

地温変化にもとづく土壌面蒸発量の推定法について

清 沢 秀 樹

Estimating Soil Water Evaporation Rate from
Observations of Soil Temperature

Hideki KIYOSAWA

I. ま え が き

土壌面蒸発は圃場の水分環境を支配するとともに、潜熱の伝達を通じて熱環境にも大きな影響を及ぼしている。蒸発量の推定は、圃場の合理的な水管理など多くの実際的な問題を扱う上で、きわめて重要な課題と言えよう。

このような蒸発量の推定には、大気の状態、例えば気温や湿度の分布から求める方法がよく用いられているが、これらは広い均一な平面を対象とし、しかも大気状態の不安定性から長時間にわたる平均値をとらざるを得ないのが通例である。すなわち、圃場内の局所的な蒸発量の時間的な推定は不可能に近い現状にある。

ところで、筆者ら¹⁾は先に散水下の湿潤土壌面について、大気—地表間の顕熱、潜熱の交換現象を検討した。その際、移動現象論の援用により、地温解析から地表面における「水蒸気の伝達係数」を推定し、この係数にもとづいて蒸発量を求め得ることを示した。この方法によれば局所的・経時的な蒸発量の推定も可能であるが、散水下のため表面が湿潤で土壌表層が一定の水分状態にある場合に対象を限定し、十分な普遍性をもたせることはしなかった。

そこで、本論文ではより一般的な圃場の土壌状態を想定し、散水下の場合と同様に、地温解析と伝達係数とに重点をおいた蒸発量の推定方法を検討した。そして、その結果について実験的にも検証を行ない、一応の成果が得られたと信ずるのでここに報告する。

なお、蒸発量の計算法として、従来よく用いられてきた熱収支法を適用するときも、熱収支の各項を正確に推定するのはさほど容易なことではない。とりわけ、地中

伝熱量に関し必要な諸係数(例えば土壌の熱伝導率等)を野外で正確に測定するのは相当困難である。そのため、室内実験の結果を流用することも多いが、野外状態との対応が問題になる。この意味において、野外の地温解析により、できるだけ正確な地中伝熱量を求める方法が望まれる。本論文は、この点についてもこたえようとするものである。

II. 蒸発時の地温変化の定式化

蒸発時の地温変化は、蒸発潜熱を考慮した境界条件のもとで、熱伝導方程式を解けば求められる。ここでは、自然条件下の地温日変化を想定し、これら基礎式や境界条件、土壌の熱定数等について簡単に述べ、本論文の問題を定式化する。

(1) 基礎方程式

一般に地温変化を扱うには、いわゆる熱伝導だけでなく水分移動に伴う顕熱と潜熱の移動を考慮しなければならない。その場合の温度変化の基礎式は、

$$C \frac{\partial \theta}{\partial t} = F \cdot \{(k_h + a) \nabla \theta\} + F \cdot (b \nabla w') - (C'_w q_w + C'_v q_v) \cdot \nabla \theta \quad \dots (1)$$

となる²⁾。ここに、 θ : 地温、 t : 時間、 C : 土壌の容積比熱、 k_h : 土壌の熱伝導率、 w' : 体積含水率、 a , b : θ と w' による係数、 C'_w , C'_v : 水および水蒸気の質量比熱、 q_w , q_v : 水および水蒸気のフラックス (ベクトル量)。上式の右辺第1項は、いわゆる熱伝導項と温度勾配による潜熱移動項との和を表わし、第2項は水分勾配による潜熱移動項、第3項は顕熱移動項である。

このうち顕熱移動について、白井ら³⁾は飽和土壌内の周期温度変化に及ぼす浸透流の影響を解析している。そ

の結果を準用すると、圃場での一般的な蒸発速度¹⁾($\approx 10^{-5}$ g/(cm²·s))に相当する水流が地温日変化の振幅や位相に与える影響は、それぞれ最大2%, 0.01%程度にすぎず、通常は無視できる。

また、潜熱に関して白井ら⁴⁾は、水分勾配による水蒸気移動が生じるのは吸着水領域(pF 4.5以上)に限られること、毛管水領域では温度勾配による水蒸気移動の影響が大きいことを指摘し、さらに新庄ら⁵⁾は(1)式の第1項の係数を「みかけの熱伝導率」 k とみなして、

$$k(\equiv k_h + a) = k_h + a_1 + a_2 \theta \quad \dots (2)$$

と近似できることを示した。ここに、 a_1, a_2 : 主として w' による係数。

一般的な蒸発時の土壌水分は吸着水から重力水の範囲に及ぶ。そのため、たとえ前述のように顕熱移動項を無視しても、 k として(2)式を用い、水分勾配による項も含めるなら(1)式は非線形となり、解析的な取り扱いは困難である。

そこで、以下では主に毛管水以上の水分量を扱うものとして(1)式右辺第2項を無視し、さらに k は平均地温に対するみかけの値を表わすものとして、地温変化の際の厳密な温度依存性を慮外視する。これらの簡略化の影響については、実測値に基づいて後で検討する。

ところで、土壌の容積比熱 C は、含水比 w と

$$C = S_s(C'_s + C'_w w) \quad \dots (3)$$

なる関係にある。ここに、 S_s : 乾燥密度、 C'_s : 土粒子の質量比熱で鉱物質の場合ほぼ 0.20 cal/(g·°C)。

このような水分量や土壌構造への依存性は k にもみられ、したがってこれらは時間および深さの関数になる。しかし、降雨直後など表層まで高水分状態にある場合を除けば、蒸発時の地温が日変化する間に生じる水分変化は小さいことが多い。すなわち、このような場合には C, k は深さのみの関数とみなせる。

以上の仮定をおき、地表面からの深さを x として鉛直方向のみの伝熱を考えると、(1)式は

$$C(x) \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad \dots (4)$$

となり、さらに土性や水分量が均一に近い場合は、定数係数の方程式、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad \dots (5)$$

で近似できる。ここで $\kappa (= k/C)$: 土壌の熱拡散係数。

従来の地温解析は、最も単純な(5)式にもとづく場合が多かった。しかし、土壌面蒸発時には、地表近傍に顕著な水分分布が存在する場合も多いので、熱定数を一定とした(5)式のみによるのは問題であり、(4)式にもとづく地温解析の方法も検討しなければならない。

〔2〕 地表面の境界条件

筆者ら¹⁾は先に、散水下の茶樹などの畦間における熱収支を検討したが、一般的な裸地面では大気放射や地表面の乾燥効果を含めて扱う必要がある。

蒸発中の裸地面において、大気中から地表面に伝達される顕熱、潜熱、短波放射、長波放射の各フラックスを f_c, f_l, f_{RS}, f_{RI} と表わす。特に f_c, f_l は伝達係数を用いて表わすことにすれば、それらは各々

$$\left. \begin{aligned} f_c &= H(\theta_a - \theta_0) \\ f_l &= -Le = LH'(\rho_a - \rho|_{x=0}) \\ f_{RS} &= \epsilon_s R_s \\ f_{RI} &= \epsilon_l \sigma (\xi \theta_a^4 - \theta_0^4) \\ &= 4\epsilon_l \sigma \bar{\theta}^3 (\theta_a - \theta_0) - (1 - \xi) \epsilon_l \sigma \theta_a^4 \end{aligned} \right\} \quad \dots (6)$$

となる。ここに、 θ_a : 気温、 θ_0 : 地表面温度、 H : 熱伝達係数、 H' : 水蒸気伝達係数、 L : 蒸発潜熱、 e : 蒸発速度、 ρ : 水蒸気密度、 ρ_a : 空気中の ρ 、 ϵ_s : 短波放射係数、 ϵ_l : 長波放射係数、 R_s : 日射強度、 σ : Stefan-Boltzmann 定数、 θ : 絶対温度、 $\bar{\theta}$: $(\theta_a + \theta_0)/2$ に対する θ 、 θ_a : θ_a に対する θ 、 θ_0 : θ_0 に対する θ 、 $\xi = R_l/(\sigma \theta_a^4)$ 、 R_l : 下向きの長波放射。

f_{RI} は有効放射を表わすが、これを求めるための ξ の計算式として Brunt 型の経験式、

$$\xi = a + b\sqrt{p_w} \quad \dots (7)$$

がよく用いられる。ここに、 p_w : 大気中の水蒸気圧 (mb)、 a, b は経験定数で、山本⁶⁾によると晴天時には、 $a = 0.51, b = 0.066$ となる。

一方、 f_l に関して、 θ_a と θ_0 の差は小さいのが普通であるから、その間の飽和水蒸気密度 $\rho_0(\theta)$ を θ の一次式で近似すると、大気中と地表面の ρ の差は、

$$\rho_a - \rho|_{x=0} = (1 - \zeta_0)(\theta_a - \theta_0)\rho'_0 - (\zeta_a - \zeta_0)\rho_0(\theta_a) \quad \dots (8)$$

となる。ここに、 $\rho'_0 = d\rho_0/d\theta$ 、 $\zeta = 1 - (H_u/100)$: 湿度 $H_u(\%)$ のときの飽差、 ζ_a : 空気中の ζ 、 ζ_0 : 地表面の ζ 。上式の ζ_0 は地表面の土壌水分量の関数であり pF 値によって決まるが、蒸気圧法の原理としてよく知られているように、湿潤側 pF 4.5 程度までは $\zeta_0 \approx 0$ (ほぼ飽和)

とみなしてよいであろう。

(6) 式の各フラックスの総和は、地中伝熱量 f に等しい。すなわち、

$$f\left(\equiv -k \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0}\right) = f_c + f_i + f_{rs} + f_{ri} \quad \dots (9)$$

なる地表面での熱収支式が成り立ち、これが地温変動に因する $x=0$ の境界条件となる。

〔3〕 伝達係数と蒸発速度の推定法

(6) 式によれば蒸発速度は

$$e = H'(\rho|_{x=0} - \rho_a) \quad \dots (10)$$

として与えられる。すなわち、水蒸気の伝達係数 H' と地表面の湿度 $\rho|_{x=0}$ が推定できれば、 e は容易に求められる。

この点に関し筆者ら¹¹⁾ は、熱伝達と蒸発現象の類似性から

$$H'/H = (\kappa_a/D_a)^{1/3} \cdot D_a/k_a \quad \dots (11)$$

なる関係が成り立ち、 H を求めれば H' も推定できることを指摘した。ここに、 κ_a, k_a : それぞれ空気熱拡散係数および熱伝導率、 D_a : 水蒸気拡散係数。

さらに筆者ら¹¹⁾ は、円形面上の熱伝達の Nusselt 数 ($N_u \equiv H \cdot d/k_a$) が

$$\left. \begin{aligned} N_u &= 0.74P_r^{1/3}R_e^{1/2} : \text{層流境界層} \\ N_u &= 0.037P_r^{1/3}R_e^{4/5} : \text{乱流境界層} \end{aligned} \right\} \quad \dots (12)$$

で表わされることも示した。ここに、 $P_r = \nu/\kappa_a$: Prandtl 数、 ν : 空気の動粘性係数、 $R_e = v \cdot d/\nu$: Reynolds 数、 v : 風速、 d : 面の直径。

しかし、圃場状態の H を (12) 式で求めるには、代表的な v や d のとり方が問題になり、直接の適用は困難である。

ところで、(9) 式に (6)、(8) 式を代入し整理すると、

$$H = \{f - (f_{rs} + f_{ri})\} / \{[1 + L(H'/H)(1 - \zeta_0)\rho'_0] \times (\theta_a - \theta_0) - L(H'/H)(\zeta_a - \zeta_0)\rho_0(\theta_a)\} \quad \dots (13)$$

を得る。この中で $(f_{rs} + f_{ri})$ は純放射を表わし、純放射計による直接測定も可能である。したがって、上式の変数の中で f, θ_0, ζ_0 が正確に求められるなら精度の高い H が得られ、(10)、(11) 式によって蒸発速度の推定も可能になる。なお先述のように、地表面が湿潤な場合には $\zeta_0 = 0$ とみなせるので、 f, θ_0 のみが問題になる。

しかし、これらはいずれも気象変動の影響を被りやすく、直接の実測が困難である。そこで、測定が容易な地中温度変化を利用することが考えられる。

III. 土壌の熱拡散係数と熱フラックスの算定法

熱伝導方程式 (4)、(5) 式にもとづき、地温測定値から地表面の熱フラックス f や表面温度 θ_0 をできるだけ正確に求める方法を検討する。そのためには、土壌の熱定数の推定法も重要である。

熱定数のうち、 κ については従来より地温日変化を利用した推定法が試みられ、Lettau⁸⁾ や白井⁹⁾ の方法も提案されているが、それらの適用性は土壌状態や測定状況等によって異なるようである。また、 C や k については土壌水分等を別途測定して決定するのが通例である。

一方、地表面の熱フラックスに関しても、温度勾配法、熱量法、熱流板法、零一傾度法¹⁰⁾ 等が提案されているが、これらの方法には各深さの C や k を必要とし、やはり水分分布の測定が不可欠である。また深さ方向の地温勾配を推定する際の誤差や熱流板による温度場の乱れ等も指摘され、いまだ確立された方法はないようである。

ここでは、これらの方法とは別に近年盛んに試みられている「分布定数系の逆問題」の研究成果をふまえ、地温の問題に適するよう改良を加えることにより、熱定数や熱フラックスの計算法を導く。

〔1〕 熱定数が一定の場合

定数係数の熱伝導方程式 (5) 式にもとづき、温度変化から κ を解析的に求めた例としては、Green 関数を用いた Jones¹¹⁾、Cannon¹²⁾ の方法が著名であり、土壌への適用例も見受けられる (Singh et al.¹³⁾)。

筆者は、通常の熱伝導問題の解そのものを積分方程式とみなすことによって、 κ のみならず境界条件に関する逆問題も定式化されることに着目し、解法を試みた。

1. 熱拡散係数

定数係数の熱伝導方程式 (5) 式を、

$$\left. \begin{aligned} t=0: & \quad \theta=0 \\ x=0: & \quad -k \cdot \partial \theta / \partial x = f(t) \\ x \rightarrow \infty: & \quad \theta=0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (14)$$

なる境界条件で解くと、周知のように

$$\theta(x, t) = \frac{1}{k} \left(\frac{\kappa}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^t \frac{f(s)}{\sqrt{t-s}} \exp \left\{ -\frac{x^2}{4\kappa(t-s)} \right\} ds \quad \dots(15)$$

が得られる¹⁴⁾。また、上式より $x=0$ の温度変化 $\theta_0(t)$ は、

$$\theta_0(t) = \frac{1}{k} \left(\frac{\kappa}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^t \frac{f(s)}{\sqrt{t-s}} ds \quad \dots(16)$$

となる。

いま $\theta_0(t)$ が既知であり、それに基づいて $x=0$ での熱フラックス $f(t)$ を求めるには、上式を Abel 型の積分方程式¹⁵⁾ とみなして解けばよい。その結果は、

$$f(t) = \frac{k}{\sqrt{\pi\kappa}} \int_0^t \frac{\theta'_0(s)}{\sqrt{t-s}} ds \quad \dots(17)$$

なる解を得る。ここに、 $\theta'_0(t) = d\theta_0/dt$ 。

この $f(t)$ は $(-k \cdot \partial\theta/\partial x)|_{x=0}$ に等しいから、

$$\kappa = \left(\int_0^t \frac{\theta'_0(s)}{\sqrt{\pi(t-s)}} ds \right)^2 / \left(\frac{\partial\theta}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)^2 \quad \dots(18)$$

を得る。上式は、Jones らが Green 関数を用いて誘導したものと同一であり、 $x=0$ の経時温度変化と温度勾配より κ を与えるものである。

(18) 式は、初期温度が一様である場合にはそのまま適用できるが、実際の圃場では一般に深さ方向の温度分布 $\theta_i(x)$ が存在する。その場合には $\theta = \theta_1 + \theta_2$ と分解し、 θ_1 は (18) 式を満たすもの、 θ_2 は、

$$\left. \begin{aligned} t=0: & \theta_2 = \theta_i(x) \\ x=0: & \partial\theta_2/\partial x = 0 \\ x \rightarrow \infty: & \theta_2 = \theta_i|_{x \rightarrow \infty} \end{aligned} \right\} \quad \dots(19)$$

なる条件を満たす (5) 式の解¹⁶⁾ とする。 κ が既知ならば θ_2 を求めることは容易であるが、 θ_2 を含む θ から κ を直接求めるのは困難である。したがって、この場合には κ の概略値を予測し θ_2 の近似値を求め、 θ_1 ($=\theta - \theta_2$) によって κ を求め直すといった反復が必要である。

また、 κ を求める際、 x の原点は任意の深さにとれるから、不均一な土壌についても対象とする深さを $x=0$ とし、均一土層とみなせる範囲内に温度変化がとどまる時間を扱うことにすれば、(18) 式の適用は可能である。

2. 熱フラックス

(17) 式によると、 κ や k が既知のとき、ある点の温度変化を用いてその深さの熱フラックスが求められる。

よって、表面フラックスを求めるには、当然、表面温度が必要となる。しかし、圃場を対象とするとき、表面温度の測定はかなり困難で、しかも気象変動等による変化も激しいため測定誤差を伴いやすい点が問題である。

そこで、深さ $x_1 (>0)$ の地温変化 $\theta(x_1, t)$ より、地表面 ($x=0$) の熱フラックスを推定する方法を検討する。すなわち、(15) 式を $f(t)$ に関する第一種 Volterra 型積分方程式とみなしたときの解法を以下に示す。

まず、(15) 式に Laplace 変換を施すと、

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{k}{\sqrt{\kappa}} \sqrt{p} \exp(\sqrt{p/\kappa} x_1) \cdot \mathcal{L}\{\theta(x_1, t)\} \quad \dots(20)$$

を得る。ただし、

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty \exp(-pt) f(t) dt$$

で、 $p (>0)$ は Laplace 変換の助変数である。

(20) 式の $\theta(x_1, t)$ に特定の関数を代入し逆変換を行えば、それに対応する $f(t)$ が求められる。ここでは、実際の地温変化をよく近似するものとして、以下の 3 種の関数を取りあげる。

$$(i) \quad \begin{cases} t < t_0: & \theta(x_1, t) = 0 \\ t \geq t_0: & \theta(x_1, t) = a_m (t - t_0)^m \end{cases} \quad (a_m, m: \text{定数}, m > 0)$$

t_0 は、深さ x_1 における温度変化の開始時刻である。このとき、(20) 式の逆変換を行なうと、 $t > t_0$ において

$$f(t) = \frac{k}{\sqrt{\kappa}} \frac{a_m \Gamma(m+1)}{\Gamma(2m)} \frac{1}{\sqrt{\pi(t-t_0)}} \times \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\tau^2}{4(t-t_0)}\right) \left(\tau + \frac{x_1}{\sqrt{\kappa}}\right)^{2m-1} d\tau \quad \dots(21)$$

を得る。特に、

$$\left. \begin{aligned} m = \frac{1}{2}: & f(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{k}{\sqrt{\kappa}} a_{\frac{1}{2}} \\ m = 1: & f(t) = k \left(\frac{x_1}{\kappa} + \frac{2\sqrt{t-t_0}}{\sqrt{\pi\kappa}} \right) a_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots(22)$$

となる。

$$(ii) \quad \begin{cases} t < t_0: & \theta(x_1, t) = 0 \\ t \geq t_0: & \theta(x_1, t) = a[1 - \exp\{-b(t-t_0)\}] \end{cases} \quad (a, b: \text{定数}, b > 0)$$

このとき、 $t > t_0$ では

$$f(t) = \frac{k}{\sqrt{\kappa}} a \sqrt{b} \exp\{-b(t-t_0)\} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cos\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{\kappa}} x_1\right) \right]$$

$$\times \int_0^{\sqrt{b(t-t_0)}} \exp(-\tau^2) d\tau + \sin\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{\kappa}} x_1\right) \dots (23)$$

を得る。上式に含まれる関数 $\exp(-z^2) \int_0^z \exp(\tau^2) d\tau$ は Dawson 積分を表わし、その値を求めるには Abramowitz ら¹⁷⁾ の数表を利用できる。

$$(iii) \theta(x_1, t) = a_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \\ (\omega = 2\pi/T, T: \text{周期}, n: \text{正の整数})$$

これは定常周期変化をなす場合であり、

$$f(t) = \frac{k}{\sqrt{\kappa}} a_n \sqrt{n\omega} \\ \times \left[\cos(\alpha_n x_1) \sinh(\alpha_n x_1) \sin\left(n\omega t + \varphi_n + \frac{\pi}{4}\right) \right. \\ + \sin(\alpha_n x_1) \cosh(\alpha_n x_1) \cos\left(n\omega t + \varphi_n + \frac{\pi}{4}\right) \\ + \sqrt{2} \cos(\alpha_n x_1) \cosh(\alpha_n x_1) \{C_F(\beta_n) \cos(n\omega t + \varphi_n) \\ + S_F(\beta_n) \sin(n\omega t + \varphi_n)\} - \sqrt{2} \sin(\alpha_n x_1) \sinh(\alpha_n x_1) \\ \left. \times \{C_F(\beta_n) \sin(n\omega t + \varphi_n) - S_F(\beta_n) \cos(n\omega t + \varphi_n)\} \right] \\ \dots (24)$$

を得る。ただし、 $\alpha_n = \{n\omega/(2\kappa)\}^{1/2}$ 、 $\beta_n = (2n\omega t/\pi)^{1/2}$ 、 $C_F(z) = \int_0^z \cos\left(\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau$ 、 $S_F(z) = \int_0^z \sin\left(\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau$: Fresnel 積分。これら $C_F(z)$ 、 $S_F(z)$ の値も、Abramowitz ら¹⁸⁾ の数表から求められる。

以上の解で $t_0=0$ 、 $x_1=0$ とおけば、測温位置でのフラックスが求まるが、これは当然 (17) 式による結果と一致する。

自然条件下の地温変化は、上述の (i)~(iii) の関数に種々の重みをかけ、加え合わせるにより近似できる場合が多い。そのときの熱フラックスは、対応する (21)~(24) 式の $f(t)$ に同様の重みをかけ、加算すれば求められる。また、初期地温分布の影響は、条件 (19) を満たす (5) 式の解 θ_2 を求め、実測地温より差し引くことにより除去できる。 $f(t)$ が求まれば、(16) 式によって表面温度 $\theta_0(t)$ も求まる。

〔2〕 熱定数が深さにより異なる場合

熱定数が一般的な x の関数である場合、(4) 式を解析的に解き θ を求めること自体困難であるから、逆問題を扱うにあたって、ある程度、数値的処理によらざるを得ない。ここでは、定数係数の場合に Van Wijk ら¹⁹⁾ が試みた、数値的 Laplace 変換による熱拡散係数

κ の推定法を拡張して、深さによって異なる κ を求める方法を述べ、次に、Stolz²⁰⁾ が提案した数値解法を応用して、地表面における熱フラックスを計算する方法を示す。

1. 熱拡散係数

地温変化から κ を求めるにあたって、地中の水分分布を測定する場合と測定しない場合が考えられる。いずれも、土壌構造（特に乾燥密度）は既知であるものとする。

(i) 水分分布が既知の場合

水分分布が求まっていれば、容積比熱の分布 $C(x)$ は (3) 式で計算できる。このとき、

$$z = \int_0^x C(x) dx \dots (25)$$

によって x を z に変換すると、(4) 式は次のようになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu(z) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \dots (26)$$

ただし、 $\mu(z) = \{C(z)\}^2 \cdot \kappa(z)$ 。

そこで上式に Laplace 変換を施すと、

$$p\bar{\theta} - \theta_i(z) = \frac{d}{dz} \left(\mu(z) \frac{d\bar{\theta}}{dz} \right) \dots (27)$$

を得る。ただし、 $\bar{\theta}(z) = \int_0^z \theta(z, t) dz$ 。

さらに、上式の両辺を z につき z_1 から z_2 まで積分すれば、

$$p \int_{z_1}^{z_2} \bar{\theta} dz - \int_{z_1}^{z_2} \theta_i(z) dz = \mu(z_2) \frac{d\bar{\theta}}{dz} \Big|_{z_2} - \mu(z_1) \frac{d\bar{\theta}}{dz} \Big|_{z_1} \\ \dots (28)$$

となる。

(28) 式によれば、地温測定を実施した各深さの $\mu(z)$ が求められる。すなわち、まず実測地温の Laplace 変換 $\bar{\theta}$ の値を、数値積分か関数近似の方法で求める。その際、測定時間外の地温成分が無視できるよう、助変数 p の適当な大きさを決めることが肝要である。 $\bar{\theta}$ の値は p を変えるごとに異なった値をとるが、 $\mu(z)$ の値は本来不変である。そこで、いくつかの p について得られた $\bar{\theta}$ にもとづき、(28) 式より最小自乗法で各深さの μ が求まり、さらに κ や k が決定できる。

(ii) 水分分布が不明の場合

この場合には、 κ と水分量の関係を上述の方法等であらかじめ求めておく必要がある。

(4) 式を書き直すと、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \kappa(x) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right\} + \left(\frac{\kappa}{C} \frac{dC}{dw} \frac{dw}{dx} \right) \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \dots (29)$$

を得る。水分勾配が顕著な場合を除けば、上式の右辺第2項は小さいと考えられるので、第1項のみを用いた式によって $\kappa(x)$ や水分分布を推定し、それを(28)式による方法で修正する。すなわち、次の手順による。

① (29) 式の右辺第2項を省略した式にもとづき、(26) 式の場合と同様の方法で $\kappa(x)$ を求める。

② κ と水分量の関係をもとに、 $\kappa(x)$ より水分分布を推定する。

③ 水分分布が既知の場合の方法で $\mu(z)$ を求め、それを $\kappa(x)$ に換算する。

④ 得られた $\kappa(x)$ を修正値とし、これが収束するまで②より計算を繰り返す。

以上の反復法によるが、通常は①で得られる $\kappa(x)$ がかなり正確なため、2~3回の反復で十分な場合が多い。 $\kappa(x)$ と水分分布が求まれば、 $C(x)$ や $k(x)$ も推定できる。

2. 熱フラックス

Stolz²⁰⁾ は定数係数の場合の熱伝導について、表面フラックス $f(t)$ を求めるための数値解法を示した。すなわち、 $f(t)$ を時間キザミ Δt ごとのステップ関数によって近似し、Duhamel 定理の離散化式にもとづいて次式を導いた。

$$f(n\Delta t) = \sum_{j=0}^{n-1} \delta f(j\Delta t) \quad \dots (30)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \delta f(0) &= \theta(x, \Delta t) / \varphi(x, \Delta t) \\ \delta f((n-1)\Delta t) &= [\theta(x, n\Delta t) - \sum_{j=0}^{n-2} \delta f(j\Delta t) \varphi(x, (n-j)\Delta t)] / \varphi(x, \Delta t) \end{aligned}$$

ただし、 $\varphi(x, t)$ は条件

$$\left. \begin{aligned} t=0: \theta &= 0 \\ x=0: -k\partial\theta/\partial x &= 1 \end{aligned} \right\} \quad \dots (31)$$

を満たし、かつ深部の境界条件を満足する(5)式の解である。

熱定数が深さに依存する場合にも、その基礎式(4)式は θ について線形で解の重ね合わせが可能であるから、 $\varphi(x, t)$ として(31)の条件を満たす(4)式の解を用いれば、(30)式はそのまま適用できる。また、 $\delta f(j\Delta t)$ が求まれば、Duhamel 定理による関係式

$$\theta_0(n\Delta t) = \sum_{j=0}^{n-1} \delta f(j\Delta t) \varphi_0(0, (n-j)\Delta t), \quad (n=1, 2, \dots) \quad \dots (32)$$

によって、表面温度 $\theta_0(t)$ も求められる。なお、初期地温分布 $\theta_i(x)$ の影響は、条件(19)を満たす(4)式の解を実測地温より差し引くことにより除去できる。

〔3〕 土壌への適用方法のまとめ

土壌が表面からかなりの深さにわたって均一とみなせる場合には、地温測定値にもとづき(18)式で κ を求め、(21)~(24)式を利用して $f(t)$ を計算すればよい。しかし、地温変化がここに示したような単純な関数で表わせない場合には、(30)式を用いて $f(t)$ を求めることもできる。 $f(t)$ が得られたら、 $\theta_0(t)$ は(16)式か(32)式によって計算する。

土壌が不均一で熱定数を一定とみなせない場合は、(28)式にもとづいて $k(x)$ 、 $C(x)$ を求めたのち、それらを用いて(30)式で $f(t)$ を、(32)式で $\theta_0(t)$ を求めるのである。

IV. 実測値にもとづく検討

以上の κ や熱フラックスの計算式には、地中の温度勾配等、直接測定が困難な量も含まれているので、実測値に適用したうえで問題点を検討する必要がある。ここでは、風洞内における土壌面と野外裸地面からの蒸発時の地温変化を測定し、その結果にこれまでの諸式を適用した。

なお、実験には「三重大学高野尾農場砂土」を用いたが、その土性や pF~水分曲線は先に²¹⁾ 報告したとおりである。また、Fig. 1 にこの土壌につき円筒法²²⁾ で求めた熱拡散係数 κ を示す。新庄ら⁵⁾ によると、 κ と乾燥

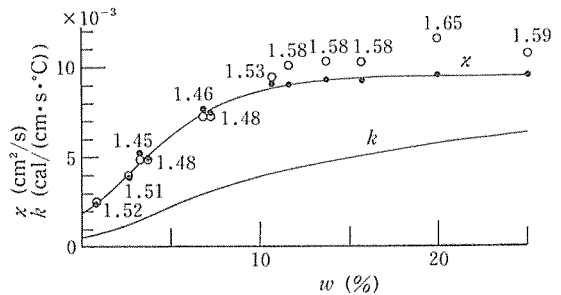


Fig. 1. 供試土の κ および k と含水比の関係

κ : (○ 実測値 (数字は S_a (g/cm³))
● 補正值 ($S_a=1.50$ に補正))
 k : κ より求めた計算値 ($S_a=1.50$)

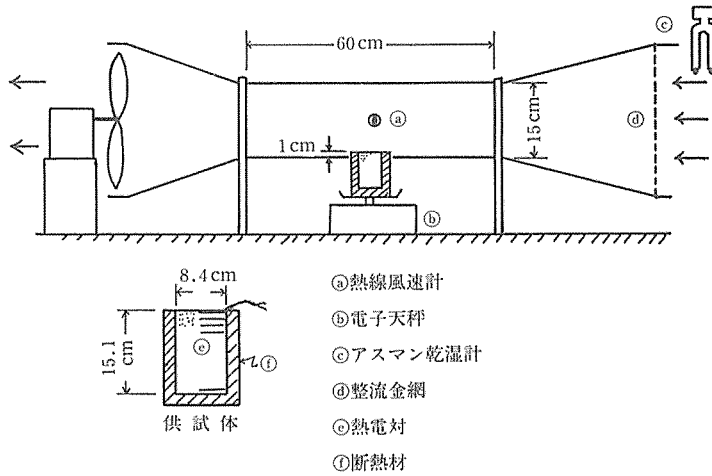


Fig. 2. 室内実験の仕様

(熱電対深さ: 0.1, 0.4, 1.1, 1.6, 14.6 cm, $S_a=1.37\text{g/cm}^3$)

密度 S_a とは κ の S_a^2 なる関係にあるが, Fig. 1 の補正值は, この関係を用いて実測の κ を $S_a=1.50\text{g/cm}^3$ の値に換算したものである。加えて同図には, (3) 式による C から計算した $k(=\kappa C)$ も示した。各実験時の κ や k を推定するには, そのときの S_a に応じて上述の関係でさらに補正を加えればよい。

〔1〕 均一土層に関する室内実験

飽和水分状態に近い土壌からの蒸発をとりあげる。この場合には, Fig. 1 から明らかなように水分変化に伴う κ の変化量は少なく, たとえ土壌中に若干の水分分布が存在していても, (18) 式や (21)~(24) 式等の解析解を用いることが許されよう。

1. 実験方法

室内実験の仕様を Fig. 2 に示す。

周囲を断熱材で被った塩化ビニール製円筒容器 (内径 8.4 cm, 深さ 15.1 cm) に前述の供試土壌を入れ, 5 点に C_a-C_0 熱電対 (起電力 $40.3\mu\text{V}/^\circ\text{C}$) を設置した。そのうち 4 点は表層 (0.1, 0.4, 1.1, 1.6 cm) に, 他の 1 点は底部 (14.6 cm) に埋設した。乾燥密度は $S_a=1.37\text{g/cm}^3$ であった。

まず, この供試体に飽和近くになるまで水を加え, ガラス板と断熱材で覆い放置する。次に, 一様な温度分布が得られたらその覆いを外して風洞内に設置し, その後の温度変化を記録した。また, 実験時の重量変化も, 最小目盛 0.1 g の電子天秤で測定した。以上の過程を風速

Table 1. 室内実験の概要

	θ_a	H_a	v	w	$e \times 10^6$
	$^\circ\text{C}$	%	$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$	%	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$
①	14.7	55	100	33.5	5.1
②	14.8	57	170	32.9	7.9
③	14.2	59	250	32.1	11.3
④	14.9	59	380	33.0	13.4
⑤	14.8	56	700	32.4	15.2

* w : 蒸発開始時の平均含水比

を変えて繰り返した。

気温, 湿度はアスマン乾湿計で, 風洞内の風速は熱線風速計で求めた。室内の気温, 湿度の特別な調整は行なわなかったが, 1 回の測定が 2 時間程度であったので, 気温変化は 1°C 以内, 相対湿度の変化もほぼ 3% 以内であった。

2. 実験結果

実験概要を Table 1 に示した。この中で e は, 重量変化にもとづく平均蒸発速度を表わしている。

また, Fig. 3 には地温変化の一例として, 実験② ($v=170\text{cm/s}$) の場合を示した。この値は, 初期地温 $\theta_i=14.3^\circ\text{C}$ からの降下温度である。なお, 図示した時間内では深さ 14.6 cm での地温変化は認められなかった。

この例に見られるように, 室内実験の地温変化は全て

$$\theta(x, t) - \theta_i = a_1(t - t_0) + a[1 - \exp\{-b(t - t_0)\}] \dots (33)$$

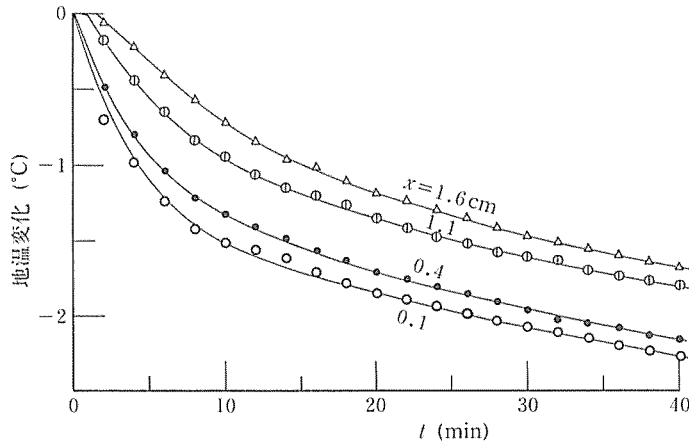


Fig. 3. 蒸発時の地温変化 (室内実験②)

($\theta_i = 14.3^\circ\text{C}$ からの降下温度, — (33) 式による近似曲線)

Table 2. 地温近似式 ((33) 式) の係数と (18) 式による κ (実験②, $v=170$ cm/s)

x	(33) 式の係数				$t=480$ s		$t=1800$ s	
	t_0	$a_1 \times 10^4$	a	$b \times 10^3$	$\partial\theta/\partial x$	$\kappa \times 10^3$	$\partial\theta/\partial x$	$\kappa \times 10^3$
cm	s	$^\circ\text{C}/\text{s}$	$^\circ\text{C}$	s^{-1}	$^\circ\text{C}/\text{cm}$	cm^2/s	$^\circ\text{C}/\text{cm}$	cm^2/s
0.1	0	-3.14	-1.52	3.67	0.591	9.37	0.395	9.34
0.4	0	-3.33	-1.36	3.20	0.618	6.94	0.481	5.79
1.1	55	-3.08	-1.09	2.31	0.409	9.11	0.428	5.70
1.6	93	-3.10	-1.00	1.64	0.341	8.35	0.190	28.2*

* 平均値の計算には除外

なる関数形で近似できた。実験②について、測定値を上式にあてはめたとときの係数を Table 2 に記し、そのときの近似曲線も Fig. 3 に示した。以下では、主にこの実験②の場合を中心に、計算過程を例示する。

3. 熱拡散係数

Table 2 には、Fig. 3 の地温変化を (18) 式に代入して得られた κ の値も示した。その際に必要な温度勾配 ($\partial\theta/\partial x$) は、表層の 4 個の地温測定値を通る内挿式を作り、その微係数を用いた。結果のちらばりはかなり大きい、平均値は $\kappa = (7.80 \pm 0.41) \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ となる。また、他の風速での地温変化からも、ほぼ同じ平均値を得た。

円筒法による高水分域の κ (Fig. 1) を $S_a = 1.37 \text{ g}/\text{cm}^3$ に応じて補正した値は、 $\kappa = 7.9 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ であるから、この結果は一応妥当と言える。しかし、(18) 式による κ は、同一深さでも時間ごとに大きく異なることがあり不安定である。これは、上述の方法で求めた温度勾配の精

度が不十分なためと考えられるが、この点については後の考察でさらに検討する。

4. 熱フラックス

Fig. 3 の地温変化について、前述の κ の平均値 $7.8 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ を用い、(22), (23) 両式の和として求めた f を Fig. 4 に示す。深さ 0.1 cm と 0.4 cm の地温変化から得られた f はほとんど一致する。

また Fig. 4 には、深さ 0.4 cm の地温をもとに (30) 式による数値解法で求めた f の値も示したが、これらも上記の解析解の値とほぼ一致する。この数値解法では、 Δt を小さくとりすぎると、 $t=0$ 付近の地温の測定誤差が増幅され ∂f が発散するので、 Δt はある程度大きくとる必要があり、ここでは $\Delta t = 120$ s とした。なお、この解法の過程で得られる $\partial f(j\Delta t)$ を用いると、(32) 式で $\theta_0(t)$ も求まるが、この実験では深さ 0.1 cm の θ との差は 0.05°C 以下であった。

5. 熱伝達係数

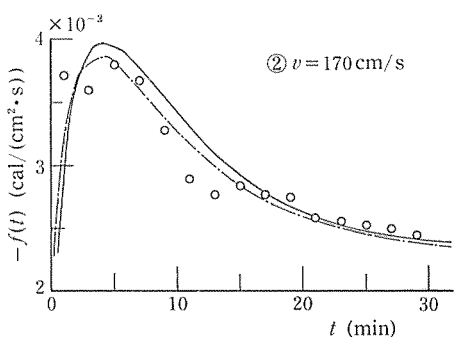


Fig. 4. 地表面熱フラックス (放出熱): $-f(t)$
 (— $\theta(0.1, t)$ にもとづく解析解 ((22), (23)式)
 (--- $\theta(0.4, t)$ " "
 ○ $\theta(0.4, t)$ にもとづく数値解 ((30)式)

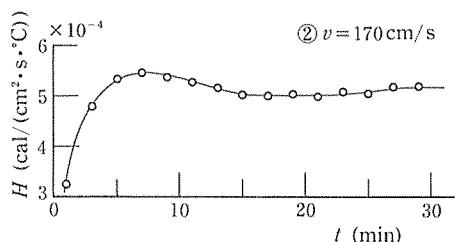


Fig. 5. 熱伝達係数 H ((13)式による値)

Fig. 5 に (13) 式で得られた H を示す。この室内実験では勿論 $R_s=0$ であり、かつ風洞壁面の温度が θ_a と大差ないと考えられるので、 $\xi=1$ とした。また、土壌面は水の薄膜に覆われているとみなせるので、長波放射係数は水の $\epsilon_1=0.96^{23)}$ を用い、表面の飽和を $\zeta_0=0$ と定めた。

Fig. 5 にみられるように、実験開始直後の数分間を除いて H はほぼ一定となるが、これは気温変動や風洞内の風速変動が小さいことから当然と言える。開始直後の H の変化は、地温測定誤差等に由来する見かけの傾向と思われる。

Fig. 6 は、同様にして他の風速についても H を求め、Nusselt 数に換算し、Reynolds 数との関係で表わしたものである。散らばりはやや大きいが、伝熱論にもとづく (12) 式の関係と傾向的に一致する。ただし、ここで求めた N_u が (12) 式の値の 2 倍近くになる例もみられたが、これは供試体周囲の気流の乱れ等、風洞特性によるのであろう。

6. 蒸発速度

Fig. 6 には重量変化より求めた e (Table 1) にもとづ

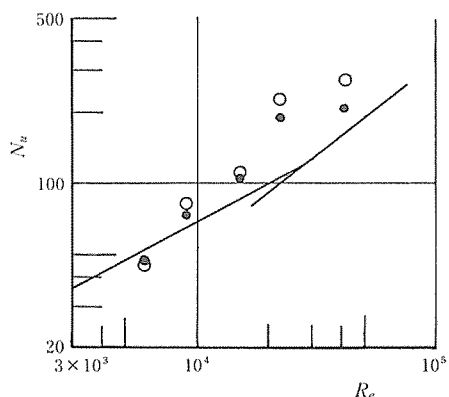


Fig. 6. Nusselt 数と Reynolds 数の関係
 (○ 熱収支 ((13)式) にもとづく値
 (● 蒸発速度と (10), (11)式による値)
 (— (12)式による値 (15°C))

き、 H' ((10) 式)、 H ((11) 式) を求め、 N_u に換算した結果も示した。これらは、上述の熱収支にもとづいて得た値に近いが、(12) 式の値とは隔たる場合も見受けられる。これは、地温変化を加味して (13) 式で伝達係数を求めれば、(12) 式のような経験式によるよりも実際の蒸発速度に近い値が得られることを示すものと言えよう。

[2] 不均一土層に関する野外実験

蒸発による乾燥被膜や水分分布がはっきりと形成されている裸地面の地温変化を検討する。この場合には、熱定数が深さによって異なると共に、地表面における湿度も問題になる。

1. 実験方法

1977年8月30日～同9月1日にかけて、三重大学高野尾農場内の周囲がひらけ整地された裸地面において、地温測定を実施した。測定の1週間前に熱電対の埋設を行なったが、その深さは $x=0.1, 2.9, 4.7, 6.2, 7.8, 11.5, 13.1, 17.4, 27.6, 41.3$ cm である。その際、土を適当に締めて十分に灌水し放置した。測定終了後に 3, 10, 20 cm の各深さの乾燥密度を調べた結果では、深さによる差はほとんどみられず、平均 $S_w=1.35$ g/cm³ であった。熱電対設置後、2度の小雨を除いてまれにみる晴天が持続した。

本実験の地温測定は30分ごとに行ない、また土壌水分の測定は午前10時と午後5時に採土法で実施した。さらに、日射はゴルチンスキー日射計、気温・湿度はアスマ

Table 3. 野外実験時の気象データと蒸発速度の推定値 (1977年 8月31日 快晴)

時刻	θ_a	H_u	v	$R_s \times 10^2$	$f \times 10^3$	$f_{rel} \times 10^3$	θ_o	$H \times 10^4$	H'	$e \times 10^6$
	°C	%	cm/s	cal/cm ² ·s	cal/cm ² ·s	cal/cm ² ·s	°C	cal/cm ² ·s·°C	cm/s	g/cm ² ·s
10 a.m.	25.8	65	23	1.69	3.88	-4.95	43.1	0.64	0.26	4.8
2 p.m.	30.6	62	25	1.65	2.06	-5.30	50.4	0.57	0.23	6.9
5 p.m.	27.6	73	92	0.41	-1.32	-2.80	32.7	2.34	0.92	0.71

※ θ_a, H_u, v (10分間平均値)は地上100cmで測定

ン乾湿計, 風速はピラム微風計で測定した。

2. 実験結果

8月31日の午前10時, 午後2時, 午後5時の気象データを Table 3 に示し, 土壌の含水比を Table 4 に記した。この含水比は, 各深さ3点ごとの平均値である。また, 地温の測定結果を Fig. 7 に示した。

Table 4. 野外実験時の土壌水分分布 (含水比 (%), 採土法による)

時刻	x cm				
	0~2	3~5	7~9	11~13	15~17
10:00 a.m.	2.0	5.3	6.7	7.7	7.9
5:00 p.m.	1.9	5.1	8.2	7.9	8.0

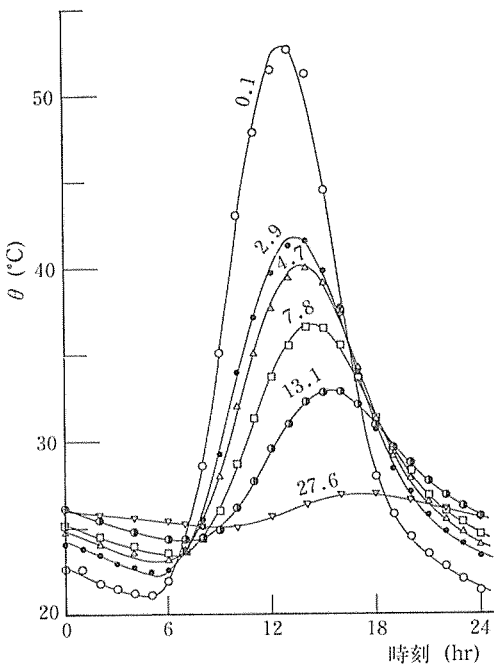


Fig. 7. 地温測定値 (1977年 8月31日)
(図中の数字: 測定深さ (cm))
(—: (34)式による近似曲線)

Table 4 にみられるように, この日の土壌表層の水分変動はほとんど認められず, しかも表面から深さ 2~3 cm まで風乾に近い水分状態にあり, いわゆる乾燥被膜が存在していたことがわかる。

一方, Fig. 7 の地温日変化は次式で近似できる。

$$\theta(x, t) = \theta_m - \dot{\theta}_m t + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t - \varphi_n) \quad \dots (34)$$

ここに, $\theta_m, \dot{\theta}_m, a_n, \varphi_n$: いずれも深さ x による係数。これら各係数を白井ら⁹⁾ が示したのと同様の方法で求め, $\theta_m, \dot{\theta}_m$ を Table 5 に, 振幅 a_n と位相 φ_n を Fig. 8 に示した。なお, 振巾が最大の $x=0.1$ cm においても $a_4 \approx 0.1^\circ\text{C}$ であったので, (34) 式の調和項まで用いた。Fig. 7 の曲線は, 以上の係数を用い (34) 式で求めた近似値である。

3. 熱拡散係数

まず比較のため, 従来法⁹⁾ による κ を Table 6 に示す。周知のようにこの方法は, $\ln a_n$ や φ_n と x の関係が一次式で表されることを前提としている。しかし, Fig. 8 に明らかなように, この場合表層と下層とでこれらの勾配が異なるため, 二層に分けて κ を計算した。いずれの層でも a_1 による κ と φ_1 による κ とが著しく異なり, これらから水分分布等を定量的に推測するのは困難である。

次に, Fig. 9 は解析解 (18) 式を適用した例である。(18) 式の誘導には κ が一定という仮定を用いているため, これらの値をそのまま土壌の κ として採用できないが, 土壌の乾湿に対応して深部ほど大きくなる傾向を示している。

一方, Fig. 10 は (34) 式に Laplace 変換を施して, 各深さの $\bar{\theta}$ を求めたものである。Laplace 変換は, その定義から明らかなように, $t=0$ に近いほど大きな重みをもつ。そこで, 温度変化の特徴をよく反映させるため, ここでは午前7時を時間の始点とした。

Table 5. (34) 式の係数 $\theta_m, \dot{\theta}_m$

x	cm	0.1	2.9	4.7	6.2	7.8	11.5	13.1	17.4	27.6	41.3
θ_m	°C	31.82	29.78	29.41	28.91	28.69	28.13	27.89	27.28	26.14	25.09
$\dot{\theta}_m \times 10^2$	°C/hr	5.40	3.16	3.15	2.29	2.49	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00

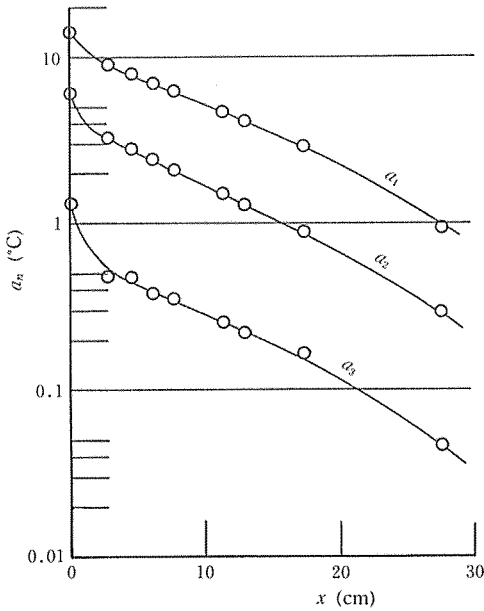


Fig. 8. 調和解析結果 (i) 振幅 a_n

Fig. 11 は、この $\bar{\theta}$ を (28) 式に適用して $\kappa(x)$ を求めた結果である。この場合、水分分布は別途測定したが一応未知なものとして仮定し、Fig. 1 の κ と水分量の関係にもとづいて計算を進めた。すなわち、まず $x=27.6$ cm までの 9 個の測定点に関する μ を未知数と考え、Fig. 10 の 4 個の p に対する $\bar{\theta}$ を (28) 式に代入して、独立の関係式を 32 (4×8) 個定めた。次に、それらにもとづき 9 個の μ を最小自乗法で求め、さらに 2 度の反復を行ない収束値を得た。

Fig. 12 は、Fig. 11 の $\kappa(x)$ を用い、Fig. 1 の $\kappa \sim w$ の関係にもとづき土壌水分分布を推定したものであり、推測値と実測水分量とは極めてよく一致した。なお、この図には Fig. 9 の κ を同様に水分量に換算した値も示したが、深くなるにつれ過大な値となった。

4. 熱フラックス

Fig. 13 は (30) 式で求めた $f(t)$ を表わす。この場合、まず Fig. 11 と Fig. 12 から $C(x), k(x)$ の値を求め、次に、前述のように初期地温分布と下層の地温変化の影

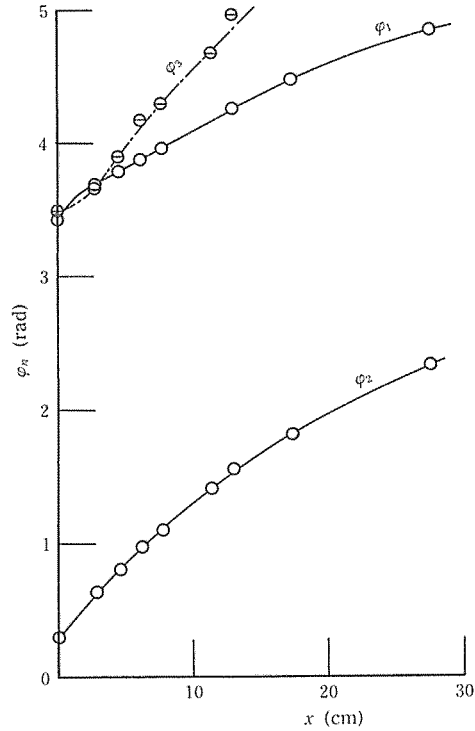


Fig. 8. 調和解析結果 (ii) 位相 φ_n
(0:00 a.m. を始点とする)

Table 6. 従来法による κ (cm²/s)

x (cm)	0.1~2.9		4.7~11.5	
	a_1	φ_1	a_1	φ_1
$x \times 10^3$	1.34	4.31	5.82	11.9

響をとり除くため、

$$\left. \begin{aligned} t=0: & \theta = \theta_1(x) \\ x=0: & \partial\theta/\partial x = 0 \\ x=l: & \theta = \theta_1(t) \end{aligned} \right\}$$

なる条件を満たす (4) 式の数値解を求めて、実測地温から引き去った。ただし、 l は対象とする土層厚さで、ここでは $l=27.6$ cm とした。残りの温度に (30) 式を適用する際、 $\varphi(x, t)$ には条件 (31) と $\theta(l, t)=0$ を満た

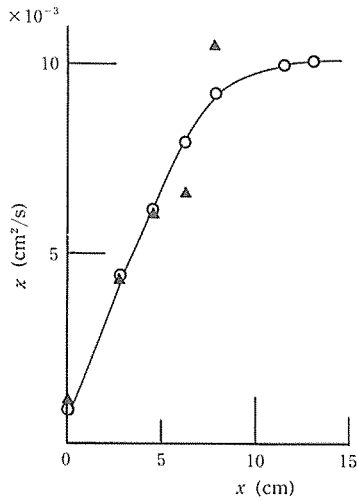


Fig. 9. 解析解 (18) 式による κ
 (○ 10:00 a. m.)
 (△ 2:00 p. m.)

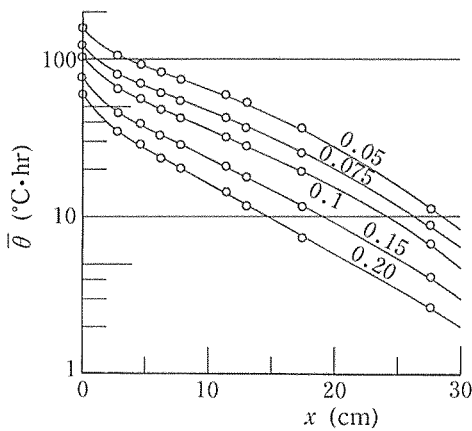


Fig. 10. θ の Laplace 変換 $\bar{\theta}$ と x の関係
 (図中の数字: p (hr^{-1}))
 (7:00 a. m. を始点とする)

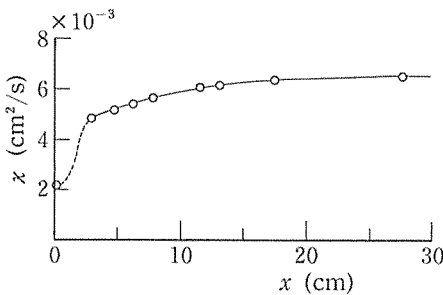


Fig. 11. $\bar{\theta}$ より求めた $\kappa(x)$
 ((28) 式による値)

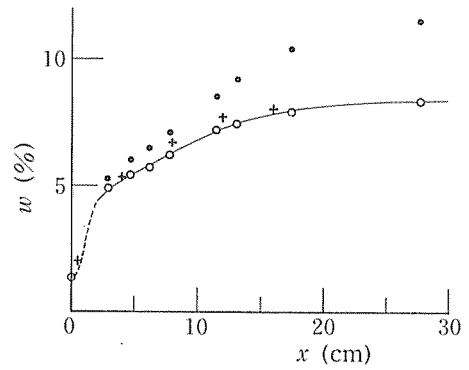


Fig. 12. $\kappa(x)$ より推定した土壌の含水比
 (○ Fig. 11. の $\kappa(x)$ にもとづく値)
 (● Fig. 9. の $\kappa(x)$ ")
 + 実測含水比

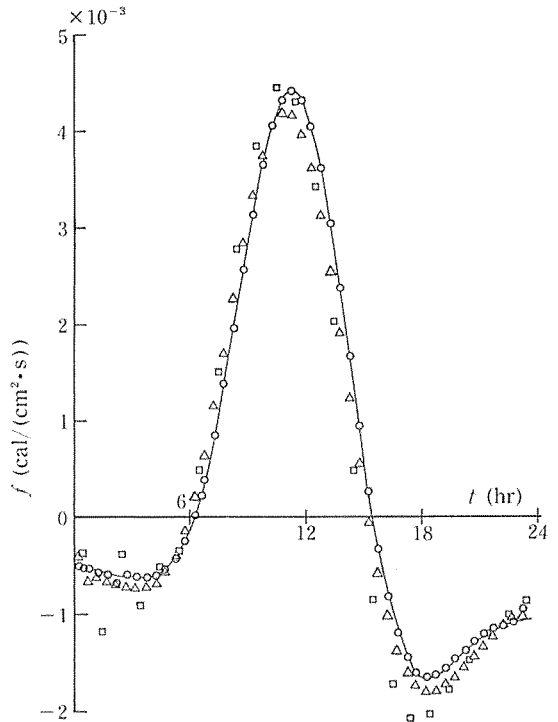


Fig. 13. 地表面熱フラックス $f(t)$ ((30) 式による値)
 (○ $x=0.1$ cm の θ)
 (△ 2.9 cm の θ)
 (□ 6.2 cm の θ)

す (4) 式の数値解を用い、キザミ幅は $\Delta t=0.5$ hr とした。

Fig. 13 から明らかなように、(30) 式を用いると深さ 0.1, 2.9, 6.2 cm のいずれの地温変化によっても、ほぼ同

一の f の値が得られた。このことは、(30) 式による $f(t)$ の信頼性が高いことを表わすと共に、(28) 式にもとづいて求めた熱定数の正確さをも意味している。

なお、Table 3 には上記の計算過程で得られた $df(jdt)$ を用い、(32) 式で求めた表面温度 θ_0 も記した。

5. 熱伝達係数

Table 3 に (13) 式で求めた H を示した。この裸地面の短波放射係数は日射計による実測反射率より求めた $\epsilon_s=0.75$ を用い、長波放射係数は乾燥した砂質土壌の値²⁴⁾ $\epsilon_l=0.95$ を採用し、さらに、 ξ は晴天時の (7) 式を利用して求めた。また、この場合の表層には乾燥被膜が存在するため、表層の土壌水分量 ($w=2.0\%$, pF 5.9) に対応した相対湿度を計算し、 $\zeta_0=0.40\sim 0.42$ (θ_0 に若干依存) と推定した。この ζ_0 のとり方については後の考察でも検討する。

H の値の厳密な検討は困難であるが、無風状態に近い午前10時と午後2時の H は、自然対流として伝熱論から得られる計算値²⁵⁾ ($6\sim 8$) $\times 10^{-5}$ cal/(cm²·s·°C) と同程度であり、妥当と考えられる。

6. 蒸発速度

Table 3 には、 H より (11) 式で H' を求め、さらに (10) 式で算出した e も示した。得られた e は明らかに日変化を示し、その様子は Budagovsky の測定結果²⁶⁾ とも符合している。

[3] 考 察

以上の実験結果に若干の考察を加える。

1. 土壌の熱拡散係数

Table 2 にみられるように、均一とみなせる土壌について (18) 式で求めた κ は一定とならず、かなり不安定な傾向を示す。これは測定地温にもとづいて温度勾配 $\partial\theta/\partial x$ を求める際に誤差が入り易く、しかも (18) 式ではそれを二乗するため、その誤差が倍加されることによると思われる。

そこで、より安定した κ の値を求める方策の一つとして、対象とする時間内の地温積分値にもとづく方法を検討する。

いま、(17) 式の $f(t)$ と $(-k\partial\theta/\partial x|_{x=0})$ とを等置して得られる関係式を t について 0 から t まで積分すると、

$$\kappa = \left(\int_0^t \frac{\theta_0(s) - \theta_1}{\sqrt{\pi(t-s)}} ds \right)^2 / \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^t \theta dt \right) \Big|_{x=0} \right\}^2 \quad \dots (35)$$

なる κ の計算式を得る。これは $\theta_0'(t)$ を含まないため、

一般の実測地温をそのまま代入し数値積分によって κ を求めるのに適した形である。上式に (33) 式と Table 2 の係数を代入し、積分時間を $t=30$ min として κ を求めると、 $x=0.1, 0.4, 1.1, 1.6$ cm の各測点に対応して、それぞれ $\kappa=7.3, 6.8, 7.5, 6.5(\times 10^{-3}$ cm²/s) なる値を得た。

しかし、(35) 式でも地温積分値の勾配を必要とする点が問題であり、信頼度の高い κ 値を得るには測定点をできるだけ密にとると共に、それらの深さを可能な限り正確に求める必要がある。

一方、圃場の不均一土壌では (28) 式で $\kappa(x)$ や k, C を求めることができた。しかし、 κ は Fig. 1 にみられるように高水分域でほぼ一定値をとるため、土壌水分が多い場合には、反復途中の推定水分量が真の値とかけ離れ、発散することも考えられる。この点については、さらに多様な水分状態での地温変化を用いて検討を行なう必要があろう。

ところで、以上の熱定数は、土壌中の水分移動による伝熱項を無視した (4) 式や (5) 式にもとづき得られたものである。このような水分移動の中で、低水分状態における水蒸気潜熱移動の影響が大きいことは先に述べたが、室内実験では飽和に近い土壌を扱っているのでこの影響は無視できる。しかし、野外実験の表層土壌は吸着水から毛管水の状態に属するため、この水蒸気移動の影響についても検討しなければならない。

いま、野外実験において毛管水 (pF ≤ 4.5 , 供試土では $w\geq 4\%$ ²¹⁾) の水分状態に属し、かつその中で最大の温度変化を示す深さ 3~5 cm の土層について考える。この場合、 k は温度勾配による潜熱移動の影響を含んだ (2) 式の形となり、しかも水分勾配による水蒸気移動 ((1) 式右辺第 2 項) は無視できる。そこで、実験時の条件 ($w=5.2\%$, 平均の $\theta=29.5^\circ\text{C}$) を用いて、(2) 式の係数 a_1, a_2 を新庄の方法²⁷⁾ で求めると $k_0+a_1=2.5 \times 10^{-3}$ cal/(cm·s·°C), $a_2=3.2 \times 10^{-5}$ cal/(cm·s·°C) を得る。よって振幅 $\pm 10^\circ\text{C}$ の温度日変化に対し、 k は $\pm 13\%$ 変動することになる。

しかし、(28) 式で求めた κ は水分移動の影響が少ないとされる円筒法の値 (Fig. 1) とかなりよく一致した。これは、(28) 式に用いた Laplace 変換が、 $t=0$ 付近の θ に最大の重みを与えるため、 $t=0$ (ここでは午前7時) 付近の均一に近い温度分布に対応した、温度勾配の影響の少ない k や κ が得られたためと思われる。

なお、地表面下 2 cm 程度までは吸着水の状態にあり、そこでは水分勾配による水蒸気移動も無視できないと考えられる。しかし、 $x=0.1$ cm の κ も円筒法とほぼ同じ値として得られたことは、この水蒸気移動が温度変化にもたらした影響も大きくないことを示すものであろう。

2. 表面の飽差

土壌表面に乾燥被膜が存在する野外実験では、 ζ_0 として表層土壌の水分量 (pF 値) に対応した値を用いた。ここでは、このような ζ_0 の採り方が、蒸発速度の計算結果に及ぼす影響を考察する。

いま、(10) 式を書き直すと

$$e = H(H'/H) \{ \rho_0(\theta_0) - \zeta_0 \rho_0(\theta_0) - \rho_a \}$$

となるが、 H は (13) 式で求めることを考慮して、上式を ζ_0 で微分すると次式を得る。

$$\frac{de}{e} = \frac{\zeta_0 \rho_0(\theta_0) \cdot (\theta_a - \theta_0)}{(\rho_a - \rho|_{x=0}) [(\theta_a - \theta_0) + (H'/H)L(\rho_a - \rho|_{x=0})]} \cdot \frac{d\zeta_0}{\zeta_0} \quad \dots (36)$$

これは、 ζ_0 の推定誤差による e の誤差を表わすものである。

上式によると、 $\theta_a = \theta_0$ の場合には ζ_0 のとり方によらず e は一定となる。また、 $|\theta_a - \theta_0| \ll (H'/H)L(\rho_a - \rho|_{x=0})$ が成り立つ場合、すなわち $|\theta_a - \theta_0|$ が小さいか $|\rho_a - \rho|_{x=0}|$ が大きい場合には (36) 式の値は小さくなり、 ζ_0 の推定誤差の影響は小さいことがわかる。しかし、 $\rho_a \approx \rho|_{x=0}$ の場合には (36) 式の値は大きくなり、 ζ_0 を正確に与えねば e は不正確になる。

例えば、Table 3 の午後 2 時では、 $|\rho_a - \rho|_{x=0}| \approx 3.0 \times 10^{-5}$ g/cm³ と大きいので、 $(de/e)/(d\zeta_0/\zeta_0) \approx -0.26$ が得られる。すなわち、 ζ_0 に 10% の誤差を有しても、 e の値は約 3% 変わるにすぎない。他方、午後 5 時の値は、 $|\rho_a - \rho|_{x=0}| \approx 7.1 \times 10^{-7}$ g/cm³ と小さいので、 $(de/e)/(d\zeta_0/\zeta_0) \approx -14$ にも達する。すなわち、 ζ_0 が 1% 違っても e は 14% も変わることになる。

しかし、 $\rho_a \approx \rho|_{x=0}$ の場合には (10) 式から明らかのように蒸発量自体が少ない。圃場においてこのような事態が生じるのは通常、夕刻から早朝に限られ、しかも夜間に結露を生じると $\zeta_0 = 0$ とみなせるようになる。ゆえに、正確な ζ_0 が必要となるのは一日のうちでも比較的短時間に限られ、その間の蒸発量も微量にとどまるものと思われる。

なお、(9) 式によると

$$\zeta_0 =$$

$$\frac{f - (f_{RS} + f_{RI}) - H[(\theta_a - \theta_0) + L(H'/H)\{\rho_a - \rho_0(\theta_0)\}]}{LH(H'/H)\rho_0(\theta_0)} \quad \dots (37)$$

が成り立ち、 H の値がわかれば地温解析より ζ_0 の推定は可能である。筆者ら¹⁾ が散水前後の地温変化をもとにこの方法で ζ_0 を求めた結果では、乾燥被膜が存在する土壌面の ζ_0 は、ほぼ pF 値に対応した値と考えてよいようである。

V. 要 約

この報告では、蒸発時の熱収支に伝熱論を援用することにより、不均一土層の場合を含め、地温変化から地表面の熱や水蒸気の伝達係数を求める方法を示した。また、この過程において、地中温度の解析から実測が困難な地表面温度 θ_0 や地表面の熱フラックス f を推定する方法も提案した。これらの成果を要約すれば次のようになる。

1. 土壌の熱定数を一定とみなせる場合には、地中の温度変化をもとに (18) 式や (35) 式で κ 、(21)~(24) 式で f が解析的に求められる。
2. 熱定数が深さで異なる場合には、地温データに Laplace 変換を施すことにより、(28) 式で各深さの κ が得られ、Duhamel 定理にもとづく数値解法 ((30) 式) によって f や θ_0 が計算できる。なお、実測地温に適用した結果では、得られた κ より土壌中の水分分布も推定できた。
3. 熱伝達係数 H と水蒸気伝達係数 H' との比は、移動現象論によると (11) 式で表わされるが、この関係と熱収支式とを利用して得た (13) 式で H が計算できる。さらにこの H より H' を求めれば、(10) 式で蒸発速度 e が推定できる。室内実験の結果では、 e の推定値と重量変化による値とはほぼ一致した (Fig. 6)。
4. 乾燥した圃場面の飽差 ζ_0 の直接測定は困難であるが、この場合においても (13) 式と (10) 式とによって e を求めるなら、蒸発量自体が少ない期間を除いて、 ζ_0 の推定誤差が e の結果に与える影響は小さいことを明らかにした ((36) 式)。なお、 ζ_0 はそのときの H の値にもとづき (37) 式で推定できる。

VI. あとがき

以上のことから、圃場の地温変化を解析し、そのときの気温、湿度、風速、放射の測定値を利用することによ

り、蒸発速度の推定が可能になる。

土壌面蒸発は、土壌水分の分布やその変化、接地気層の安定性等にも微妙に関連する現象であり、複雑である。したがって、ここで得られた計算方法の普遍性を高めるには、今後も多くのデータを集め検討を重ねる必要がある。また、表面湿度の直接測定法など残された問題も多いが、地温変化より伝達係数や蒸発量を求める方法について、一応の成果を得たので報告した。

本研究の遂行にあたり、懇切な御指導を賜りました東京大学 白井清恒教授に深謝いたします。また、本研究は文部省科学研究費（奨励 A）の補助を得て行なったものの一部であることを付記し、関係諸氏に謝意を表します。

引用文献

- 1) 清沢秀樹, 白井清恒, 松井重光: 散水時の地温変化に関する研究, 三重大農学報, 58, pp. 21-31 (1979)
- 2) 白井清恒: 温度勾配のあるときの土壌水分の移動について, 土壌物理研究, 2, pp. 10-15 (1965)
- 3) 白井清恒, ダン・バン・トレン, 清沢秀樹: 透水のある土壌内の熱伝達, 三重大農学報, 55, pp. 115-121 (1977)
- 4) 白井清恒, 新庄 彬, 三井義則: 温度差による土壌水分移動に関する研究, 三重大農学報, 45, pp. 85-97 (1973)
- 5) 新庄 彬, 白井清恒: 土壌の熱伝導係数の測定, 三重大農学報, 51, pp. 41-49 (1976)
- 6) 竹内清秀, 近藤純正: 大気科学講座 1, 東大出版会, p. 87 (1981)
- 7) 白井清恒, 清沢秀樹, 松井重光: 散水による気温・湿度の変化に関する研究 IV, 三重大農学報, 58, pp. 33-56 (1979)
- 8) LETTAU, H.: Improved models of thermal diffusion in the soil, Trans. AGU, 35, pp. 121-132 (1954)
- 9) 白井清恒, 松井重光, 新庄 彬: 地温変化より土壌の熱拡散係数を算定する方法について, 三重大農学報, 42, pp. 11-24 (1971)
- 10) KIMBALL, B. A. and R. D. JACKSON: Soil heat flux determination: A null-alignment method, Agric. Meteorol., 15, pp. 1-9 (1975)
- 11) JONES, B. F. Jr.: The determination of a coefficient in a parabolic differential equation, Part I, Existence and uniqueness, J. Math. Mech., 11, pp. 907-918 (1962)
- 12) CANNON, J. R.: Determination of unknown coefficients in a parabolic-differential equation, Duke Math. J., 30, pp. 313-324 (1963)
- 13) SINGH, S. R. and B. K. SINHA: Soil thermal diffusivity determination from overspecification of boundary data, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 41, pp. 831-834 (1977)
- 14) CARSLAW, H. S. and J. C. JAEGER: Conduction of Heat in Solids, Oxford, second ed. p. 76 (1959)
- 15) 日高孝次: 応用積分方程式論, 河出, p. 130 (1943)
- 16) 小平吉男: 物理数学, 第 2 巻, 岩波, p. 321 (1933)
- 17) ABRAMOWITZ, M. and I. A. STEGUN: Handbook of Mathematical Functions, Dover, ninth ed. p. 319 (1970)
- 18) 前掲 17), p. 321
- 19) Van WIJK, W. R. and P. J. BRUIJN: Determination of thermal conductivity and volumetric heat capacity of soils near the surface, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 28, pp. 461-464 (1964)
- 20) STOLZ, G.: Numerical solutions to an inverse problem of heat conduction for simple shapes, Trans. ASME, pp. 20-26 (1960)
- 21) 清沢秀樹: 吸水過程の土壌水分拡散係数の算定法について, 三重大農学報, 64, pp. 1-9 (1982)
- 22) 白井清恒: 土壌の物理的伝導度に関する研究, 三重大農学報, 24, pp. 127-191 (1961)
- 23) 藤本武助, 佐藤 俊: 伝熱学概論, 共立出版, p. 239 (1956)
- 24) 坪井八十二, 他編: 新編農業気象ハンドブック, 養賢堂, p. 84 (1974)
- 25) 日本機械学会 伝熱工学資料調査分科会編: 伝熱工学資料, 日本機械学会, p. 22 (1966)
- 26) 前掲 24), p. 186
- 27) 新庄 彬: 温度コウ配下における土壌内の水蒸気移動について, 農土論集, 69, pp. 8-12 (1977)

Summary

The method of evaluation of the heat —, and the water vapor transfer coefficients in the field has been investigated. By this means, the drying rate of soil can be assessed according to the heat transfer theory. To calculate these coefficients, the amounts of the heat and the water vapor exchanged between the atmosphere and soil surface must be estimated, in addition to the differences in temperature and humidity between them.

First, various methods have been derived analytically to calculate the thermal constants of soil, the tempera-

ture and the heat flux at soil surface by using temperature variations not only in uniform but also in non-uniform soil. Then, procedure for evaluating the transfer coefficients was presented by substituting those amounts into the heat balance equation at soil surface.

The above procedures were applied to the indoor experimental data on the drying from the wet soil columns, and the field data on the condition with the dry soil surface layer. For the soil columns, the drying rates assessed from the transfer coefficients agreed well with the data obtained by the weight changes. In case of the dry soil surface, humidity at the surface was difficult to measure. However the inferencial error of this value was found to have little effect on the results of the drying rate assessed from the transfer coefficients during a high drying rate.