

積層複合材料の減衰パラメータ同定法*

松本金矢^{*1}, 細川健治^{*2}
座古勝^{*3}, 小林博^{*4}Identification Method of Vibrational Damping Parameters
for Laminated Composite MaterialsKin'ya MATSUMOTO^{*5}, Kenji HOSOKAWA,
Masaru ZAKO and Hiroshi KOBAYASHI^{*5} Mie University, Fac. of Education, Kamihama-cho 1515, Tsu, Mie, 514-8507 Japan

An identification method of vibrational damping parameters for laminated composite materials is presented by using the finite element eigenvalue analysis. A shell element for unsymmetrically laminated composite materials is formulated with the first-order shear deformation theory. The vibrational damping model of fiber reinforced plastic plates proposed by Adams et al. is used to calculate damping ratios for identification problems. The identification problem of vibrational damping parameters can be converged as a nonlinear optimization problem. Vibrational damping parameters of unidirectional laminae are identified by using the quasi-Newton method, so that damping ratios of laminated composite materials calculated by the finite element eigenvalue analysis may be agree with those measured by the vibration test. An numerical examples, vibrational damping parameters of unidirectional laminae are identified and compared with the experimental results.

Key Words: Damping, Free Vibration, Identification, Finite Element Method, Eigenvalue Analysis, Laminated Composite Materials, Strain Energy Method, Quasi-Newton Method

1. 緒 言

繊維強化複合材料は軽量, 高剛性, 高強度などの優れた材料特性を有し, 材料設計が可能であることから多くの工業分野で応用されている. 特に宇宙航空分野で不可欠な構造材料であり, 宇宙空間において構造物の振動を抑制するために繊維強化複合材料自体の振動減衰性能が要求される. 構造物の振動制御を行うためには, 繊維強化複合材料自体の振動減衰特性を把握し, それらを考慮して材料・構造設計を行う必要がある.

Adams らはひずみエネルギー理論を用いて有限要素振動減衰モデルの定式化を行い, 加振実験結果と数値解析結果が一致することを示した⁽¹⁾. この振動減衰モデルによれば, 繊維強化複合材料積層板を構成するラミナの減衰パラメータを用いて, 積層板および繊維強化複合材料構造物の振動減衰特性を明らかにすることができる. しかしながら, ラミナの減衰パラメータを求めるためには, 繊維配向角が異なる数種類

の単層板試験片の加振実験が必要とされており, また各減衰パラメータの合理的な測定方法も確立されていない.

本研究では, 有限要素固有値解析と非線形最適化手法を利用して, 加振実験により測定された一種類の積層板試験片の減衰比から, ラミナの減衰パラメータを同定する逆問題同定手法を提案する. 有限要素として一次せん断変形理論を導入した三角形シェル要素を用い, これに Adams らのひずみエネルギー理論を適用して, 有限要素固有値解析で得られる固有ベクトルから積層板の減衰比を算出する. これにより板厚方向のせん断変形による振動減衰特性を考慮することができ, また任意形状, 任意積層構成の積層板試験片の加振実験結果を用いて減衰パラメータの同定を行うことが可能となる. 非線形最適化手法には, quasi-Newton 法と直線探索法を併用した非線形最小二乗法を用いる.

提案する逆問題同定手法の有効性を検証するため, Adams らの加振実験結果と減衰パラメータ同定結果の比較を行う.

2. 逆問題同定手法

2.1 有限要素モデル 一次せん断変形理論を導入した三角形シェル要素を用いて, 繊維強化複合材料

* 原稿受付 1998年10月26日.

^{*1} 正員, 三重大学教育学部 (☎514-8507 津市上浜町1515).^{*2} 正員, 中部大学工学部 (☎487-8501 春日井市松本町1200).^{*3} 正員, 大阪大学大学院工学研究科 (☎565-0871 吹田市山田丘2-1).^{*4} 三重大学大学院.

E-mail: matumoto@edu.mie-u.ac.jp

積層板のモデル化を行う。図1のように、全体座標系XYZ, 積層シェル中央面をxy面とした要素座標系xyz, ラミナの繊維方向をL軸, 繊維直角方向をT軸とした材料座標系LTVをとる。積層シェルの板厚をh, 積層数をNとし, 積層シェル中央面からk番目のラミナ上面までの距離をh_k, 材料座標系と要素座標系のなす角を繊維配向角θ_kとする。

材料座標系におけるラミナの応力-ひずみ関係は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{TV} \\ \tau_{VL} \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{TV} \\ \gamma_{VL} \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}_k \quad \dots (1)$$

$$\sigma_k = Q_k \varepsilon_k \quad \dots (2)$$

で表される。(Q_{ij})_kは, ラミナの縦弾性係数, せん断弾性係数, ポアソン比で決定される剛性係数である。

要素座標系におけるラミナの応力-ひずみ関係マトリクスQ_kは, 材料座標系におけるラミナの応力-ひずみ関係マトリクスQ_kを座標変換して

$$\bar{Q}_k = T_k^T Q_k T_k \quad \dots (3)$$

で求められる。ここで, T_kは材料座標系と要素座標系の座標変換マトリクスであり, 次式で表される。

$$T_k = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & -mn \\ 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & n & m & 0 \\ -2mn & 2mn & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix}_k \quad \dots (4)$$

ただし, m = cosθ_k, n = sinθ_kである。

要素座標系における積層シェルの一般的な意味での応力-ひずみ関係は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_p \\ \sigma_B \\ \sigma_S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_p & D_C & 0 \\ D_C & D_B & 0 \\ 0 & 0 & D_S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_p \\ \varepsilon_B \\ \varepsilon_S \end{Bmatrix} \quad \dots (5)$$

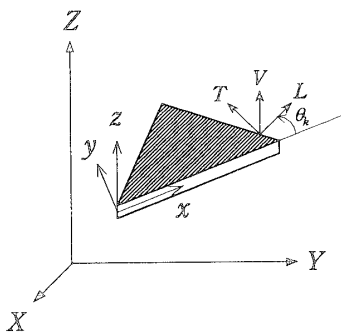


Fig.1 Coordinate system of shell element

$$\sigma = D \varepsilon \quad \dots (6)$$

となる。σ_p, σ_B, σ_Sはそれぞれ合応力, 合モーメント, 合せん断応力ベクトルを表し, ε_p, ε_B, ε_Sはそれぞれ中央面ひずみ, 曲率, せん断ひずみベクトルを表す。また, D_p, D_B, D_S, D_Cはそれぞれ面内, 面外, せん断, カップリングに対応する応力-ひずみ関係マトリクスであり, その成分は次式で与えられる。

$$D_{Pij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k [h_k - h_{k-1}] \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$D_{Bij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k [h_k^3 - h_{k-1}^3] \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$D_{Sij} = \kappa \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k [h_k - h_{k-1}] \quad (i, j = 4, 5)$$

$$D_{Cij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k [h_k^2 - h_{k-1}^2] \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

..... (7)

ここで, κは一次せん断変形理論で用いられるせん断補正係数で, 本研究ではκ = 5/6とする。

2.2 ひずみエネルギー理論 Adamsらの提案するひずみエネルギー理論を適用して, 一次せん断変形理論を導入した三角形シェル要素の有限要素振動減衰モデルを定式化する。

積層シェルのひずみエネルギーUは, 要素座標系における積層シェルの応力-ひずみ関係マトリクスDと, ひずみベクトルεより次式で定義される。

$$U = \frac{1}{2} \int_S \varepsilon^T D \varepsilon dS \quad \dots (8)$$

ここでSは面積を表す。またひずみベクトルεは, ひずみ-変位関係マトリクスB, 要素座標系と全体座標系の座標変換マトリクスL, 全体座標系における積層シェルの固有ベクトルδより次式で求められる。

$$\varepsilon = B L \delta \quad \dots (9)$$

したがって, 振動中の積層シェルの最大ひずみエネルギーUは次式で得られる。

$$U = \frac{1}{2} \delta^T L^T \int_S B^T D B dS L \delta \quad \dots (10)$$

材料座標系におけるラミナの減衰能マトリクスΨ_kを次式で定義する。

$$\Psi_k = \begin{bmatrix} \psi_L & & & 0 \\ & \psi_T & & \\ & & \psi_{TV} & \\ & & & \psi_{VL} \\ 0 & & & & \psi_{LT} \end{bmatrix}_k \quad \dots (11)$$

ここで, ψ_L, ψ_Tは繊維方向, 繊維直角方向の面内変形に関する減衰パラメータ, ψ_{TV}, ψ_{VL}, ψ_{LT}は各座標面のせん断変形に関する減衰パラメータである。各減

衰パラメータはそれぞれの方向のひずみに対する減衰能を表す。

要素座標系におけるラミナの減衰能マトリクス $\bar{\Psi}_k$ は

$$\bar{\Psi}_k = \mathbf{T}_k^T \Psi_k \mathbf{Q}_k \mathbf{T}_k \dots\dots\dots (12)$$

で求められ、要素座標系における積層シエルの減衰能マトリクス Ψ は

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_P & \Psi_C & \mathbf{0} \\ \Psi_C & \Psi_B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Psi_S \end{bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

となる。 Ψ_P , Ψ_B , Ψ_S , Ψ_C はそれぞれ面内、面外、せん断、カップリングに対応する減衰能マトリクスであり、その成分は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Psi_{Pij} &= \sum_{k=1}^N (\bar{\Psi}_{ij})_k [h_k - h_{k-1}] & (i, j = 1, 2, 6) \\ \Psi_{Bij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{\Psi}_{ij})_k [h_k^3 - h_{k-1}^3] & (i, j = 1, 2, 6) \\ \Psi_{Sij} &= \kappa \sum_{k=1}^N (\bar{\Psi}_{ij})_k [h_k - h_{k-1}] & (i, j = 4, 5) \\ \Psi_{Cij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{\Psi}_{ij})_k [h_k^2 - h_{k-1}^2] & (i, j = 1, 2, 6) \end{aligned} \dots\dots\dots (14)$$

積層シエルの消散ひずみエネルギー ΔU は、式(10)の応力-ひずみ関係マトリクス \mathbf{D} のかわりに減衰能マトリクス Ψ を代入することにより次式で得られる。

$$\Delta U = \frac{1}{2} \delta^T \mathbf{L}^T \int_S \mathbf{B}^T \Psi \mathbf{B} dS \mathbf{L} \delta \dots\dots (15)$$

積層シエルの減衰比 ζ は、最大ひずみエネルギー U 、消散ひずみエネルギー ΔU より次式で定義される。

$$\zeta = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta U}{U} \dots\dots\dots (16)$$

2.3 非線形最適化手法 式(11)における減衰能マトリクスの対角成分を表すベクトルを \mathbf{x} とする。また、加振実験により測定された第 i 次モードの減衰比 ζ_{Ei} と、 \mathbf{x} を用いて有限要素解析により算出された第 i 次モードの減衰比 $\zeta_i(\mathbf{x})$ の差を誤差関数 $f_i(\mathbf{x})$ として、減衰パラメータの同定問題を考える。

$$f_i(\mathbf{x}) = \frac{\zeta_i(\mathbf{x}) - \zeta_{Ei}}{\zeta_{Ei}} \dots\dots\dots (17)$$

減衰比を減衰パラメータの非線形関数として捉え、同定問題を非線形最小二乗問題とみなして、目的関数 $\varphi(\mathbf{x})$ を最小化する最小二乗解 \mathbf{x}^* を求める。目的関数 $\varphi(\mathbf{x})$ を、 M 個の誤差関数 $f_i(\mathbf{x})$ の二乗和として次式で定義する。

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M f_i^2(\mathbf{x}) \dots\dots\dots (18)$$

目的関数 $\varphi(\mathbf{x})$ が最小二乗解 \mathbf{x}^* で極小値となるならば、 $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$ は次の非線形連立方程式を満たす。

$$\nabla \varphi(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{x}) \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \dots\dots\dots (19)$$

ヤコビマトリクス $\mathbf{J}(\mathbf{x})$ は誤差関数 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ の一次微分であり、 \mathbf{x} の変分割合 l を用いて次式で求められる。

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{\zeta(\mathbf{x} + l\mathbf{x}) - \zeta(\mathbf{x})}{l} \dots\dots\dots (20)$$

式(19)に Newton-Raphson 法を適用すると、反復公式

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{k+1} &= \mathbf{x}^k - \{\nabla^2 \varphi(\mathbf{x}^k)\}^{-1} \nabla \varphi(\mathbf{x}^k) \dots\dots\dots (21) \\ &= \mathbf{x}^k - (\mathbf{H}^k)^{-1} \nabla \varphi(\mathbf{x}^k) \end{aligned}$$

が得られる。

式(21)の反復公式を、探索方向ベクトル \mathbf{d}^k 、ステップサイズ λ^k を用いて次式で表す。

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \lambda^k \mathbf{d}^k \dots\dots\dots (22)$$

探索方向ベクトル \mathbf{d}^k は、ヘッセマトリクス \mathbf{H}^k を係数マトリクスとする連立方程式

$$\mathbf{H}^k \mathbf{d}^k = -\nabla \varphi(\mathbf{x}^k) = -\mathbf{J}^T(\mathbf{x}^k) \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) \dots\dots (23)$$

を不完全 Choleski 分解を用いて解くことにより求める。ヘッセマトリクス \mathbf{H}^k は、SSR 公式あるいは BFGS 公式による quasi-Newton 法⁽²⁾を用い近似マトリクスを推定する。ステップサイズ λ^k は、囲い込み法および二次補間法による直線探索法を用いて求める。

2.4 逆問題同定手法の流れ 逆問題同定手法の流れを図 2 に示す。はじめに、弾性パラメータ、積層

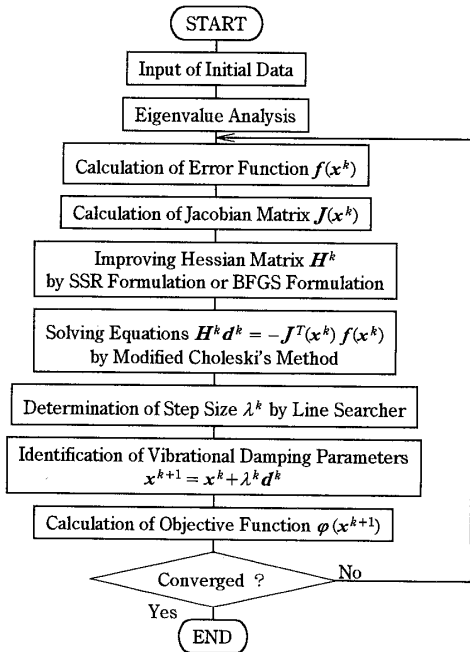


Fig.2 Flow chart of identification analysis

板試験片形状, 拘束条件, 加振実験により測定された減衰比 ζ_E , 減衰パラメータの初期推定値 x^0 を入力し, 有限要素固有値解析を行う. 次に, 誤差関数 $f(x^k)$ を算出し, 減衰パラメータを微小変化させて式(20)よりヤコビマトリクス $J(x^k)$ を求め, さらに SSR 公式あるいは BFGS 公式を用いてヘッセマトリクス H^k の近似マトリクスを推定する. 不完全 Choleski 分解により式(23)を解いて探索方向ベクトル d^k を求め, 囲い込み法および二次補間法による直線探索を用いてステップサイズ λ^k を決定する. 最後に, 式(22)より減衰パラメータ x^{k+1} を更新し, 目的関数 $\phi(x^{k+1})$ を求めて収束判定を行う.

3. 逆問題同定手法の検証

3.1 概要 文献(1)に示されている炭素繊維強化プラスチック(CFRP)およびガラス繊維強化プラスチック(GFRP)対称積層正方形板の減衰パラメータ同定を行い, Adams らの加振実験結果と比較して提案する逆問題同定手法の有効性を検証する. 積層構成は All 0°, [0°/90°/0°/90°]_s の 2 種類で, 拘束条件は完全自由である. 表 1 に各試験片の繊維含有率 V_f , 辺長 a , 板厚 h , 密度 ρ を示す.

Adams らは, 各試験片の弾性パラメータを繊維含有率 $V_f=0.5$ のときの材料定数をもとに決定したと述べており, 弾性パラメータを明示していない. そこで試験片と有限要素モデルの力学的特性を一致させるために, 弾性パラメータを同定⁽³⁾⁽⁴⁾し, 同定された弾性パラメータを用いて減衰パラメータ同定を行うこととする. この弾性パラメータ同定では, 加振実験により測定された固有振動数と, 有限要素固有値解析により算出された固有振動数の誤差を最小化するように弾性パラメータを同定する.

3.2 弾性パラメータ同定 Adams らの加振実験により測定された 6 次までの固有振動数を目標値として弾性パラメータ同定を行った. 同定する弾性パラメータは E_L , E_T , G_{LT} とし, $G_{VL} = G_{LT}$ とした. ν_{TV} , ν_{TV} は固有振動数に与える影響が小さいと考え, 0.3 で固定した. また, G_{TV} は次式を用いて計算した.

$$G_{TV} = \frac{E_T}{2(1+\nu_{TV})} \dots\dots\dots (24)$$

表 2 に, Adams らの加振実験により測定された固有振動数と, 同定された弾性パラメータを用いて有限要素固有値解析により算出した固有振動数の比較を示す. また, 表 3 に弾性パラメータ同定結果を示す.

固有振動数の誤差は測定されたすべての固有振動モードにおいて最大でも 3%程度であり, 十分な精度で

Table 1 Dimensions of laminated plates

	Lamination	V_f	a [m]	h [m]	ρ [kg/m ³]
CFRP	All 0°	0.516	0.17800	0.00158	1566.0
	[0°/90°/0°/90°] _s	0.342	0.23450	0.00212	1446.2
GFRP	All 0°	0.568	0.18275	0.00164	1971.0
	[0°/90°/0°/90°] _s	0.451	0.22700	0.00205	1813.9

Table 2 Natural frequencies of laminated plates

	Lamination	Mode	Exp. [Hz]	Iden. [Hz]	Error [%]
CFRP	All 0°	1st	81.5	80.2	-1.60
		2nd	107.4	105.8	-1.49
		3rd	196.6	198.0	0.71
		4th	295.5	294.1	-0.47
		5th	382.5	394.0	3.01
		6th	531.0	530.1	-0.17
	[0°/90°/0°/90°] _s	1st	68.9	68.0	-1.31
		2nd	218.9	215.1	-1.74
		3rd	251.2	255.4	1.67
		4th	305.4	300.2	-1.70
		5th	323.5	327.8	1.33
		6th	452.5	459.6	1.57
GFRP	All 0°	1st	78.1	78.8	0.90
		2nd	131.2	130.9	-0.23
		3rd	211.5	207.7	-1.80
		4th	246.0	245.5	-0.20
		5th	287.1	288.1	0.35
		6th	362.6	365.9	0.91
	[0°/90°/0°/90°] _s	1st	62.2	61.9	-0.48
		2nd	131.4	130.6	-0.61
		3rd	159.2	159.3	0.06
		4th	180.5	181.9	0.78
		5th	200.0	200.3	0.15
		6th	326.7	327.3	0.18

Table 3 Identified elastic parameters of laminae, [GPa]

	Lamination	E_L	E_T	G_{LT}
CFRP	All 0°	198.76	6.65	3.60
	[0°/90°/0°/90°] _s	124.19	6.80	3.82
GFRP	All 0°	48.49	13.39	4.50
	[0°/90°/0°/90°] _s	34.47	12.08	3.86

弾性パラメータが同定されたといえる.

3.3 減衰パラメータ同定 同定された弾性パラメータを用い, Adams らの加振実験により測定された 5 次までの減衰比を目標値として減衰パラメータ同定を行った. 同定する減衰パラメータは ψ_L , ψ_T , ψ_{LT} とし, 文献(1)と比較するために $\psi_{TV} = \psi_{VL} = \psi_{LT}$ とした.

表 4 および図 3 に, Adams らの加振実験および数値解析により得られた減衰比と, 同定された減衰パラメータを用いて有限要素解析により算出した減衰比の比

較を示す. また, 表 5 に, Adams らが測定した減衰パラメータと, 同定された減衰パラメータの比較を示す.

表 4 より, 減衰比の加振実験結果と同定結果の誤差は最大でも 10%以下であり, 十分な精度で減衰パラメータ同定が行われたといえる. また図 3 より, Adams らの数値解析結果に比べて同定結果が加振実験結果とよく一致しており, 目標値をより満足させる減衰パラメータが同定されたと考えられる. これらのことから, 加振実験により測定された一種類の積層板試験片の減衰比から, ラミナの減衰パラメータを同定する本手法の有効性を確認することができる.

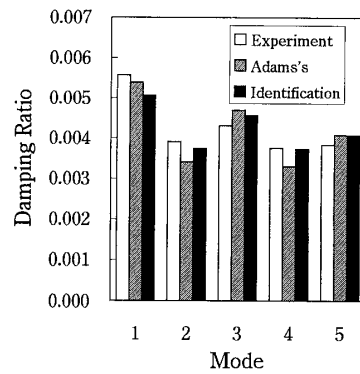
また, Adams らは, 同一素材で繊維含有率の異なる数種類のラミナに対して一種類の減衰パラメータを示しているが, 表 5 の同定結果は CFRP, GFRP とも繊維含有率の異なる試験片の減衰パラメータが異なる数値に同定されている. このことより, ラミナの減衰パラメータが繊維含有率により変化することがわかる.

Table 4 Damping ratios of laminated plates

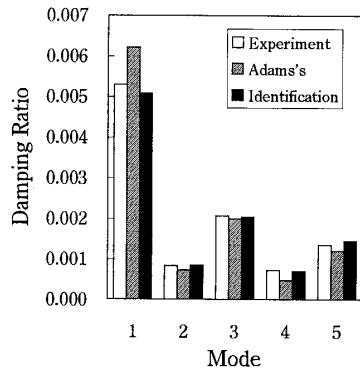
	Lamination	Mode	Exp.	Iden.	Error [%]
CFRP	All 0°	1st	0.00557	0.00506	-9.16
		2nd	0.00390	0.00373	-4.36
		3rd	0.00430	0.00455	5.81
		4th	0.00374	0.00372	-0.53
		5th	0.00382	0.00406	6.28
	[0°/90°/0°/90°] _s	1st	0.00529	0.00508	-3.97
		2nd	0.00084	0.00084	0.00
		3rd	0.00207	0.00204	-1.45
		4th	0.00073	0.00071	-2.74
		5th	0.00135	0.00145	7.41
GFRP	All 0°	1st	0.00477	0.00487	2.10
		2nd	0.00382	0.00387	1.31
		3rd	0.00462	0.00441	-4.55
		4th	0.00103	0.00103	0.00
		5th	0.00223	0.00225	0.90
	[0°/90°/0°/90°] _s	1st	0.00533	0.00513	-3.75
		2nd	0.00223	0.00229	2.69
		3rd	0.00151	0.00145	-3.97
		4th	0.00390	0.00365	-6.41
		5th	0.00255	0.00280	9.80

Table 5 Identified vibrational damping parameters of laminae

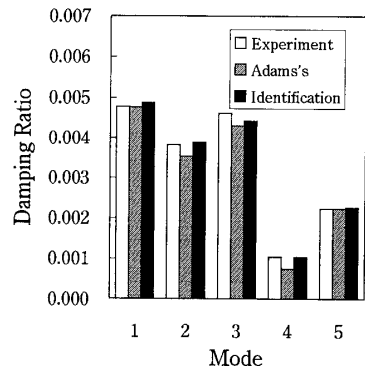
	Lamination	ψ_L	ψ_T	ψ_{LT}
CFRP	All 0°	0.0043	0.0470	0.0648
	[0°/90°/0°/90°] _s	0.0078	0.0321	0.0654
	(Adams's)	(0.0045)	(0.0422)	(0.0705)
GFRP	All 0°	0.0114	0.0491	0.0625
	[0°/90°/0°/90°] _s	0.0101	0.0564	0.0664
	(Adams's)	(0.0087)	(0.0505)	(0.0691)



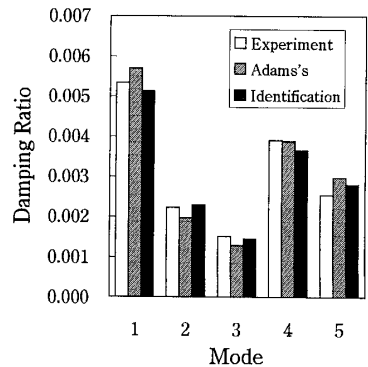
(a) CFRP, All 0°



(b) CFRP, [0°/90°/0°/90°]_s



(c) GFRP, All 0°



(d) GFRP, [0°/90°/0°/90°]_s

Fig.3 Damping ratios of laminated plates

5. 結 論

有限要素固有値解析と非線形最適化手法を利用して、積層板試験片の減衰比からラミナの減衰パラメータを同定する逆問題同定手法を提案した。また、Adamsらの加振実験結果と、提案する逆問題同定手法による減衰パラメータ同定結果を比較した結果、以下の結論を得た。

(1) 提案する逆問題同定手法は、一種類の積層板試験片の減衰比から、ラミナの減衰パラメータを精度良く同定することができ、減衰パラメータの同定に有効である。

(2) 同一素材のラミナにおいて、ラミナの減衰パラメータは繊維含有率により変化する。

文 献

- (1) Lin, D. X., Ni, R. G. and Adams, R. D., Prediction and Measurement of the Vibrational Damping Parameters of Carbon and Glass Fibre-Reinforced Plastic Plates, *J. Compos. Mater.*, **18** (1984), 133-152.
- (2) 田辺国土, 非線形最小二乗法のアルゴリズム, 応用統計学, **9-3** (1981), 119-140.
- (3) 松本金矢・座古勝・古野雅美, 有限要素法固有値解析を利用した異種積層複合材料の異方性パラメータ同定法, 機論, **62-596**, C (1996), 1341-1346.
- (4) 松本金矢・座古勝・古野雅美・藤田知正, ハニカムサンドウィッチ板の等価弾性パラメータ同定逆問題, 機論, **63-611**, C (1997), 2256-2261.