

木材の曲げにおける寸法効果

増田 稔・大河平 行 雄

Size Effect of Wood in Bending

MINORU MASUDA and Yukio OKOHIRA

1. 緒 言

木材の曲げ強度は、たとえ無節であっても、梁の寸法が大きくなるほど少しずつ低下する傾向すなわち寸法効果があり、ASTM の“有節材の曲げ強度予測の規定”においても無節の実大材の強度と無欠点小試片の強度との間には差があるとしてその比に関する考慮が払われている^{1)~3)}。

曲げの応力状態は圧縮面と引張面をもつが、その破壊の寸法効果がこれらのいずれに支配されるのか、あるいは両者の複合的なものになるのか、未だ明らかにされておらず興味もたれる課題である。本報では、曲げに伴う圧縮側の変形挙動を弾塑性として扱うことにより、“曲げ破壊の寸法効果と引張及び圧縮の寸法効果との関係”に関し理論的考察を加えた。なお、曲げの寸法効果の測定例として、ここでは無節のベイツ材を用いて行なった。また、曲げモーメントの増大に伴うひずみ分布の変化についても2, 3の測定を行なった。

2. 実験方法

無節のベイツ材を用いて JIS 規格の曲げ試験

(Z2113) に類似な5種類の試験体 (Table 2 参照) を作製し、曲げ試験を行なった。試験体は、一辺 10 cm、材長 3 m の無節の角材より Fig. 1 に示すように切出した。1本の角材より5種類の試験体を長さ方向に2組ずつ取り、15本の角材から各寸法の試験体を合計30本ずつ作製した。

中央集中荷重部の鋼材および両端の支持部の鋼板の寸法も各試験体の寸法毎に相似に変化させ、試験速度も Table 2 に示すごとく、試験体寸法に応じて倍々に変化させた。ただし、この試験では試験機の性能の関係上、JIS 規格に比して3倍程度の試験速度を採用した。なお、用いた試験機は、万能試験機 REH-10 形 (島津製作所製) およびモデル1000 (インストロン社製) である。試験体の比重、年輪幅及び含水率は Table 1 に示す通りである。

ひずみ分布の測定は、Size IV (3 cm×3 cm×スパン42 cm) および Size V (6 cm×6 cm×84 cm) について行ない、ストレインゲージは各々ゲージ長 5 mm および 10 mm を用いた。測定位置を Fig. 6 及び10に示す。測定には多点デジタルひずみ測定装置 UCAM-SBT 及び USB-50A (共和電業製) を用い、前述の荷重速度を

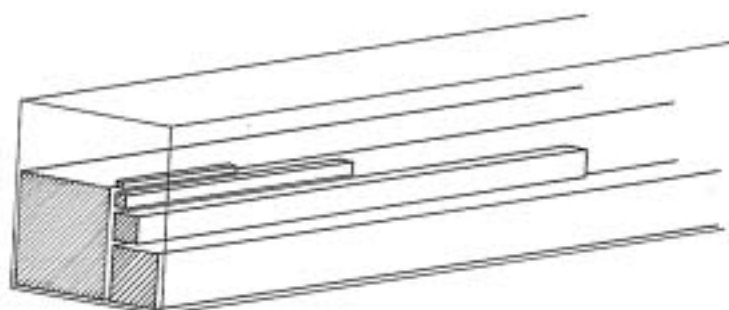


Fig. 1. Cutting pattern of specimens.

Table 1. Specific gravity and moisture content of specimens (Western hemlock)

	Specific gravity	Average annual ring width (mm)	Moisture content (%)
Size I	0.48±0.04	1.3±0.3	12.3±0.9
Size II	0.48±0.06	1.3±0.3	12.8±0.7
Size III	0.47±0.04	1.3±0.3	13.1±0.7
Size IV	0.46±0.04	1.3±0.3	12.5±0.8
Size V	0.46±0.04	1.3±0.3	13.2±0.7

Values with ± indicate standard deviation.

Table 2. Size effect in bending...Western hemlock

	Specimen size			Volume (cm ³)	Crosshead speed (mm/min)	Modulus of rupture (kgf/cm ²)	Proportional limit (kgf/cm ²)	Modulus of elasticity (10 ³ kgf/cm ²)
	Width (cm)	Depth (cm)	Span (cm)					
Size I	0.361 ±0.014	0.363 ±0.015	5.25	0.688 ±0.030	1	941 ±131	618 ±106	101.8 ±11.9
Size II	0.754 ±0.012	0.748 ±0.010	10.5	5.921 ±0.135	2	948 ±169	646 ±148	102.4 ±16.0
Size III	1.507 ±0.007	1.507 ±0.007	21	47.70 ±0.36	4	873 ±116	595 ±92	99.8 ±11.4
Size IV	3.002 ±0.004	3.001 ±0.005	42	378.3 ±1.0	8	865 ±108	505 ±86	109.9 ±16.1
Size V	6.023 ±0.006	6.020 ±0.010	84	3046 ±7	16	818 ±105	508 ±59	103.3 ±13.9

Values with ± indicate standard deviation.

保ったまま連続的に計測を行なった。従って各点の測定時の荷重は少しずつ異なり、その値はスキャンニング間隔及び荷重-時間曲線より求めた。

3. 実験結果

測定結果を Table 2 及び Fig. 2~4 に示す。曲げ破壊係数 (MOR) の寸法効果を次式の m あるいは n で表現するならば、

$$\frac{\sigma_{2cr}}{\sigma_{1cr}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (1)$$

ここに、 σ_{1cr} : 体積 V_1 の試験体の MOR

σ_{2cr} : 体積 V_2 の試験体の MOR

あるいは、

$$\frac{\sigma_{2cr}}{\sigma_{1cr}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (1)'$$

ここに、 σ_{1cr} : 梁背 d_1 の試験体の MOR

σ_{2cr} : 梁背 d_2 の類似な試験体の MOR

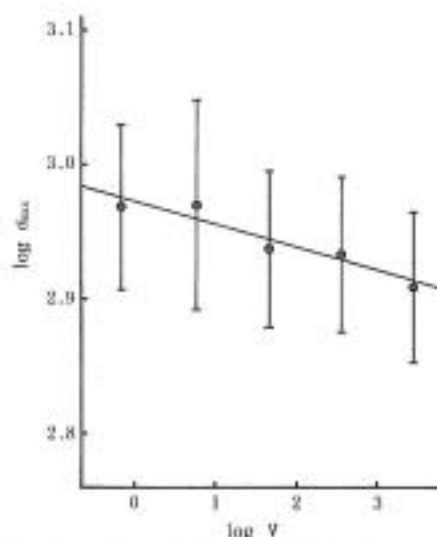


Fig. 2. Size effect of MOR (Modulus of rupture) in bending. σ_{max} : MOR (kgf/cm²), V: volume (cm³). Bars indicate standard deviation.

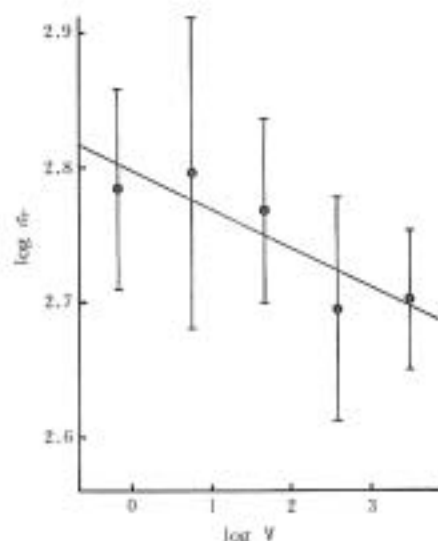


Fig. 3. Size effect of proportional limit in bending. σ_p : proportional limit (kgf/cm^2).

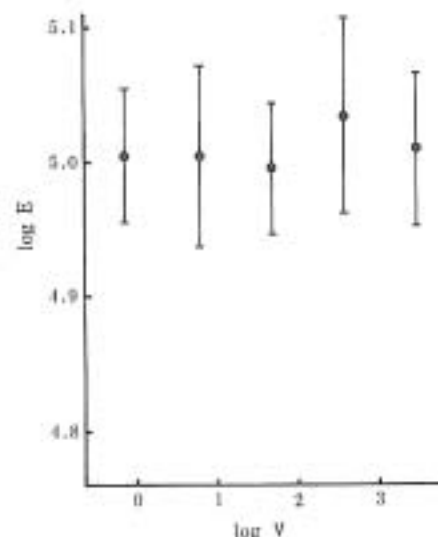


Fig. 4. Size effect of MOE (Modulus of elasticity) in bending. E : MOE (kgf/cm^2).

と書くこともでき、 $m=3n$ であり、この m あるいは n を寸法効果定数と呼ぶことにする。 m が小さいほど寸法効果は大きい。曲げの場合は幅の寸法効果はほとんどなく、高さの効果が大きいと考えられるので、形状が相似な場合の寸法効果と設定するならば、寸法効果定数として n を用いるのが妥当であるが、慣例的には体積比で表

現する m がよく用いられている。いずれにしても寸法効果の程度を表す実用的な定数としての値は高い。ASTM D245-81 では製材品の曲げに関する寸法効果として、梁背 2 inch の材を基準にして $n=9$ すなわち $m=27$ が用いられている。

ベイツの MOR の寸法効果定数 m は Fig. 2 より 58.0 である。また同様にして、比例限度の寸法効果定数

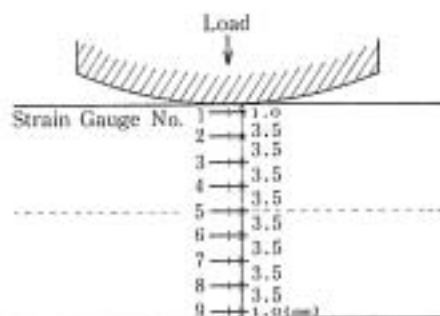


Fig. 5. Position of strain gauges — Size IV ($3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times \text{span } 42 \text{ cm}$).

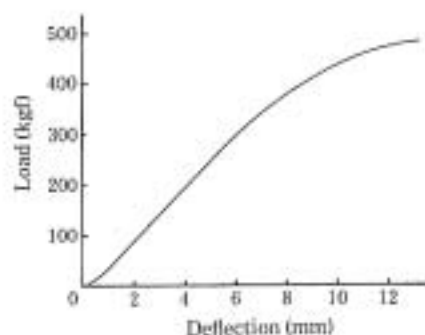


Fig. 6. Load-deflection curve — Size IV.

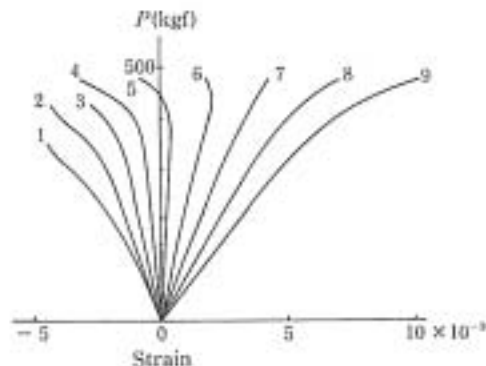


Fig. 7. Load-strain curves — Size IV. Refer to Fig. 5 for the position of strain gauges.

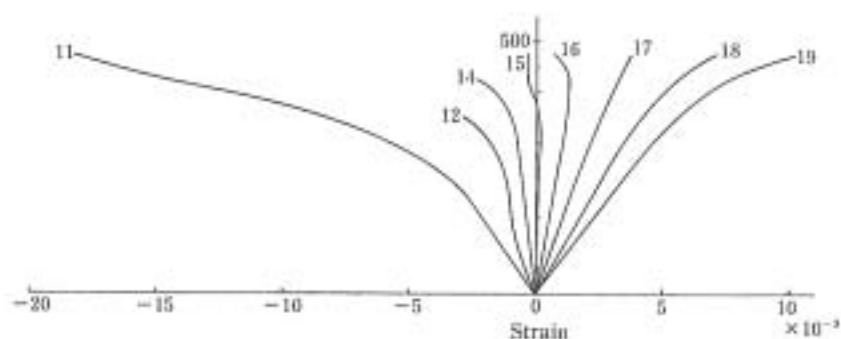


Fig. 8. Load-strain curves — Size IV opposite side of the same specimen in Fig. 7.

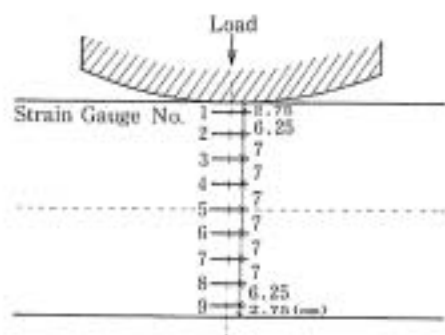


Fig. 9. Position of strain gauges — Size V (6 cm \times 6 cm \times span 84 cm).

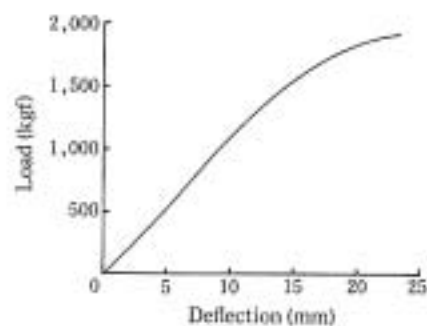


Fig. 10. Load-deflection curve — Size V.

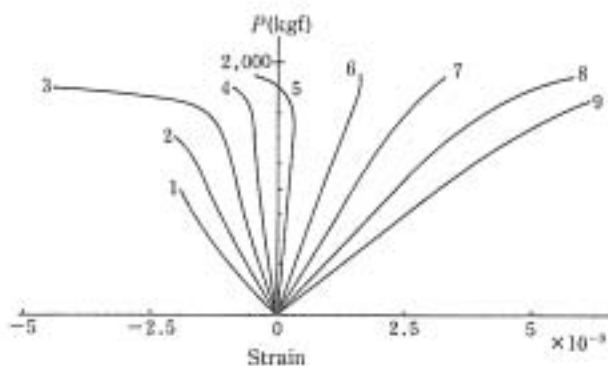


Fig. 11. Load-strain curves — Size V.
Refer to Fig. 9 for the position of strain gauges.

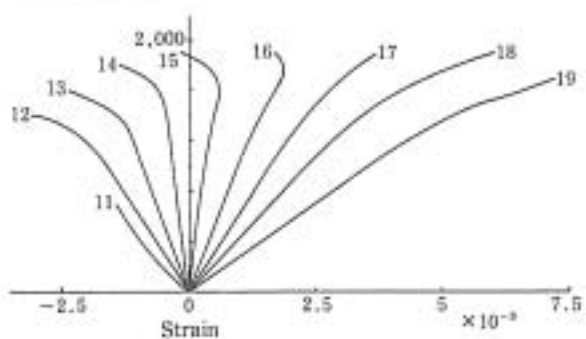


Fig. 12. Load-strain curves — Size V opposite side of Fig. 11.

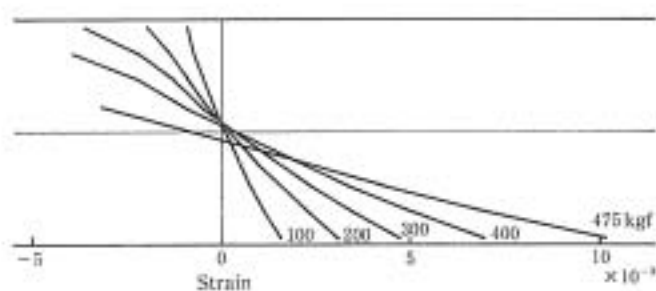


Fig. 13. Strain distribution curves — Size IV. Correspond to Fig. 7.

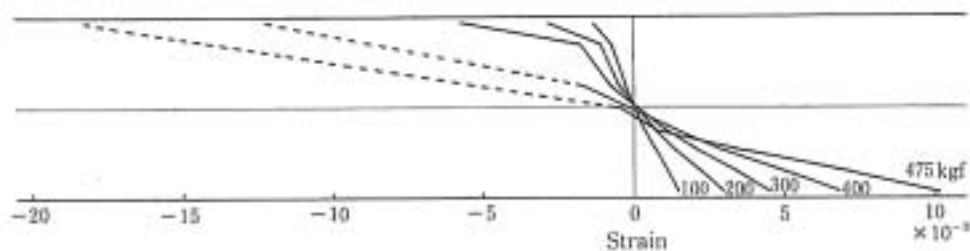


Fig. 14. Strain distribution curves — Size IV, opposite side of Fig. 13. Correspond to Fig. 8.

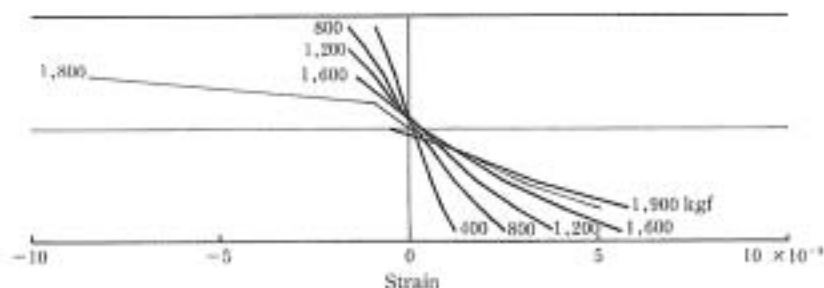


Fig. 15. Strain distribution curves — Size V. Correspond to Fig. 11.

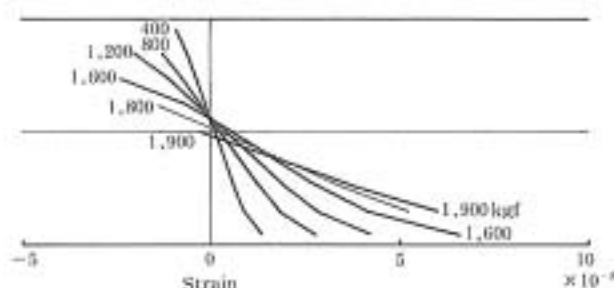


Fig. 16. Strain distribution curves — Size V, opposite side of Fig. 15. Correspond to Fig. 12.

を求めると、Fig. 3 より34.5となる。曲げ弾性率(MOE)に関してはFig. 4に示すように寸法効果は見られない。

荷重—たわみ曲線、荷重—ひずみ曲線およびひずみ分布曲線を Fig. 5~16 に示す。接着不良のため、大きなひずみにおいてストレインゲージのはがれが起こり不十分な測定結果となったが、荷重—たわみ曲線の比例限付近で圧縮側がまず塑性変形に入り、終局近くでは中立軸が引張側へ移行し引張破壊に至ることがわかる。なお、“中央荷重ヘッドによる梁たけ方向の局部圧縮”と“曲げによる繊維方向の圧縮”とが重なり、圧縮座屈とポアソン比効果で圧縮側表面が盛り上がりしようとする現象が観察された。そのため、ひずみゲージには本来の圧縮ひずみに加えて、この盛り上がりによる引張成分が加わり少し複雑な挙動が現われた。中立軸がやや圧縮側に寄ったところに存在するのは、荷重ヘッドによる梁たけ方向の圧縮つぶれの影響と考えられる。

4. 理論的考察

本研究と並行して、繊維に平行方向の圧縮破壊強度の

寸法効果および引張強度の寸法効果が測定されており⁴⁾、前者は寸法効果がなく、後者は $m=15$ 前後の測定結果が得られている。従って、曲げ破壊強度の寸法効果は引張と圧縮の中間的な値をとっていることになる。以下ここでは、これら3者が相互にどのような関係にあるかを理論的に考察する。理論展開に先だち、曲げの圧縮側の荷重—ひずみ曲線を弾塑性と仮定する。

終局破壊時の応力分布が Fig. 17 になると考えるならば、 x 方向の力の釣合、

$$\int_a^b \sigma b dy = 0 \quad (2)$$

書き換えるならば、

$$\int_a^r \frac{\sigma}{r_c} \sigma_{ccc} b dy = \int_r^s \frac{\sigma}{r_c} \sigma_{ccc} b dy + \int_s^{1-r} \sigma_{ccc} b dy \quad (3)$$

ここに、 b : 幅、 h : 高さ、 y 方向は下を正とする。

すなわち、 S_c と S_t の面積が等しいこと、及びモーメントの釣合、ここでは“弾塑性変形を考慮した中立軸まわりの曲げモーメント(実線部)”が“破壊まで弾性を保つと仮定して求めた MOR に対応する曲げモーメント

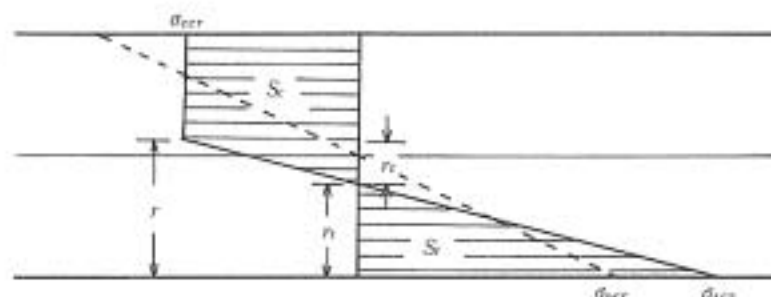


Fig. 17. Assumption of stress distribution in bending — Elasto-plastic behavior in compression region.

(破断部)に等しいこと、すなわち、

$$M_b = M_t + M_c \quad (4)$$

$$M_b = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{2y}{h} \sigma_{tcc} y b dy \quad (5)$$

$$M_c = \int_0^{r_c} \frac{y}{r_c} \sigma_{ccc} y b dy \quad (6)$$

$$M_t = \int_0^{r_t} \frac{y}{r_t} \sigma_{tcc} y b dy + \int_{r_c}^{r_t} \sigma_{ccc} y b dy \quad (7)$$

以上の式を計算し、 r_c , r_t , r_i を消去すると、よく知られた非常に簡単な次式が得られる^{3), 4)}。

$$\sigma_{ccc} = \frac{\sigma_{ccc}(3\sigma_{tcc} - \sigma_{ccc})}{\sigma_{tcc} + \sigma_{ccc}} \quad (8)$$

今、曲げの寸法効果定数を m_b 、引張及び圧縮のそれを各々 m_t , m_c とし、

$$k_1 = \frac{\sigma_{tcc}}{\sigma_{ccc}}, \quad k_2 = \frac{\sigma_{ccc}}{\sigma_{ccc}} \quad (9), (10)$$

とおくならば、(8)式に代入して、

$$\sigma_{tcc} = \frac{3k_1 - 1}{1 + k_2} \sigma_{ccc}, \quad \sigma_{ccc} = \frac{3k_2 - 1}{1 + k_2} \sigma_{ccc} \quad (11), (12)$$

となる。一方(1)式より、

$$\frac{\sigma_{ccc}}{\sigma_{ccc}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{\frac{1}{m_b}}, \quad \frac{\sigma_{ccc}}{\sigma_{ccc}} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{\frac{1}{m_c}} \quad (13), (14)$$

ところで圧縮破断の寸法効果は、同一樹種を用いた軸

Table 3. Theoretical value of m_b (factor of size effect in bending)

$m_t = 15$					
$\sigma_{tcc}/\sigma_{ccc}$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
d_2/d_1					
1/8	18.0	23.3	28.3	33.2	38.0
1/4	19.3	24.9	30.2	35.4	40.5
1/2	20.6	26.5	32.1	37.6	43.1
2	23.2	29.8	36.2	42.5	48.7
8	24.6	31.6	38.4	45.1	51.7
8	26.1	33.5	40.7	47.8	54.8
$m_t = 10$					
$\sigma_{tcc}/\sigma_{ccc}$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
d_2/d_1					
1/8	10.7	14.1	17.1	20.1	23.0
1/4	12.0	15.5	18.9	22.1	25.3
1/2	13.3	17.1	20.8	24.3	27.8
2	16.0	20.5	24.9	29.2	33.4
4	17.4	22.3	27.1	31.9	36.5
8	18.9	24.3	29.5	34.7	39.8
$m_t = 20$					
$\sigma_{tcc}/\sigma_{ccc}$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
d_2/d_1					
1/8	25.2	32.6	39.6	46.4	53.1
1/4	26.5	34.2	41.5	48.6	55.7
1/2	27.8	35.8	43.5	50.9	58.3
2	30.5	39.2	47.6	55.8	63.9
4	31.9	41.0	49.7	58.4	66.9
8	33.3	42.8	52.0	61.0	69.9

の実験結果⁴⁾から“ほとんど認められない”と判断されるので、ここでは、

$$\sigma_{\text{ext}} = \sigma_{\text{ext}} \quad (15)$$

とおくことにする。

以上の(9)~(15)式を整理統合すると、

$$m_0 = m_1 \log \left(\frac{k_2}{k_1} \right) / \log \left(\frac{3k_2 - 1}{1 + k_2} \cdot \frac{1 + k_1}{3k_1 - 1} \right) \quad (16)$$

を得る。ここで、 k_2 は(10)式と(14)式より、

$$k_2 = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{m_1} \cdot k_1 \quad (17)$$

であり、 m_1 と k_1 で表わすことができる。従って、標準試片における引張強度と圧縮強度との比と、引張試験における寸法効果定数 m_1 がわかれば m_0 を理論的に予測することが可能である。Table 3に計算結果例を示す。この計算結果から、曲げの寸法効果が引張の寸法効果より小さく、しかも寸法によって少しずつ変化し、小さな試験体ほど寸法効果が大きくなる傾向のあることが予測される。ベイツ法の標準寸法における引張と圧縮の強度比を3と推定し¹⁾、また、 $m_1 = 15^1$ とすると、Table 3より $m_0 = 33 \sim 48$ が得られる。これは実験値よりやや低目であるが、上記の理論式で予測可能であることが推察できる。しかしながら、今後さらに引張・圧縮・曲げ3者の寸法効果を正確に測定し、多くの測定データの蓄積の基に前述の理論予測式を確める必要がある。特に今回の実験では、寸法が小さくなれば寸法効果が大きくなる(曲げの寸法効果定数が定数でない)傾向が認められなかったが、これは最小寸法の試片の木取や測定方法に何らかの問題があり本来の大きな値が得られなかったのか、それとも細胞の大きさとの関連その他の理由で寸法効果が頭打ちになったのか不明であり、今後多くの測定データの蓄積が望まれる。

5. 結 言

以上、“曲げの寸法効果と引張及び圧縮の寸法効果との関係”を、圧縮の構成式(応力-ひずみ曲線)が弾塑性であるとの仮定に基づき論じた。ここで誘導した曲げの寸法効果の予測式(16)は妥当なものと考えられるが、今後さらに寸法効果の測定データを蓄積し、かつ曲げにおけるひずみ分布の再確認を行なうことが望まれる。

寸法効果の研究は、木材の破壊機構の本質をとらえる絶好の手掛りを与えてくれる。木材のL(繊維)方向、R(半径)方向、T(接線)方向各々の引張、圧縮、せん断の寸法効果の表われ方が、単に欠陥分布の統計理論的取扱(例えば、Weibull分布的取扱)のみで説明できるものではなく、むしろ、細胞構造を考慮した破壊力学的理論展開が適切であろうと考えられる。このことの詳細に関しては別の機会に論じたいと思う。

なお、本研究は文部省科学研究費補助金一般研究の補助⁵⁾を受けて行なったものであり、また、曲げ試験において協力してくれた専攻生・近藤幹也君に対し、ここに記して謝意を表したい。

文 献

- 1) ASTM: "Annual book of ASTM standards", Part 22, Wood; Adhesives, p. 147, 1982.
- 2) U. S. Forest Products Lab.: "Wood handbook", Agriculture Handbook No. 72, 8-5, 1974.
- 3) BOHANNAN, B.: U. S. Forest Products Lab. Rept. FPL 56, 1966.
- 4) 大河平行雄: 木材強度の寸法効果に関する研究, 昭和59年度科研費一般研究回研究成果報告書, 1985.
- 5) 杉山英男: "木構造", 彰国社, p. 33, 19.
- 6) 浅野猪久夫: 名大農・演習林報告, No. 4 (1) 1965.
- 7) 林業試験場: 木材工業ハンドブック, 丸善, p. 188, 1982.

Summary

In this study, theory of size effect of wood in bending is discussed. Prior to theoretical study, measurement of size effect on Western hemlock (*Tsuga heterophylla* Sarg.) in bending was carried out. Size effect factor of MOR (Modulus of rupture) is 58.0 and that of proportional limit is 34.5. But size effect of MOE (Modulus of elasticity) was not recognized. Change of strain distribution with increase of load was measured, and the following behavior was observed: Plastic deformation begins at compression surface near load of proportional limit of load-deflection curve, and after that, neutral axis moves to the tension side with increase of load.

Assuming that (i) stress-strain relation in compression is elastoplastic and (ii) size effect in compression does not exist, the following equation was derived for the relation between size effect in bending and that in tension:

$$m_2 = m_1 \log \left(\frac{k_2}{k_1} \right) / \log \left(\frac{3k_2 - 1}{1 + k_2} \cdot \frac{1 + k_1}{3k_1 - 1} \right)$$

where

$$k_2 = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{\frac{2}{n_1}} k_1$$

k_i : ratio of tensile strength and compressive strength of beam with size d_i ,

n_1 : in bending, n_2 : in tension,

m : factor of size effect *i. e.* $\frac{\sigma_{1cr}}{\sigma_{2cr}} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{\frac{2}{n_1}}$,

$\sigma_{1cr}, \sigma_{2cr}$: MOR of beam with height of d_1 and d_2 , respectively.