

穀物と異種材料間の熱伝導

—熱伝導率測定のための基礎的数値解析—

大下 誠一*・佐野 猛**・中川 健治*・堀部 和雄*

Conduction of Heat through the Contact Surface between Grain Layer and Different Material

—Basic Numerical Analysis for Measurement of Thermal Conductivity—

Sei-ichi OSHITA*, Takeshi SANO**, Kenji NAKAGAWA*
and Kazuo HORIBE*

1. はじめに

穀物の熱伝導率（正しくは有効熱伝導率，以下同じ）は，同一水分，同一温度条件下であっても，かさ密度によって異なる値を示すのでその測定には注意を要する。筆者らは，測定原理上から，穀物の水分移動を抑制するために最も適していると考えられる周期法を用いて，熱物性値の測定を行ってきた¹⁾。このような非定常法で得られる値は温度伝導率 α であり，熱伝導率 λ は，比熱 c 及びかさ密度 γ を用いて， $\lambda = \alpha c \gamma$ なる計算値として求めるのが，一般的である。しかし，この場合には c 及び γ の測定が必要であり，次の3つのマイナス点が考えられる。(1) 手間がかかること。(2) 試料容器が小さい場合には，微少な測定ミスにより γ の値が大きく違ってくること。(3) 3種類の測定値それぞれに測定誤差が含まれており，これらの積である λ に大きな誤差が混入する危険性があること。

以上の諸点を考慮すると，1回の測定で熱伝導率を求める方法の1つとして，非定常比較法が考えられる。

非定常比較法の概要を述べると次のようになる。2種類の異質な材料 (I) 及び (II) が接触する系を考える。熱流の方向が接触面に垂直である場合，この接触面の境界条件を表わす式は

$$-\lambda_1 \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x=-0} = -\lambda_2 \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x=+0}, \quad u_{1,x=0} = u_{2,x=0} \quad (A)$$

となる。

温度の測定値を用いて $\left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x=-0}$, $\left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x=+0}$ を知り，かつ λ_1 が既知であるとすれば，(A) 式により，未知材料 (II) の λ_2 を求めることができる。

以上で明らかのように，この方法によって熱伝導率を求めるためには，接触した2種類の材料内部の温度分布を知ることが必要である。温度分布は，理論解析または数値解析を行えば得られるが，冒頭に述べたように，周期的熱流を与える場合には，境界値（境界面の温度）が周期的に変動し，しかもその周期波形が不整形な波形を示すので，理論解析によって温度分布を求めることは現実には難しい。

一方，数値解析を行えば容易に温度分布を得ることができるが，数値解の精度を正確に把握しておく必要がある。そこで本研究では，数値解析に用いる階差近似式及び数値解の精度に関して検討を加え，所定の精度を持つ数値解を得るための条件を明らかにした。

記号

u : 温度 [K]

$u_{n,j}$: 格子点の位置座標 n , 時間座標 j における温度

t : 時間 [sec]

t_0 : 周期 [sec]

x : 距離 [m]

α_i : 温度伝導率 [m^2/sec]

昭和58年10月15日 受理

* 三重大学農学部

** 三重大学農学部大学院

λ_i : 熱伝導率 [W/(m·K)]

θ_i : 荷重

c_i : 比熱 [kJ/(kg·K)]

γ_i : 密度 (またはかさ密度) [kg/m³]

q : 接触境界面の単位断面積を, 単位時間当たりこれに垂直に通過する熱量 [W]

但し添字 i は, $i=1 \rightarrow$ 材料(I) ($-x_1 \leq x \leq 0$), $i=2 \rightarrow$ 材料 (II) ($0 \leq x \leq Nx_2$) に関する値を示す。

2. 階差近似式の誘導

2-1 基礎方程式

同一材料内の周期的熱伝導の数値解析については, 既に詳述した²⁾ ので, ここではその結果を利用して, 異なる材料が一平面で接触している系の一次元熱伝導問題, すなわち, 図1に示した系の一次元周期的熱伝導について解析する。

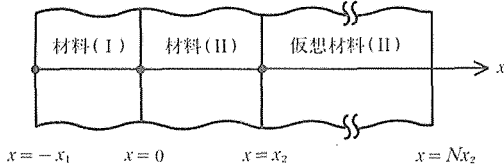


図1 数値解析モデル

基礎方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha_i \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$(\alpha_i = \alpha_1, -x_1 \leq x \leq 0; \alpha_i = \alpha_2, 0 \leq x \leq Nx_2) \quad (1)$$

境界条件は

$$u = u_0 \cos\left(\frac{2\pi}{t_0}t\right), \quad x = -x_1 \quad (2)$$

$$-\lambda_1 \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x=-0} = -\lambda_2 \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x=+0} \quad (3)$$

$$u = 0, \quad (t=t, x=Nx_2) \quad (4)$$

初期条件に代わり, 初期値の影響による過渡状態が消滅した後の時間について考えることにすると

$$u_t = u_{t+t_0} \quad (5)$$

なお, 文献(1)により, 以下の数値解析のための階差式には, 基本的に荷重平均近似式を用いることとする。また, 図1の仮想材料(II)は, 同文献により, $x = -x_1$ における温度波の振幅が材料内部で漸次減衰して, $x = Nx_2$ において近似的に0になるように, 材料(II)の厚

さを仮想的に延長したものである。

一方, 実際の実験条件下では $x = -x_1$ における温度波は不整形な温度波形を示すが, これをフーリエ級数展開すると \cos 波の重ね合わせで表わすことができる。従って, ここではその基本波のみについて数値解の精度を検討すれば足りると思え, (2)式の境界条件を与えた。

2-2 階差近似式

(1)式を近似する階差式は一般に

$$\frac{u_{n,j+1} - u_{n,j}}{\Delta t} = \alpha_i \frac{u_{n+1,j} - 2u_{n,j} + u_{n-1,j}}{(\Delta x_i)^2} \quad (6)$$

と書ける。これを荷重 θ_i ($0 \leq \theta_i \leq 1$) を用いて荷重平均近似式になおすと

$$\frac{u_{n,j+1} - u_{n,j}}{\Delta t} = \frac{\alpha_i}{(\Delta x_i)^2} \{ \theta_i (u_{n+1,j+1} - 2u_{n,j+1} + u_{n-1,j+1}) + (1 - \theta_i) (u_{n+1,j} - 2u_{n,j} + u_{n-1,j}) \} \quad (7)$$

となる。ここで

$$R_i = \frac{\alpha_i \Delta t}{(\Delta x_i)^2}$$

とおいて(7)式を整理すると

$$\begin{aligned} -R_i \theta_i u_{n-1,j+1} + (1 + 2R_i \theta_i) u_{n,j+1} - R_i \theta_i u_{n+1,j+1} \\ = R_i (1 - \theta_i) u_{n-1,j} + [1 - 2R_i (1 - \theta_i)] u_{n,j} \\ + R_i (1 - \theta_i) u_{n+1,j} \end{aligned} \quad (8)$$

が得られる。

このとき荷重 θ_i は, 文献(1)により

$$\theta_i = 0.5178 - 0.08754/R_i, \quad i = 1, 2$$

として決定される。

以上により, 材料(I)及び材料(II)の部分のみに関する解析には, (8)式の階差式を用いる。

2-3 接触境界面を近似する階差式

前述した荷重平均近似式では, Δx_i , Δt の選び方によって, $\theta_1 = \theta_2$ あるいは $\theta_1 \neq \theta_2$ となる場合が生じる。一方, 接触境界面の温度を近似する階差式には, いくつかの形が考えられるが, これを荷重から離れて同列に論じ, 比較するために, 境界面の階差式にはクラック・ニコルソン式を用いることにする。

階差式には, 次の4つの式が考えられる。

(a) 境界面の熱流束を一定とする場合

図2に示したように, 材料(I)が x 座標 $(n+1)$ なる

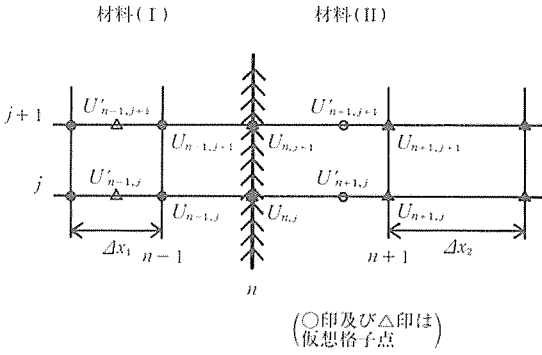


図2 境界面に関する数値解析モデル (熱流束一定の場合)

位置まで続いていると仮定して、仮定の格子点温度 $u'_{n+1,j}$ 、及び $u'_{n+1,j+1}$ を考える³⁾。

ここで、(8)式に対応するクラנק・ニコルソン式を境界面に適用して $u'_{n+1,j}$ 、 $u'_{n+1,j+1}$ を用いて表わすと、

$$-\frac{1}{2}R_1u_{n-1,j+1} + (1+R_1)u_{n,j+1} - \frac{1}{2}R_1u'_{n+1,j+1} = \frac{1}{2}R_1u_{n-1,j} + (1-R_1)u_{n,j} + \frac{1}{2}R_1u'_{n+1,j} \quad (9)$$

一方、中心差分により境界条件(3)、すなわち熱流束一定なる条件を表わすと

$$\lambda_1 \frac{u'_{n+1,j} - u_{n-1,j}}{2\Delta x_1} = -q \quad \text{及び} \quad \lambda_1 \frac{u'_{n+1,j+1} - u_{n-1,j+1}}{2\Delta x_1} = -q$$

である。これらを用いて(9)式から $u'_{n+1,j}$ 及び $u'_{n+1,j+1}$ を消去すると

$$-R_1u_{n-1,j+1} + (1+R_1)u_{n,j+1} = R_1u_{n-1,j} + (1-R_1)u_{n,j} - R_1 \frac{2\Delta x_1}{\lambda_1} q \quad (10)$$

が得られる。

材料 (II) に関しても同様に、仮定の格子点温度 $u'_{n-1,j}$ 及び $u'_{n-1,j+1}$ を仮定して(10)式に対応する式を求めると、

$$(1+R_2)u_{n,j+1} - R_2u_{n+1,j+1} = (1-R_2)u_{n,j} + R_2u_{n+1,j} + R_2 \frac{2\Delta x_2}{\lambda_2} q \quad (11)$$

が得られる。(10)、(11)式より q を消去すると

$$-R_1R_2\left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1}\right)u_{n-1,j+1} + \left\{R_2(1+R_1)\left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1}\right) + R_1(1-R_2)\left(\frac{\lambda_2}{\Delta x_2}\right)\right\}u_{n,j} + R_1R_2\left(\frac{\lambda_2}{\Delta x_2}\right)u_{n+1,j+1}$$

$$= R_1R_2\left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1}\right)u_{n-1,j} + \left\{R_2(1-R_1)\left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1}\right) + R_1(1-R_2)\left(\frac{\lambda_2}{\Delta x_2}\right)\right\}u_{n,j} + R_1R_2\left(\frac{\lambda_2}{\Delta x_2}\right)u_{n+1,j}$$

となる。ここで、分割後の材料 (I) 及び (II) のフーリエ数が等しくなるようにすると

$$\frac{\alpha_1 \Delta t}{(\Delta x_1)^2} = \frac{\alpha_2 \Delta t}{(\Delta x_2)^2} = R_1 = R_2 = R \quad (12)$$

により、

$$-R\left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1}\right)u_{n-1,j+1} + (1+R)\left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1} + \frac{\lambda_2}{\Delta x_2}\right)u_{n,j+1} - R\left(\frac{\lambda_2}{\Delta x_2}\right)u_{n+1,j+1} = R\left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1}\right)u_{n-1,j} + (1-R)\left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1} + \frac{\lambda_2}{\Delta x_2}\right)u_{n,j} + R\left(\frac{\lambda_2}{\Delta x_2}\right)u_{n+1,j} \quad (13)$$

となり、これが境界面に関する階差式である。ただし、(12)式より

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \quad (14)$$

である。

(b) 境界面におけるエネルギー・バランスを考慮⁴⁾した階差式

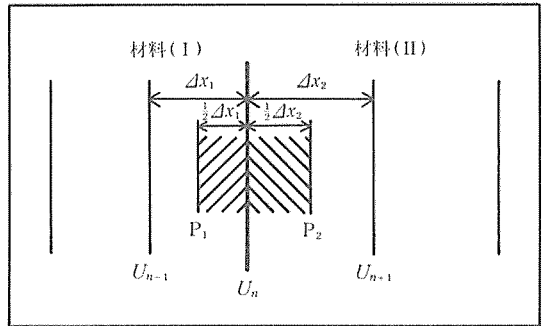


図3 境界面に関する数値解析モデル (エネルギー・バランスを考慮した場合)

図3に解析モデルを示す。P₁ において左から右へ流入するエネルギーは、

$$-\lambda_1 \frac{u_{n,j} - u_{n-1,j}}{\Delta x_1} \quad (15)$$

P₂ において左から右へ流出するエネルギーは、

$$-\lambda_2 \frac{u_{n+1,j} - u_{n,j}}{\Delta x_2} \quad (16)$$

斜面部分の内部エネルギーの増加は、

$$\left(\frac{\Delta x_1}{2} c_1 \gamma_1 + \frac{\Delta x_2}{2} c_2 \gamma_2 \right) \frac{u_{n,j+1} - u_{n,j}}{\Delta t} \quad (17)$$

となる。(15)、(16)式の差が(17)式に等しくなるので

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta x_1}{2} c_1 \gamma_1 + \frac{\Delta x_2}{2} c_2 \gamma_2 \right) \frac{u_{n,j+1} - u_{n,j}}{\Delta t} \\ &= \lambda_1 \frac{u_{n-1,j} - u_{n,j}}{\Delta x_1} - \lambda_2 \frac{u_{n,j} - u_{n+1,j}}{\Delta x_2} \end{aligned} \quad (18)$$

一方、 $\lambda_i = c_i \gamma_i \alpha_i$ であるから $c_1 \gamma_1 = \lambda_1 / \alpha_1$ 、 $c_2 \gamma_2 = \lambda_2 / \alpha_2$ を用いて(18)式を書きなおすと、

$$\begin{aligned} u_{n,j+1} - u_{n,j} &= \frac{2\alpha_1 \alpha_2 \Delta t}{\Delta x_1 \lambda_1 \alpha_2 + \Delta x_2 \lambda_2 \alpha_1} \left\{ \frac{\lambda_1}{\Delta x_1} u_{n-1,j} \right. \\ & \left. - \left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1} + \frac{\lambda_2}{\Delta x_2} \right) u_{n,j} + \frac{\lambda_2}{\Delta x_2} u_{n+1,j} \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

となる。これにクラック・ニコルソン式を適用すると

$$\begin{aligned} u_{n,j+1} - u_{n,j} &= \frac{\alpha_1 \alpha_2 \Delta t}{\Delta x_1 \lambda_1 \alpha_2 + \Delta x_2 \lambda_2 \alpha_1} \left[\left\{ \frac{\lambda_1}{\Delta x_1} u_{n-1,j+1} \right. \right. \\ & \left. - \left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1} + \frac{\lambda_2}{\Delta x_2} \right) u_{n,j+1} + \frac{\lambda_2}{\Delta x_2} u_{n+1,j+1} \right\} \\ & \left. + \left\{ \frac{\lambda_1}{\Delta x_1} u_{n-1,j} - \left(\frac{\lambda_1}{\Delta x_1} + \frac{\lambda_2}{\Delta x_2} \right) u_{n,j} + \frac{\lambda_2}{\Delta x_2} u_{n+1,j} \right\} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

が得られ、これが境界面に関する階差式となる。このとき、 Δx_1 、 Δx_2 の取り方には次の3通りが考えられる。

(b-1) 材料 (I)、(II) の分割後のフーリエ数が等しくなるように分割する場合

この場合は、(14)式の $\Delta x_2 / \Delta x_1 = \sqrt{\alpha_2 / \alpha_1}$ を(20)式に適用して

$$\begin{aligned} u_{n,j+1} - u_{n,j} &= \frac{1}{\lambda_1 + \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \lambda_2} \cdot \frac{\alpha_1 \Delta t}{(\Delta x_1)^2} \left[\left\{ \lambda_1 u_{n-1,j+1} \right. \right. \\ & \left. - \left(\lambda_1 + \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \lambda_2 \right) u_{n,j+1} + \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \lambda_2 u_{n+1,j+1} \right\} \\ & \left. + \left\{ \lambda_1 u_{n-1,j} - \left(\lambda_1 + \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \lambda_2 \right) u_{n,j} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \lambda_2 u_{n+1,j} \right\} \right] \end{aligned}$$

これを整理すると

$$\begin{aligned} & -W_1 \lambda_1 u_{n-1,j+1} + \left\{ 1 + W_1 \left(\lambda_1 + \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \lambda_2 \right) \right\} u_{n,j+1} \\ & - W_1 \left(\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \right) \lambda_2 u_{n+1,j+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= W_1 \lambda_1 u_{n-1,j} + \left\{ 1 - W_1 \left(\lambda_1 + \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \lambda_2 \right) \right\} u_{n,j} \\ & + W_1 \left(\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \right) \lambda_2 u_{n+1,j} \end{aligned} \quad (21)$$

ただし

$$W_1 = \frac{1}{\lambda_1 + \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \lambda_2} \cdot \frac{\alpha_1 \Delta t}{(\Delta x_1)^2} \quad (22)$$

である。

(b-2) 体積要素の熱容量を等しくする場合

熱流の方向に垂直な単位断面積を持つ、境界面の両側の体積要素を考え、この熱容量が等しいとおくと、

$$\Delta x_1 c_1 \gamma_1 = \Delta x_2 c_2 \gamma_2$$

すなわち

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 \frac{c_1 \gamma_1}{c_2 \gamma_2} = \Delta x_1 \frac{\alpha_2 \lambda_1}{\alpha_1 \lambda_2} \quad (23)$$

これを(20)式に適用すると、

$$\begin{aligned} u_{n,j+1} - u_{n,j} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_1 \Delta t}{(\Delta x_1)^2} \left[u_{n-1,j+1} \right. \\ & - \left\{ 1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 \right\} u_{n,j+1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 u_{n+1,j+1} \\ & \left. + u_{n-1,j} - \left\{ 1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 \right\} u_{n,j} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 u_{n+1,j} \right] \end{aligned}$$

これを整理すると

$$\begin{aligned} & -W_2 u_{n-1,j+1} + \left[1 + W_2 \left\{ 1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 \right\} \right] u_{n,j+1} \\ & - W_2 \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 u_{n+1,j+1} \\ & = W_2 u_{n-1,j} + \left[1 - W_2 \left\{ 1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 \right\} \right] u_{n,j} \\ & + W_2 \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 u_{n+1,j} \end{aligned} \quad (24)$$

ただし

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_1 \Delta t}{(\Delta x_1)^2} \quad (25)$$

となる。

(b-3) 境界面の左右の熱抵抗を等しくする場合
熱抵抗 R_i は次のように表わされる。

$$\lambda_i \frac{\Delta u_i}{\Delta x_i} = \frac{\Delta u_i}{\Delta x_i / \lambda_i} = \frac{\Delta u_i}{R_{i1}} = q_i$$

これから $R_{i1} = R_{i2}$ とすれば

$$\frac{\lambda_1}{\Delta x_1} = \frac{\lambda_2}{\Delta x_2} \quad (26)$$

となり、これを(20)式に適用すると、

$$u_{n,j+1} - u_{n,j} = \frac{\alpha_1 \Delta t}{(\Delta x_1)^2} \frac{\alpha_2 \lambda_1^2}{\lambda_1^2 \alpha_2 + \lambda_2^2 \alpha_1} \{ (u_{n-1,j+1} - 2u_{n,j+1} + u_{n+1,j+1}) + (u_{n-1,j} - 2u_{n,j} + u_{n+1,j}) \}$$

これを整理すると

$$-W_3 u_{n-1,j+1} + (1+2W_3)u_{n,j+1} - W_3 u_{n+1,j+1} = W_3 u_{n-1,j} + (1-2W_3)u_{n,j} + W_3 u_{n+1,j} \quad (27)$$

ただし

$$W_3 = \frac{\alpha_1 \Delta t}{(\Delta x_1)^2} \frac{\alpha_2 \lambda_1^2}{\lambda_1^2 \alpha_2 + \lambda_2^2 \alpha_1} \quad (28)$$

となる。

3. 数値解析と実験条件の決定

前章で導いた熱伝導基礎式の階差近似式と境界面に関する4種類の階差近似式を用いて数値解析を行ない、各々の場合について数値解の誤差を求める。更に、境界面に関してどの階差式を用いるのが得策であるのか検討し、これにより実験条件を定める。

3-1 数値解の誤差の定義

数値解の誤差は、数値解析によって得られる接触境界面の温度波の位相を、理論解から得られる位相と比較して求めることとし、次の定義式によって算出するものとする。

$$\text{数値解の誤差} = \left| \frac{\phi_i - \phi_c}{\phi_i} \right| \times 100 \quad (\%) \quad (29)$$

ただし、 ϕ_i : 接触境界面の温度波の位相 (理論解)

ϕ_c : 接触境界面の温度波の位相 (数値解)

である。ここで、(1)~(5)式を満足する理論解 ϕ_i は、つぎの式で与えられる⁵⁾。

$$\sqrt{\lambda_2 c_2 \gamma_2} / \sqrt{\lambda_1 c_1 \gamma_1} = \sigma \quad \text{とすると、}$$

(1) $\sigma = \coth \theta > 1$ の場合

$$\phi_i = x_1 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_1 t_0}} \left\{ \coth \left(x_1 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_1 t_0}} + \theta \right) \right\} \quad (30)$$

(2) $\sigma = 1$ の場合

$$\phi_i = x_1 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_1 t_0}} \quad (31)$$

(3) $\sigma = \tanh \theta < 1$ の場合

$$\phi_i = x_1 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_1 t_0}} \left\{ \tanh \left(x_1 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha_1 t_0}} + \theta \right) \right\} \quad (32)$$

3-2 実例計算

数値解析に用いる材料、その配置及び物性値は、次の通りである。標準試料はアクリル板、未知試料は靱充填層とし、その配置は実験上の便宜により、図1の材料(I)にアクリル板(厚さ5mm)を、材料(II)に靱充填層(厚さ半無限)を配した。それぞれの物質値は、表1に示す値を仮定した。これにより、 $\sigma = 0.585 < 1$ となるので、理論解は(32)式より求められる。

次に、アクリル板と靱層について境界面の温度波を求める解析を行なう。基礎式を近似する階差式(8)式は共通とし、境界面を近似する(19)式、(21)式、(24)式、(27)式の4種類の階差式を用いて、それぞれ数値解を求めた。その誤差パーセントを表2に示す。これにより、数値解の精度は、(27)式の階差式を用いた場合に最も良いことがわかる。

3-3 実験条件に関する検討

表2は特定の周期を与えた場合の数値解の誤差を示したものであるが、入力温度波の周期を変じた場合、これに応じて数値解の誤差も異なってくる。そこで、所要の精度の数値解を得るための条件を周期に関して求めることとする。この周期を定める目安として、材料(I)に関するフーリエ数、すなわち $F_0 = \alpha_1 t_0 / x_1^2$ を用いた。境界

表1 計算に用いた物性値

| アクリル | |
|------------------|--|
| α_1 | $3.80 \times 10^{-4} [\text{m}^2/\text{h}] = 1.056 \times 10^{-7} [\text{m}^2/\text{sec}]$ |
| λ_1 | $0.160 [\text{kcal}/(\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})] = 0.186 [\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$ |
| $(c_1 \gamma_1)$ | $421 [\text{kcal}/\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}] = 1761363.6 [\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})]$ |
| 靱 | |
| α_2 | $4.0 \times 10^{-4} [\text{m}^2/\text{h}] = 1.11 \times 10^{-7} [\text{m}^2/\text{sec}]$ |
| λ_2 | $0.096 [\text{kcal}/(\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C})] = 0.1116 [\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$ |
| $(c_2 \gamma_2)$ | $240 [\text{kcal}/\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}] = 1005405.4 [\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})]$ |

表2 境界面の階差式と数値解の誤差 (%)

周期: 170 (sec)

T: 1 周期の分割数

X: 材料 (I) の厚さの分割数

N: 材料 (II) の厚さの分割数を表わすパラメータ (分割数 = $X \times N$)階差式: (13)式 - $N = 4$

| T \ X | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 |
|-------|------|------|------|------|------|
| 24 | 0.78 | 1.01 | 1.02 | 1.02 | 1.01 |
| 48 | 0.66 | 0.90 | 0.92 | | |
| 72 | 0.66 | 0.90 | 0.92 | | |

階差式: (21)式 - $N = 4$

| T \ X | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 |
|-------|------|------|------|------|------|
| 24 | 0.79 | 1.02 | 1.03 | 1.02 | 1.02 |
| 48 | 0.67 | 0.91 | 0.93 | | |
| 72 | 0.66 | 0.91 | 0.92 | | |

階差式: (24)式 - $N = 3$

| T \ X | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 |
|-------|------|------|------|------|------|
| 24 | 2.37 | 1.48 | 1.15 | 1.08 | 1.06 |
| 48 | 2.24 | 1.36 | 1.05 | | |
| 72 | 2.23 | 1.36 | 1.05 | | |

階差式: (27)式 - $N = 6$

| T \ X | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 |
|-------|------|------|------|------|------|
| 24 | 0.18 | 0.85 | 0.98 | 1.00 | 1.01 |
| 48 | 0.07 | 0.75 | 0.88 | | |
| 72 | 0.06 | 0.74 | 0.88 | | |

面の階差近似式には前節の結果から(27)を用いて数値解析を行ない、このときの F_0 , t_0 及び数値解の誤差を表3に示した。

表3によれば、入力温度波の周期が $t_0 \leq 284$ (sec) で

あれば誤差が2.07%以下の数値解が得られることになる。一方、入力温度波の振幅は材料を伝わる間に減衰する。この振幅の減衰比を η とする。 η が小さすぎると実験の際に熱電対で温度波を検出することが難しくなる。一般の熱電対で、温度波を波として検出するには $\eta \geq 0.1$ 程度であることが望ましいので、接触境界面においてこれに適合する条件を求めると、 $F_0 \geq 0.5$ すなわち $t_0 \geq 118$ (sec) のとき $\eta \geq 0.102$ が得られる。

以上から、数値解がその誤差2.07%以下の精度を持ち、かつ、実験に際して温度波を良好に検出するためには、与える入力温度波の周期を 118 (sec) $\leq t_0 \leq 284$ (sec) の間で選べば良いことになる。

4. ま と め

周期加熱を行なうという条件下で、非定常比較法を用いて熱伝導率を測定するために必要な数値解析について、基礎的な検討を行なった。

まず、標準試料 (アクリル板, 厚さ 5mm) と未知試料 (粗充填層, 厚さ半無限) が熱流の方向に垂直な1平面で接触する系を考え、1次元周期的熱伝導の数値解析を行なった。この結果、接触境界面の温度を近似する階差式には、2-3節で導いた(27)式が精度の上から最も適していることを示した。次に、温度を検出する熱電対の感度も考慮に入れて、数値解の精度を誤差約2%以下に維持するために、与える温度波の周期について検討した。これにより、本計算に用いた材料に関しては、 118 (sec) $\leq t_0 \leq 284$ (sec) を満たす周期 t_0 を用いて実験を行なえば、そのデータを用いた数値解は所定の精度を持つという結論を得た。

なお、本計算に用いたものと異なる材料の場合は、その熱物性値が表1に示した値とは別の値を持つので、数値解の誤差も異なってくる。しかし、各階差式と精度との間の関係には、本文中に示したものと概ね同じ傾向が認められる。ただし、数値解の精度と共に計算量も問題になる場合には、(27)式の代わりに(24)式を用いる方が有利

表3 入力温度波の周期と数値解の誤差
材料 (I) の厚さの分割数=10, 1 周期の分割数=24 境界面の階差式-(27) 式

| フーリエ数 F_0 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 周期 t_0 (sec) | 71 | 95 | 118 | 142 | 166 | 189 | 213 | 237 | 261 | 284 | 308 | 332 |
| 数値解の誤差% | 0.15 | 0.03 | 0.26 | 0.52 | 0.80 | 1.09 | 1.35 | 1.61 | 1.85 | 2.07 | 2.27 | 2.46 |

になることがあるので、対象とする材料に応じて最適な階差式を選定する必要がある。

おわりに、本報告は昭和57年度文部省科学研究費（奨励（A））の補助による研究の一部をまとめたものである。ここに記して、関係各位に深謝の意を表する。

参 考 文 献

1) 大下誠一・細川 明・中川健治, 籾の熱特性, 三重

- 大学農学部学術報告, 第57号, 115-125 (1978)
- 2) 大下誠一・中川健治・堀部和雄, 農産物の熱物性及びその計測に関する基礎的研究 (第1報), 農機誌, 44 (3), 469-476 (1982)
- 3) G.D. スミス著, 藤川訳, 電算機による偏微分方程式の解法, サイエンス社
- 4) 片山功蔵, 斎藤彬夫, 非定常熱伝導の数値解法 (第1報), 日機論, 34 (263), 1224-1231 (昭43)
- 5) 棚沢 泰, 湿れる物質 (特に土砂) の熱定数測定法 (第1報), 機誌, 35 (181), 390-399, (昭7)

Summary

In order to measure thermal conductivities by the un-steady state relative method under the condition of periodic heating, basic items were considered.

First, with the consideration that a system composed of standard sample (Acryl resin plate, thickness of 5 mm) and unknown sample (Rice grain layer, thickness of semi-infinite) has one contact surface perpendicular to the direction of heat flow, one-dimensional periodic heat conduction was studied numerically. From this, it was shown that the equation (27) derived in paragraph 2-3 is the most appropriate in accuracy to approximate temperatures at the contact surface.

Next, concerning the sensitivity of thermocouples, the length of the period of given temperature wave was studied to hold the errors of numerical solutions less than 2% or so. From this result, it has been concluded that if an experiment is conducted under the temperature wave period of t_0 , $118(\text{sec}) \leq t_0 \leq 284(\text{sec})$, the solutions calculated by using the measured data will satisfy the expected accuracy, in the case that the materials assumed in this calculation are used.

When materials different from those aforementioned are used, their thermal properties are also different from those shown in Table 1. Hence, the error of numerical solutions will show other values. Nevertheless, the relationship between each discretization equation and its accuracy shows a similar tendency.

However, when not only the accuracy of numerical solutions but also the volume of calculation become problems, not the equation (27) but the equation (21) may become more appropriate in some cases.

Therefore, the most appropriate discretization equation should be selected according to materials used.