

## 積層複合材料の非定常熱伝導解析法に関する研究\*

松 本 金 矢<sup>\*1</sup>, 座 古 勝<sup>\*2</sup>  
横 山 敦 士<sup>\*1</sup>, 辻 上 哲 也<sup>\*2</sup>

## Transient Heat Conduction Analysis for Laminated Composite Materials

Kin'ya MATSUMOTO, Masaru ZAKO,  
Atsushi YOKOYAMA and Tetsuya TSUJIKAMI

Transient heat conduction analysis of hybrid laminated composite materials is very important because they are heated during the manufacturing process. Anisotropy of thermal conductivity must be considered for heat conduction analysis of such composite materials as FRP. Assuming that heat conducts uniformly in a normal direction in thin shells, shell structures can be modeled with membrane elements. This paper presents an FEM transient heat conduction analysis system for hybrid laminated shell structures. This program can treat the orthotropic materials whose principal direction is inclined to the coordinate axes of elements. The temperature distribution of cross section of an Aluminum-CFRP hybrid laminated plate is investigated. And the effect of fiber orientations for the heat conduction of CFRP cross-ply plates is discussed. Furthermore, the heat conduction of CFRP cylinders considering the heat transfer condition is analyzed.

**Key Words:** Heat Conduction, Finite-Element Method, Composite Material, Laminated Construction, Membrane Element

## 1. はじめに

繊維強化複合材料では、異種複合材料や金属材料とともに積層されるいわゆるハイブリッド積層材料の開発が盛んである。ハイブリッド積層材料は加熱成形され、また航空・宇宙分野など温度変化の激しい環境条件を有する分野での需要が多いことから、熱特性を明らかにすることは重要な研究課題である。しかしながら、樹脂マトリックス複合材料の熱伝導率は金属材料などに比較して小さいため、過渡的な温度分布状況を求める非定常解析が必要で、しかも熱伝導率の異方性が存在することから、その熱伝導問題の解析は困難なものとなっている。

これら積層板の熱伝導問題の解析に関する研究は例が少なく<sup>(1)</sup>、谷川ら<sup>(2)</sup>がクロスプライ長方形板の非定常熱伝導・応力問題を明らかにしているが、連続体理論による研究では解析対象構造物の形状や境界条件が理想化された場合に限られることが多い。

一方、ハイブリッド積層材料の熱伝導問題を有限要素法によって解析するには、異種材料間の熱伝導を評価するために、本来、三次元ソリッド要素によるモデ

ル化が必要である。しかしながらハイブリッド積層材料は薄肉構造物に应用されることが多く、三次元ソリッド要素を用いる場合には、アスペクト比の増大による誤差や入力データ作成の煩雑さ等の問題が発生し、実用上解析が困難であるのが現状である。これに対して、薄肉構造物では板厚方向には熱が非常に短時間に伝導し、面内方向に比べ無視することができると仮定すると、ハイブリッド積層複合材料を等価な熱伝導特性を有する膜要素によりモデル化することができ、小規模なモデルでしかも精度良く熱伝導解析を行うことが可能となる。等価剛性モデルについてはこれまで多くの研究がなされているが、熱伝導に関するこのようなモデル化はまだ行われていない。

本研究では、このような仮定からハイブリッド積層材料薄肉構造物の非定常熱伝導解析プログラムを開発した。本プログラムでは、各要素の局所座標系への変換を利用して二次元熱伝導問題に帰着させる解析方法をとることにより、自由度数を大幅に低減し、パーソナルコンピュータを用いても実用的な解析を行うことができるシステムとした。また、材料異方性の主軸が要素の座標軸に対して傾きを有する場合の熱伝導方程式を全微分公式より導出することで、任意角度に積層された熱異方性材料の解析を可能としたことも本プログラムの大きな特徴である。

\* 平成5年4月1日 第70期通常総会講演会において講演、原稿受付 平成5年10月14日。

<sup>\*1</sup> 正員、三重大学教育学部 (〒514 津市上浜町 1515)。

<sup>\*2</sup> 正員、大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田丘 2-1)。

## 2. 解析手法

2. 1 三次元薄肉構造物のモデル化 三次元的な広がりをもつ積層構造物を、有限要素法により構造解析を行う場合には、本来三次元ソリッド要素を用いたモデル化が必要であるが、薄肉構造物を対象とした場合には、板厚方向の変化量を無視し自由度を低減することにより、二次元構造物として取り扱うことが可能である。また、節点温度がスカラー量であることから、薄肉構造物の熱伝導問題は二次元平面に展開して解析することができる。すなわち、図1に示すように、各要素について方向余弦ベクトル  $\{l_x\}$ ,  $\{l_y\}$ ,  $\{l_z\}$  を求め、それぞれの成分を要素とする座標変換マトリックスによって各節点座標  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  を  $xy$  平面上の座標  $(x, y)$  に次式のように変換する。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \{l_x\}^T \\ \{l_y\}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} \quad \text{----- (1)}$$

これにより、薄肉三次元構造物の熱伝導問題が二次元平面問題に展開されたことになる。

2. 2 直交異方性材料の熱伝導問題 ハイブリッド積層材料薄肉構造物の各層は、二次元直交異方性板として取り扱うことができ、その面内非定常熱伝導の支配方程式は、次のように表すことができる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left[ \lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial s} \left[ \lambda_s \frac{\partial T}{\partial s} \right] + Q \quad \text{---- (2)}$$

ここで、 $T$ : 温度、 $\rho$ : 密度、 $c$ : 比熱、 $\lambda_r$ ,  $\lambda_s$  はそれぞれ材料主方向の熱伝導率、 $Q$ : 内部の発熱、 $r$ ,

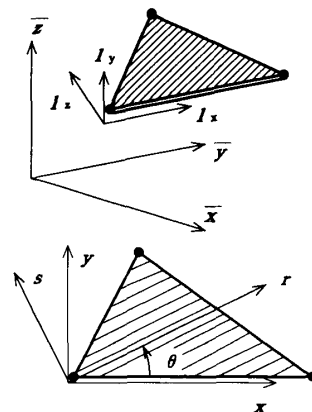


図1 熱伝導解析のための膜要素モデル

$s$  はそれぞれ材料主方向の座標系を表す。

形状関数  $N$  を重みとして Galerkin 法を適用すれば、

$$\int N^T \left[ \left( \lambda_r \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \lambda_s \frac{\partial^2 T}{\partial s^2} \right) + Q - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right] dV = 0 \quad \text{---- (3)}$$

となる。

いま、図1に示すように、材料の主方向と局所座標とのなす角度が  $\theta$  であるとする、全微分公式を用いて式(3)の主方向成分は、次式によって  $x$ ,  $y$  方向成分に書き直すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} &= \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} m^2 + \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} mn + \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial x} mn + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} n^2 \\ \frac{\partial^2 T}{\partial s^2} &= \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} n^2 - \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} mn - \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial x} mn + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} m^2 \end{aligned} \right\} \quad \text{---- (4)}$$

ここで  $m = \cos \theta$ ,  $n = \sin \theta$  である。これを式(3)に代入すると、熱伝導方程式は、

$$\int N^T \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (\lambda_r m^2 + \lambda_s n^2) + \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial x} \right) (\lambda_r - \lambda_s) mn + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} (\lambda_r n^2 + \lambda_s m^2) + Q - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right] dV = 0 \quad \text{---- (5)}$$

となる。これをマトリックス表示すると、各要素の方程式は、

$$c \left\{ \frac{\phi(t)}{\partial t} \right\} + k \phi(t) = f(t) \quad \text{----- (6)}$$

となる。ここで、 $\phi(t)$  は時刻  $t$  における節点温度ベクトルを表し、 $c$ ,  $k$  と  $f(t)$  はそれぞれ熱容量、熱伝導マトリックスと熱流束ベクトルである。薄肉構造物を対象とした場合、板厚方向の温度分布を無視できるとすると、それぞれのマトリックスは、各層のマトリックスの和として次式により求められる。

$$c = \sum_{L=1}^{NTL} \left[ \int v_L \rho_L c_L N^T N dV \right] \quad \text{----- (7)}$$

$$k = \sum_{L=1}^{NTL} \left[ \int v_L \{ B_1^T B_1 (\lambda_{Lr} m^2 + \lambda_{Ls} n^2) + (B_1^T B_2 + B_2^T B_1) (\lambda_{Lr} - \lambda_{Ls}) mn + B_2^T B_2 (\lambda_{Lr} n^2 + \lambda_{Ls} m^2) \} dV \right] \quad \text{---- (8)}$$

$$f(t) = \sum_{L=1}^{NTL} \left[ \int_{V_L} Q_L(t) N^T dV - \int_{S_L} q_L(t) N^T dS \right] \quad (9)$$

ここで  $L$  は各層の番号を表し、 $NTL$  は総積層数である。 $B_1$ 、 $B_2$  は次式で示されるような形状関数  $N$  の  $x$ 、 $y$  による導関数である。

$$\{B_1, B_2\} = \left\{ \frac{\partial N}{\partial x}, \frac{\partial N}{\partial y} \right\} \quad (10)$$

また、 $V_L$ 、 $S_L$  はそれぞれ各要素の体積および表面積であり、 $Q$  は発熱量、 $q$  は熱伝達量を表す。特に、薄肉構造物では物体表面からの熱伝達量が大きいことから、非定常解析では各要素温度  $T(t)$  と外気温度  $T_0$  との差から熱伝達量  $q$  を次式のように熱伝達係数  $\alpha$  を用いて決定する必要がある。

$$q = \alpha \{ T(t) - T_0 \} \quad (11)$$

式(6)の各要素の熱伝導方程式を組み合わせることによって、系全体の方程式が次のように求められる。

$$C \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} + K \phi(t) = F(t) \quad (12)$$

ここでマトリックス  $C$ 、 $K$  およびベクトル  $F(t)$  は、各要素のマトリックス  $c$ 、 $k$  およびベクトル  $f(t)$  の成分を対応する節点について足し合わせるによって求められる。

非定常熱伝導方程式(12)は、Crank-Nicolson 法により、次式のように解くことができる<sup>(3)</sup>。

$$\left\{ \frac{1}{2} K + \frac{1}{\Delta t} C \right\} \phi(t + \Delta t) = \left\{ -\frac{1}{2} K + \frac{1}{\Delta t} C \right\} \phi(t) + \frac{1}{2} F(t + \Delta t) + \frac{1}{2} F(t) \quad (13)$$

ここで、 $\Delta t$  は時間刻みである。

### 3. 解析例

開発したシステムにより非定常熱伝導解析を行った。まず、図2に示すようなアルミニウム-CFRPハイブリッド積層板(40×40×7mm, アルミニウム2mm×2層, CFRP1mm×3層)について、加熱成形条件を考慮し、初期温度20℃で上下面を200℃に加熱し、側面を20℃に固定した場合の断面の温度分布を求めた。積層板の対称性から断面の1/4を総要素数100、総節点数341でモデル化し、対称面は断熱境界とした。時間刻み0.01秒で、定常状態となる1.0秒までの熱伝導を解析した。図3に解析に用いたモデルを、表1に材料の諸元を示す。

表1 材料の諸元

	CFRP	Aluminum
Heat Conductivity [J·(m·sec·K) <sup>-1</sup> ]	42.0 7.0	236.
Specific Heat [J·(kg·K) <sup>-1</sup> ]	500.	880.
Density [kg·m <sup>-3</sup> ]	1620.	2690.

解析結果として0.1、0.5および1.0秒後の温度分布状態を図4に示す。また図5には、板端部より5mmの位置の積層界面に設定した点A、Bのそれぞれの温度の変化を示す。

これらによると、材料による熱伝導率の差から界面近傍で温度差が生じており、加熱成形時のような厳しい境界条件での熱応力解析においては、このような断面の詳細な解析が必要であることがわかる。

次に、図6に示すような2層積層CFRP正方形板について、中央部分を加熱した場合の温度分布を調べた。積層角度は、0°、±30°、±45°の3種類で、中央

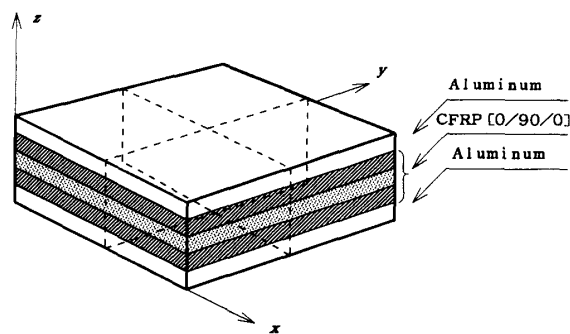


図2 アルミニウム-CFRPハイブリッド積層板

部分の温度を $200^{\circ}\text{C}$ に固定し、初期温度は $0^{\circ}\text{C}$ 、周辺は断熱境界として解析を行った。総要素数81、総節点数280で、時間刻みは2.0秒とし20秒後までの熱伝導状態を解析した。

熱伝導解析結果として、時刻 $t=10\text{sec}$ における温度

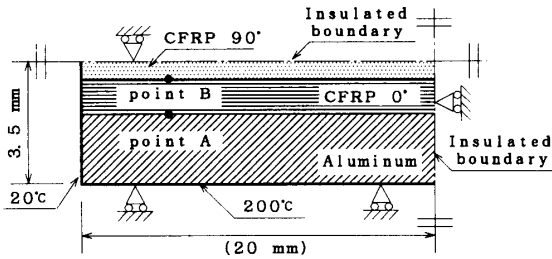
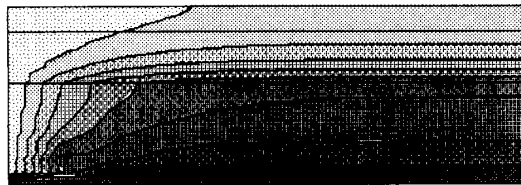


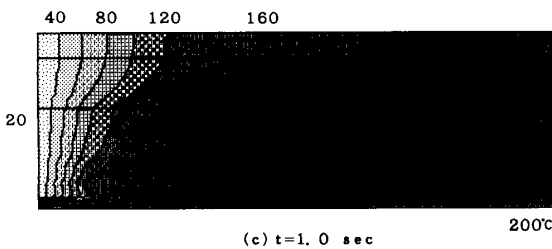
図3 断面の非定常熱伝導解析モデル



(a)  $t=0.1\text{sec}$



(b)  $t=0.5\text{sec}$



(c)  $t=1.0\text{sec}$

図4 ハイブリッド積層板の温度分布状態の変化

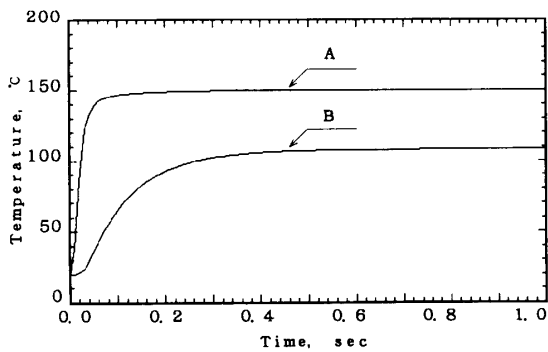


図5 積層界面における温度変化

分布状態を図7に示す。これによれば、積層角度が大きくなるにつれて熱伝導の異方性が緩慢になり、特に $\pm 45^{\circ}$ では疑似等方性挙動を示すことがわかる。

最後に、図8に示すような積層角度 $45^{\circ}$ のCFRP単層円筒について、全体を $0^{\circ}\text{C}$ とし端部を $200^{\circ}\text{C}$ に加熱した場合の熱伝導解析を行った。総要素数80、総節点数256でモデル化し、時間刻みは60秒で600秒後まで

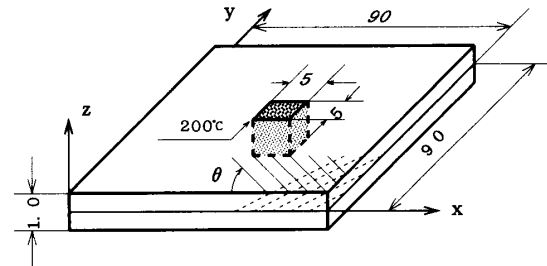
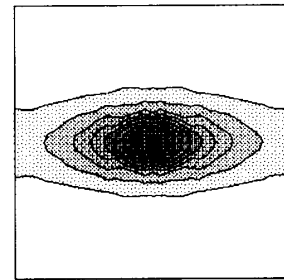
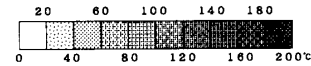
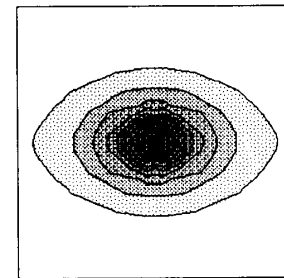


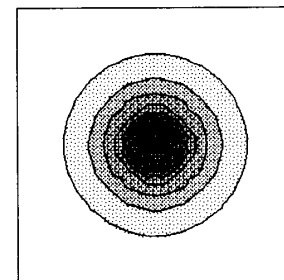
図6 CFRPクロスプライ正方形板の熱伝導問題



(a)  $[0^{\circ}]$



(b)  $[\pm 30^{\circ}]$



(c)  $[\pm 45^{\circ}]$

図7 CFRPクロスプライ正方形板の積層角度による温度分布の変化

の熱伝導状態を解析した。ここでは、薄肉構造物の表面からの熱伝達特性を調べるために、真空中のような熱伝達のない場合と、 $T_0 = 0^\circ\text{C}$ の大気中で熱伝達係数が $\alpha = 5.0[\text{W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K})^{-1}]$ の場合の2種類の条件において熱伝導状態を解析し、温度分布を比較した。

解析結果として、時刻 $t=600\text{sec.}$ における温度分布を図9に示す。これによると、いずれの場合にも熱が繊維方向に高速に伝導し、円筒周方向に伝わる状況が示されており、三次元薄肉構造物の解析が正しく行われていることがわかる。また、熱伝達のない場合には円筒全体の温度が急速に上昇している一方で、熱伝達がある場合には、供給される熱量と熱伝達が平衡状態を保ち、定常状態に達していることがわかる。このことより、宇宙空間などの熱伝達のほとんどないような特殊な環境で使用される構造物の熱伝導問題を扱う場合には、大気中で使用される場合と結果が大きく異なることから注意が必要であることが示された。

#### 4. おわりに

本研究では、CFRP等強い異方性を有する複合材料の熱伝導問題を膜要素によってモデル化する手法を提案し、金属材料等を含むハイブリッド積層材料構造物のための非定常熱伝導解析プログラムを開発した。提案した手法では、全微分公式を用いて要素座標系での支配方程式を導出することにより任意方向に積層された一方向積層材料の熱伝導問題の解析を可能とした。

開発したプログラムにより積層複合材料構造物の解析を行った。その結果から、薄肉構造物の熱伝導問題では、板厚方向の温度分布は短時間で均一になるが、温度差の大きい境界条件では断面の詳細な熱伝導解析が必要であることがわかった。また、クロスプライ積層板の解析から、積層角度によって熱伝導速度の異方性が大きく変化することも明らかとなった。さらに、円筒構造物の熱伝導解析から、薄肉構造物では表面の熱伝達が温度分布に与える影響が大きいこともわかった。

最後に、プログラム開発において三重大学教育学部岩永麻君の協力を得たことを記し、謝意を表する。

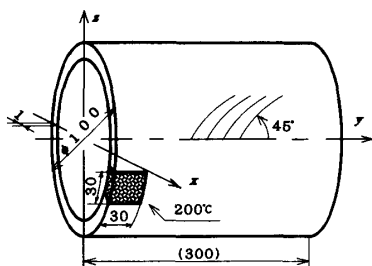
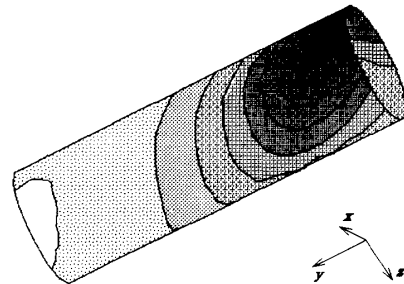
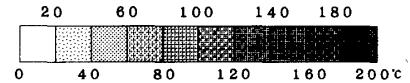


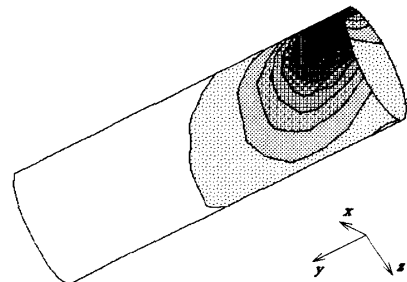
図8 CFRP単層円筒の熱伝導問題

#### 参考文献

- (1) J.N. Reddy, *Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics*, 51(1984), 745.
- (2) 谷川・大多尾・高原, 機論, 58-549, A (1992), 712.
- (3) 鷲津・宮本・山田・山本・川井, 有限要素法ハンドブックⅡ, 培風館, (1983), 686.



(a) 熱伝達のない場合



(b) 熱伝達のある場合 ( $\alpha = 5.0 \text{ W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K})^{-1}$ ,  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ )

図9 CFRP単層円筒の熱伝導状態における熱伝達の影響 (600sec.後の温度分布)