して貫入ナップ厚さと，底面砂礫の比 D/d が一定にできれば，(IV•8) 式の α と β を実験的に決定することができる。そこで，次の節に述べるような洗掘実験装置を作り，洗掘実験を行って，ベキ係数 α, β を決定した。

IV–3 洗掘実験装置および実験方法

(1) 洗掘実験装置の概要

第 III 章までの実験では，ナップは自由落下による自然のものを用いていたため，ナップの厚さを一定に保って実験を行うことが難かしかった。本章の洗掘実験装置の作製はそのような難点を除くことにあった。

この実験装置は，中間貯水槽から圧力管を通って

分配器──→ヘッダー管──→ナップ形成ダクト──→噴出──→洗掘

となるように設計されている。ヘッダー管とナップ形成装置の概要図を図-IV•2に示す。貯水槽から来た圧力水は，ヘッダー管から噴出した後，ナップ形成ダクト（幅 $B_0=49.70$ cm）を通って，厚さ D，流速 v_{00} の一様水脈として噴出するようになっている。

ナップ形成ダクトの先は，図-IV•2のようになっており，内側の部品を交換することによって，ナップ厚を人工的に制御することができる。ナップ厚は，

2, 4, 5, 6, 7, 10, 15, 20 mm

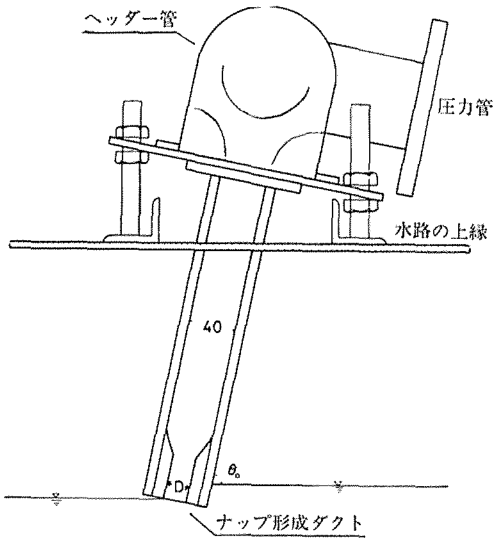


図-IV•2　噴流発生（ナップ形成）装置の概要

の最大8種類までとした。また，ナップ形成ダクトの先端の位置と方向は，ある範囲内で変えることができるので，実験では，なるべく実際の条件に近いものに設定した。

（2）　実験方法及び種類

実験にあたっては，表-IV•1, 2 に示すような粒径の異なる6種類の砂を用い，砂を副ダムの天端の高さまで敷きつめた後，ナップ形成ダクトから水を噴出させて洗掘実験を行った。

洗掘開始直後は，洗掘が激しく水面も変動するが，やがて，ほぼ一定した洗掘状態になる。こうなったところで，予め，予定水面より少し上に設置しておいたナップ形成装置を，先の図-IV•2 のように，水面にギリギリに着くように設置する。その後，第I章で述べたと同様に，洗掘平衡に達するのを待って，底面流の測定や最大洗掘深，および，洗掘形状の測定を行なった。

実験の種類としては，洗掘実験のみ行ったもの（表-IV•2）と，それと同時に底面流の測定を行ったもの（表-IV•1）との2種類がある。底面流の測定に際しては，前章の第4節のようなピトー管（但し，先端の厚さは 0.5 mm）を用いて，底面に垂直な方向に対する位置で主に主流流速の測定を行った。

実験 No. F-d_2, G-d_2 の場合，ナップ形成ダクトの位

表-IV•1　噴流発生装置による底面流の測定諸元

実験 No.	F
粒　径　d_m	0.294 (cm)
ナップ厚 D	1.960, 1.525 (cm)
実験状況	洗掘状態（No. G－d_2 と同じ）

表-IV•2　噴流発生装置による洗掘実験の諸元

No.	G					
	$d_{2.8}$	$d_{2.9}$	$d_{3.6}$	$d_{4.3}$	$d_{5.2}$	$d_{6.6}$
粒　径　d	0.283cm	0.294cm	0.368cm	0.438cm	0.521cm	0.669cm
比　重　s_0	2.61	2.61	2.61	2.62	2.64	2.65
tan φ	0.9227	0.9330	0.8942	0.9368	0.9231	0.9555
有効落差　H_E	4～82cm	2～88cm	6～68cm	7～82cm	3～84cm	4～85cm
ナップ厚	5 種類	6 種類	5 種類	5 種類	7 種類	8 種類
ナップ厚入角 θ_0	自由落下とほぼ同じ	約 80°	自由落下とほぼ同じ	左に同じ	左に同じ	左に同じ
ナップ貫入位置	自由落下とほぼ同じ	約20cm	自由落下とほぼ同じ	左に同じ	左に同じ	左に同じ

注）$d_{2.9}$ は最大の洗掘深のみ測定

置は 20 cm, 角度は 80° とした。この実験ナンバー以外の場合には，第 II 章の Drop 数による貫入角 θ_0, 落下位置 L_p の計算法により θ_0, L_p を求め，ほぼ，その値になるようにナップ形成ダクトを設定した。

洗掘深さは，第I章で示したように時間と共に増大し，やがて，洗掘平衡に達する。本章の場合も前の場合と同様に，洗掘深を20～30分毎に測定して，洗掘深のグラフを描くことにし，洗掘状態に達したことを確かめながら慎重に測定した。

IV-4 洗掘状態における底面流の測定結果

前述の装置を用いるとナップ位置は固定されており，底面砂礫も流れの不安定性による動きが比較的少なくなる。中でも 図-VI•3～図-IV•5 は，流量を多くして底面砂礫の移動を少なくしたとき（勿論，洗掘実験中）の，底面流の測定結果である。

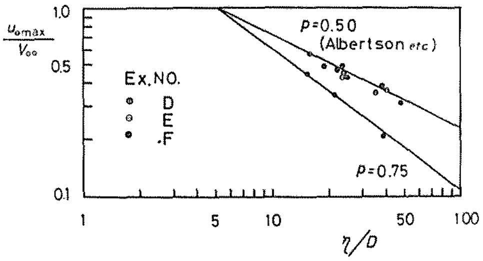


図-IV•3 $u_{0\,max}/v_{00}$ と η/D との関係
$p=0.5$ の直線：固定床の場合
$p=0.75$ の直線：洗掘平衡状態の場合

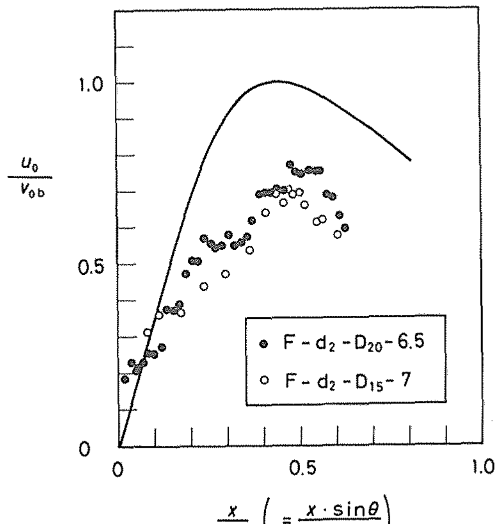


図-IV•4 u_0/v_{0b} と x/η との関係（洗掘平衡状態の場合，$h=T+h_d$）

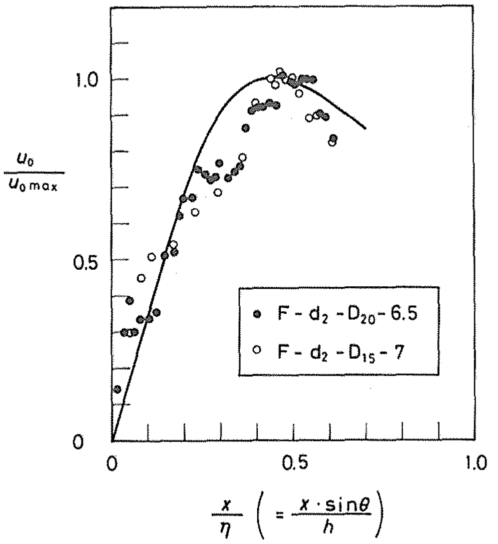


図-IV•5 $u_0/u_{0\,max}$ と x/η の関係（洗掘平衡状態の場合，$h=T+h_d$）

図-IV•3 は，前章の 図-III•13 と同じような事柄の測定結果を示したものであり，図中の黒マルが，今回の洗掘実験による測定結果である。同図より，貫入速度 v_{00} に対する底面主流流速の最大値 $u_{0\,max}$ は，先の (IV•4) 式のように

$$\frac{u_{0\,max}}{v_{00}}=k_0\left(\frac{D}{\eta}\right)^p \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 4')$$

$$p=3/4 \qquad (D/d\geqq 1)$$

で表されることがわかる。ベキ係数 p の値は，固定床の場合には，底面形状が平面・曲面にかかわらず $p=1/2$ であるのに対し，洗掘中（移動床）の場合には，$D/d\geqq 1$ のとき，上述のように $p=3/4$ で与えられることになる。

固定床の場合には，底面砂礫が全く動かないのに対して，移動床である洗掘実験中の底面の場合には，洗掘前部付近で，砂礫を巻き込むことも多く，この砂礫の巻き込みによって，$u_{0\,max}$ の値が固定床の場合のように，底面への仮想衝突流速 v_{0b} の大きさまで回復しないものと考えられる。$D/d<1$ の場合には，砂礫の回流に伴う洗掘底部から前部にかけて砂礫の移動が多くなり，底面主流流速の測定は難しく実施できなかった。

図-IV•4 は，底面主流流速 u_0 を u_0/v_{0b} と表し，x/η

との関係で示したものである。なお，v_{0b} は噴流の中心流速がそのまま底面に衝突するとした仮想的な衝突速度で，Albertson の式から求めた。図中の曲線は固定床曲面の場合の図-III•16と同じ曲線である。この図-III•4より $\xi(=x/\eta)$ の0.1付近までは固定床の主流流速に近い流れであるが，この点以後から徐々に u_0/v_{0b} の値は曲線から離れており，底面主流流速 u_0 は固定床のときより減少することがわかる。移動床の場合 $u_{0\,max}$ が小さくなる理由として，流れの底面砂礫下へのもぐりこみか，底面砂礫第一層の移動の影響が考えられる。以上のことから，最終的に図-IV•3や(IV•4′)式のような関係が生ずることになる。

そこで，$u_{0\,max}$ が(IV•4′)式で与えられたとすると，$u_0/u_{0\,max}$ と x/η の関係が必要になる。図-IV•5は，この関係が固定床の場合と，ほぼ同じ曲線で表されることを示している。したがって，洗掘中の場合の $u_0/u_{0\,max}$ は，次式

$$\frac{u_0}{u_{0\,max}}=\frac{A\xi}{\xi^2+B\xi+C},\quad \xi=\frac{x}{h}\sin\theta \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot 9)$$

より，A, B, C に固定床洗掘状曲面の値を用いて

$$A=0.600,\quad B=-0.284,\quad C=0.194$$

とおくことによって求められる。以上より，洗掘底面の主流流速 u_0 が(IV•9)式と(IV•4′)式との組合せによって求められることが明らかになった。

また，上の式形を認めることによって，洗掘中の底面剪断応力 τ_b の分布が，第III章の場合と同じようになり，(IV•1)式の $\tau_{b\,max}$ が洗掘中の底面に対しても適用できることが確かめられた。但し，(IV•5)式および(IV•7)，(IV•8)式中の γ の n は，固定床の場合の値 $(n=1/6)$ とは異なるものと考えられる。

IV-5 最大洗掘深に関する実験結果および公式

(1) ベキ係数 α, β の決定

最大洗掘深に関する理論式は，第2節の(IV•7)式，又は(IV•8)式によって与えられる。(IV•8)式は，(IV•7)式の θ_b を $\theta_b\approx 0$ としたもので特殊な場合にあたる。

一般に，θ_b を用いる方が妥当であるが，しかしながら第I章でも示したように $\theta_b\approx 0$ とした場合でも，最大洗掘深のパラメータは有効であるので，ここでは，式の簡潔さも考えて(IV•8)式の函数形に対して係数決定を行ってみる。又同時に，洗掘実験より得られる α，β と α, β に含まれる境界層に関する因子 p, γ, n についても考察を行い，理論式の妥当性を検討することにする。

(IV•8)式に示した最大洗掘深の理論式において，もし D/d を一定にすることができれば，式中の

$$(D/d)^{\alpha\beta}$$

は定数となり，各 (D/d) ごとに β が求められることになる。そこで，(IV•8)式を次のように変形することにする。

$$\frac{h}{d\cdot\sin\theta}=\psi\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\right]^{\beta} \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot 10)$$

$$\psi=c\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha\beta},\quad s_0=\frac{\sigma}{\rho},\quad (\tan\varphi\equiv\mu)$$

$$\alpha=2p-1,\quad \beta=1/(2p+\gamma),\quad \gamma=2n/1(1+2n)$$

ここに，p は底面主流流速に関する(IV•4′)式のベキ数であり，n は底面境界層内の速度分布に関する(III•31)式のベキ数である。(IV•10)式中の θ は，第I章の(I•10)，(I•11)式か第II章の(II•50)式によって求められ，その他の因子も測定することができるので，(IV•10)式の洗掘深と，洗掘パラメータとの関係は，実測値に基づいてプロットすることができる。

図-IV•6の(a)～(f)は，この関係を粒径 d が2.83, 2.94, 3.68, 4.38, 5.21, 6.69 mm の場合について示したものである。この図より，(IV•10)式の洗掘パラメータが現象をよく整理できることが確認される。ところがこのことは，第I章においてすでに明らかにされたものであり，ここではさらに，(IV•10)式のベキ係数 α, β に関する理論式の妥当性について検討を行うことにする。

同図の各 D/d に対し，ベキ係数 β の値として表-IV•3

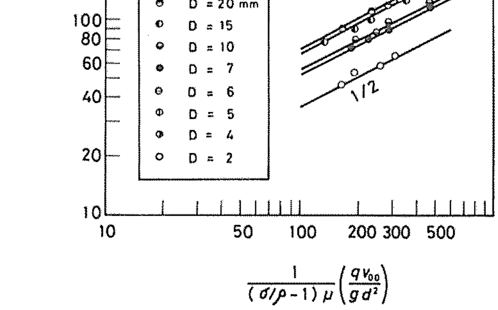


図-IV•6(a) 最大洗掘深と洗掘パラメータとの関係
(実験 No. G)

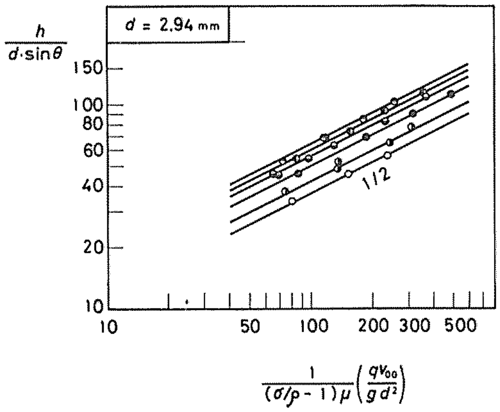


図-IV・6(b) 最大洗掘深と洗掘パラメータとの関係 (実験 No. G)

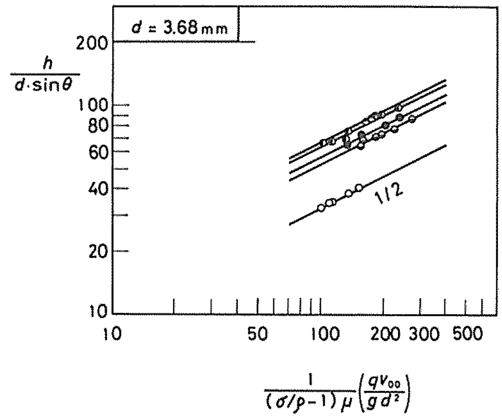


図-IV・6(c) 最大洗掘深と洗掘パラメータとの関係 (実験 No. G)

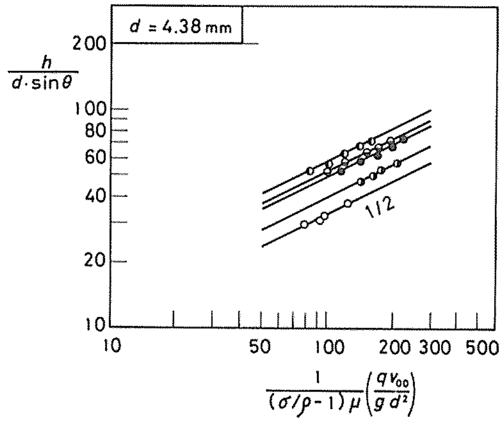


図-IV・6(d) 最大洗掘深と洗掘パラメータとの関係 (実験 No. G)

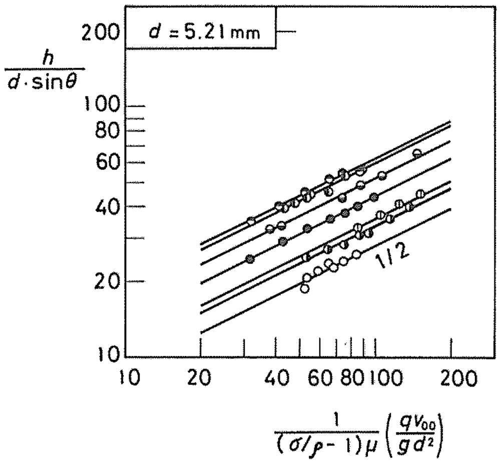


図-IV・6(e) 最大洗掘深と洗掘パラメータとの関係 (実験 No. G)

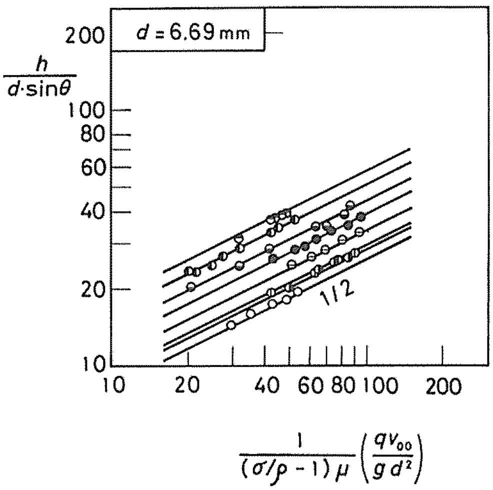


図-IV・6(f) 最大洗掘深と洗掘パラメータとの関係 (実験 No. G)

のような値が得られる。βの平均値は

$$\beta = 0.5023$$

であるが，有効数字2桁までとすると

$$\beta = 0.50 = 1/2 \qquad \text{(IV·11)}$$

となる。

次にαであるが，(IV・10)式より，$\beta=1/2$として実験値から得られるψとD/dの関係を両対数グラフにプロットすると図-IV・7が得られる。(IV・10)式で示したψとD/dの関係式は

$$\psi = c(D/d)^{\alpha\beta} \qquad \text{(IV·12)}$$

表-IV・3　ナップ形成装置による洗掘深の実験結果

d–D	β	D/d	ϕ	c
2.83– 2	0.5046	0.7972	3.686	3.901
– 7	0.5044	2.495	5.255	4.181
–10	0.5047	3.451	5.672	4.162
–15	0.5005	5.410	6.524	4.278
–20	0.5030	6.993	7.095	4.363
2.94– 2	0.4802	0.7064	3.616	3.944
– 4	0.4973	1.369	4.274	3.951
– 7	0.5056	2.415	4.976	3.992
–10	0.4941	3.359	5.482	4.049
–15	0.5086	5.200	5.919	3.920
–20	0.5076	6.714	6.286	3.905
3.68– 2	0.5068	0.5978	3.267	3.715
– 7	0.4974	1.919	5.688	4.833
–10	0.4978	2.633	5.219	4.097
–15	0.5060	4.071	6.355	4.474
–20	0.4998	5.272	6.525	4.306
4.38– 2	0.5060	0.5162	3.317	3.913
– 4	0.5027	0.9856	3.964	3.978
– 7	0.5008	1.630	4.833	4.277
–10	0.5031	2.251	5.233	4.272
–15	0.5070	3.511	5.744	4.196
5.21– 2	0.5241	0.3973	2.766	3.484
– 4	0.5072	0.7716	3.315	3.537
– 5	0.5069	0.9543	3.618	3.661
– 7	0.4977	1.359	4.351	4.030
–10	0.5050	1.898	5.170	4.405
–15	0.5053	2.927	5.903	4.513
–20	0.4962	3.795	6.159	4.413
6.69– 2	0.5018	0.3208	2.607	3.464
– 4	0.5006	0.6141	2.886	3.260
– 5	0.5003	0.7432	2.880	3.102
– 6	0.5048	0.9341	3.418	3.477
– 7	0.5016	1.060	3.863	3.807
–10	0.4965	1.448	4.403	4.014
–15	0.4961	2.263	5.093	4.152
–20	0.5020	2.973	5.634	4.291

$\beta=0.5023$　　$D/d\geqq 1,\ c=4.203,$　$D/d<1,\ c=3.620$

であり，両対数グラフの場合，$\alpha\beta$ は直線の傾きに相当する。この図で，ϕ の直線は $D/d=1$ で不連続になるが，D/d のベキ数 $(\alpha\beta)$ は，$D/d\gtreqqless 1$ で変わらず，D/d の全区間で

$$\alpha\beta=1/4 \qquad (\mathrm{IV}\cdot 13)$$

とすることができる。細かくみると，$D/d\geqq 1$ の場合で $\alpha\beta=1/4$ となるのは，D/d が 1.5 以上（このとき $\alpha\beta=0.253$）に対してである。$D/d<1$ の場合には，$\alpha\beta$ は粒径によって (IV・12) 式の c の値も変化しているようであり，粒径が小さくなるに従って，$D/d\geqq 1$ 場合の c の値

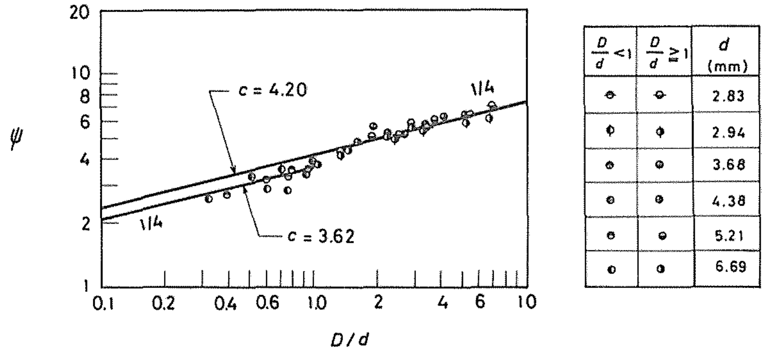


図-IV•7　最大洗掘深 T に関する ψ と D/d の関係(実験 No. G)

(c=4.2) に接近しているようである。しかしここでは，粒径ごとに見た場合に，$\alpha\beta=1/4$ となることが明らかになれば十分であろう。

このようにして，ベキ数 $\alpha\beta$ が求められると，$\beta=1/2$ が既に得られているので，α は結局，次式のようになる。

$$\alpha=1/2 \qquad \text{(IV·14)}$$

さてここで，α, β についてその物理的意味を検討してみることにする。まず α であるが，これは (IV•10) 式から明らかなように

$$\alpha=2p-1$$

である。洗掘実験より得られる α として1/2が既に与えられているので，p は

$$p=3/4 \qquad \text{(IV·15)}$$

となる。

さて，この p は，もともと底面主流流速 u_0 に関する (IV•4′) 式のベキ係数 p を用いたものであり，洗掘実験より求められた (IV•15) 式の p と，(IV•4′) 式のベキ数 p とは，一致しなければならない。ところが，(IV•4′) 式の p としては，図-IV•3 に示したように $p=3/4$ が得られており，この値は上の (IV•15) 式と一致することになる。したがって，洗掘深に関する (IV•10) 式のベキ数 α に対して，$\alpha=2p-1$　という理論式の妥当性が証明されたことになる。

次に β についてであるが，β も (IV•10) 式から明らかなように

$$\beta=1/(2p+\gamma)$$

である。洗掘実験より得られる β は，(IV•11) 式で与えられ，上で得られた p を用いると，γ は1/2となる。γ と境界層内の速度分布のベキ数 n との関係は

$$\gamma=2n/(1+2n)$$

であるので，上式より n として

$$n=1/2 \qquad \text{(IV·16)}$$

を得る。

この β の値は，洗掘実験より出された値であり，α のときにも示したように，第 III 章での境界層理論の適用が正しいかどうか検討する必要がある。しかしながら，洗掘実験中での境界層の測定は難しいので，速度分布のベキ係数 n の検討は，第 III 章の固定床の場合と比較しながら行うことにする。

そこで，まず固定床の場合には，第 III 章でベキ係数 n として $n=1/6$ が与えられており，n と速度分布との関係について考えてみる。図-IV•8 は，$n=1/6$, $n=1/2$,

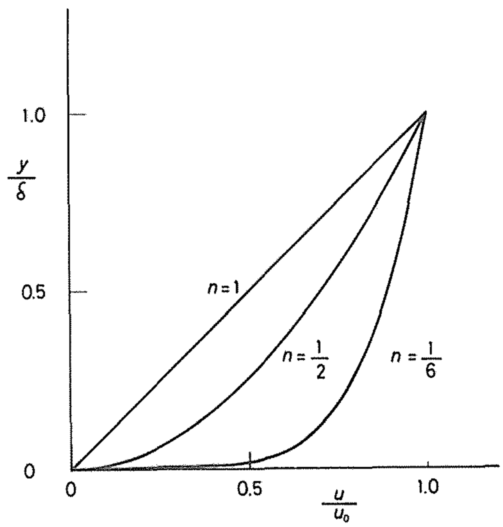


図-IV•8　ベキ数による境界層内速度分布の違い

$n=1$ とした場合の境界層内の速度分布を示したものである。この図で $n=1/6$ と $n=1/2$ の分布形を比較すると，n が 1/6 の場合には底面付近の速度が大きく，n が 1/2 ではそれほど大きくないことに気が付く。一方，洗掘状態の場合，洗掘前部砂礫層の第一層は移動するので，底面付近の速度は固定床の場合より小さくなり，n の値は固定床の場合よりも大きくなることが考えられる。

また逆に，例えば，$n=1/3$ で $p=3/4$ のとき，$\beta=10/19=0.526$ であり，この値は $\beta=1/2$ とそれほど異なるものではない。さらに，$n=1/6, p=3/4$ のときでも，$\beta=4/7=0.571$ であり，β の値が0.50～0.57の範囲に，$n=1/2$～$1/6$ が対応することになる。このことは，n の値の1/2～1/6までの変化が，β に対しては，ほぼ1桁下の変化を示すことを意味し，β にそれほど大きな影響を示すものではないことをあらわしている。

さらに，洗掘実験より得られる $n=1/2$ という値についてであるが，流速計算に Manning-Strikler 型の式を用いた場合，急流で相対水深が小さい通常の粗面乱流においては，$n=1/2$ になることが山口・本田[58),59)]によって示されており，n の値は，似たような条件に対して一致することがわかる。したがって，$n=1/2, \beta=1/2$ という値は，理論との一致が完全ではないが，ほぼ妥当な値であると言える。

以上この項では，ナップ形成ダクトを用いた精密な洗掘実験の結果から，境界層理論より得られる (IV･10) 式の α, β の値を決定したことを述べ，その値が理論的な関係式に一致する値であることを明らかにした。

これで，第I章で示されたような

$$p_\alpha \fallingdotseq p_\beta$$

というような矛盾は一挙に解決し，

$$p=3/4$$

という値が決定され，さらに，境界層内の速度分布のベキ係数 $n=1/2$ まで予測することができたことになる。又，第I章では，$D/d<1$ の場合の ψ について，$\psi=$一定としてきたのであるが，ここで初めて，係数 c の値は異なるにしても先の 図-IV･7 のように D/d のベキ係数 $\alpha\beta$ が $D/d\geqq1$ のときと同一になることが明らかになった。なお，乗定数 c については次項で考察することにする。

ここまでに得られたベキ係数 α, β と α, β に含まれる境界層の因子 p, γ, n とそれらの相互関係をまとめて表-IV･4 に示した。

表-IV･4 洗掘実験の結果より得られる各種定数 ($\alpha, \beta, p, \gamma, n$)

各種定数	関係式又は関係図
$\beta=1/2$	図―IV・6・(a)～(f)
$\alpha\beta=1/4$	図―IV・7
$\alpha=1/2$	β と $\alpha\beta$ の値より
$p=3/4$	$\alpha=2p-1$，図―IV・3
$\gamma=1/2$	$\beta=1/(2p+\gamma)$
$n=1/2$	$\gamma=2n/(1+2n)$

（2） 乗定数 c の決定

最大洗掘深の理論式である (IV･10) 式を決定するには，残りの乗定数 c を決定しなければならない。α, β は実験値を関係理論式で検討することによって，確定できたが，乗定数 c については，c の理論式に確定した定数が含まれていないので，ここでは，精密な実験によって得られる値を採用することにする。まず初めに，ナップ形成装置による場合の c を求め，この値を自由ナップの場合について確かめることにする。

a. ナップ形成装置による場合の乗定数 c

先に，ψ と D/d の関係を 図-IV･7 に示したが，この図は両対数グラフであり，$D/d=1$ の縦軸の値が $\psi=c$，つまり乗定数 c の値となる。先に述べたように，ψ の値は $D/d=1$ 付近で不連続になり，$D/d\geqq1$ の場合，乗定数 c は

$$c=4.20 \tag{IV･17}$$

となる。$D/d<1$ の場合，c の値は平均で $c=3.62$ であるが，実際には粒径によって異なるようである。粒径が大きくなると c は小さくなり，粒径が小さくなると c は $D/d\geqq1$ のときの $c(=4.20)$ に一致する傾向にある。ここでは，最も危険な最大洗掘深のみを問題にしているので，$D/d<1$ の場合も最大の c，つまり，$c=4.20$ を与えても支障はないであろう。

以上のような ψ の値が $D/d=1$ で不連続になり，かつ，$D/d<1$ の場合の c の値が，粒径によって変化する傾向にあることの説明は，これまで考えてきたような理論からは導き出せない。ただ，ナップ厚 D が粒径 d に比べて相対的に小さい場合，即ち $D/d<1$ の場合には，図-IV･9･(b) に示すように，砂礫が洗掘断面内の流水の

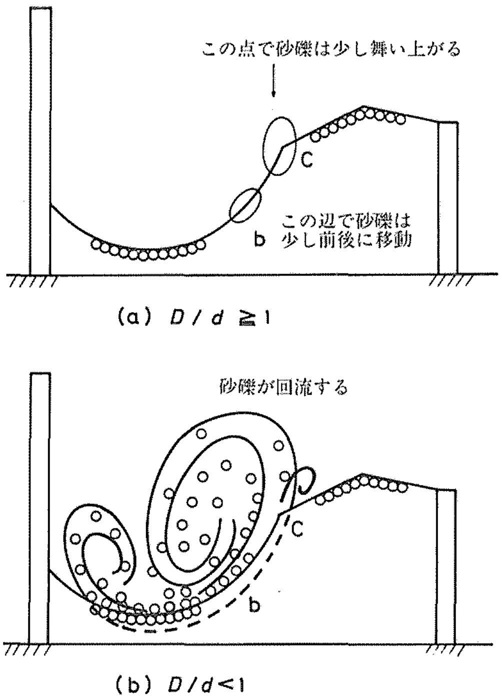


図-IV•9 $D/d \gtreqless 1$ による洗掘現象の比較

回流に伴って動いて回るので，このことが $D/d=1$ における ψ の不連続性に関係しているのではないかと考えられる。ナップ形成装置を用いた場合，洗掘現象に対する D/d の影響は次のように区別される。

(a) $D/d \geqq 1$ における砂礫層の回流の非発生

(b) $D/d<1$ における砂礫層の回流の発生

砂礫の回流が発生する $D/d<1$ の場合には，そうでない場合に比べてエネルギー損失が大きくなるので，したがって，洗掘深は小さくなるものと考えられる。その結果，$D/d<1$ の場合にはそうでない場合に比べて，乗定数 c が小さくなることになる。ψ の値が，$D/d=1$ で不連続になることの概略の説明は，以上のようなものであろう。

又，$D/d<1$ のときで，砂礫が小さくなると，ψ の値が $D/d \geqq 1$ のときの直線に近づくのは，砂礫が小さくなることによって，回流によるエネルギー・ロスが小さくなり，砂礫の回流しないとき ($D/d \geqq 1$) の状態と，実質的に同じようになるためであると考えられる。

以上のようにして，c が決定されると，α, β はすでに決定しているので最大洗掘深に関する式は次のように表される。

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\sqrt{\frac{D}{d}}\right]^{1/2} \quad \cdots(\mathrm{IV}\cdot 18)$$

$c=4.20$ (ナップ形成装置による)

$h=T+h_d$, ($s_0=\sigma/\rho$, $\tan\varphi\equiv\mu$)

図-IV•10 の (a)•(b) にナップ形成装置による実験値と，(IV•18) 式の関係を示した。この場合には，(IV•18) 式が実験値によく適合していることがわかる。

b. 自由落下水の実験による c の決定

図-IV•11 の (a), (b) は，第 I 章で行った自由落下水による洗掘実験結果を，両対数グラフに示したものである。実線で書いた直線は (IV•18) 式 ((a), (b) 共に $c=4.20$ として計算したもの) を示したものである。なお，同図 (a) の破線は，データの上限を示したものであり，同図 (b) の破線は $c=3.62$ としたものである。

同図の (a) は，$D/d \geqq 1$ の場合のデータを示したものである。(IV•18) 式の直線と自由落下水によるデータとは，概略一致しているが，横軸で 6×10^3 以上の領域では，自由ナップのデータは直線に一致せず，直線に平行してはずれてくる。この場合，ほぼ一致している領域のデータは粒径の大きいものであり，一致しない領域のデータは粒径が 1 mm 程度の非常に細かな粒径のものである。

自由落下の場合，ナップの変動により，水クッション内部の乱れの成分が大きくなり，細かな粒径のものは浮きやすくなることが考えられる。このことが，(IV•18) 式の定乗数 c に影響する結果となり，c の値が4.20より大きな値になったものと考えられる。図中の破線は，(IV•18) 式の c を5.0としたときのものであり，この場合には，グラフの横軸が 1×10^3 以上では，実験値がこの破線にのるようである。

実際の渓流では砂礫径は大きくなり，乱れの成分の影響は，それ程大きなものではないものと考えられる。したがって，通常の状態（掃流形式に対応する状態）に対しては，(IV•18) 式の c はナップ形成装置によって得られた値，すなわち，$c=4.20$ を採用することにする。

次に，$D/d<1$ の場合のデータを，図-IV•11•(b) に示した。この図の実線は，$D/d \geqq 1$ の場合の c の値 ($c=4.20$) を採用して計算したものであり，破線はナップ形成装置によって得られた平均値の $c(=3.62)$ によるものである。この図をみると，自由ナップの場合で $D/d<1$ のデータもナップ形成装置の場合 $D/d \geqq 1$ のときの c, すなわち $c=4.2$ の直線に従っているようである。$D/d<$

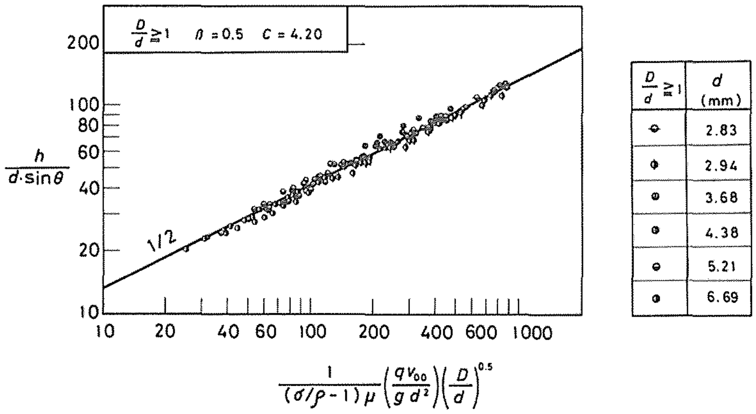


図-IV・10(a)　最大洗掘深の計算結果 ($D/d\geqq1$)

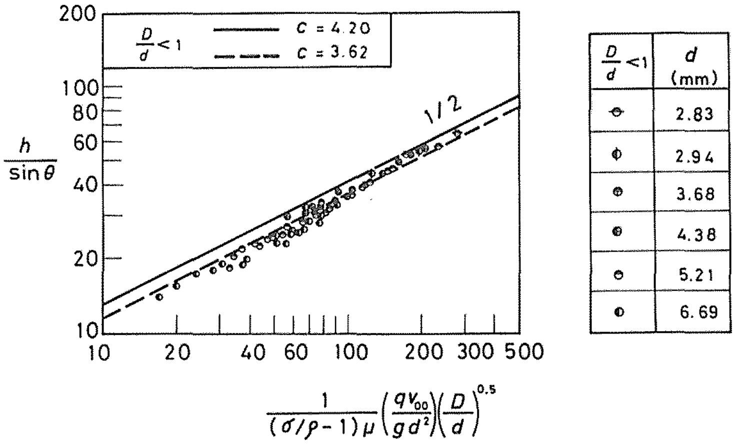


図-IV・10(b)　最大洗掘深の計算結果 ($D/d<1$)

1の場合には，ナップの変動によって，いっそう浮きやすくなることも考えられるが，ここでは，先の場合と同様の考え方から，大きな粒径の砂礫に対しては，乗定数 c は変化しないとし，かつ，簡略化して $D/d\geqq1$ のときの c に一致するものとする。

以上から，最終的な自然的条件（自由落下）に対応する (IV・18) 式の c として

$$c=4.2 \qquad \text{(IV·19)}$$

が決定される。

（3）　最大洗掘深の実用公式と現場データとの比較

a.　最大洗掘深の実用公式

以上の考察により，(IV・10) 式の α, β, c の各係数は，$\alpha=1/2$, $\beta=1/2$, $c=4.2$ と与えられたので，これらを用いて次のような最大洗掘深に関する半理論式が得られる。

$$\frac{h}{d\cdot\sin\theta}=4.2\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\sqrt{\frac{D}{d}}\right]^{1/2} \qquad \cdots\text{(IV·20)}$$

$$h=T+h_d,\quad (\tan\varphi\equiv\mu)$$

ここに，T: 最大洗掘深，h_d: 貫入部付近での副ダム天端面から水面までの深さ，d: 砂礫の平均粒径，θ: 貫入水脈の水クッション内への進入角度，s_0: 砂礫の比重，$\tan\varphi$: 砂礫の水中での静止摩擦係数，q: 単位幅流量，v_{00}: 落下水脈の貫入速度，g: 重力加速度，D: 貫入水脈の厚さである。

ここで，砂礫の比重 s_0 を 2.65とし $\tan\varphi=1$，とおくと，(IV・20) 式は

$$\frac{h}{d\cdot\sin\theta}=3.3\left[\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\sqrt{\frac{D}{d}}\right]^{1/2} \qquad \cdots\text{(IV·21)}$$

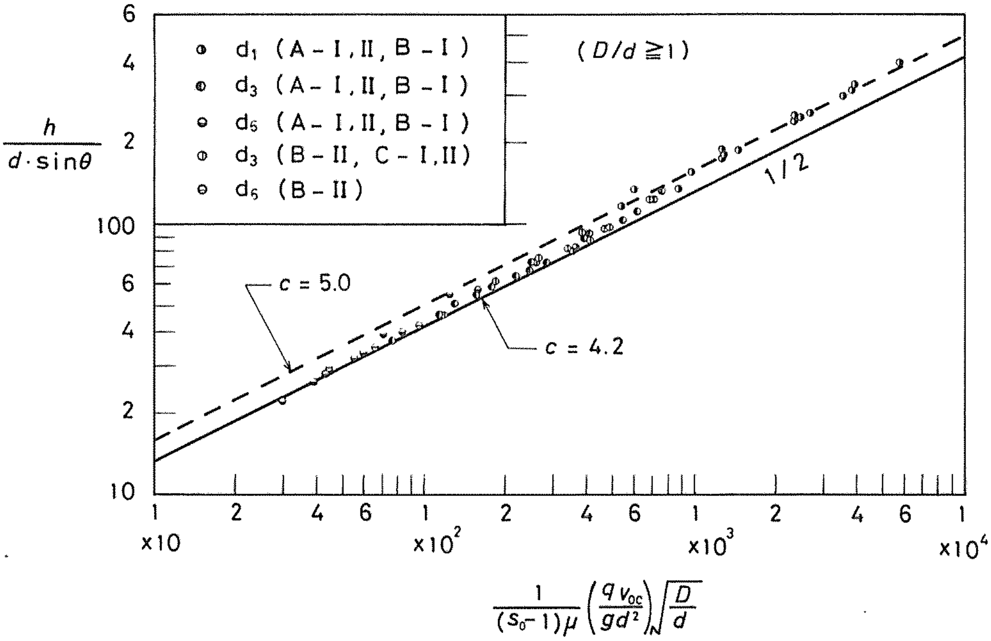


図-IV・11(a)　最大洗掘深の自由ナップデータと計算値 ((IV・18) 式)

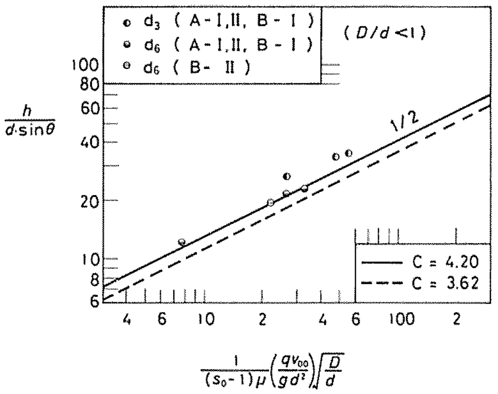


図-IV・11(b)　最大洗掘深の自由ナップデータと計算値 ((IV・18) 式)

となり，実用的な公式を得る。

b.　現場データとの比較

これまでの考察によって，明らかになったと思うが，洗掘現象は，様々な水理量が絡み合う現象であるため，それを力学的に説明し得るようなデータを現場の測定結果から得ることはむずかしい。これは，例えば，少し放水路が狭くなっただけでも，落下後の噴流が二次元流とは見とめられなくなる，ということを考えただけでも明らかであろう。したがって，従来の現場における測定値には，不確定要素が多く，先に導いた半理論式を検証するデータとして満足できるものは少ない。

そこで，不十分ではあるが，現場のデータで，はっきりしないところを推定して計算した結果が，図-IV・12である。この図のデータは，「渓間工基礎調査報告書[39]」によっている。このデータの問題点は，洗掘深さが，いわゆる河床変動によるものを含んでいることと，洗掘深そのものは当然ながら，洪水中ではなく，洪水後の平水時のものであることである。

図中の実線は，最大洗掘深を求める (IV・20) 式による計算値である。測定されたデータは，実線と離れてはいるが，右上がりの同じような傾向を示していることがわかる。図中の破線は，データの最大値を示す $c(c=1.6)$ を与えたときの，洗掘深である。この破線の値は，(IV・20) 式による計算値の約半分程度であるが，これは，先に述べたように，流量その他が洪水時のものであるのに対して，測定された洗掘深さが平水時のものであることと，一般に山地渓流では，洪水時間が短時間であり，洗掘平衡に達していないこと等によっているものと考えられる。

したがってここでは，現場のデータが (IV・20) 式と概略同じ傾向にあることが明らかになれば，十分であろう。

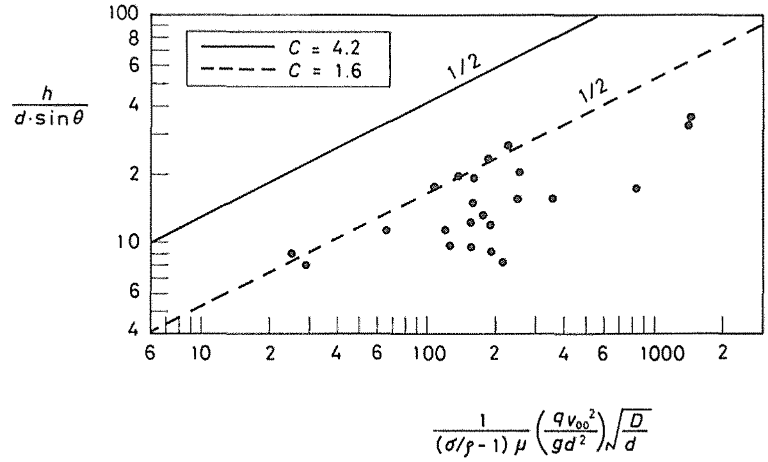


図-IV・12 現場における洗掘深の測定結果と計算値との比較
実線：(IV・20) 式による， 破線：データのほぼ上限値

IV-6 洗掘長の実験公式

これまでは，洗掘形状については特に考えずに，最大洗掘深についてのみ議論して来た。砂防ダムの設計にあたって副ダムを設ける場合，まず最大洗掘深が主副ダム間の重複高さを決定するときに必要になるのであるが，さらにもう一つ，洗掘長さが主副ダム間の距離を決定するときに必要になる。

村野等[37]は，主ダムと副ダムの位置関係によって，洗掘深さが変化することを指摘している。その中で，副ダムをある程度以上主ダムから離した場合は，洗掘状態は通常の形態を維持するのであるが，主ダムに近づけ過ぎた場合には，離した場合に比べて洗掘深はかなり大きくなると述べている。この安全な主副ダム間の位置関係を村野等は C 型（後述の図-IV・15 参照）と呼んだのであるが，勿論，これまでの実験はすべてこの C 型になるようにして行ったものである。

以上のことから，副ダムの位置は，通常の洗掘形状に影響しないような位置で，且つ，主ダムになるべく近い位置に選定する，という前提で議論をすすめることにする。従ってここでは，まず洗掘形状について考察し，次いで副ダムの位置関係を考察することにする。

(1) 洗掘形状

まず，実験データをプロットして得られた洗掘形状を図-IV・13 に示した。同図中には最大洗掘深の位置 X_T，洗掘深さ T 等の洗掘指標も示されている。これらは，同一粒径に対して水理量を変化させた場合のものである。同図は，第 I 章の実験 No. B-1（自由ナップ）によるものであり，最大洗掘深の位置 X_T が水理量によって変化

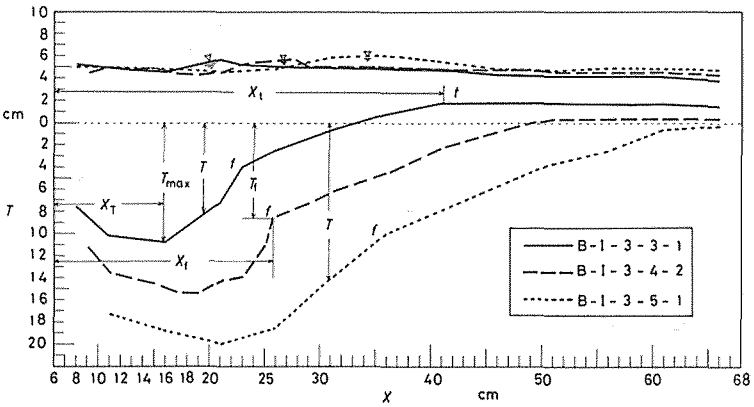


図-IV・13 流量の変化による洗掘形状の相違

することを示している。もし，横軸を $X-X_T$ とすれば，最大洗掘深の位置を中心にして洗掘ホール全部を，ほぼ統一的に表すことができる。横軸に対してはこのように考え，縦軸に対しては副ダムの天端を基準とすることにし，さらに，縦・横軸を T_{max} で割って無次元化して図示したものが，図-IV・14 の (a)～(e) である。

この図のデータは，第 I 章実験 No. B-I, II (自由ナップ) のものであり，砂礫を副ダム天端高まで敷きつめたものが No. B-I, 砂礫を副ダムから 6 cm 程下げて敷いたものが No. B-II である。各図に用いたデータは似たような条件のものであり，各図は多少のバラツキはあるにしても，各々に平均的な洗掘断面形を描くことができる。

図-IV・14 の各図に示した洗掘形状は，概略同じような形状を示しているが，細かくみると，種々異なるところもある。まず，X_f の位置は，0.7付近であるが，B I-6の場合だけ0.9となっている。T_f については，d_6 の場合，B I, B II を含めてほぼ0.3であるが，d_3 の場合には，B I, B II を含めて0.5付近の値である。また，洗掘前部から頂部にかけての斜面勾配は，粒径に比して流量の大きい場合，2 割 4 分程度であるが，粒径に比して流量が小さい場合，2 割 8 分程度になっている。

また，洗掘頂部の位置 X_t に関しては 1.7～2.9 であり，これは，水理量・粒径の違いによって変化しているようである。No. B-II の場合の副ダム天端レベルより砂礫面を下げた実験では，形成される洗掘頂部の高さは，高くてもほぼ，副ダム天端面までに限定されている。これは，副ダム天端面に沿って速度の不連続面が生じているからであると考えられる。

(2) 洗掘形状と洗掘長

以上述べたように，洗掘形状は図-IV・14 のようにな

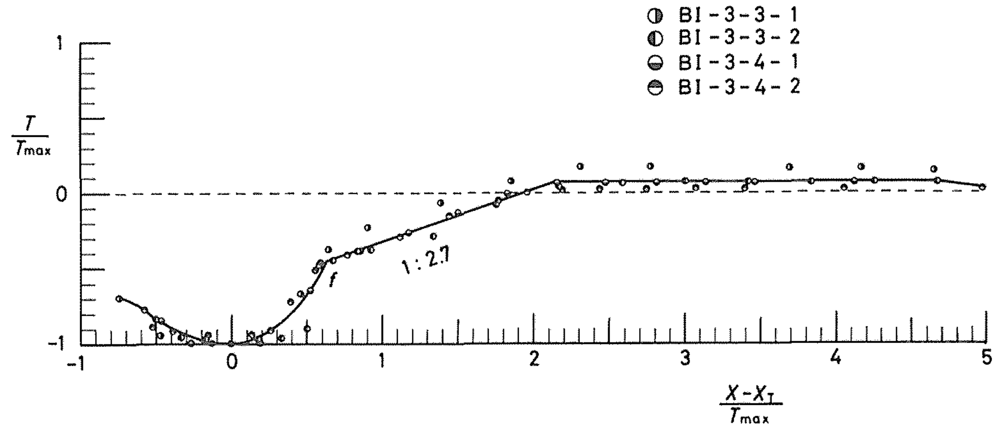


図-IV・14(a) 最大洗掘深 T_{max} による無次元洗掘形状

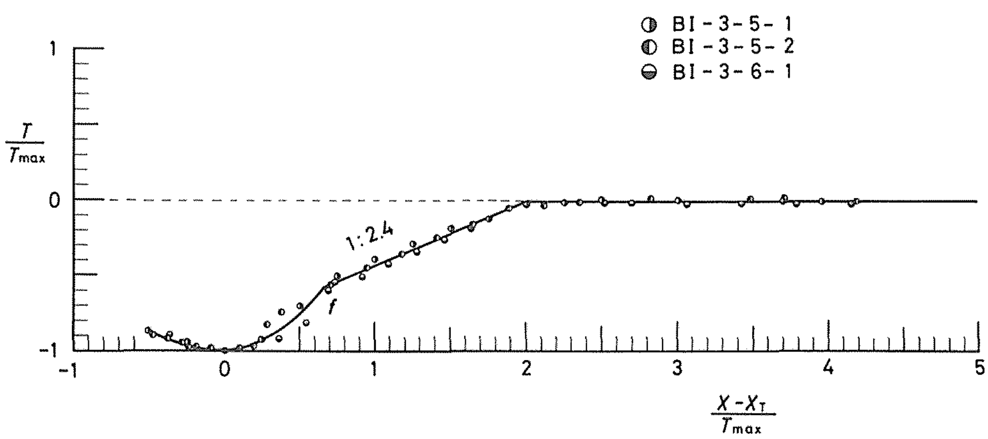


図-IV・14(b) 最大洗掘深 T_{max} による無次元洗掘形状

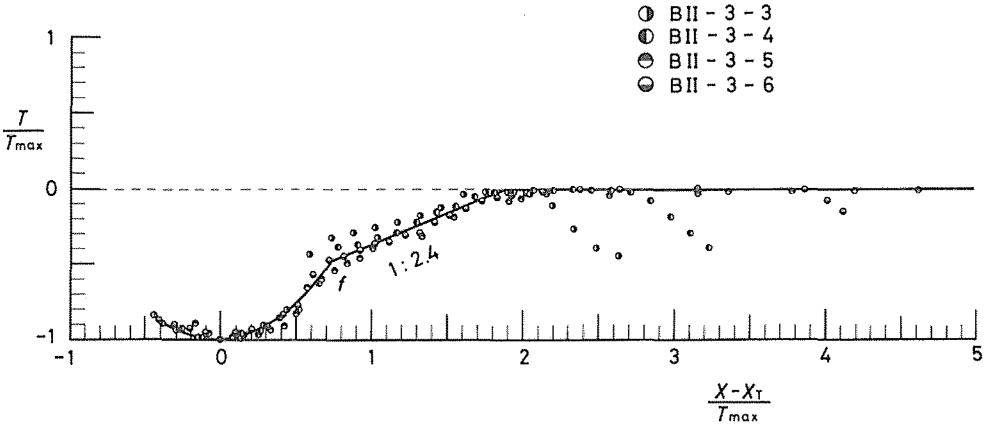


図-IV・14(c) 最大洗掘深 T_{max} による無次元洗掘形状

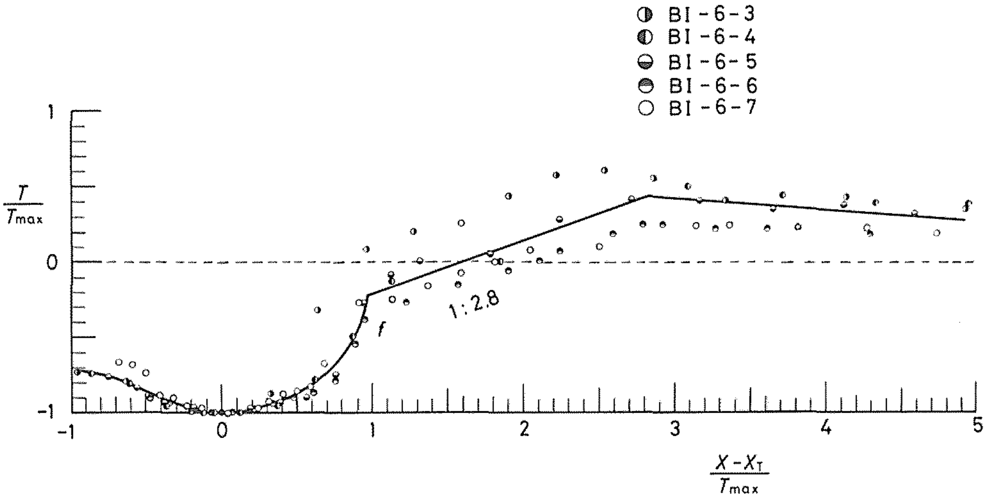


図-IV・14(d) 最大洗掘深 T_{max} による無次元洗掘形状

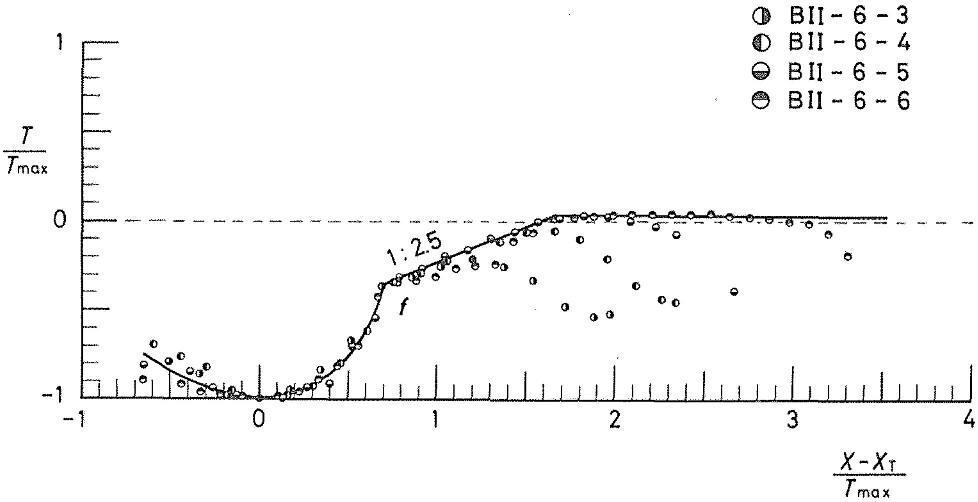


図-IV・14(e) 最大洗掘深 T_{max} による無次元洗掘形状

るのであるが，副ダムの位置関係を決めるには，洗掘形状に影響しない範囲での洗掘長を求めなければならない。その長さは，通常の洗掘形状を維持するような流れの流線を，確保する長さであればよいことになる（図-II・12参照）。

主副ダムを安全に計画するには，伏谷[15]や村野等[37]によって示されている図-IV・15のC型とすればよい。このC型は，洗掘時の実験条件を満足する位置に副ダムを設置しようとするものであるが，副ダムの位置によっては，図中のe点が侵食されて下がり，次いで，洗掘頂部のt点が下がることになる。t点が下がれば水クッションが浅くなるので，t点が下がった分だけ余分に掘れることになる。また，このことによって，洗掘長は初めの長さを維持することになる。

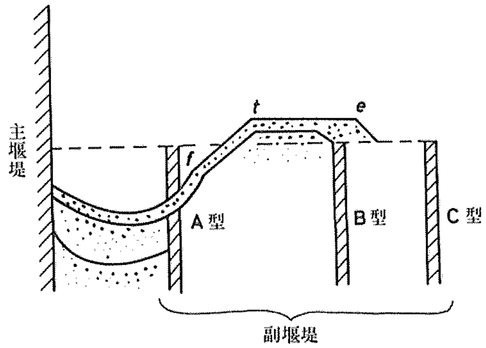


図-IV・15　副ダムの位置による洗掘形態の変化

第II章の水クッションの考察で述べたように，水クッションの深さ$h(=h_d+T)$は，洗掘頂部t点での水深によって決まることになるので，先に述べたように洗掘長を決定するには，まず，この洗掘頂部tの位置を確定することから始めなければならない。そして，t点より，下流部は，いわゆる下流側の水理条件として与えられ，例えば，下流端が与えられた場合の河床縦断形の問題，というような面から求められるべき性質のものである。

このように考えると，いわゆる洗掘現象としての本質的な洗掘長は，主ダムから洗掘頂部tまでであることがわかる。したがって，ここで，主ダム天端端面の直下部から，洗掘頂部までの長さX_tを洗掘長として定義し，本節では，洗掘長として洗掘頂部までの長さX_tについて考察することにする。その理由は，洗掘長lに関する考察と，主副堰堤間の距離Lに関する考察とを切り離して考えることが必要であると思われるからである。

（3）洗掘長に関する実験公式(I)
（主ダムが未満砂の場合）

a. 洗掘長の理論

主ダムが満砂した場合の一般的な取り扱いについては，次項で述べることにして，この項では，主ダムは満砂していないものとする。未満砂の場合，主ダム天端付近における流れのFroude数は，常に一定値1を維持することになる。ここでは，洗掘長を求めるにあたり，飛距離等によって分割して考えずに，洗掘長に相当する洗掘頂部までの距離X_tを，洗掘パラメータのみの函数として求めてみようと思う。

前項において，洗掘長は，主ダムから洗掘頂部tまでの長さX_tであると定義した。従って，以後しばらく洗掘長に対し，X_tという記号を用いることにする。実際の断面形では，主ダムから洗掘頂部付近の最高点までをX_tとし，最高点がはっきりしない場合には，上流側と下流側とから斜面を延長して交点を求め，この点を洗掘頂部の位置X_tとする。なお，Xの零点は，主ダム天端端面の直下である。

次に，洗掘長と水理量について考えてみる。洗掘形状をマクロ的に見た場合，最大洗掘深T_{max}を用いて洗掘形状を無次元化すると，前の図-IV・14に示したように，ほぼ，統一して洗掘形状を表すことができる。このことは，洗掘形状の形成に最大洗掘深T_{max}が大きく影響していることを意味している。しかし，図-IV・14をよく見ると，このような無次元化でも粒径や水理量によって，形状の違うところもあることがわかる。

以上のことを総合すれば，一般に洗掘形状は，ほぼ相似的に発達するが，粒径・水理量によって少々異なるということがいえる。さらに，別な言葉でいえば，洗掘形状の大きさはT_{max}に，ほぼ比例することになるが，これ以外の粒径・水理量に対しても影響を受けるということである。したがって，洗掘頂部までの長さX_tと最大洗掘深T_{max}は

$$X_t \propto T_{max} \qquad \cdots\text{(IV・22)}$$

と書くことができる。又，T_{max}はすでに見てきたように，水クッションの深さhによって決められるので，hとT_{max}は

$$T_{max} \propto h \qquad \cdots\text{(IV・23)}$$

と表される。この二式より，X_tとhは次のようになる。

$$X_t \propto h \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 24)$$

h に関しては，(IV•8) 式のような理論的な式形が求められているので，上式の h の代りに X_t を代入すれば

$$\frac{X_t}{d \sin\theta} \propto c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\,\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 25)$$

と表される。この式の c, α, β を (IV•8) 式のそれらとは別に，新しく洗掘頂部までの長さ X_t に対するものであるとすると

$$\frac{X_t}{d \sin\theta} = c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\,\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 26)$$

のように書くことができる。ここに，α, β, c は定数である。

このようにして得られる (IV•26) 式のベキ数 α, β は，先に述べたことから，ほぼ，水クッションの深さ h を求める場合の式に，似たようなものとなると思われる。つまり，β に関しては，$\beta=1/2$ が期待される。しかし，c や α に関しては，深さの場合とは異なる値になることが予測される。

ナップ形成装置（図–IV•2 参照）による X_t の測定結果を解析するため，最大洗掘深の場合と同様に，(IV•26) 式を次のように変形する。

$$\frac{X_t}{d \sin\theta} = \phi\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\right]^{\beta} \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 27)$$

$$\phi = c\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha\beta}, \quad (\tan\varphi) \equiv \mu$$

上式を用いて，ナップ形成装置による実験結果から，実験的に α, β, c を求めてみることにする。

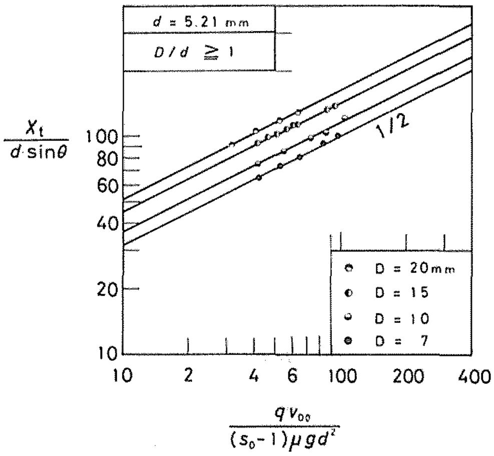
b. 洗掘長と洗掘パラメータの関係

図–IV•16 の (a), (b), (c) は，ナップ厚を制御できるナップ形成装置を用いて測定した洗掘長 X_t の無次元値と，洗掘パラメータとの関係を示したものである。同図の中，(a), (b) は $D/d \geqq 1$ の場合であり，(c) は $D/d < 1$ の場合である。図中の直線は，$\beta=1/2$ に対するものであり，各データとも，$\beta=1/2$ としたときの線上にあることがわかる。実際，各データごとに β の値を求めてみると，$D/d \geqq 1$ の場合，表–IV•5 の (a) に示すように

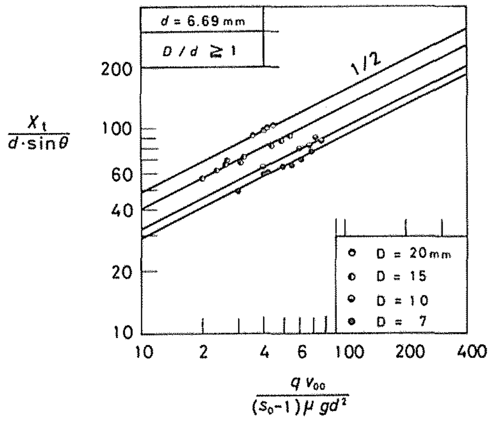
$$\beta = 1/2 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 28)$$

であることがわかる。この値は結局，先の洗掘深を求める (IV•20) 式の β と同じ値であり，さきに行った予想を満足させるものである。

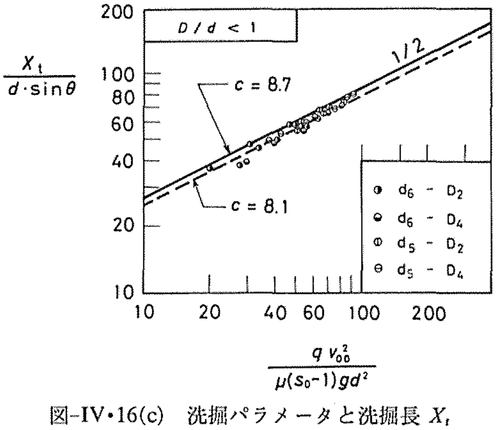
$D/d < 1$ の場合は，図–IV•16•(c) にみるとおり X_t の無次元値はほぼ一直線上にのり，D/d によって変化しないようである。β の値としては，表–IV•5 の (b) に示したように



図–IV•16(a) 洗掘パラメータと洗掘長 X_t



図–IV•16(b) 洗掘パラメータと洗掘長 X_t



図–IV•16(c) 洗掘パラメータと洗掘長 X_t

表-IV•5　洗掘長 X_t に関するベキ係数 β の値

(a)　$D/d\geqq1$ の場合

D (mm)	d=5.21mm			d=6.64mm		
	D/d	β	ψ	D/d	β	ψ
20	1.36	0.493	16.5	2.97	0.486	15.6
15	1.90	0.494	14.4	2.26	0.515	12.8
10	2.93	0.505	11.7	1.45	0.449*	10.3
7	3.79	0.501	10.2	1.06	0.508	9.32

βの平均値　$\beta=0.500$（但し，＊印を除く）

(b)　$D/d<1$ の場合

D (mm)	d=5.21mm			d=6.64mm		
	D/d	β	ψ	D/d	β	ψ
4	0.7716	0.548	8.22	0.6069	0.572	7.84
2	0.3973	0.577	8.19	0.3094	0.476	8.00

βの平均値　$\beta=0.543$
ψの平均値　$\psi=8.06$

$$\beta=0.543$$

が得られている。$D/d<1$ の場合，洗掘現象は $D/d\geqq1$ の場合と異なるところがあるのであるが，洗掘長に対する β の物理的意味が明らかでない現在，β の値として，あまり細かな値まで採用する必要はないように考えられる。そこで，$D/d\geqq1$ の場合の値 $\beta=0.500$ も考慮して，この場合の β も

$$\beta=1/2 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot29)$$

を採用することにする。

こうして β を決定すると，各ナップ厚に対する ψ が求められるので，ψ と D/d との関係を求め，図示すると図-IV•17 のようになる。図中の直線の傾きは，(IV•27) 式の $\alpha\beta$ を表しており，計算より，$D/d\geqq1$ の場合

$$\alpha\beta=0.475$$

が得られ，α は $\beta=1/2$ より，$\alpha=0.95$ となる。α の値に対しても先と同様に，あまり細かな値を与えず，かつ，c もデータより

$$\alpha=1.0, \qquad c=8.66 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot30)$$

とすることにする。図-IV•17 上の $D/d\geqq1$ に対する直線は，$\alpha=1.0$, $\beta=0.5$, $c=8.66$ を用いて計算したものであるが，データによく一致している。

$D/d<1$ の場合には，同図でわかるように ψ の値は，一定で

$$\psi=8.06 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot31)$$

であり，したがって，α として

$$\alpha=0 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot32)$$

が得られる。

図-IV•17 で気が付くことは，$D/d\geqq1$ に対する直線と $D/d<1$ に対する直線との交点が，$D/d=1$ のところで一致せず，不連続になっていることである。これには，おそらく砂礫の回流が関係しているのであろう。ここでは，粒径にあまり差のない二種類だけのデータのため明言はできないのであるが，おそらく，洗掘深の場合と同様，粒径が小さいと，砂礫の回流に伴うエネルギー・ロスが小さくなり，そはにつれて，$D/d<1$ に対して得られる横軸に平行な直線 ψ は，$D/d\geqq1$ の直線の c，つまり $\psi=8.66$ に平行に接近して行き，したがってこの場合，c は最大 8.7 となるのではないかと思われる。

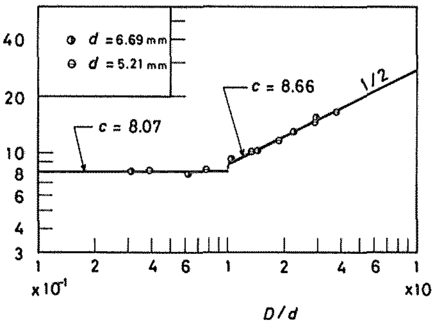


図-IV•17　洗掘長 X_t に関する ψ と D/d との関係

c.　洗掘長の実験公式

以上，ナップ形成装置による場合の洗掘頂部までの長さ X_t の式は，次のようにまとめられる。

(i)　$D/d\geqq1$ の場合

$$\frac{X_t}{d\sin\theta}=8.7\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)\right]^{1/2} \cdots(\text{IV}\cdot33)$$

(ii)　$D/d<1$ の場合

$$\frac{X_t}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\right]^{1/2} \cdots(\text{IV}\cdot34)$$

$c=8.1$（ナップ形成装置による）

(IV•33) 式と，ナップ形成装置を用いて行った実験データをプロットしたものが，図-IV•18 である。これより，データと (IV•33) 式（図上の直線）とは，よく一致していることがわかる。$D/d<1$ の場合については，既に，図-IV•16•(c) に示した通りである。同図の破線は，$c=8.1$ としたときのものであり，実線は，$D/d\geqq1$ の場

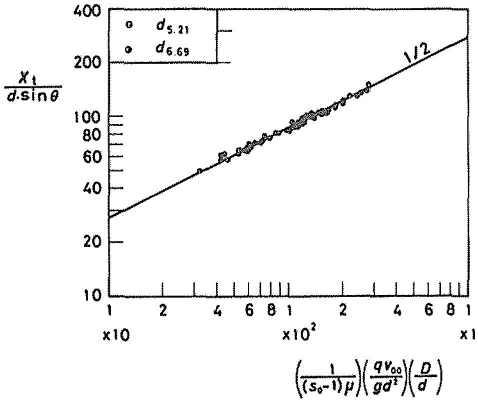


図-IV・18　洗掘長 X_t の計算結果

合と同じ $c=8.7$ としたときのものである。

又，第I章で用いた自由ナップによる実験結果の一部（実験 No. B）のデータと (IV・33), (IV・34) 式との関係を図-IV・19に示した。自由ナップの場合には，ナップの移動によって洗掘長も少々大きくなることが考えられる。同図をみると，$D/d<1$ 以外のデータは，(IV・33)式に割合よく一致していると思われる。しかも，ナップ形成装置による実験データの範囲が，図-IV・18の横軸で300までであるのに対して，自由ナップの場合には，図-IV・19に示した通り，横軸で1500までデータはプロットされており，同図から，(IV・33)式の信頼性が読みとれる。

同図中の $D/d<1$ に対するデータは少ないが，固定ナップに対する実験式に対しては，あまり良い適合性を示していなくて，むしろこのデータは，$D/d \geqq 1$ の実験式の続きとして表されている。つまり，このことは，自由ナップの場合には，$D/d \geqq 1$ と $D/d<1$ の間に ϕ の不連続がないことを意味している。その理由を明確に説明することは難しいが，はっきりしていることは，ナップの変動が関係しているということである。

以上から，自由ナップの場合の洗掘頂部までの長さ X_t に関する (IV・27) 式の c は，$D/d \gtreqless 1$ に関係なく $c=8.7$ であり，最終的に X_t を l で表すと洗掘長 l は，次式で表される。

(i)　$D/d \geqq 1$ の場合

$$\frac{l}{d\sin\theta}=8.7\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)\right]^{1/2} \quad \cdots(\text{IV}\cdot 35)$$

$$\frac{l}{d\sin\theta}=6.8\left[\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)\right]^{1/2} \quad \cdots(\text{IV}\cdot 36)$$

(ii)　$D/d<1$ の場合

$$\frac{l}{d\sin\theta}=8.7\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\right]^{1/2} \quad \cdots(\text{IV}\cdot 37)$$

$$\frac{l}{d\sin\theta}=6.8\left[\frac{qv_{00}}{gd^2}\right]^{1/2} \quad \cdots(\text{IV}\cdot 38)$$

ここに，l は主ダム天端端面の直下部から，洗掘頂部までの長さであり，(IV・36), (IV・38) 式は (IV・35), (IV・37) 式で $s_0=2.65$, $\tan\varphi=1$ としたときの実用式である。

(4)　洗掘長に関する実験公式 (II)
（主ダムが満砂した場合）

これまで考えて来た洗掘形状や，洗掘長は，未満砂の

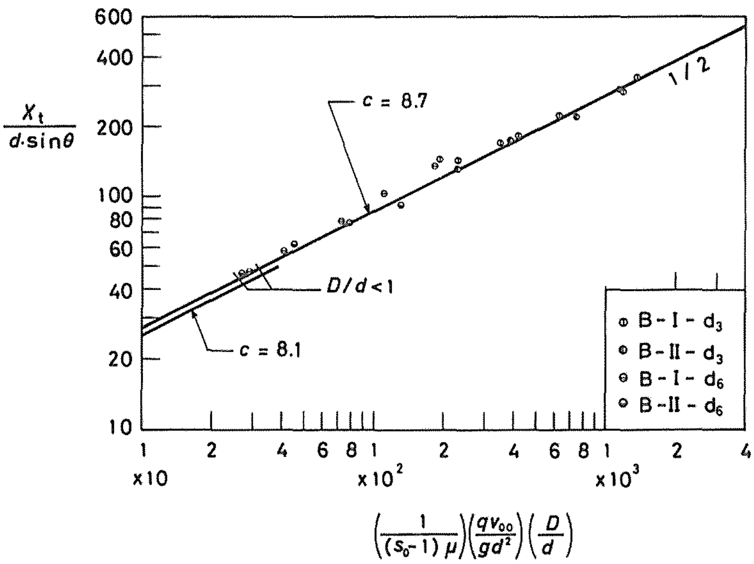


図-IV・19　洗掘長 X_t の実験公式と自由ナップデータとの比較

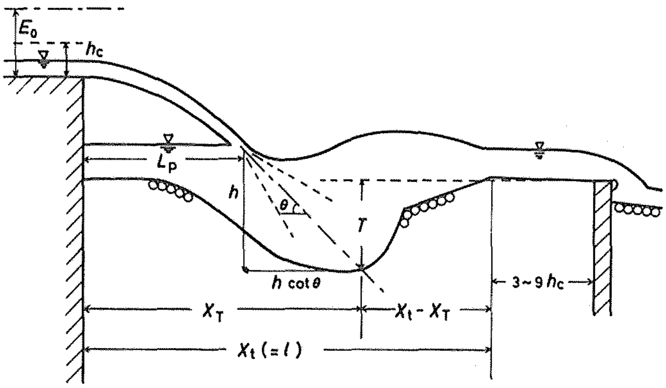


図-IV•20　満砂したダム水叩部の洗掘模式図

砂防ダムを over flow した水が，主副堰堤間に自由落下する場合のものであった。前項と同様，洗掘現象として最も本質的な区間は，洗掘頂部 t までの部分であると考えられるので，ここでも，この長さ X_t を洗掘長として求めることが課題である。

主ダムが満砂した状態では，図-IV•20 に示すように，ナップの飛距離 L_p が主ダム上流側の Froude 数によって大きく異なるので，当然，洗掘長も Froude 数によって変化することになる。したがってこの項では，洗掘長を次の三つの区間の和，すなわち

$$洗掘長=L_p+h\cot\theta+(X_t-X_T) \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot39)$$

として考察してみようと思う。

ここで，上式の L_p はナップの飛距離であり，上流側の Froude 数と Drop 数が与えられれば求められる。また，第 2 項の $h\cot\theta$ は，貫入開始位置から最大洗掘深の生ずる位置 X_T までである。h は水クッションの深さであり，求めるのに必要な式は，前節で既に明らかにされている。θ は貫入後の噴流の進入角であり，第 I 章又は第 II 章の関係式から求められるものである。(39) 式で残った部分は，第 3 項の洗掘前部の長さ

$$X_t-X_T$$

である。この部分は，図-IV•20 にも示したように，最大洗掘深の位置 X_T から洗掘頂部の位置 X_t までの洗掘前部区間であり，まだ，未知な部分である。以下では，L_p や h,θ が与えられたとする，より一般的な場合の洗掘前部の長さ (X_t-X_T) を明らかにしようと思う。解析にあたっては，前項と同じような方法が用いられる。

前項では，洗掘頂部 X_t は X_t が水クッションの深さ h に比例するであろうということから，(IV•26) 式を適用した。ここでも，洗掘前部の長さ (X_t-X_T) に対して前項と同じように

$$X_t-X_T\propto h$$

と考え，h に (IV•8) 式を代入すると，次のような関係式が成立する。

$$\frac{X_t-X_T}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\,\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot40)$$

ここに，α, β, c は，X_t-X_T に関して新しく決められる定数である。これらを決めるに当っても，やはり前項と同様に

$$\frac{X_t-X_T}{d\sin\theta}=\phi\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\right]^{\beta}$$
$$\phi=c\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha\beta},\quad (\tan\varphi\equiv\mu) \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot41)$$

とし，ナップ形成装置を用いた実験の結果から，α, β, c を求めることにする。β については，X_t-X_T が h に比例すると仮定しているので，前項の場合と同様 $\beta=1/2$ が期待される。

洗掘前部の長さ X_t-X_T の無次元量と洗掘パラメータとの関係を図-IV•21 の (a)〜(e) に示した。各データは勾配 1/2 の直線上にプロットされており，この図から $D/d\gtreqless1$ に関係なく

$$\beta=1/2 \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot42)$$

が成立することがわかる（表-IV•6 参照）。ただし，$D/d<1$ に対しては，実験値の点描が少し散乱するが，$D/d\geqq1$ に対すると同様 $\beta=1/2$ が成立するものと考えることにする。

ψ と D/d との関係は，図-IV•22 のようになる。$\alpha\beta$ は $D/d \gtreqless 1$ に無関係に

$$\alpha\beta = 1/2$$

となるが，ψ は $D/d=1$ で不連続になっており，

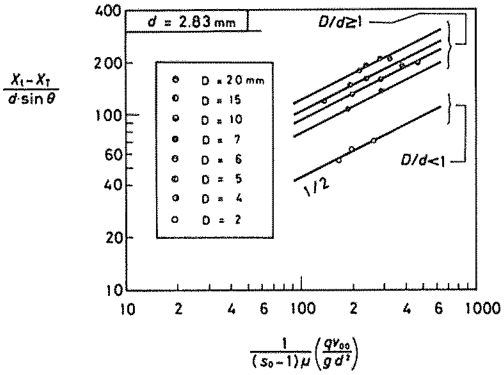


図-IV•21(a) 洗掘前部の長さと洗掘パラメータ (実験 No. G)

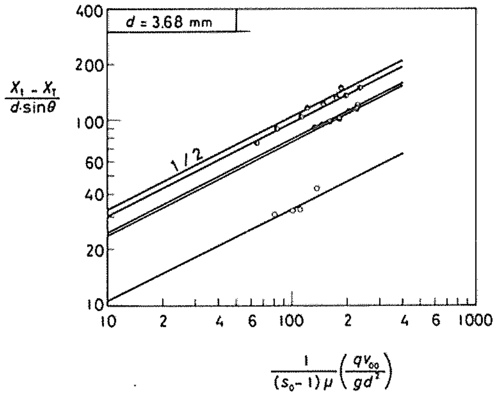


図-IV•21(b) 洗掘前部の長さと洗掘パラメータ (実験 No. G)

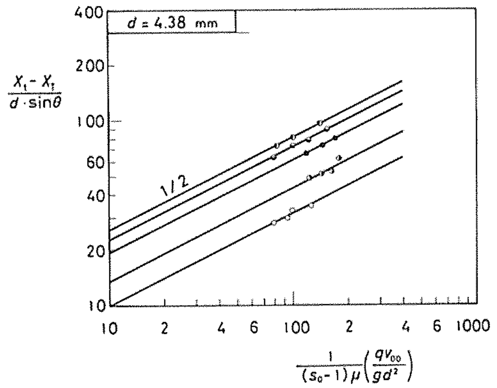


図-IV•21(c) 洗掘前部の長さと洗掘パラメータ (実験 No. G)

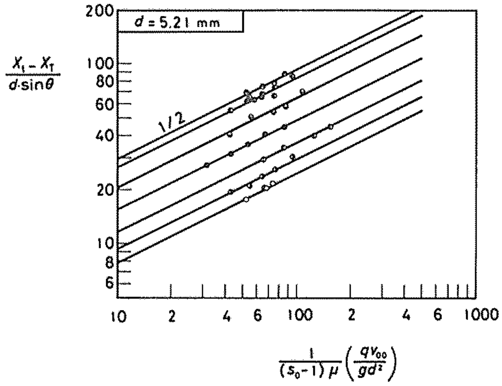


図-IV•21(d) 洗掘前部の長さと洗掘パラメータ (実験 No. G)

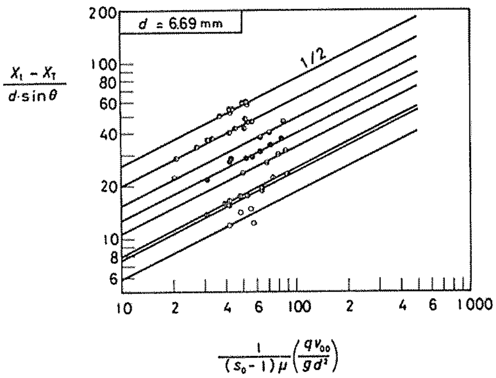


図-IV•21(e) 洗掘前部の長さと洗掘パラメータ (実験 No. G)

$D/d \geqq 1$ のとき　　$c=4.65$

$D/d<1$　　〃　　$c=3.82$

である。この図の関係は，前節の図-IV•7 と同じような形態であり，$D/d<1$ のときの c も粒径が小さくなると，砂礫の回流に伴うエネルギー・ロスが小さくなり，$D/d \geqq 1$ のときの c に一致することが考えられる（実際一致しているデータもある）。したがって，ここでは洗掘長として，最大のものを考えているので，$D/d<1$ のときの c として $D/d \geqq 1$ のときの c と同じ値を採用することにする。こうすると，$D/d \gtreqless 1$ に無関係に c が得られ，α, c は

$$\alpha = 1.0 \qquad c = 4.65 \qquad \cdots(\text{IV}•43)$$

と決定される。

以上のように，ナップ形成装置による実験の結果より，$X_t - X_T$ に関する実験は，次のようにまとめられる。

表-IV・6　ナップ形成装置による洗掘長実験結果

d–D	β	D/d	ϕ	c
2.83– 2	0.531	0.7972	4.41	4.937
– 7	0.503	2.495	7.91	5.006
–10	0.497	3.451	9.63	5.037
–15	0.514	5.410	10.31	4.433
–20	0.409	6.993	12.06	4.559
3.68– 2	0.588	0.5978	3.38	4.368
– 7	0.474	1.919	7.81	5.636
–10	0.531	2.633	7.61	4.692
–15	0.511	4.071	9.68	4.800
-20	0.499	5.272	10.35	4.508
4.38– 2	0.533	0.5162	3.19	4.435
– 4	0.561	0.9856	4.36	4.392
– 7	0.512	1.630	6.14	4.811
–10	0.511	2.251	7.19	4.795
–15	0.511	3.511	8.09	4.317
5.21– 2	0.588	0.3973	2.46	3.905
– 4	0.597	0.7716	2.94	3.353
– 5	0.471	0.9543	3.68	3.770
– 7	0.518	1.359	4.90	4.206
–10	0.519	1.898	6.49	4.709
–15	0.477	2.927	8.40	4.917
–20	0.493	3.795	9.35	4.876
6.69– 2	0.266	0.3094	1.86	3.345
– 4	0.515	0.6069	2.43	3.123
– 5	0.498	0.7432	2.52	2.926
– 6	0.517	0.9341	3.35	3.465
– 7	0.502	1.060	4.03	3.916
–10	0.511	1.448	4.92	4.084
–15	0.493	2.263	6.36	4.229
–20	0.505	2.973	8.25	4.783

$\beta=0.505$　　$D/d \geqq 1,\ c=4.65,$　$D/d<1,\ c=3.82$

$$\frac{X_t-X_T}{d\sin\theta}=4.65\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)\right]^{1/2} \quad \cdots\text{(IV・44)}$$

こうして得られる上式と，ナップ形成装置によるこれまでのデータとを図-IV・23 (a), (b) に示した。同図 (a) の $D/d \geqq 1$ のデータは，上の式によく一致しており，また，(b) の $D/d<1$ のデータは，粒径が小さくなるに従って，$D/d \geqq 1$ のときの直線に接近していっている。

次に，図-IV・24 に自由ナップの場合（前項と同じ第I章の実験 No. B）の X_t-X_T に関するデータと(IV・44)式（図中の破線）を示したが，両者は前項の未満砂に対する X_t の場合のように一致していない。また，図中の $D/d<1$ のデータは，前の洗掘深の場合と同様，$D/d \geqq 1$ のものと区別する必要はないようである。なお，図中の実線はデータの，ほぼ上限を与えたものである。

このように，洗掘長に関する X_t-X_T の場合の特徴としては，固定ナップに対して求めた (IV・44) 式の c の値と，自由ナップによる場合の c の値とが一致しないことである。自由ナップの場合には，ナップの変動があり，この変動によって洗掘断面が，固定ナップの場合より前

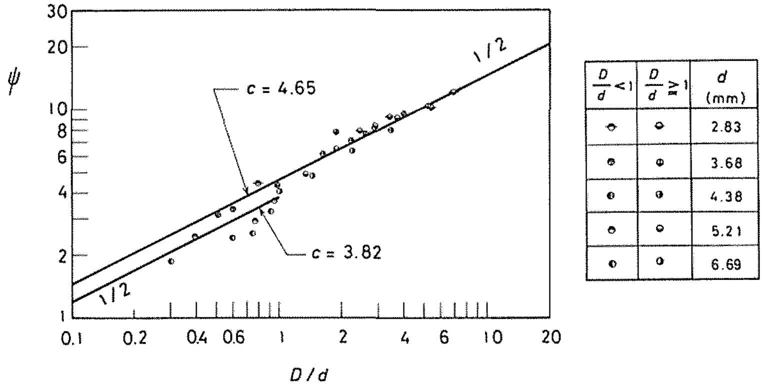


図-IV・22 $(X_t - X_T)$ に関する ψ と D/d の関係（実験 No. G）

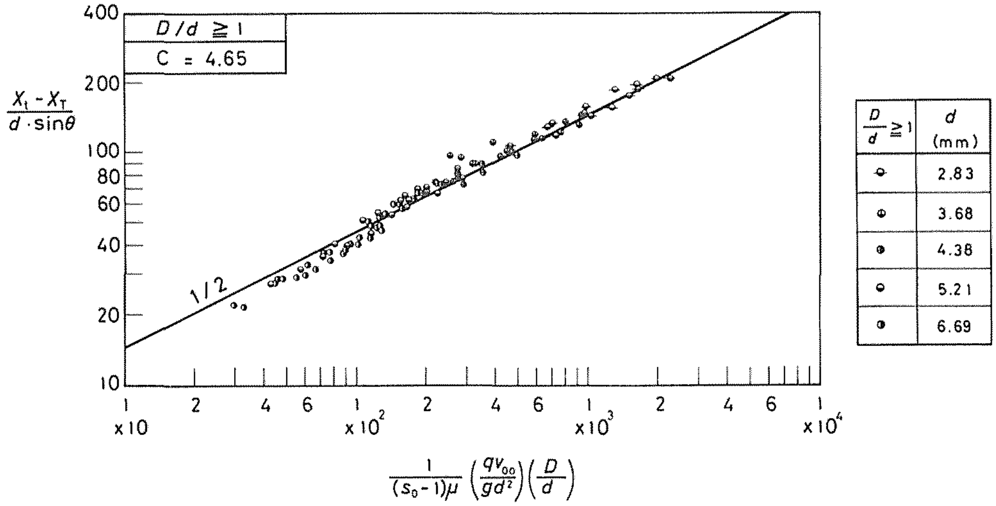


図-IV・23(a) 洗掘前部の長さの計算結果 $(D/d \geqq 1)$

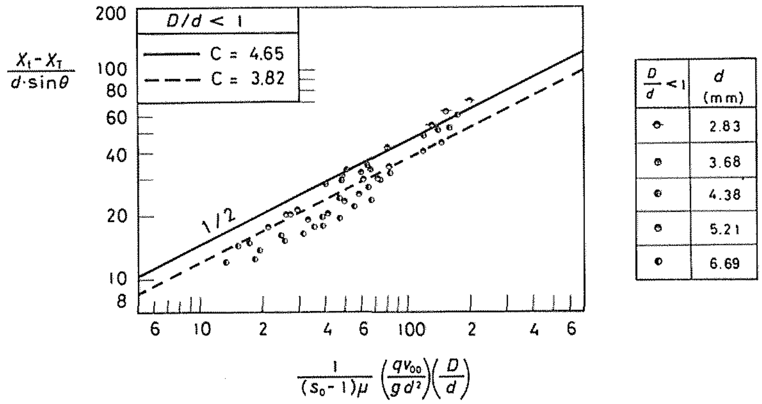


図-IV・23(b) 洗掘前部の長さの計算結果 $(D/d<1)$

後方向に拡大することが考えられる。さらに，この拡大によって洗掘頂部の位置 X_t も増大するであろう。こういうことから見れば，前項の未満砂に対する X_t の場合に，固定ナップの場合の式と自由ナップの場合のデータとが一致した（IV•19 参照）ということは，むしろ偶然という感がないでもない。

以下のことから，自由ナップの場合には，固定ナップに較べて X_t-X_T が大きくなったものと考えられる。このことによる(IV•44)式への影響は，βについては無く，c の値のみ変わるだけである。そこで，自由ナップの場合の X_t-X_T に関する c として，自由ナップのデータのほぼ上限値

$$c=6.4$$

を与えることにする。

$D/d<1$ のときも，図-IV•24 からわかるように，データのプロットは $D/d\geqq 1$ に対する実験式の近くにあり，c の値として，$D/d\geqq 1$ のときと同じ値をとるものと考えられる。このことは，先の図-IV•22 における $D/d<1$ のときの直線が $D/d\geqq 1$ のときの直線に一致することを意味しており，このこともまた，前項と同様，自由ナップの場合の特徴である。

上のようにして与えられる cを用い，さらに，洗掘頂部までの長さ X_t の代りに洗掘長を l で表すと

$$(X_t-X_T)\longrightarrow(l-X_T)$$

となり，洗掘長 l に関する自由ナップの場合の式は次式で表されることになる。

$$\frac{l-X_T}{d\sin\theta}=6.4\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)\right]^{1/2} \quad\cdots(\text{IV}\cdot 45)$$

$$X_T=L_P+h\cot\theta$$

なお，$s_0=2.65$, $\tan\varphi=1$ として実用式を導くと

$$\frac{l-X_T}{d\sin\theta}=5.0\left[\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)\right]^{1/2} \quad\cdots(\text{IV}\cdot 46)$$

となる。ここに，l は主ダム天端端面の直下部から，洗掘頂部までの水平長，X_T は，同じ直下部から最大洗掘深までの水平長である。

IV-7 副ダム計画の考え方

(1) 従来の公式との比較

a. 洗掘深について

第 I 章で示したように，洗掘深の式としてまず挙げられるのは，SCHOKLITSCH の公式[47] である。

$$h=T+h_{td}=4.75\frac{H_E^{0.2}q^{0.5}}{d_{90}^{0.32}} \quad\cdots(\text{IV}\cdot 47)$$

ここに，h_{td}: 下流河床面から水脈貫入部の平均水面までの水深，H_E: 上流側比エネルギー面から水面までの落差（有効落差），d_{90}: 河床砂礫の 90%径，q: 単位幅流量である（図-IV•25 参照）。次に，挙げられる式としては JÄGER の式[47] がある。この式は次のように表せられる。

$$h=T+h_{td}=6H_E^{0.25}q^{0.5}\left(\frac{h_{td}}{d_{90}}\right)^{1/3} \quad\cdots(\text{IV}\cdot 48)$$

記号は，上の SCHOKLITSCH 式と同様である。この式は，

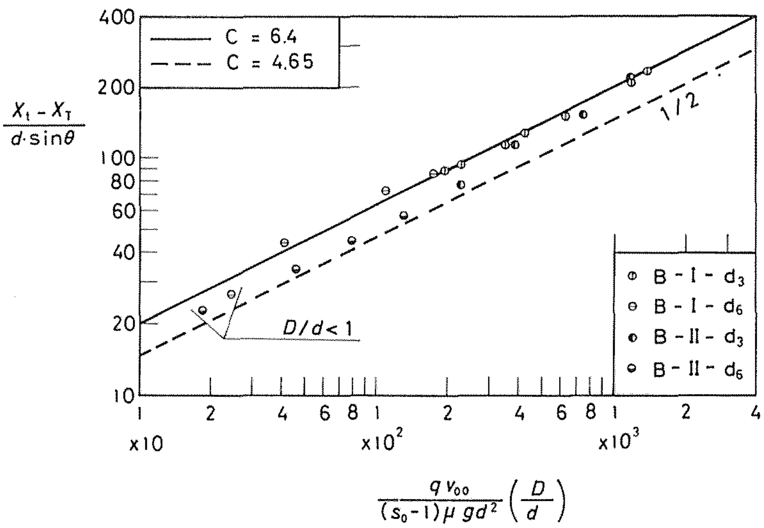


図-IV•24 洗掘前部の長さの実験式と自由ナップ・データとの比較

右辺に下流側の水深が因子として入っているところに特徴がある。

上の二式と並んで，次の伏谷式[15]も従来から多く用いられている。

$$T=\frac{0.663}{d^{0.20}}[qv_{00}-22.4\times10^{-4}d^{1.63}]^{0.42} \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot49)$$

ここに，dは平均粒径である。伏谷式では，SCHOKLITSCHや著者の式等と異なって副ダム天端面からの水深の項が左辺に入っておらず，直接，洗掘深 T を求めるようになっている。

上の三つの式と著者の式，(IV・21) 式とを比較してみることにする。計算にあたっては，それぞれの式の条件を合せるために，図-IV・25 を参照して次のような方式で行う。

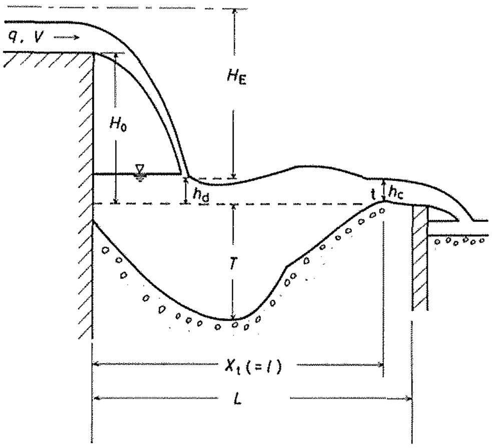


図-IV・25　水理量と主副ダム間の諸元

① 主ダム上流側の流れは定流であると仮定する。

② 限界水深 h_c から上流端での比エネルギー E_0 を求める。

$$h_c=\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3},\quad E_0=\frac{3}{2}h_c$$

③ 副ダムの位置を図のように，洗掘頂部の位置からある程度下流側 (3〜9) h_c 程度に設定したとすると，頂部付近では限界水深 (h_c) 程度の水深が考えられ，さらに安全をみて洗掘頂部の高さは，副ダム天端高に等しいとすると，副ダム天端面から測った貫入部の平均水深は，

$$h_d=h_{td}\doteqdot h_c$$

で表される。

④ こうすると，主ダム天端での比エネルギー面から，h_d 面までの落差 H_E は，副ダム天端から主ダム天端までの高さ H_0 を用いると

$$H_E=H_0+E_0-h_c=H_0+\frac{1}{2}h_c \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot50)$$

で求められ，v_{00} は，次式から得られる。

$$v_{00}=\sqrt{2gH_E} \qquad (\mathrm{IV}\cdot51)$$

⑤ 各式の比較は，水クッションの深さ h を用いて行う。伏谷式の場合には

$$h=T+h_c \qquad (\mathrm{IV}\cdot52)$$

とすることにした。

以上のようにして4式を比較したものが，図-IV・26 の (a), (b) である。同図の (a) は，$d=4$ cm, $H_0=4$ m, の場合であり，(b) は，$d=10$ cm, $H_0=6$ m の場合である。SCHOKLITSCH や JÄGER の式における d_{90} は，ここでは均一粒径として平均粒径 d_m を用いているが，その影響は，h が少し大きめにでる程度であろう。

図-IV・26 の (a), (b) をみると，SCHOLLITSCH 式 (S 式) と伏谷式とは，ほぼ，同じような値であるが，著者と JÄGER の式は両者をまたぐようにして横切っている。

SCHOKLITSCH 式は，下流側の水クッションが大きい場合，洗掘深が小さいか，時には無洗掘というような計算結果が得られるという報告[47]があり，下流側の水深が大きくなる q の大きい場合には，計算結果の信頼性が少なくなるものと考えられる。SCHOKLITSCH 式と同様な傾向のものとして伏谷式がある。伏谷式は，主ダム放水路を狭めた実験によって導かれており，その場合の流れは言わば三次元的である。したがって，速度の減衰は二次元の場合より大きくなり，そのために，洗掘深も小さくなっているのであろう。

JÄGER の式は著者の式と同様な傾向にある。これは，JÄGER の式が下流水深 h_{td} を評価しているためであろう。しかし，洗掘深 h そのものは，まだ少し小さ目である。

b. 洗掘長について

前節では，主ダム天端端面から洗掘頂部までの長さ X_t を洗掘長 l として定義した。従来の洗掘公式で，この洗掘長 l が求められるのは，次の伏谷式[15]のみである。

$$l=\frac{5.0}{d^{0.20}}(qH_E)^{0.42} \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot53)$$

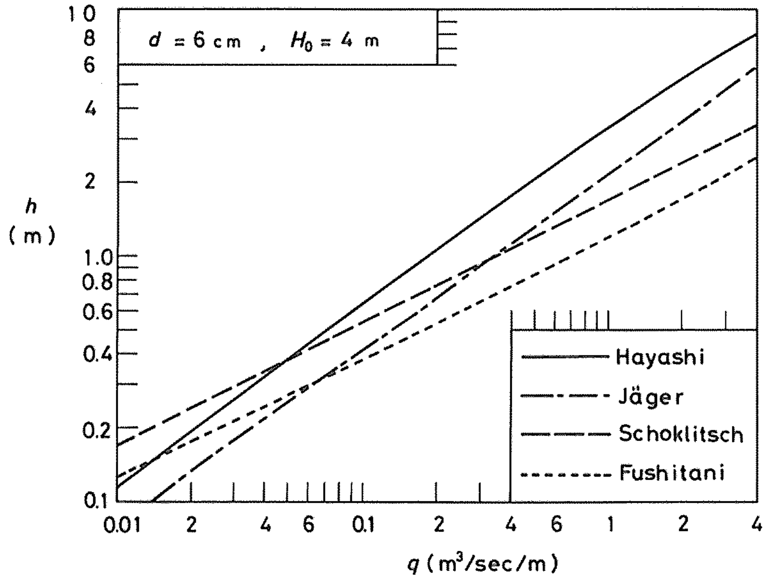


図-IV•26(a)　水クッション $h(=T+h_d)$ に対する各式の比較

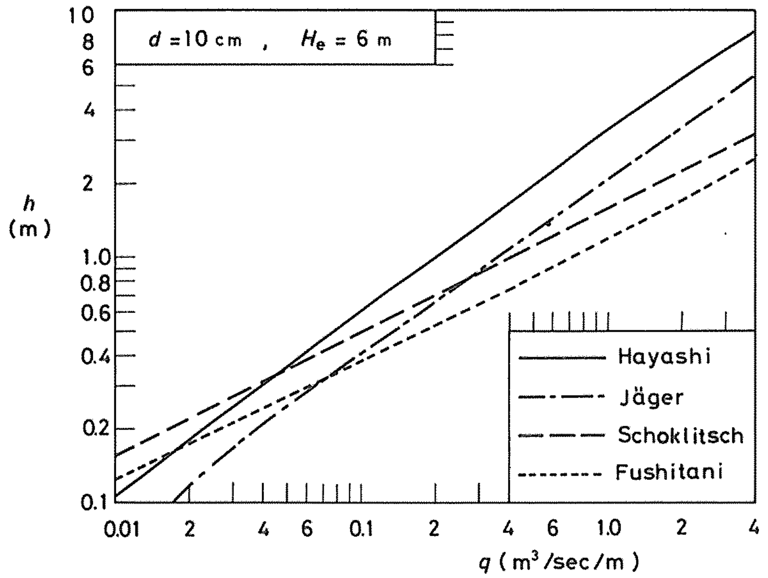


図-IV•26(b)　水クッション $h(=T+h_d)$ に対する各式の比較

$$L=\frac{5.96}{d^{0.20}}(qH_E)^{0.42}+3h_0 \quad \cdots\text{(IV•54)}$$

ここに，L: 主副ダム間の距離，h_0: 越流水深である。上式のベキ数は，洗掘深の式におけるベキ数と同一であるが，( ) の中に有効落差 H_E が入っているところに特徴がある。

図-IV•27 は，(IV•53) 式と著者の式，(IV•36), (IV•38) (IV•46) 式とを比較したものである。同図の値は，$d=10$ cm, 主副ダム間の落差 H_0 を $H_0=6$ m としたものであり，満砂した場合に対しては，(IV•46) 式で $F_r=1$ および $F_r=3$ として計算した。伏谷式による値は，先の洗掘深の場合と同様小さ目である。特に流量が多くなったときに，その傾向は顕著である。

著者の式で，満砂したときの $F_r=1$ に対する値と，

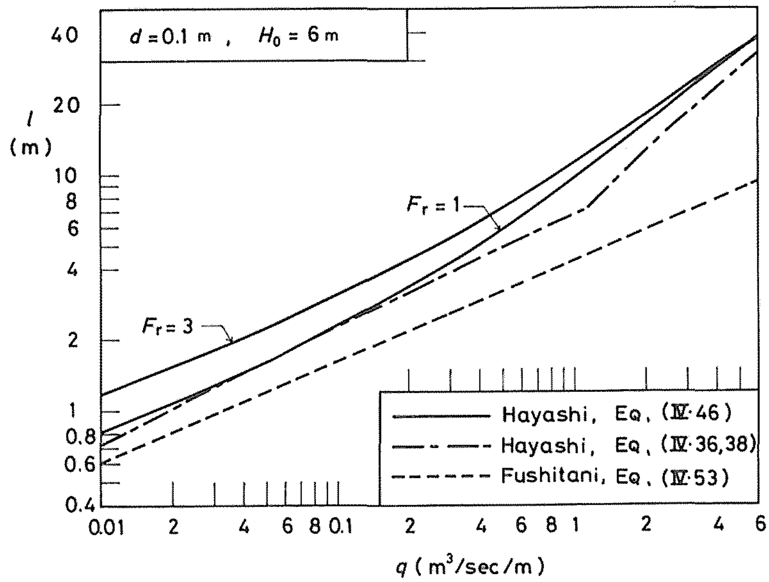


図-IV•27　洗掘長 l に関する各式の比較

未満砂の場合の値とは，原理的にはほぼ同一の値となるべきものである。しかし，図-IV•27 にみる通りあまりよく一致していないのは，ダム天端に発生する渦等によって，飛距離が伸びないためであろう。したがって，未満砂の場合でも安全をみるならば，満砂した場合の式で $F_r=1$ を用いるのが適当であると考えられる。

単位幅当りの洪水流量 q を仮に $1\,\mathrm{m^3/sec/m}$ にとれば，著者の式で $F_r=1$ としたときの洗掘長は $l=9.5\,\mathrm{m}$ であり，洗掘頂部から副ダムまでの堆積長を $5h_c$ とししたとしても，主副ダム間の距離 L は約 12 m である。もし，$F_r=3$ とすれば，$l\fallingdotseq 11.2\,\mathrm{m}$ であり，L は約 13.7 m となる。また，このときの洗掘深は約 3 m であり，主副ダム間の落差 H_0 を 6 m (図-IV•25 参照) としてしているのでダムの全高 H は約 9 m となる。

以上のように，著者の式より計算される主副堰堤間距離 L は，ダム底面に対する浸透流を考えた場合や，水叩を設けて跳水を発生させるような場合の主副堰堤間距離 L_0，すなわち

$$L_0=(1.5\sim2)H$$

より小さ目である。著者の式は，洗掘ホールのような水クッション内へ水脈が落下する場合に対して導かれたもので，計算値がこのような L より小さくなるのは，当然である。もっとも，この関係は主副ダム間の落差 H_0 によっても変わり，例えば，$d=0.1\,\mathrm{m}$，$H_0=4\,\mathrm{m}$，$F_r=1$ とした場合でも，$q=1\,(\mathrm{m^3/sec/m})$ のとき，著者の式では $L=10.4\,\mathrm{m}$ である。洗掘深 T は約 3 m であるので主ダムの全高 H は 7 m となる。したがって，この場合のように H_0 が小さいときには，相対的に主副ダム間の距離 L が大きくなることになる。

（2）　副ダム計画への適用

本研究は，均一粒径について行われたものであるが，その理由は，現象の本質性が失われない程度に現象を簡単にする必要があったからである。そして，流砂量公式の場合でもそうであったように，まず，均一粒径に対する現象のメカニズムを明らかにすることが必要であると考えたからである。

一般の混合粒径に対する洗掘現象では，流砂量の場合程難しくなく，適当な代表粒径，例えば 90% 粒径 (d_{90}) というような粒径が見つかれば，この粒径を均一粒径の d_m の代りに用いればよいことになる（もちろん，この研究は今後行わなければならない)。したがって，均一粒径に対する考え方は，混合粒径に対しても，ほぼそのまま適用できるので，これまでと同じように，ここでも均一粒径として，副ダム計画の考え方について述べてみようと思う。

そこで具体的な考え方として，次のように考える。

① まず，主ダム天端高と副ダム天端高の落差 H_0 が与えられるとする。

② こうすると，主ダム天端での比エネルギー面から，水クッション水面までの落差 H_E は，前項の (IV•50) 式で得られ，ナップの貫入速度 v_{00} は，(IV•51) 式から計算される。

③ 洗掘深に関する h は，(IV•21) 式，つまり

$$\frac{h}{d\sin\theta}=3.3\left[\frac{qv_{00}}{gd^2}\sqrt{\frac{D}{d}}\right]^{1/2}$$

で与えられ，洗掘長 l は (IV•46) 式

$$\frac{l-X_T}{d\sin\theta}=5.0\left[\frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)\right]^{1/2}$$

で求められることになる。

④ 洗掘深に関しては，上式の右辺 φ_h が求められれば，

$$h=\varphi_h\cdot d\sin\theta$$

より h が求められる。

⑤ $\sin\theta$ は，第 I 章，又は第 II 章より求められる。例ば第 I 章の式を挙げれば，

$$\sin\theta=\sqrt{1-\frac{1-\sin^2\theta_0}{m^2}}$$

但し，$m=0.822$

である。

⑥ 上式の $\sin\theta_0$ は，第 II 章の (II•18) 式より，次のように求められる。

$$\sin\theta_0=\sqrt{1-\cos^2\theta_0},\qquad \cos\theta_0=F_2/F_1$$

但し，
$$F_2=\left(\frac{1}{2}\gamma^2+\frac{1}{\gamma}\right)D_r^{1/6}$$

$$F_1=\left\{2+(2\gamma+\left(\frac{1}{\gamma^2}\right)D_r^{1/3}\right\}^{1/2}$$

$$\gamma=1/F_r^{2/3},\quad D_r=\frac{q^2}{gW^3}$$

⑦ こうして h が求められると，

$$T=h-h_d$$

より洗掘深 T が求められる。

⑧ h_d は副ダム天端レベルから，水脈貫入部付近の平均水面までの水深であるが，これまでそこでの水深として，h_c を近似的に用いて来た。こうすると，T は

$$T=h-h_d\fallingdotseq h-h_c$$

で求められる。

⑨ これは，堆積頂部又は，副ダムの近くで限界水深が発生するとした場合であり，又，第 1 近似として

$$h_d\fallingdotseq h_c$$

を仮定している。ただし，精密な計算を行う場合には，一度 T を求めた後で，第 II 章の方法で h_d を求めることになる。

⑩ こうして T が求められると，主ダムの全高は

$$H=H_0+T$$

で求められるが，T の一部を止水壁にしたりすれば，勿論，全高は別に求めなければならない。

⑪ 実際には，洗掘頂部の高さ z_t が，副ダム天端面より上 ($z_t>0$) になることもある。したがって，その場合には，その高さ分だけ洗掘深 T を小さくとることもできるが，時には，洗掘頂部の高さが $z_t\fallingdotseq 0$ となることもあるので，ここでは安全をみて $z_t=0$ として考えてみた。

以上のようにして，洗掘深さが求められると，次は，洗掘長 l と，主副堰堤間の距離 L を求めることになる。その方法は次のようである。

① 先に示した洗掘長に関する (IV•46) 式より，右辺の φ_l が求まれば，洗掘長 l は

$$l=X_t=\varphi_l d\sin\theta+X_T$$

から計算される。

② X_T は (IV•41) 式より

$$X_T=L_P+h\cot\theta$$

で与えられ，L_P は (II•16) 式

$$\frac{L_P}{W}=\sqrt{2}(1+\gamma D_r^{1/3})^{1/2}\cdot F_2$$

但し，$W\fallingdotseq H_0-h_c$

から求められる。

普通，洗掘頂部から副ダムにかけて限界水深 h_c が発生すると考えられるので，水クッション上の水深としては，最低この h_c を確保すれば，水クッション上の流れとしては安定するものと考えられる。そこで第 II 章で述べたように，上流側が限界流の場合には，落差工の端面から $3h_c$ 上流で，水深は限界水深 h_c を維持するので，ここでは余裕を持たせて $(3\sim9)h_c$ を，洗掘頂部から副ダムまでの堆積区間にあてることにする。こうすると主副ダム間の距離 L に関する式は次のように簡略化される。

$$L=l+ah_c \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 55)$$

ここに，a は3〜9程度であるが，上流側の Froude 数が $F_r<3$ までは，3〜5程度で十分と考えられる。

以上は，副ダム工として自然洗掘を生じさせるような計画について述べて来たのであるが，水叩工を設ける場合には，設計の考え方は自から異なることになる。

IV-8 摘　要

第 IV 章では，第 III 章で得られた底面剪断応力の最大値 $\tau_{b\,\max}$ に基づいて，この力とある洗掘位置における砂礫とが釣合うとして，釣合方程式を立てて最大洗掘深に関する理論式を導いた。こうして得られた最大洗掘深の理論式（洗掘理論式）は，最終的に，第 I 章で導いた式形と同じ形で表された。しかし；本章で得られた式には，洗掘パラメータのベキ係数に，境界層内の速度分布に関するベキ係数が含まれており，その点が第 I 章の式と異なるところとなった。

以上のようにして得られる洗掘理論式に対し，ナップ形成装置を用いた洗掘実験の結果より得られる実験定数と，洗掘理論式のベキ係数との比較検討を行った。その結果，本章の境界層理論を用いた最大洗掘深に関する理論的な関係式が妥当であることが明らかになった。

さらに，洗掘形状について検討を行って，洗掘長に関する実用公式を導き，副ダムを計画する場合の適用方法について考察を行った。以下に，これらの考察の結果明らかになった事柄を要約する。

① 洗掘中の底面における剪断応力の最大値 $\tau_{b\,\max}$ は，最大値が発生する点で (IV•2) 式のように表される。この式中の $u_{0\,\max}$ については，次式のように仮定する。

$$\frac{u_{0\,\max}}{v_{00}}=k_0\left(\frac{D}{\eta}\right)^p. \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 4)$$

② こうすると $\tau_{b\,\max}$ は (IV•5) 式のように表され，流れに抵抗する砂礫との釣合式から，(IV•7) 式が得られる。

③ この (IV•7) 式は，$\tau_{b\,\max}$ が発生する点での洗掘前部の傾斜角 θ_b が含まれているが，$\theta_b\approx 0$ であるとすると次式が得られる。

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 8)$$

但し，　$c=$定数，　$\alpha=2p-1$，　$\beta=1/(2p+\gamma)$

$\gamma=2n/(1+2n)$

ここに，n は境界層内の速度分布のベキ係数（(III•30) 式参照）である。[ ] 中の水理量と砂礫に関する因子は，$\alpha=0$ の場合も含めて洗掘パラメータと呼んでいるものである。

④ 上の (IV•8) 式は，第 I 章で求めた (I•19) 式と同じ式形であり，第 I 章で求めた洗掘パラメータがそのまま使えることが理論的にも明らかにされた。

⑤ 以上の理論式を確かめ，実験定数を確定するために，ナップ厚を制御できる洗掘実験装置を作製し，洗掘底面の主流流速の測定や，最大洗掘深の測定を行った。

⑥ まず，底面境界層の主流流速 u_0 の測定結果から，先の (IV•4) 式で仮定したような式形が成立することが確認され，$D/d\geqq 1$ に対して $p=3/4$ が得られた。

⑦ u_0 の底面方向への分布については，(IV•4) 式の $u_{0\,\max}$ を用いれば，洗掘中の u_0 に対して (III•29) 式，すなわち

$$\frac{u_0}{u_{0\,\max}}=\frac{A\xi}{\xi^2+B\xi+C},\quad \xi=\frac{x}{h}\sin\theta \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 9)$$

が，使用可能なことが明らかになった。

⑧ この (IV•9) 式の式形を認めることによって，(IV•2) 式の $\tau_{b\,\max}$ や，最終的には洗掘深に関する (IV•8) 式の仮定が満足されることも明らかになった。

⑨ 続いて，先の装置による綿密な洗掘実験の結果より，洗掘深に関する (IV•8) 式のベキ係数 α, β が求められた。得られた値は，$D/d\gtreqless 1$ に関係なく

$$\alpha=1/2,\qquad \beta=1/2$$

である。

⑩ α の理論式は，(IV•8) 式より

$$\alpha=2p-1$$

であるが，洗掘深の実験結果より得られた $\alpha=1/2$ を上式に代入すると $p=3/4$ を得る。

⑪ この値は，すでに⑥，①で得られた境界層の主流流速 u_0 の測定結果より求められる $p=3/4$ と一致している。これによって，洗掘理論の一部が検証された。

⑫ また，β の理論式は，(IV•8) 式より

$$\beta=\frac{1}{2p+\gamma},\quad \gamma=\frac{2n}{1+2n}$$

であり，洗掘深の実験より得られた $\beta=1/2$ を上式に代入すると，境界層内の速度分布のベキ係数 n の値として $n=1/2$ が得られる。$n=1/2$ は，一般の壁面噴流

としては少し大きい値であるが，洗掘中でのベキ数であることと，相対水深が小さい通常の等流粗面乱流においても，Manning-Strikler 型の式を用いた場合，$n=1/2$ が，山口・本田によって与えられていることから，この n の値も，ほぼ理論的に適合しているといえる。

⑬ 以上の α と β に対する理論的な関係式の適合性によって，最大洗掘深に関する (IV・8) 式の妥当性が明らかになった。同時に，第Ⅰ章からのベキ数 α, β に関する疑問点も解決されたことになる。

⑭ (IV・8) 式の係数 c は洗掘条件によって異なり，次のようになる。

$$D/d \geqq 1 \quad \text{のとき} \quad c=4.20 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 19)$$

⑮ $D/d<1$ のときには，洗掘断面内で砂礫の多量な回流が生じ，c の値は粒径が大きくなると小さくなる傾向を示す。しかし，粒径が小さくなっても砂礫の回流に伴うエネルギー・ロスも小さくなるので，c は最大で $D/d \geqq 1$ のときの c の値まで，すなわち $c=4.20$ まで増加するだけである。したがって，洗掘深として，最も危険な最大のものをとることにすれば $D/d<1$ のときも c は $D/d \geqq 1$ のときと同じ c, すなわち

$$c=4.20 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 19)$$

を用いればよいことになる。

⑯ 以上から，最終的な洗掘深 h に関する実用公式として

$$\frac{h}{d\sin\theta}=3.3\left[\frac{qv_{00}}{gd^2}\sqrt{\frac{D}{d}}\right]^{1/2} \qquad \cdots(\text{IV}\cdot 21)$$

$$h=T+h_d$$

が得られる。

⑰ 図-IV・11 (a) に示したように，洗掘断面内の吹き上げ流によって，浮遊されていくような小粒径の場合を除くと，(IV・21) 式は自由ナップの場合の実験値にも，よく，一致している。

⑱ 又，同図・(b) に示したように，自由ナップの場合には，$D/d \gtreqless 1$ による c の区別は必要なく，$D/d<1$ のときでも，データは $D/d \geqq 1$ のときの c に，ほぼ一致していることも明らかになった。

⑲ したがって，(IV・21) 式は $D/d \gtreqless 1$ に関係なく，D/d の全領域に適用できることになる。

⑳ 実際の渓流での，洗掘調査の結果では，著者の式に対して，c の値は離れていたが，洗掘パラメータに対する傾向としては，同じ傾向を示しているので，その点，不十分なデータではあるけれども，著者の洗掘パラメータは評価できるものと思われる。

㉑ 次に，洗掘形状についてみると，洗掘形状は，細かくみれば水理量によって異なるが，大きくみると図-IV・14のような形状になる。

㉒ 洗掘長としては，洗掘ホール内の流れの流線を確保できる長さがあればよいと考えて，主ダム天端の端面から洗掘頂部までの長さ X_t を洗掘長として定義した。

㉓ この洗掘長をナップの飛距離 L_p 等を用いて，次の3つの区間に分けて考えることにした。

$$\text{洗掘長}=L_p+h\cot\theta+(X_t-X_T)$$

但し，X_T: 最大洗掘深の位置

初めの2つの項は既知であるので，残りの第3項について考察した結果，$(X_t-X_T)/d\sin\theta$ と洗掘パラメータとの関係が最大洗掘深の場合と同様に，(IV・40) 式のようなベキ函数で表されることが明らかになった。

㉔ この場合も固定ナップと自由ナップという2種類の実験による結果を用いて，ベキ係数の値 $\alpha=1.0$, $\beta=1/2$ および乗定数 $c=6.4$ の値を求め，洗掘長に関する (IV・45), (IV・46) 式を明らかにした。この満砂した場合の洗掘長の式は，広く一般に使用することができる。

結　論

本研究では，砂防ダムを越流する落下水によって，その水叩部が洗掘される現象について研究を進めた。その過程で，落下水脈の拡散状態や，底面流での流れを明らかにし，これらを基に，最大洗掘深に関する理論式を導いて解析を行い，さらに，洗掘長等についても考察した。本研究は，洗掘平衡状態に達した洗掘現象に関して理論・実験の両面から検討を行ったものである。以下に，得られた知見について要約して結論とする。

第Ⅰ章では，洗掘平衡の成立条件を考察し，洗掘平衡について

貫入した噴流の流速は，水クッションによって減衰することになるので，洗掘が平衡状態に達した段階では，この減衰した速度に見合った洗掘深さを維持するはずである

と考えることにした。このように考えることによって，砂礫が浮遊されない限り，必ず洗掘平衡が存在することになるが，このことは，自由ナップによる洗掘実験に

よって確かめられた。

また，水クッション内における落下後の拡散噴流の中心流速 v_0 を測定し，ALBERTSON 等の式が適用できることを明らかにした。さらに，底面に衝突した後の前方への速度を v_2 として，ALBERTSON 等のパラメータ

$$(D/\eta)$$

但し，D: ナップ厚，η: 貫入後の長さ

を用いて，v_2 を上のパラメータのベキ乗式で表した。この底面流速 v_2 によって，底面砂礫に加わる流体力を求め，砂礫の摩擦力との釣合条件から次式を導いた。

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\ \frac{qv_{00}}{gd^2}\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \quad \cdots(\mathrm{I}\cdot 19)$$

$$\alpha=2p-1,\quad \beta=1/2p,\quad h=T+h_d$$

ここに，d: 砂礫の平均粒径，θ: 貫入ナップの進入角，s_0: 砂礫の比重，q: 単位幅当り流量，v_{00}: 水脈の貫入速度，g: 重力加速度，p: v_2 を求める式のベキ係数，h_d: ナップ貫入部付近における副ダム天端面から水面までの水深，$\tan\varphi$: 砂礫の水中での静止摩擦係数である。

上式中の左辺の無次元量と右辺の[ ]中の無次元量は，$\alpha=0$ のときも含めて，洗掘パラメータと呼ぶことにし，この洗掘パラメータのベキ乗式である上式を用いると自由ナップによる洗掘実験の結果がよく整理できた。

それによると，ベキ指数 α の値は $D/d \gtreqless 1$ によって異なることになった。また α, β から求められる p をそれぞれ p_α, p_β とするとき，上のモデルでは，$p_\alpha=p_\beta$ となるはずであるが，実験結果では，$p_\alpha \neq p_\beta$ となり，この点に関して，さらに詳しい検討が必要なことが明らかになった。しかしながら，栗津が行った二次元鉛直噴流の洗掘実験の場合には，$p_\alpha=p_\beta$ となっており，洗掘の条件によっては，上の関係式がよく適用できることも明らかになった。

第 II 章では，いわゆる落差工全体の水理学的基礎事項について考察を進め，初めに，上流側水路下流端から落下する水脈について解析した。

ここでは，上流側水路の検査断面の水深 h を，係数 γ と限界水深 h_c を用いて表し，落下する水脈に対しては，RAND が導入した Drop 数 (D_r) と，運動量方程式より得られる v_x を用い，砂防ダムが満砂した状態における飛距離 L_p や，落下角 θ_0 を計算する式を求めた。これらの式は，Drop 数が 1×10^{-2} 以下のとき，実験値に比較的よく一致することが明らかになった。また，主ダムが未満砂の場合には，満砂したときの式を若干修正することによって求められることも明らかになった。

次に，洗掘状態における水脈の貫入後の流れと，洗掘断面各部の水深について考察を行ったが，これに先立ち洗掘ホール内での流れについて

ⓐ 貫入した噴流は，ダム側と hump の側から巻き込まれる流れによって，直線的に拡散する。この過程は ALBERTSON 等の二次元噴流によって，扱うことができる

ⓑ 洗掘底面に到達後，後方の流れはダム壁面へ向い，前方の流れは，吹き上げ流となって hump を形成する。hump を形成する吹き上げ流は，一部分貫入噴流に巻き込まれ，それ以外の流入量は，放散流となって副ダム上部の水深を維持する

というように考え，これを実験的にも確かめた。

以上の流れのモデルから，洗掘ホールの各断面ごとに平均流速を求め，流速式とした。また，洗掘ホールの各断面に運動量の法則を適用して，各断面の水深，つまり，主ダム壁面の水深 h_W，貫入ナップ直後部の水深 h_2，貫入ナップ直前部の水深 h_1 を求める式を導き，実験結果と比較検討を行った。

さらに，ナップが水クッションに貫入した後の拡散噴流の中心軸を，水脈の進入角 θ とした場合の $\tan\theta$ に対して考察し，実験結果より定数を決定して，$\tan\theta$ を求める式を導いた。この解析によって，進入角 θ が，h_1 と h_2 の水位差に強く影響を受けることが明らかになった。

第 III 章では，第 II 章の続きとして，斜めもぐり噴流が，底面に衝突した後の底面流について，水理学的な考察を行ったものである。

まず，斜めもぐり噴流が平板に衝突する場合の流線を，流れ函数を用いて求めた。続いて，底面付近の流れを二次元ポテンシャル流としてポテンシャル理論を適用し，最終的に，底面境界層の主流流速 u_0 に関する次のような簡略解を求めた。

$$\frac{u_0}{v_{0b}}=\frac{A\xi}{\xi^2+B\xi+C},\quad \xi=\frac{x}{h}\sin\theta \quad \cdots(\mathrm{III}\cdot 23)$$

ここに，v_{0b}: 斜めもぐり噴流の仮想的な底面衝突速度，A, B, C: 係数である。

固定床における底面主流流速の測定結果から，主流流速の最大値 $u_{0\,\max}$ は，斜め噴流が底面に衝突する仮想衝突速度 v_{0b} (ALBERTSON 等の式より得られる値) に等しいこと，つまり

$$v_{0b}=u_{0\,\max}$$

であることが明らかになった。したがって，最終的に，主流流速の式は，

$$\frac{u_0}{u_{0\,\max}}=\frac{A\xi}{\xi^2+B\xi+C} \qquad \cdots(\mathrm{III}\cdot 29)$$

で求められることになり，係数は実験結果から決められた。上式は，測定値とよく一致しており，加速・一様流速・減速領域という，底面主流の流れの領域をよく説明している。

底面流を構成する底面境界層と，その上部の拡散流については

ⓐ 境界層内の速度分布として，ベキ乗則を仮定し，運動量の式として，KÁRMÁN の運動量方程式を使用する

ⓑ さらに，主流流速 u_0 の式として，上で述べた (III・29) 式を用いる

という方法で，底面境界層の厚さ δ を求める式と，底面剪断応力 τ_0 を求める式とを導いた。

これらの理論解析と固定床に対する底面境界層の測定結果から，次の4つのことが明らかになった。

① 底面流の速度分布は，概略，相似分布とみなすことができ，そのうち上部の拡散流は，二次元自由噴流と同様な流れであるとみなすことができる。その拡がり角は，自由噴流の場合より小さく，壁面噴流の場合に一致する。

② 境界層内の速度分布形は，詳細に見れば相似的な分布ではなく，ξ によって変わり，そのベキ係数 n は 1/16～1/3まで変化する。しかしながら n を一定にしても，境界層の厚さ δ や，底面剪断応力 τ_b は，近似的には求められる。

③ n と λ を仮定し，実験値に対する計算曲線 δ の誤差を最小にするような n と λ を求めると，n, λ は，ほぼ，$n=1/6$, $\lambda=0.0125$ になる。これは，Manning-Stricker 式による値と同じものである。

④ この n, λ を用いて，τ_b の分布を求めると，固定床平面の場合も，固定床洗掘状曲面の場合も，$\tau_{b\,\max}$ は $u_{0\,\max}$ を示す位置 (ξ) の直後に出現する。

第 IV 章では，前章の固定床の実験結果を参考に洗掘中の場合にも，$\tau_{b\,\max}$ が出現するものとし，τ_b の式に

$$\frac{u_{0\,\max}}{v_{00}}=k_0\left(\frac{D}{\eta}\right)^p \qquad \cdots(\mathrm{III}\cdot 4)$$

と仮定した $u_{0\,\max}$ を代入して，$\tau_{b\,\max}$ を導いた。さらに，この式から求められる流体力と，流れに抵抗する砂礫との釣合条件から，最大洗掘深に関する基本式を誘導した。

この基本式には，$\tau_{b\,\max}$ が発生する位置での洗掘前部の傾斜角 θ_b が含まれているが，$\theta_b\approx 0$ であるとすると，次式が得られる。

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \qquad \cdots(\mathrm{IV}\cdot 8)$$

但し，$c=$定数，$\alpha=2p-1$，$\beta=1/(2p+\gamma)$
$\gamma=2n/(1+2n)$，$h=T+h_d$

ここに，n は境界層内の速度分布のベキ数である。上の (IV・8) 式は，第 I 章で定義した洗掘パラメータを含み，見かけ上 (I・18) 式と同じものであるが，β の中に境界層に関する因子が含まれているところが，第 I 章の式と異なるところである。

以上の理論式を確かめ，実験定数を確定するために，ナップ厚を制御できる洗掘実験装置を作製し，まず，実際の洗掘平衡状態での底面主流流速 u_0 の測定を行った。

その結果によれば，底面境界層の主流流速 u_0 として，先の (IV・4) 式で仮定したような式形が成立することが確認され，$D/d\geqq 1$ に対して $p=3/4$ が得られた。また，洗掘平衡状態における u_0 の底面方向への分布については，(IV・4) 式の $u_{0\,\max}$ を用いれば，(III・29) 式の式形がそのまま使用できることが明らかになった。この式形を認めることによって，$\tau_{b\,\max}$ や最終的な洗掘深に関する (IV・8) 式の仮定が満足されることも明らかになった。

続いて，先の実験装置を用いた綿密な洗掘実験の結果より，洗掘深に関する (IV・8) 式のベキ係数 α, β が求められた。得られた値は，$D/d\gtreqless 1$ に関係なく

$$\alpha=1/2,\quad \beta=1/2$$

である。

α の理論式は，(IV・8) 式より

$$\alpha=2p-1$$

であるが，洗掘深の実験結果より得られた $\alpha=1/2$ を代入すると，$p=3/4$ を得る。この値は，すでに得られている底面境界層の主流流速 u_0 の測定結果より求められる $p=3/4$ と一致しており，これによって，洗掘理論の一部が検証された。

また，β の理論式は，(IV・8) より

$$\beta=\frac{1}{2p+\gamma},\quad \gamma=\frac{2n}{1+2n}$$

であり，洗掘深の実験より得られた $\beta=1/2$ を上式に代入すると，境界層内の速度分布のベキ係数 n の値として $n=1/2$ が得られる。$n=1/2$ は，一般の壁面噴流としては少し大きい値であるが，洗掘中でのベキ係数であることと，急流で相対水深が小さい通常の等流粗面乱流においても，$n=1/2$ が山口・本田によって与えられていることから，この n の値は，理論との一致が完全ではないにしても，ほぼ妥当な値であると言える。

(IV・8) 式の残りの係数 c は，$D/d\geqq1$ の場合，$c=4.20$ という一定値となり，$D/d<1$ の場合，c は $c=4.20$ を上限とする粒径等によって変化する値となる。しかし，$D/d<1$ の場合に c の値として最も危険である最大の値を採用することにすれば，D/d の全領域に対し，

$$c=4.20 \qquad \cdots(\text{IV}\cdot19)$$

が適用できることになる。

先の α と β に関する理論的な関係式の適合性によって，最大洗掘深に関する (IV・8) 式の妥当性が明らかになるとともに，洗掘パラメータの重要性が再確認された。同時に，第I章で提起されたベキ係数 α, β に関する疑問も解明されたことになる。洗掘現象を整理するパラメータとしては，これまで普遍的なものはなかったが，上で述べた洗掘現象に関する二つのパラメータ，即ち ((IV・8) 式の左辺と右辺の [ ] 中の無次元量) は，現象の機構を表現する上で本質的であり，言わば，限界掃流力における Shields パラメータに相当するようなものであると考えられる。

以上から，最終的な洗掘深に関する実用公式は

$$\frac{h}{d\sin\theta}=3.3\left[\frac{qv_{00}}{gd^2}\sqrt{\frac{D}{d}}\right]^{1/2} \qquad \cdots(\text{IV}\cdot21)$$

$$h=T+h_d$$

で与えられる。上式は，洗掘断面内の吹き上げ流によって，砂礫が浮遊されていくような小粒径の場合を除くと，自由ナップの場合の実験値にもよく一致している。

次に，洗掘形状についてその一般的特性を明らかにし，続いて，洗掘長について考察した。

洗掘断面形状すなわち，洗掘底部・洗掘前部・洗掘項部は，洗掘底面に衝突した噴流が，底面流となって洗掘前部へ流れ，さらに吹き上げ流となって hump を生ずるように流れることによって形成される。したがって，洗掘長 l としては，最小限，このような流れの流線を確保する洗掘項部までの長さ X_t を考慮すればよいことになる。

このような考えのもとに，洗掘項部までの長さ X_t を洗掘長 l として定義した。

l を求めるに当っては，洗掘部を三つの区間に分けて

$$l=L_p+h\cot\theta+(X_t-X_T)$$

但し，L_p: ナップ長，X_T: 最大洗掘深の位置

と表し，第3項の (X_t-X_T) について考察した。その結果，$(X_t-X_T)/d\sin\theta$ が最大洗掘深と同様な洗掘パラメータのベキ函数として表されることが明らかになり，ナップ形成ダクトを用いた実験から，$D/d\gtreqless1$ に関係なく

$$\alpha=1,\quad \beta=1/2$$

が得られた。この α, β は，自由ナップの場合のデータにもよく一致していることが明らかにされ，同時に係数 c も決められた。ここでも，洗掘パラメータの有効性が重ねて明らかになった。

続いて，既に発表されている洗掘深に関する著名な式と著者の式との比較を行った。それによれば，SCHOKLITSCH 式および，伏谷式は流量が少ないときにのみ著者の式に一致し，流量が多くなると一致しない傾向にある。JÄGER の式は，傾向としては著者の洗掘深 h に沿っているのであるが，全体に大きさが著者の値の 2/3 程度である。

洗掘長 l については伏谷式のみと比較した。その結果，伏谷式は著者の洗掘長に対して，全体に小さい値を示すことが明らかになった。

さらに，これまで考察したような自然洗掘を利用した場合の，副堰堤を計画するための具体的方法を示し，その中で，主副堰堤間の距離 L を決めるための，簡略的方法を提案した。

以上，砂防ダムおよび治山ダムの水叩部に発生する洗掘現象について，理論および実験による検討を加え，洗掘底面における底面流や，最大洗掘深および洗掘長については，いくつかの新しい知見を得ることができた。

謝　辞

本論文をまとめるにあたり，東京大学教授 山口伊佐夫博士，三重大学教授 駒村富士弥博士には，終始懇切なご指導を賜りました。また，東京大学教授 神飯坂実博士，志村博康博士，同助教授 南方康博士，西尾邦彦博士の諸先生方には，貴重なご教示を賜りました。ここ

に深甚なる感謝の意を表します。さらに，東京農工大学教授 塚本良則博士には，温かいご激励とご配慮を賜りました。厚くお礼を申し上げます。なお，当時学生の正木幹人，小野広治，中川和俊，植田洋二，浅見明稔，松岡誠，久保田斉，近藤観慈，深谷孝司，皆川邦彦，長野薫，船村安英，林雄治，山崎武男の諸氏には，実験に一方ならぬご協力を頂きました。心からお礼を申し上げます。

参考文献

1) 赤司信義・斉藤　隆：鉛直噴流による洗掘に関する研究，土木学会第34回年講 II, 171-172, 1979.
2) 赤司信義・椿東一郎・斉藤　隆：衝突および再接触噴流による壁面噴流，土木学会第31回年講 II, 246-247, 1976.
3) 安芸周一：アーチダム中央越流型洪水吐水叩きのデフレクター効果に関する研究，電力中央研究所技術研究所研究報告，vol. 13, No. 1, 103-114, 1963.
4) 安芸周一：自由落下水脈の水クッション効果に関する研究，電力中央研究所技術研究所研究報告, No. 69009, 1-32, 1969.
5) Albertson, M. L., Dai, Y. C., Jensen, R. A. and Rouse, H.: Diffusion of Submerged Jets, Trans. ASCE, vol. 115, 639-664, 1950.
6) 芦田和男・道上正規：混合砂れきの流砂量と河床変動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第14号 B, 259-273, 1971.
7) 芦田和男・高橋　保・水山高久：流路工計画に関する水理学的研究，新砂防，vol. 28, No. 2, 9-16, 1975.
8) 粟津清蔵：洗掘機構についての基礎的研究，土木学会論文集，第52号，1-25, 1958.
9) Chow, V. T.: Open-Channel Hydraulics, Mcgrawhill, 52-53, 1959.
10) Daily, J. W., Harleman, D. R. F.: Fluid Dynamics, Addison-Wesley, 1966.
11) 土木学会編：水理公式集，東京，土木学会，1972.
12) 遠藤隆一・郷原有恒・栃木省二・岸岡　孝：砂防副堰堤に関する研究，新砂防24, 20-24, 1957.
13) 遠藤隆一：砂防工学，東京，共立出版，1970.
14) 藤本武助：流体力学，東京，養賢堂，1970.
15) 伏谷伊一：砂防堰堤の水叩保護に関する研究，三重大学農学部学術報告，第1号，68-81, 1950.
16) 伏谷伊一：渓流工学，東京，地球出版，1970.
17) Görtler, H.: Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Näherungsansatzes, Ztschr. angew. Math. Mech. Bd. 22, Nr. 5, Okt. 244-254, 1942.
18) 林　拙郎：砂防ダム下流部における洗掘深さについて，新砂防，vol. 27, No. 2, 10-19, 1974.
19) 林　拙郎：砂防主副ダム間の水クッションについて，新砂防，vol. 30, No. 2, 1-10, 1977.
20) 林　拙郎：砂防ダム下流部洗掘底面の剪断応力と洗掘深さ，第89回日本林学会大会論文集，397-398, 1978.
21) 林　拙郎：砂防ダム下流部での洗掘底面に沿う主流流速について，新砂防，vol. 32, No. 4, 24-32, 1980.
22) 林　拙郎：砂防ダム下流部における洗掘深さについて (II), 新砂防，vol. 33, No. 2, 10-14, 1980.
23) 林　拙郎：落差工の水理計算に関する二，三の考察，日本林学会誌，63巻，3号，73-78, 1981.
24) 本間　仁・石原藤次郎編：応用水理学・中 I，東京，丸善，1969.
25) Hunt, B., Hsu, S. T.: Configuration of the free surface above a vertical jet, La Houille Branche 20, No. 6, 539-543, 1965.
26) 生井武文：粘性流体の力学，東京，理工学社，1978.
27) 石原藤次郎：橋脚による河床洗掘に関する実験的研究，土木学会誌，vol. 24, No. 1, 23-52, 1938.
28) 岩垣雄一：限界掃流力に関する基礎的研究——(1)限界掃流力の流体力学的研究——，土木学会論文集第41号，1-21, 1956.
29) 岩垣雄一：二次元噴流による洗掘の理論，土木学会第4回年講 III-3, 5-6, 1959.
30) 岩崎敏夫，千秋信一：静水中に落下する水流の実験，土木学会誌，vol. 38, No. 8, 1-5, 1953.
31) 木本凱夫：局所急変流の内部構造，農業土木学会論文集50, 29-48, 1974.
32) 木村喜代治：水理構造物を越流する自由ナップによる洗掘の機構，土木学会論文集，第39号，34-37, 1956.
33) 駒村富士弥：砂防工学，東京，森北出版，1978.
34) 河村三郎：Armour Coat の生成に関する研究，第15回水理講演会講演集，37-42, 1971.
35) 九州大学応用力学研究所水文学特別委員会：噴流の洗掘機構について，九州大学応用力学研究所報第4号，11-27, 1954.
36) 水山高久：砂防ダムの災害実態調査，新砂防，vol. 31, No. 4, 26-30, 1979.
37) 村野義郎・泉　岩男：砂防堰堤の副堰堤の位置について，新砂防，vol. 16, No. 1, 21-32, 1963.
38) 村岡浩爾：鉛直上向き噴流の水理特性に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第197号，71-81, 1972.
39) 中島嵩介・加藤　誠：渓間工基礎調査報告書，名古屋営林局，1-24, 1975.
40) 尾張安治：砂防堰堤の下流洗掘に関する研究，新砂防，vol. 14, No. 1, 23-41, 1961.
41) Rajaratnam, N.: Turbulent Jets, New York, Elsevier, 1976.
42) Rajaratnam, N., Beltaos, S.: Erosion by im-

pinging circular turbulent jets, Proc. ASCE, vol. 103, No. HY10, 1191-1204, 1977.

43) RAND, W.: Flow Geometry at Straight drop spillways, Proc. ASCE, vol. 81, No. 791, 1-13, 1955.

44) ROUSE, H.: Discussion to "Energy loss at the base of a free overfall" by MOORE, Trans. ASCE, vol. 108, 1383-1387, 1943.

45) 斉藤 隆：二次元乱流壁面噴流に関する研究, 土木学会論文報告集, 第264号, 41-52, 1977.

46) SCHICHTING, H.: Boundary-LAyer Theory, New York, Mcgraw-Hill, 1960.

47) SIMONS, D., SENTIIRK, F.,: Sediment transport technology, Water Resources Publications, 1977.

48) 外尾善次郎訳, ムーチニク・イグナトフ編：水力採炭と水力輸送・上巻, 東京, 東京大学出版会, 1961.

49) 谷 一郎：応用流体力学, 東京, 岩波書店, 1940.

50) Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual, ASCE: Sediment, transportation mechanics, erosion of sediment, Proc. ASCE, vol. 88, No. HY4, 109-127, 1962.

51) TOLLMIEN, W.: Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgange, Ztschr. angew. Math. Mech. Bd. 6, 468-478, 1926.

52) 椿東一郎：水理学 I・II, 東京, 森北出版, 1973.

53) 坪田 廉：沖積層基礎の堰堤に就て, 日本林学会誌, 19巻, 2号, 136-143, 1937.

54) 土屋義人：滑面水路床下流端における洗掘限界, 土木学会論文集, 第80号, 18-27, 1962.

55) 土屋義人：鉛直噴流による洗掘限界について, 京都大学防災研究所年報, 第6号, 1-34, 1963.

56) 土屋義人：ダムにおける Sedimentation, 土木学会水工学シリーズ65-03, 21-35, 1965.

57) WHITE, M. P.: Discussion to "Energy Loss at the Base of free overfall" by MOORE, W. L., Trans. ASCE, vol. 108, 1361-1364, 1943.

58) 山口伊佐夫：治山設計, 東京, 農林出版, 1979.

59) 山口伊佐夫・本田孝夫：渓流における流速式の検討（第1報）, 新砂防, vol. 25, No. 4, 14-22, 1973.

Summary

In this study the author dealt with the phenomenon of scour at the base caused by free falling nappe over sediment control dams, which is a vertical drop structure. In attacking the problem of scour, the author examined the deceleration of the flow which plunged into the scour hole, and the velocity of the flow along the bottom boundary. Based on the analyses, the author made a theoretical equation regarding the maximum scour depth, and an experimental equation regarding the maximum scour length. In the following, it was assumed that the bed material was uniform sand, and consideration was given to the penomenon of the scour which had reached equiliblium.

1. The parameter representing the scour phenomenon

Fushitani had been of the opinion that the scour reached equilibrium when the sediment discharge or transport rate out from the scour zone equaled zero. Noting a particle on the scour bed, however, the author considered the condition of equilibrium for the scour as having the following explanations. When the scour reaches equilibrium, as the velocity at the bottom of the plunging jet is reduced, it is thougth that a grain of sand at the scour bottom remains motionless, and the scour is not enlarged.

The author assumed that a sand grain on the bottom remained motionless on reaching the condition of equilibrium. Then, the impinging velocity (v_2) on the sand grain is defined as:

$$v_2/v_{00}=k(D/\eta)^p \tag{1}$$

$$\eta=h/\sin\theta,\quad h=T+h_d$$

where v_{00} is falling velocity at the water surface on the scour hole, D is thickness of the nappe, θ is influx angle of the nappe, T is maximum depth of scour, h_d is the average water depth in the vicinity of the falling nappe above the spillway of the counter dam, and k, p are constant. As the drag force and the friction force acting on the sand grain are in a balanced relation to one another, the equation for the maximum scour depth can be obtained by equating these two forces

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \tag{2}$$

$$\alpha=2p-1,\quad \beta=1/2p \tag{2'}$$

where c is constant, s_0 is specific gravity of the grain, q is the discharge per unit of width, $\tan\varphi$ is coefficient of static friction of the sand grain in the water, d is representative grain size, and g is acceleration of gravity. The function

form of the equation (2)' is the basic one to obtain the scour depth, etc., and so the author gave the name Scour Parameter.

By examining the result of the scour experiment for the case of free over fall, it was confirmed that this parameter became a very useful one for expressing the scour phenomenon. However, since the values of the exponent (α) and (β) obtained by this experiment did not satisfy the condition of the theoretical equation (2′) for α and β, it became necessary to consider the scour phenomenon again.

2. Hydraulics of the slanting submerged jet and the flow along the scour bottom

By the falling nappe flowing in water surface as jet, the water within the nappe or jet will undergo both lateral diffusion and deceleration. This submerged jet flow will cause a two-dimensinal diffusion. However, at the bottom of the scour hole this submerged jet flow will develop the flow of the other properties. This submerged jet, which has an impinged slant on the bottom boundary of the scour, comes to the stagnation point and then flows forward as a two-dimensional wall-jet. In the wall jet along the bottom boundary, the boundary-layer is caused by viscosity of the water and by the mean velocity of the main flow, which is defined as the velocity of the mean flow outside the boundary-layer.

The mean velocity (u_0) of the main flow along the bottom boundary in the neighbourhood of the stagnation point can be found analytically by using the potential theory in this zone, and the simple equation of this solution is finally written as:

$$\frac{u_0}{u_{0\,max}}=\frac{A\xi}{\xi^2+B\xi+C}, \quad \xi=\frac{x}{h}\sin\theta \tag{3}$$

where A, B, C are constant, and x is the length along the bottom boundary from the stagnation point.

The mean velocity (u_0) of the main flow along the bottom boundary was measured to determine the value of coefficients of the equation (3). In this experiment, falling nappe was two-dimensional, and one of the bottom boundaries was the rough flat plate, another was the fixed rough boundary. The results showed that $u_{0\,max}$ was expressed by Albertson et al., equation for the two-dimensinal submerged jet. Depending on whether the boundary of the bottom was the plate or the fixed scour boundary, values of the coefficients in the equation (3) differed. For the case of the fixed scour boundary, the following values of the coefficients A, B, C in the equation (3) were obtained

$$A=0.600, \quad B=-0.284, \quad C=0.194 \tag{4}$$

The velocity (u_0) of the main flow causes the velocity distribution in the boundary-layer along the bottom by traction along the lower layer. The equation of the thickness (δ) for the boundary-layer was derived by using Kármán's momentum-integral equation for two-dimensional boundary-layer, and in this equation, y (height) to a low power (n) was used to determine velocity (u) in the boundary layer. The values of the coefficients n, λ in this equation for the thickness were unknown. However, by comparing the theoretical values with the experimental values, the author obtained:

$$n=1/6, \quad \lambda=0.0125$$

These values agree with the usual n, λ for turbulent flow a rough plate.

On the one hand, shearing stress (τ_b) on the bottom was determined finally by obtaining n and λ so that the theoretical value thickness (δ) for the boundary-layer agreed with the experimental value. It was shown that this τ_b curve had its peak at a certain point (ξ), where ξ was the dimensionless length along the boundary, and the value of this point was approximated as $\xi=0.4$. When a set of coefficients A, B, C for a flat boundary was used in the equation (3), the equation for the thickness (δ) and shearing stress (τ_b) should hold proportionately for the condition of the fixed scour boundary.

3. Maximum scour depth reaching equilibrium

The author obtained the following equation for $u_{0\,max}$ through measuring the velocity u_0 of the bottom flow for the actual scouring on reaching equilibrium:

$$\frac{u_{0\,max}}{v_{00}}=k\left(\frac{D}{\eta}\right)^p, \quad p=3/4 \tag{5}$$

By using $u_{0\,max}$ obtained from the above equation, the author investigated the coefficients A, B, C of the equation (3) for the scour equilibrium, and it became clear that the values of the equation (4) for fixed scour boundary were applicable as the values of the coefficients A, B, C in the scour experiment. Thus, it permitted τ_b and $\tau_{b\,max}$ for a scour condition which had reached equilibrium to be expressed by the equation for the fixed boundary. But it was considered that the exponent (n) of the velocity distribution for the boundary-layer in this case differed from the exponent in the fixed boundary.

By using the $\tau_{b\ max}$ stated above, the author obtained the following equation from the balance of the grain on the scour bottom which had reached equilibrium

$$\frac{h}{d\sin\theta}=c\left[\frac{1}{(s_0-1)\tan\varphi}\left(\frac{qv_{00}}{gd^2}\right)\left(\frac{D}{d}\right)^{\alpha}\right]^{\beta} \tag{6}$$

$$\alpha=2p-1,\quad \beta=1/(2p+\gamma),\quad h=T+h_d,\quad \gamma=2n/(1+2n)$$

where n is the exponent for the velocity distribution in the boundary-layer. Although equation (6) is observed to be the same form as equation (2) as derived in section 2, the exponent (β) in equation (6) contains the factor (n) regarding the boundary-layer, and in this respect equation (6) differs from equation (2).

If possible the scouring test is performed with D/d varied artificially so that the coefficients α, β, c of equation (6) are determined. Thus, the special device of jet flow has been made for this scour experiment, and from the experimental results of scour with this device, the following value of α and β have been obtained

$$\alpha=1/2,\quad \beta=1/2 \tag{7}$$

By substituting equation (7) for $\alpha=2p-1$ in equation (6), the value of p becomes:

$$p=3/4 \tag{8}$$

On the other hand, as shown in the equation (5), the same value for p has already been obtained, and as a result, the relation between α and p agrees with the author's theory.

The theoretical relations for the other exponent (β) in equation (6) are:

$$\beta=1/(2p+\gamma),\quad \gamma=2n/(1+2n) \tag{9}$$

The exponent (n) of the velocity distribution for the boundary-layer, therefore, substituting equation (7) and (8) in equation (9) yields:

$$n=1/2 \tag{10}$$

This value of n will become greater than the value ($n=1/6$) for a fixed boundary, because the velocity gradient in the neighbourhood of the bottom boundary in the case of actual scouring is smaller than the value of that for a fixed boundary. Furthermore, since Yamaguchi found that the exponent (n) of the velocity distribution is $n=1/2$ in case of turbulent flow for the hydraulic rough regime in which the slope is steep and the ratio of the water depth to the height of the roughness element is small, the value of equation (10) in this case is rather appropriate.

From the above explanation, therefore, the values of p and n for experimental results nearly agreed with theoretical results. As a result, it became clear that the formula relating to the exponent (α), (β) in equation (6) for the scour depth was valid. By substituting the experimental value for scour depth in equation (6), the author determined the value of the mutiplication constant (c) which remained to the last.

The problem with the exponent (α), (β) as stated in section 1 could be solved by the thoretical equation on the basis of the scour parameter using the boundary-layer theory, and hence it was shown that this theory explained the scour phenomenon in a universal way. In this study, furthermore, the formula for the scour length was obtained by the application of the scour parameter.