

## パーソナルコンピュータ用の対称積層構造材の振動特性解析法の研究\* (第1報, ACM要素による固有値解析)

鈴木浩平\*<sup>1</sup>, 松本金矢\*<sup>2</sup>, 座古 勝\*<sup>3</sup>

### A Study on Vibration Analysis of Symmetrically Laminated Composite Plates Provided for Personal Computer (1st report, Eigenvalue analysis by use of ACM elements)

Kohei SUZUKI, Kinya MATSUMOTO, and Masaru ZAKO

This paper presents an efficient FEM eigenvalue analysis technique for symmetrically laminated composite plates by using a personal computer. In order to realize the analysis on a personal computer, a 12 d. o. f. ACM element considering the anisotropic behavior of symmetrically laminated composite is formulated and a subspace iteration algorithm is used for the analysis. A shaking test using CFRP symmetrically laminated composite plates is performed to prove the effectiveness of the method. It has been shown from the study that the proposed technique could be of practical use for plates with a wide variety of fiber angle and dynamic coupling between bending and torsion.

**Key Words:** Vibration, FEM, Eigenvalue Analysis, ACM Element, Subspace Iteration Method, Personal Computer, Symmetrically Laminated Composite Plate, Fiber Angle

#### 1. 緒 言

FRPなどの繊維強化形の複合材料は、強い直交異方性を示すので、力学的解析を行う場合にはその特性を考慮する必要がある。特に曲げ荷重を受けるFRP構造物では、曲げ剛性を大きくするために、単層材をさまざまな角度で対称積層した積層材として用いることが多く、単層材の力学的特性ばかりでなく、複雑な積層角度の組合せを有する積層材全体としての特性を正しく評価しなければならない。そのためには単純な二次元の薄板構造物に対しても、複雑な方向性を有する三次元構造物としての取扱いが必要であり、その解析には、大形計算機を必要とするはん用有限要素法プログラムを用いるのが一般的である。

このような手法を用いたものとして、Grady, Sunら<sup>(1)</sup>や、Murthy, Chamisら<sup>(2)</sup>の研究などがある。Gradyらの研究はクラックをもつ積層材の振動を、またMurthyらの研究はノッチをもつ積層材の振動を

実験と解析から明らかにしたものであり、どちらもはん用プログラムを用いて単純なはり構造物を三次元構造物として解析している。しかしながらこの手法では、複雑な形状をもつ構造物や異種材料を含む構造物の解析を行う場合、入力データが膨大となり、実用的であるとは言い難い。

一方、有限要素法による構造解析ではマイクロコンピュータによる簡便な解析手法の開発とスーパーコンピュータによる高速・高精度解析手法の開発という2局化が進んでいる。その一方の立場から、対称積層材の振動を単純なモデルに置き換え、パーソナルコンピュータを用いて解析しようとする試みが、Chen, Yangら<sup>(3)</sup>によってなされている。Chenらの研究は、八自由度はり要素と十八自由度の適合三角形板曲げ要素を用いて対称積層された積層材の静解析、固有値解析、および座屈解析を行い実験結果と比較したものである。これによると、固有値解析に関しては、解析結果と実験結果とが非常に良い一致を示しているが、肝心の積層材のモデル化手法については具体的に言及されておらず、また実験方法、材料定数の決定方法についても明らかにされていない。さらに、振動モードに関する研究のアプローチはなされていない。

積層材の振動を二次元の板曲げ問題としてモデル化

\* 昭和63年10月19日 第66期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和63年5月16日。

<sup>1</sup> 正員、東京都立大学工学部 (〒158 東京都世田谷区深沢2-1-1)。

<sup>2</sup> 準員、東京都立大学大学院。

<sup>3</sup> 正員、三重大学教育学部 (〒514 津市上浜町1515)。

する手法を開発すれば、高自由度を要する適合要素によらなくても、解の収束性が証明されている低自由度の非適合要素により、高速でしかも大規模な構造物の振動解析をパーソナルコンピュータを用いて行うことができる。

本論文ではこの点に着目し、任意の積層角度をもつ対称積層材の面外振動を、二次元の板曲げ問題にモデル化する手法を提案し、非適合長方形要素 (ACM 要素) を用いた有限要素固有値解析法をパーソナルコンピュータによって実現するプログラムを作成した。

そのプログラムを用いて等方性材料の解析を行い、Ritz の方法による近似解と比較し、要素分割による解の収束性および計算精度、さらに計算時間について検討した。またその応用として、CFRP 積層板の解析を行い、加振実験との比較から、固有振動数・固有振動モードについて、本手法の有効性を明らかにした。

2. 解析方法

2.1 対称積層材のモデル化手法 有限要素法による構造解析において、剛性マトリックス  $[K]$  は、解析対象の材料特性によって決定される応力-ひずみ関係マトリックス  $[D^*]$  と、使用する有限要素によって決まるひずみ-変位関係マトリックス  $[B]$  とから、

$$[K] = \iint [B]^T [D^*] [B] dx dy \dots\dots\dots (1)$$

と表される。

板曲げ問題における応力-ひずみ関係マトリックス  $[D_B]$  は、等方性材料などのように、応力が板厚方向に対して線形変化している場合は、面内変形問題における応力-ひずみ関係マトリックス  $[D]$  を用いて、

$$[D_B] = \frac{t^3}{12} [D] \dots\dots\dots (2)$$

で表される。ここで、 $t$  は板厚を表す。

直交異方性材の板曲げ問題における剛性マトリックスは、Zienkiewicz らによってすでに計算されており、ACM 要素を用いた場合の結果が陽な形で与えられている<sup>(4)</sup>。しかしながら、そのマトリックスを直接用いることができるのは、異方性材料の主軸が  $x$ - $y$  座標軸に一致している単層材の場合だけに限られており、 $x$ - $y$  座標軸に対して異方性材料の主軸が傾きをもつ斜交積層材のような、最も一般的な場合の剛性マトリックスは新たに計算する必要がある。

図1に示すような、直交異方性を有する一方向繊維強化単層材を  $N$  層対称積層した積層材の板曲げ問題における応力-ひずみ関係マトリックスを考える。

第  $k$  番めの単層材の二次元面内変形問題における

主方向応力-ひずみ関係マトリックスを、

$$[D]_k = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ & d_{22} & 0 \\ \text{sym.} & & d_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

とし、その  $x$ - $y$  座標軸方向における応力-ひずみ関係マトリックスを、

$$[\bar{D}]_k = \begin{bmatrix} \bar{d}_{11} & \bar{d}_{12} & \bar{d}_{16} \\ & \bar{d}_{22} & \bar{d}_{26} \\ \text{sym.} & & \bar{d}_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

とすると、その関係は座標変換公式より、

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}_{11} &= d_{11}c^4 + 2(d_{12} + 2d_{66})s^2c^2 + d_{22}s^4 \\ \bar{d}_{12} &= (d_{11} + d_{22} - 4d_{66})s^2c^2 + d_{12}(s^4 + c^4) \\ \bar{d}_{22} &= d_{11}s^4 + 2(d_{12} + 2d_{66})s^2c^2 + d_{22}c^4 \\ \bar{d}_{16} &= -(d_{11} - d_{12} - 2d_{66})sc^3 - (d_{12} - d_{22} + 2d_{66})s^3c \\ \bar{d}_{26} &= -(d_{11} - d_{12} - 2d_{66})s^3c - (d_{12} - d_{22} + 2d_{66})sc^3 \\ \bar{d}_{66} &= (d_{11} + d_{22} - 2d_{12} - 2d_{66})s^2c^2 + d_{66}(s^4 + c^4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここで  $s$  は  $\sin \theta_k$  を、 $c$  は  $\cos \theta_k$  を表す。

積層材における応力は、各単層材内部においては板厚方向に対して線形変化していると考えられるが、各単層材の弾性特性が異なる場合には、積層材全体としては非線形に変化することになる。したがって、二次元面内変形問題における応力-ひずみ関係マトリックスのように、各単層材の応力-ひずみ関係マトリックスの一次結合によって積層材全体のそれを求めることはできない。

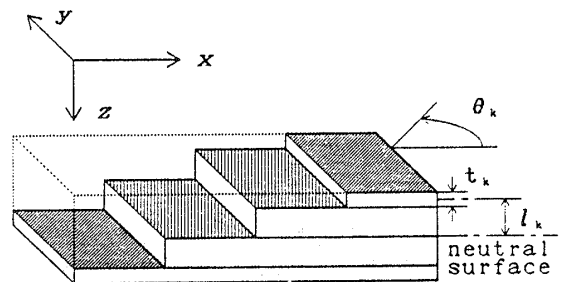


図1 対称積層材の座標系

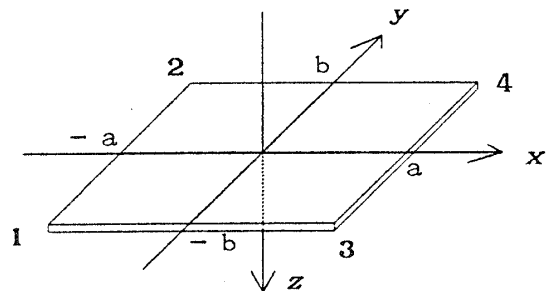


図2 ACM要素の座標系

ここで、薄板の曲げ問題ではひずみが板厚方向に対して線形変化するという仮定を用いると、各単層材の曲げ剛性を正しく評価した積層材の応力-ひずみ関係マトリックスを導くことができる。本研究で提案する手法は、積層材全体の中立面から各単層材までの距離を用いて、積層材の応力-ひずみ関係マトリックスを、次式のように定義するところに特徴をもつ。

$$[D_B] = \sum_{k=1}^N \left( \frac{t_k^3}{12} + t_k l_k^2 \right) [D]_k \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 $l_k$ は積層材の中立面から第  $k$  番めの単層材までの距離を、また  $t_k$ はその単層材の板厚を表す。

この提案式(6)を用いて、図2に示すACM要素の場合の剛性マトリックスは次式のように表される。

$$[K] = ([C]^{-1})^T \iint [Q]^T [D_B] [Q] dx dy [C]^{-1} \dots\dots\dots(7)$$

ここで、マトリックス  $[C]$  は、節点の座標により決定されるマトリックスで、成分を列挙すれば、

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1^3 & x_1^2 y_1 & x_1 y_1^2 & y_1^3 & x_1^3 y_1 & x_1 y_1^3 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 & x_2^3 & x_2^2 y_2 & x_2 y_2^2 & y_2^3 & x_2^3 y_2 & x_2 y_2^3 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & x_3 y_3 & y_3^2 & x_3^3 & x_3^2 y_3 & x_3 y_3^2 & y_3^3 & x_3^3 y_3 & x_3 y_3^3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4^2 & x_4 y_4 & y_4^2 & x_4^3 & x_4^2 y_4 & x_4 y_4^2 & y_4^3 & x_4^3 y_4 & x_4 y_4^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -x_1 & -2y_1 & 0 & -x_1^2 & -2x_1 y_1 & -3y_1^2 & -x_1^3 & -3x_1 y_1^2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -x_2 & -2y_2 & 0 & -x_2^2 & -2x_2 y_2 & -3y_2^2 & -x_2^3 & -3x_2 y_2^2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -x_3 & -2y_3 & 0 & -x_3^2 & -2x_3 y_3 & -3y_3^2 & -x_3^3 & -3x_3 y_3^2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -x_4 & -2y_4 & 0 & -x_4^2 & -2x_4 y_4 & -3y_4^2 & -x_4^3 & -3x_4 y_4^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_1 & y_1 & 0 & 3x_1^2 & 2x_1 y_1 & y_1^2 & 0 & 3x_1^2 y_1 & y_1^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_2 & y_2 & 0 & 3x_2^2 & 2x_2 y_2 & y_2^2 & 0 & 3x_2^2 y_2 & y_2^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_3 & y_3 & 0 & 3x_3^2 & 2x_3 y_3 & y_3^2 & 0 & 3x_3^2 y_3 & y_3^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_4 & y_4 & 0 & 3x_4^2 & 2x_4 y_4 & y_4^2 & 0 & 3x_4^2 y_4 & y_4^3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(8)$$

となり、その逆マトリックスは解析的に求められる。また、式(6)で決定されたマトリックス  $[D_B]$  を、

$$[D_B] = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 & D_3 \\ & D_4 & D_5 \\ \text{sym.} & & D_6 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

とし、式(7)の剛性マトリックスの積分記号内の乗算および積分を代数的に行えば、次式のようになる。

$$\begin{matrix} 4 \times \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 4D_1 ab & -4D_2 ab & 4D_2 ab & 0 & 0 \\ & & 4D_3 ab & -4D_3 ab & 0 & 0 \\ & & & 4D_4 ab & 0 & 0 \\ & & & & 12D_1 a^3 b & -8D_3 a^3 b \\ & & & & & 4/3 D_1 ab^3 + 16/3 D_4 a^2 b \end{bmatrix} \\ \text{Symmetrical} \end{matrix} \dots\dots\dots(10)$$

**2.2 固有値解析プログラム** 本研究で提案したモデル化の手法を用いて、パーソナルコンピュータで実行できる積層材の固有値解析プログラムを作成する。

パーソナルコンピュータによる振動解析を実現するためには、計算時間や記憶容量の制限から、効率良い解析手法を取り入れる必要があり、本プログラムでは固有値解析法に、振動問題で重要となる絶対値の小さい固有値を求めることのできるサブスペース法を用いることなどにより、効率化を図っている。

本プログラムのフローチャートを図3に示す。

まず入力データをファイルから読み込み、積層材の場合には各単層材の積層角度に応じて、 $x-y$ 座標軸方向の応力-ひずみ関係マトリックスを座標変換によって算出し、提案式(6)にしたがって積層材全体としての応力-ひずみ関係マトリックスを作成する。それを用いて構造全体の剛性マトリックスおよび質量マトリックスを作成する。ここで計算の効率化を図るために、剛性マトリックスをLU分解し、それを記憶する。剛性および質量マトリックスの記憶にはスカイライン法を用いており、パーソナルコンピュータでの解析にとって重要なメモリの効率化を行っている。次に、一般化ヤコビ法を併用したサブスペース法によって固有値解析を行い、固有値と固有ベクトルを求めファイルに出力する。

本研究では、パーソナルコンピュータのグラフィック機能を活用したプリ・ポストプロセッサも作成している。プリプロセッサは、自動要素分割を行い、入力データの作成・修正を容易に行うことができるようにしたものである。また、ポストプロセッサは、画面上に振動モードのアニメーション表示などを行い、解析結果

に対する考察・分析を支援するためのものである。

**3. 計算精度および計算時間に関する検討**

本プログラムの計算精度、収束性を確認するために、等方性材料の正方形板の固有振動数を求め、Ritzの方法による近似解と比較した。また、いくつかの分割状態で計算時間を測定した。

**3.1 解析条件および結果** 分割状態は、縦横それぞれ4, 6, 8, 10の等分割の4条件で行い比較した。また、境界条件は周辺固定および周辺支持の2条件で行った。計算に用いた材料の諸元を表1に示す。

解析結果として、固有振動数のRitz解との比較を

表1 解析例の諸元

E [GPa]	214.3	a [m]	1.00
G [GPa]	82.4	b [m]	1.00
$\nu$	0.30	t [m]	0.001
$\rho$ [kgm <sup>-3</sup> ]	7900		

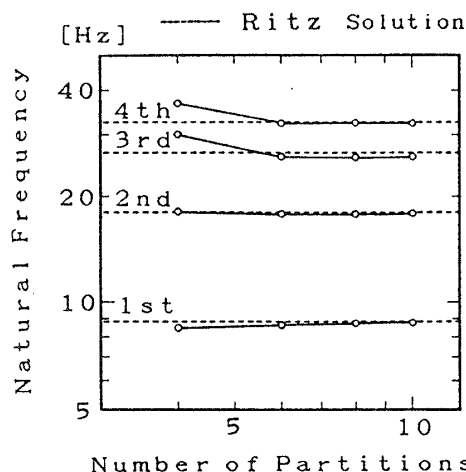


図4 分割数に対する解の精度・収束性 (周辺固定)

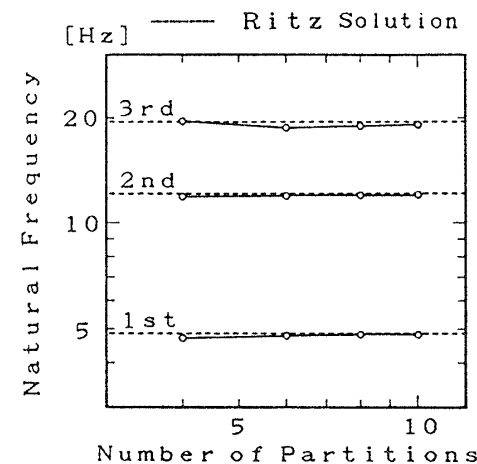


図5 分割数に対する解の精度・収束性 (周辺支持)

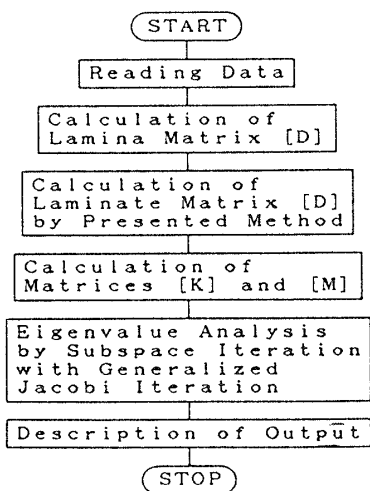


図3 固有値解析のフローチャート

図4および図5に示す。図4, 5では横軸に分割数, 縦軸に固有振動数を取り, Ritz解による一次から三次または四次までの固有振動数を破線で示している。

本プログラムによる固有値解析の計算時間と解析対象物の総節点数との関係を図6に示す。これはCPUに80286を用い, 数値演算プロセッサ80287を付加した状態で, 一次から十次までの固有値・固有ベクトルを求めた場合の結果である。

**3.2 解析結果に対する考察** 図4の結果をみると, 6, 8および10分割においては, 四次までの固有振動数がRitz解に対して誤差3%以内で精度良く計算されている。また分割数の増加に伴って, 全体として解析解がRitz解の下側から収束している。これは, ACM要素の特徴であることが文献<sup>(6)</sup>に示されており, 本プログラムの収束性を裏付けるものである。

4分割状態の高次の振動において解析解がRitz解に対して高い値を示しているのは, 分割数の不足から固有値解析の特性によって生じたものであると考えられる。

同様のことが周辺支持状態の場合の結果を表す図5についてもいえる。すなわち, 粗い分割状態の高次振動が, Ritz解に対して高い固有振動数を与えているが, 全体としてはRitz解の下側から収束している。また, 周辺支持状態ではすべての解が, Ritz解に対して4%以内の誤差で一致している。

計算時間を示す図6より, 総節点数150の場合においても解析に要する時間は10min未滿で, パーソナルコンピュータを用いた解析としては実用上十分と考えられ, 本プログラムの手法が有効であることを示している。

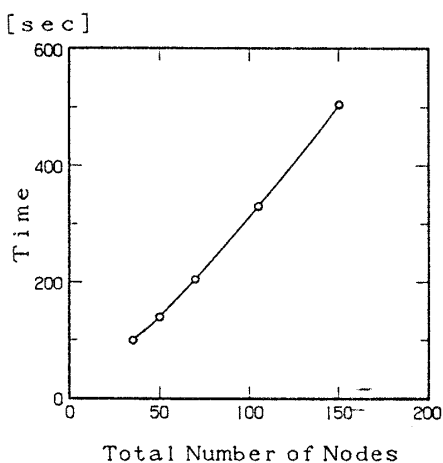


図6 計算時間

#### 4. 積層板片持ばりの固有振動数

等方性材料構造物に対する解析精度および解の収束性が明らかとなったので, 次に異方性を有する積層材料構造物の解析を行い, 実験による結果と比較することにより, 本手法の積層材料の解析に対する有効性を検証する。

解析の対象は, 一方向CFRPの四層積層板片持ばりである。CFRPは非常に強い異方性を示し, その固有振動数は積層角度によって大きく変化することが予想される。また, 一般にFRP積層板では, 引張荷重によるねじり力(カップリング力)が生じないように対称積層されるが, その結果, 曲げとねじりの連成振動が発生することになり, その振動モードを解析することは設計の立場からも興味がある。

したがって, ここではCFRP積層材料片持ばりについて, 固有振動数の積層角度に対する変化とその振動モードについて調べた。

**4.1 CFRP積層板の加振実験** 実験には, オートクレーブ成形(130°C×2hr)された四層構造のCFRP対称斜交積層板で, 積層角度が0, ±30, ±45,

表2 CFRP積層板の材料定数

$E_1$ [GPa]	107.1
$E_2$ [GPa]	8.1
$G$ [GPa]	4.06
$\nu$	0.26
$\rho$ [ $\text{kgm}^{-3}$ ]	1500

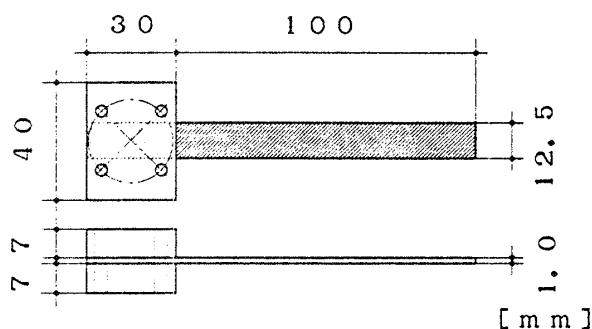


図7 試験片および固定チャック形状

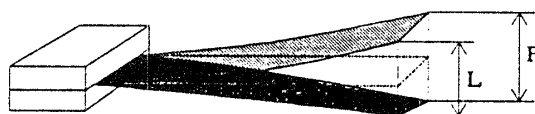


図8 曲げとねじりの連成振動状態

表3 積層角度による固有振動数の変化

mode	upper-Exp. lower-Present [Hz]				
	Fiber Angle				
	0°	30°	45°	60°	90°
1st	131	73	53	40	38
	134	76	51	40	37
2nd	813	438	320	246	238
	842	474	322	251	232
3rd	2222	1253	897	678	638
	2358	1354	920	708	650
4th	4337	2459	1790	1328	1253
	4608	2725	1862	1405	1273
5th	7113	4140	3027	2215	2066
	7573	4663	3175	2357	2105

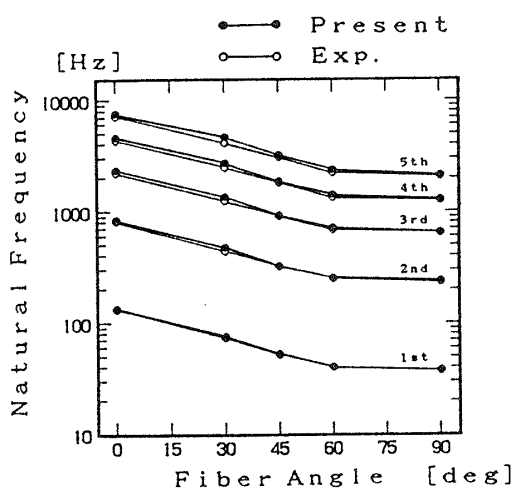


図9 積層角度による固有振動数の変化

±60, 90°の5種類のものを用いた。試験片および固定チャックの形状を図7に示す。90°の試験片は強度が小さいので、加振実験に耐えられるように板厚2mmのものを用いた。

表2に材料定数を示す。繊維強化複合材料は、引張と圧縮に対する縦弾性係数が異なるため、ここでは一次の曲げ振動モード形に対応した、たわみ試験により縦弾性係数の値を求めた。また、横弾性係数は測定が困難であるので、0, 45, 90°方向のそれぞれの縦弾性係数を用いて座標変換公式により算出した。

実験方法は、正弦波発生装置と小形加振機により正弦波スイープ加振を行い、試験片先端部分の応答を非接触変位計で測定した。入力波との共振振動数を、デジタルカウンタで読取ることにより試験片の固有振動数を測定した。振動モードはストロボスコープを用いて確認した。

また、曲げとねじりの連成振動状態を測定するために、図8に示すように、一次の固有振動状態における片持ちばり先端部分の左右それぞれの変位を測定顕微鏡を用いて測定し、その比を求めた。

長手方向10分割、横方向2分割の20要素モデルを

表4 連成振動による左右先端部の変位

Fiber Angle	Ratio (R/L)	
	Present	Exp.
0°	1.000	1.000
±30°	1.069	1.058
±45°	1.026	1.026
±60°	1.009	1.007
90°	1.000	1.000

用い、境界条件は一端固定として解析した。

固有振動数の解析値と実験平均値との比較を、表3および図9に示す。図9は横軸に積層角度、縦軸に固有振動数を取り、曲げ振動の一次から五次までの結果を対数表示したものである。なお90°積層材料は、板厚が2mmであるので、比較するために固有振動数を2で割って、板厚が1mmであるとした場合の値を算出し表示している。

また、曲げとねじりの連成振動モード状態の測定結果と解析結果の比較を表4に示す。

**4.2 解析結果と実験結果との比較** 表3および図9に示すように、固有振動数の解析値と実験値との誤差は最大で12%であり、積層角度の増加に伴い固有振動数が低下するという傾向が、精度良く解析されていることがわかる。

また表4から、曲げとねじりの連成振動の状態が正しく解析されていることがわかり、本手法が積層材の固有振動数だけでなく、固有振動モードの解析に対しても有効であることが明らかである。

## 5. 結 言

任意の積層角度をもつ積層板の振動を二次元板曲げ問題にモデル化する手法を提案し、それによる固有値解析プログラムを開発した。

その実用性の検証として、等方性材料正方形板の解析を行い、Ritzの方法による近似解と比較し、また、一方向積層板の加振実験を行い、解析結果と比較した。それらの結果から、本手法が安定した収束性とRitz解に対する高い計算精度を有しており、また、提案した振動解析手法が、任意の角度に積層された一方向対称積層材料の振動解析に対して有効であることが明らかとなった。

本研究を行うにあたり、実験のご指導をいただきました東京都立大学の三森友彦、曾根彰両助手に感謝いたします。また、試験片を提供していただいた東亜燃料工業(株)総合研究所に謝意を表します。

## 文 献

- (1) Grady, J.E. and Sun, C.T., Composite Materials: Fatigue and Fracture, *ASTM Spec. Tech. Publ.* 907 (1986), 5-31.
- (2) Murthy, P.L.N. and Chamis, C.C., Composite Materials: Testing and Design, *ASTM Spec. Tech. Publ.* 893, (1986), 368-391.
- (3) Chen, A.T. and Yang, T.Y., *J. Compos. Mater.*, 21, (1987), 441-453.
- (4) Zienkiewicz, O.C. and Cheung, Y.K., *Proc. Inst. Civ. Eng.*, 28, (1964), 471-488.
- (5) Zienkiewicz, O.C., 基礎工学におけるマトリックス有限要素法, (昭57), 206, 培風館.
- (6) 松本・鈴木・座古, 第17回FRPシンポジウム前刷集, (昭63), 118-121.

## 討 論

〔質問〕 浅野直輝〔茨城大学工学部〕

詳細な実験と計算結果の一致から、式(6)の関係を証明したことは今後の複合材料の力学的な挙動の解明のために大変意義あるものと評価している。さらに、複合材料の設計にパーソナルコンピュータの利用を実現したことに対して、下記の質問(4)の立場から敬意を表す。次の点について質問させていただく。

(1) 質量マトリックスには分布質量系と集中質量系がある。どちらの質量系マトリックスを用いたのかご教示願いたい。

(2) 使用したコンピュータと言語は何か。また使用した記憶容量がわかればご教示願いたい。

(3) 固有値解析の精度を上げるために、原点移動を施したか。

(4) 質問者はパーソナルコンピュータによる解析法の研究を次のように考えている。近年パーソナルコンピュータなどの小容量計算機の性能が向上し、かつ安価に入手できるようになり、従来の大形・中形計算機による解析業務の多くがグラフィックなどの入出力処理の容易な小容量計算機の側へ移りつつある。その結果、大形・中形計算機の導入困難な中小企業的设计業務や学生の実験・計算が容易になり、さらに計算機資源の有効利用のうえからも大変好ましいものと考えられる。しかし小容量計算機の演算速度や使用できる記憶容量などから、小容量計算機は専用化・占有化されて利用され、取扱う問題や条件によって小容量計算機で処理不可能な場合に大形・中形計算機を補足的に利用するような使い分けが進行しつつある。したがって、パーソナルコンピュータによる解析法の研究は単に大形・中形計算機のプログラムをパーソナルコンピュータ用に書き換えるのではなく、いかにして使用する記憶容量を削減し、演算速度を高めるか、さらに効果的な入出力処理(グラフィックなどを含む)を行うかなど現在大形・中形計算機で行われている業務を小容量計算機に移すかにあるものと考え、貴見解をお尋ね

付表1 解析に使用したハードウェアとソフトウェア

Hardware	Machine	CPU	NDP	Memory Capacity
	NEC-9801	80286	80287	640 [Kbyte]
Software	MS-FORTRAN Ver. 4.01			

したい。

〔回答〕 (1) 板曲げ問題においては、形状関数を用いた分布質量系が重要であることが種々の文献に示されているので、本研究では分布質量系の質量マトリックスを用いている。また、本研究で取扱う複合材料は、均質異方性であると仮定しているため、質量マトリックスは、金属材料などと同じように密度一定としたものを用いている。

(2) 本研究の解析で使用した、ハードウェアとソフトウェアを付表1に示す。

(3) ご質問の原点移動の手法を含む、サブスペース法に対して提案されている収束の加速手法は、求める固有値の数が大きい場合には有効であると考えられる。しかし本研究でのプログラムは、パーソナルコンピュータによる解析を前提としているため、ハードウェアによる制約(記憶容量など)から、求める固有値の数が最大十次としているので、特別な加速操作を行わなくても十分な収束性が得られるものと考え、原点移動などの手法は用いていない。

(4) 著者らも質問者と同様の見解をもって本研究を行っている。特に、パーソナルコンピュータによる解析を可能にすることは、そのプログラムの利用機会を格段に増大させることになり、社会的貢献度も大きくなると考えている。

〔質問〕 成田吉弘〔北海道工業大学〕

異方性平板の解の収束状況は、異方性の程度に強く影響される。貴論文では、等方性板の収束状況のみ示し精度を議論しているが、それでは従来の等方性ACM要素の収束を調べていることになる。論文の中

心が積層板の異方性を考慮できるところに特徴 (535 ページ左欄 7 行め) を持つのであれば積層板, 例えば異方性主軸が  $x, y$  軸と一致する周辺支持長方形板の厳密解との比較により精度を議論したほうが良いのではないか。

〔回答〕 ご指摘のとおり, 材料の異方性の程度により解の収束性および解析精度が変化する問題があり, いかに少ない分割数を用いて, 高い計算精度を得るかが課題となっている。

本論文での収束性および計算精度の検討は, パーソナルコンピュータを用いた固有値解析プログラムとしての性能を明らかにする目的で行ったものであるため, 等方性材料を対象として解析を行った。

なお, 一方向性 CFRP 積層板は, 最も異方性の強い材料の一つであると考えられるので, これについて実験結果と比較したことにより, 部分的ではあるが, 異方性材料に対する計算精度が確認できたものとする。