

無電極高周波放電一様プラズマ球光源のインピーダンス

正会員 川 口 元 一 (三重大学) 専門会員 東 方 眞 (松下電工株式会社)

Impedance of Electrodeless RF Spherical Light Source with Plasma Uniformity

Member **Motoichi Kawaguchi** (Mie University) and

Fellow Member **Makoto Toho** (Matsushita Electric Works Co.Ltd.)

ABSTRACT

One method for determining the impedance of an inductively coupled low-pressure argon plasma tube is described. Designed for application to inductively coupled fluorescent light sources, it was a spherical discharge tube and an induction coil wound on its equatorial surface. The pressure of the argon gas is around 100 Pa, and the frequency of the rf coil current is around 10 MHz. By assuming uniformity of the plasma density and electron temperature, an analytic solution for the electromagnetic field is easily obtained. Using this solution, we can obtain a convenient approximate calculation of the spatial distribution of the electric current and plasma impedance. The results of numerical calculation of impedance are given and compared with experimental results.

KEYWORDS : inductively coupled discharge, low-pressure argon light source, calculation of impedance

1. はじめに

電磁結合形無電極高周波放電を光源として利用するとき、設計上の理由から、高周波電源・整合器・誘導コイル・放電プラズマの系に於けるプラズマの抵抗、プラズマの自己インダクタンス、誘導コイルとプラズマの相互インダクタンス、コイル端子から見た放電側のインピーダンスなどの情報を必要とすることが多い。本論文では、周波数が10MHz程度の無線周波数帯の高周波誘導コイル電流に励起された気圧100Pa程度の低気圧高周波放電のインピーダンスやプラズマ密度などを簡便に計算することを目的とする。ここで取り扱う放電管は、しばしば光源として利用される球形放電管で、誘導コイルはその外側に巻かれているものとする。放電管の封入気体はアルゴンとするが、解析の手法は無電極蛍光ランプの水銀-アルゴン系にも容易に拡張できるものである。

このようなコイルに高周波電流を流すとき、実験的には、入力電力の小さいうちはコイルとプラズマは静電的に結合し放電(E放電)を維持するが、入力の増加とともに、放電は電磁誘導結合のモード(H放電)に遷移する¹⁾。光源としては、電磁結合モードの放電が利用されることが多い。本論文の解析では、誘導コイル-プラズマの結合は完全に電磁誘導的であるとする。このとき、誘導コイルは疎結合変圧器の1次側であり、プラズマは1巻きの2次側と見なされる。コイルからプラズマ内に浸透した電磁界によりプラズマ電流が誘起され、この電流が逆に磁界を発生して1次側の電流に影響する。プラズマ電流はプラズマ内の誘導電界とプラズマ密度により決定される。コイル電流が発生する電磁界はコイル付近で大きく、球中心に向かって急速に小さくなり、著しく

非一様である。実験²⁾によれば、電離により生じたプラズマの密度は、同様にコイル付近で大きい。しかしながら、その変化は電磁界の空間的变化と比べて小さいので、本論文ではプラズマ密度を一様として取り扱うことにより、計算上の負担の大幅な軽減と他の有用な結果の獲得を図る。また、電子温度の分布も一様と見なす。

実際には、プラズマ密度と電子温度の分布は存在するから、それらの分布を考慮して、電子・イオンの連続方程式とエネルギー輸送方程式を方程式系に加え、それらの解を求め、次いでその解を使ってインピーダンスなどを計算していくことが厳密な方法である。しかし、球放電管にコイルを巻く場合には2次元解析が必要になるため、特定の実験条件についてだけ、有限要素法などの煩雑な数値解法によりプラズマ状態に関する解を得るに留まっており³⁾、いろいろな場合に対して簡単にインピーダンス等の値を得ることが困難である。対照的に、長い円筒状放電光源の場合には1次元問題になるので解を得やすく、Listerら⁴⁾はプラズマ密度分布と電磁界分布に関して厳密解を求め、渡辺ら⁵⁾は誘導コイル側から見た等価回路を定めている。しかしながら、本論文のプラズマのごとく2次元問題になると、問題が格段に複雑になる。一方、本論文の方法では電磁界の厳密解が得られるので、様々の場合に対して応用の利く計算結果を容易に得ることができ、放電パラメータの変化に対する状況変化の概略の傾向を把握できる。この特色から、本論文は、厳密かつ簡便なインピーダンス等の計算法開発の途中段階に於ける報告であると位置付けられる。本研究の一部については、既に報告されている⁶⁾。

2. 解析

図1に示すように、放電管を半径 a の球形放電管とし、放電管の中心を極座標 (r, θ, ϕ) の原点とする。誘導コイル (半径 b , 巻数 n 回) は円形で球放電管の外側に巻かれ、コイル面が球の赤道面 ($\theta = \pi/2$) に位置しているとする。円形コイル電流 I_C が球形放電管の赤道面上を極軸 (z 軸) を取り巻くように流れるとき、プラズマ内の諸量は極軸に関して軸対称になるので、それらは球中心からの距離 r と極軸からの角 θ により2次的に定まる。そのとき、後述のように電界 E と電流密度 J は極軸を取り巻く方向にある。

2.1 計算モデル

解析の仮定は以下の通りである。(1)プラズマ球の内外で、電磁誘導電界が静電界と比べ支配的に大きい。(2)電磁誘導電界は準定常である。すなわち、プラズマでの変位電流は伝導電流に比べ無視される。(3)プラズマは弱電離であって、プラズマ中の電子・イオンに対する作用は中性粒子との衝突が支配的である。(4)プラズマ密度 n と電子温度 T_e は一様かつ定常とする。プラズマ密度は厳密には一様ではない。しかし、前述のように、電流分布を求めるときに電界の鋭い不均一性と比べて、プラズマ密度はより滑らかな空間的変動をするため、電流分布は主に電界分布により決定される。このことを考慮して、計算時間の大幅な軽減のため、プラズマ密度の一様性を仮定している。また、実験²⁾によれば、電子温度は誘導コイル付近で他領域より少し大きい値程度であるので、電子温度を一様と見なしている。また、プラズマ密度・電子温度の時間変動振幅は、前節で述べた気圧と周波数の範囲では、それらの直流分と比べて極めて小さい²⁾ことから、それらを定常的と見なしている。

2.2 方程式とその解

誘導コイルの電流 I_C は正弦波的に時間変化し、

$$I_C = I_{cm} \exp(j\omega t) \quad \dots\dots\dots(1)$$

のように書かれるとする。ここで、 t は時間、 ω は角周波数、 I_{cm} はコイル電流の複素振幅である。電磁界の挙動は、次の準定常状態に対する2つのマックスウェルの方程式により表される。

$$\nabla^2 A = -\mu_0 J \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} = -j\omega A \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 A , J , E は、それぞれ、ベクトルポテンシャル、プラズマ電流密度、電磁誘導電界である。 μ_0 は自由空間での透磁率(真空

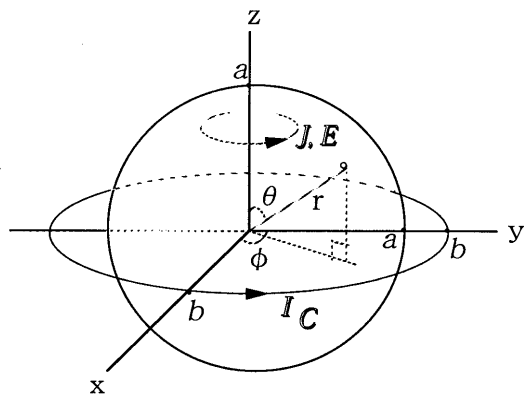


図1 球放電管と誘導コイルの配置
Fig. 1 Arrangement of discharge tube and coil.

中の透磁率)である。コイル電流が方位角方向 (ϕ 方向) に流れるので、それによって誘起されるベクトルポテンシャル、プラズマ電流、電界も、すべて ϕ 方向成分だけをもつ。

電子移動度がイオン移動度よりずっと大きいことから、プラズマ電流は殆ど電子により運ばれるので、プラズマ電流密度は

$$J = -env \quad \dots\dots\dots(4)$$

と書かれる。ただし、 e は電子電荷、 v は電子速度の平均値(電子流速)である。この v は電界 E と、次の電子流に対する運動方程式により関係づけられる。

$$m \frac{dv}{dt} = j\omega m v = -eE - m v_{ei} v \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 m は電子質量、 v_{ei} は電子の中性粒子との弾性衝突における運動量輸送衝突周波数である。(5)式から得た v を(4)式に代入し、(3)式を使うと、

$$J = \frac{\sigma E}{1 + j(\omega/v_{ei})} = -\frac{j\omega\sigma A}{1 + j(\omega/v_{ei})} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで σ はプラズマの導電率で

$$\sigma = \frac{e^2 n}{m v_{ei}} \quad \dots\dots\dots(7)$$

である。(6)式を(2)式に代入すると、ベクトルポテンシャルに関する方程式を得る。

$$\nabla^2 A_\phi = \frac{j\omega\sigma\mu_0}{1 + j(\omega/v_{ei})} A_\phi \quad \dots\dots\dots(8)$$

v_{ei} は電子温度により決定される。導電率 σ と v_{ei} は仮定(4)により一様であるので、(8)式は定係数線形微分方程式になっている。

球面 $r = a$ の上では、次の境界条件が満たされなければならない。

- (I) 電界 $E_\phi (= -j\omega A_\phi)$ が球面上で連続。
- (II) 磁界 $\mu_0 H_\theta (= (\nabla \times A)_\theta = -\frac{\partial A_\phi}{\partial r})$ が球面上で連続。

ここで、数値計算上の便宜のため、規格化動径 ξ と誘導コイル電流値で規格化した無次元ベクトルポテンシャル振幅 $f(\xi, \theta)$ を定義して、次のように r と A_ϕ を規格化する。

$$r = a\xi \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$A(r, \theta, t) = \mu_0 n I_{cm} f(\xi, \theta) \exp(j\omega t) \quad \dots\dots\dots(10)$$

微分方程式(8)を $f(\xi, \theta)$ を使って展開すると、

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \left(x_0^2 - \frac{1}{\xi^2 \sin^2 \theta} \right) f = 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

となる。ここで、 x_0 は、無次元の複素数で、電磁界に対するプラズマの表皮の厚さ

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu_0}} = \sqrt{\frac{2m v_{ei}}{e^2 \mu_0 \omega n}} \quad \dots\dots\dots(12)$$

と関係して、

$$x_0 = \frac{a}{\delta} = \sqrt{\frac{-2j}{1 + j(\omega/v_{ei})}} \quad \dots\dots\dots(13)$$

である。

定係数偏微分方程式(11)は、ベッセル関数とルジャンドル陪関数の積の重ね合わせを解とする。上述の球面上での境界条件を使って得られる(11)式の無限級数形の解析解(球内 $\xi \leq 1$ の解)は、付録に示すように、少し長い計算を経て次の式になる。

$$f(\xi, \theta) = \frac{1}{4\sqrt{\xi}} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l (2l-1)!!}{2^l (l+1)!} \frac{(4l+1)(b/a)^{2l+1} J_{2l+3/2}(x_0 \xi) P_{2l+1}^1(\cos \theta)}{(4l+3) J_{2l+3/2}(x_0) - x_0 J_{2l+5/2}(x_0)} \quad (14)$$

ここで、 $J_{2l+3/2}(x_0)$ などは半奇数次のベッセル関数であり、 $P_{2l+1}^1(\cos \theta)$ はルジャンドル陪関数である。 $\xi = 0$ (球中心) では、(14) 式は必ず 0 になる。 $f(\xi, \theta)$ を使って(3)、(6)式を書き直すと、電界と電流密度は

$$E_\phi(r, \theta, t) = -j\omega\mu_0 f(\xi, \theta) n r I_{cm} \exp(j\omega t) \quad (15)$$

$$J_\phi(r, \theta, t) = \frac{-j\omega\sigma\mu_0 n r I_{cm} f(\xi, \theta)}{1+j(\omega/\nu_{ei})} \exp(j\omega t) \quad (16)$$

となる。これらに(14)式を代入すれば、実際の電界と電流密度が得られる。

2.3 エネルギー釣合い

誘導電界による電子流へのエネルギー入力は、放電球の中で、衝突を介する種々のエネルギー損失と釣り合う。エネルギー損失の中では、励起エネルギー損失が大部分を占める。本解析では、電離エネルギー損失は無視する。その理由は、仮定(4)でプラズマ密度と電子温度を一樣としているため電荷の拡散により管壁に輸送されるエネルギー損失は無視され、それに釣り合う電離エネルギー損失も無視すべきことである。実際、アルゴン気体に対しては、電離損失は励起損失に対して小さい。以下では、エネルギー損失として、電子の中性粒子との弾性衝突エネルギー損失と励起エネルギー損失だけを考慮する。

時間平均したエネルギー釣合いの式は次のように書かれる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_0^a \int_0^\pi \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^* 2\pi r^2 \sin \theta dr d\theta \right] \\ &= \frac{4}{3} \pi a^3 n \left[\left\langle \nu_{ei}(w) \frac{2m}{M} \frac{mw^2}{2} \right\rangle + \sum_s \langle \nu_{ex}^s(w) e V_s \rangle \right] \quad (17) \end{aligned}$$

ここで、 Re は実部を示し、 \mathbf{E}^* は \mathbf{E} の共役複素数である。 M は中性粒子の質量、 w は電子速度の大きさである。 $\langle \dots \rangle$ は w に関する速度平均である。ただし、電子はマックスウェル速度分布に従うとして平均する。 $\nu_{ei}(w)$ と $\nu_{ex}^s(w)$ は、それぞれ、速度 w の電子の中性原子との弾性衝突周波数と s 番目の励起準位への励起衝突周波数である。(15)式、(16)式を(17)式に代入し、

$$\begin{aligned} & \frac{(\omega\mu_0)^2 \sigma |n r I_{cm}|^2}{1 + (\omega/\nu_{ei})^2} \int_0^1 \int_0^\pi |f(\xi, \theta)|^2 \xi^2 \sin \theta d\xi d\theta \\ &= \frac{4}{3} \pi a n \left[\left\langle \nu_{ei}(w) \frac{2m}{M} \frac{mw^2}{2} \right\rangle + \sum_s \langle \nu_{ex}^s(w) e V_s \rangle \right] \quad (18) \end{aligned}$$

を得る。式の右辺は電子温度 T_e の関数であり、この式から電子温度が定まる。

3. インピーダンス

3.1 プラズマ球の抵抗とインダクタンス

プラズマを流れる 2 次電流 (複素) を I としプラズマの抵抗を R とすると、 $(1/2) R |I|^2$ はプラズマ中での時間平均した消費電力であるので(17)式に等しい。ただし、 I は(16)式などにより、

$$I = \int_0^a \int_0^\pi J_\phi r dr d\theta = -j \frac{2(a/\delta)^2}{1+j(\omega/\nu_{ei})} n r I_{cm} \exp(j\omega t) \cdot D(x_0) \quad (19)$$

である。 $(1/2) R |I|^2 = (17)式 = a^2 n \times (18)式$ の関係に(19)式を代入すると、プラズマ抵抗が

$$R = \frac{2\pi}{a\sigma} \frac{G(x_0)}{|D(x_0)|^2} \quad (20)$$

のように得られる。ここで、 D 、 G は

$$D(x_0) = \int_0^1 \int_0^\pi f(\xi, \theta) \xi d\xi d\theta \quad (21)$$

$$G(x_0) = \int_0^1 \int_0^\pi |f(\xi, \theta)|^2 \xi^2 \sin \theta d\xi d\theta \quad (22)$$

である。

プラズマ電流と誘導コイルの間の相互インダクタンス M は、それらの間の磁界の相互作用のエネルギーを計算して得られる⁹⁾。

$$M \operatorname{Re}[I I_c^*] = \int_0^a \int_0^\pi \operatorname{Re}[\mathbf{J} \cdot \mathbf{A}_c^*] 2\pi r^2 \sin \theta dr d\theta \quad (23)$$

ここで、 \mathbf{A}_c は誘導コイル電流が生ずるベクトルポテンシャルで、 $A_{c\phi} = \mu_0 n r I_{cm} f_c(\xi, \theta) \exp(j\omega t)$ の形である。ただし、 $f_c(\xi, \theta)$ は規格化した無次元複素振幅で、

$$f_c(\xi, \theta) = \frac{1}{4} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l (2l-1)!!}{2^l (l+1)!} \left(\frac{a\xi}{b} \right)^{2l+1} P_{2l+1}^1(\cos \theta) \quad \left(\xi < \frac{b}{a} \right) \quad (25)$$

の無限級数である⁹⁾。(25)式は、第 1 種完全楕円積分と第 2 種完全楕円積分を使った形でも表現されるので、数値計算にはそれらを利用するのが簡単である。

次に、プラズマ電流の生ずるベクトルポテンシャルを $\mathbf{A}_p = \mathbf{A} - \mathbf{A}_c$ と書くと、プラズマ電流の自己インダクタンス L はプラズマ電流 I の生ずる磁界のエネルギーと、次のように関係付けられる。

$$\frac{1}{2} L |I|^2 = \int_0^a \int_0^\pi \operatorname{Re}[\mathbf{J} \cdot \mathbf{A}_p^*] 2\pi r^2 \sin \theta dr d\theta \quad (26)$$

(16)式、(19)式及び(24)式を(23)式と(26)式に代入すると、相互インダクタンスと自己インダクタンスは、それぞれ、

$$M = 2\pi\mu_0 a n r \frac{(\omega/\nu_{ei}) \operatorname{Re}[K(x_0)] - \operatorname{Im}[K(x_0)]}{(\omega/\nu_{ei}) \operatorname{Re}[D(x_0)] - \operatorname{Im}[D(x_0)]} \quad (27)$$

$$L = \frac{4\pi}{a\sigma\omega} \frac{(\omega/\nu_{ei}) (\operatorname{Re}[K(x_0)] - G(x_0)) - \operatorname{Im}[K(x_0)]}{|D(x_0)|^2} \quad (28)$$

となる。ここで、 $K(x_0)$ は

$$K(x_0) = \int_0^1 \int_0^\pi f(\xi, \theta) f_c^*(\xi, \theta) \xi^2 \sin \theta d\xi d\theta \quad (29)$$

である。

4. 計算結果及び考察

以下に示す計算結果は、コイル半径対プラズマ球の半径の比 $b/a = 1.2$ 、中性アルゴン原子温度 $T_n = 313\text{K}$ (40°C) に対して得られた。計算での様々の衝突周波数 ν は対応する衝突断面積 Q との間に次の関係式により計算された。

$$\nu = N \langle w Q(w) \rangle = (p/kT_n) \langle w Q(w) \rangle \quad (30)$$

(p : アルゴン気体の気圧 (Pa), k : ボルツマン定数)。衝突断面積 $Q(w)$ は S.C. ブラウンの本¹⁰⁾から得た。

4.1 表皮効果

放電球内でのベクトルポテンシャル(14)式は x_0 に依存し、(13)式から明らかなように、 x_0 は a/δ に大きく依存する。そのため、電磁界の分布は a/δ の値により形を変える。本論文ではプラズマ密度を一樣としているので、このことは電流分布が a/δ の値に依存することを意味する。すなわち、 $a/\delta < 1$ の場合には、高周波電磁界の表皮効果が小さくコイルの生ずる電磁界が支配的であるので、プラズマ密度と周波数の変化に対してプラズマ電流分布は変わらな

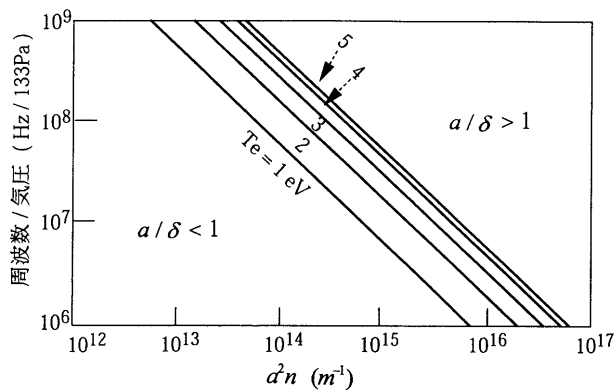


図2 境界の式 $a/\delta = 1$ と, ω/p , a^2n の関係

Fig. 2 The relation among the boundary of $a/\delta = 1$ and the values of ω/p and a^2n .

い。したがって、プラズマ密度・周波数が変わってもインダクタンスの変化が小さいことが予想される。一方、 $a/\delta > 1$ の場合には、表皮効果によって電磁界の浸透が誘導コイルに近いプラズマ領域に限られる。それにより、プラズマ密度と周波数の増大とともに電流分布がコイル付近に偏るようになるため、インダクタンスが増加すると考えられる。図2の実線は(12)式より求めた $a/\delta = 1$ の境界線を示す。境界の下側が $a/\delta < 1$ の領域、上側が $a/\delta > 1$ の領域である。

なお、表皮効果の影響に関する実験的検討については、四宮が入力電力の増加に伴う水銀放電球のインピーダンスの歪みを表皮効果と関連づけて論じている¹¹⁾。

4.2 電磁界

誘導コイルの軸上では、電磁界は0である。電磁界はコイル付近で大きな値をもつ。ここでは、電磁界が大きく変動するコイル面上での電磁界分布について述べる。上述のように、電磁界は a/δ の値により分布の性質が定まる。図3と図4は $\omega/p = 2\pi \times 10 \text{ MHz}/133 \text{ Pa}$ のときのベクトルポテンシャル振幅と位相関係を示す。図ではコイル電流 I_{cm} とそれによるベクトルポテンシャル $f_c(\xi, \pi/2)$ を実数値としており、そのときの放電球内のベクトルポテンシャル $f(\xi, \pi/2)$ などの実部、虚部が図示されている。図3は $a/\delta = 0.187$ ($a^2n = 10^{13} \text{ m}^{-1}$) に対するベクトルポテンシャル振幅などである。ここでは、コイル電流の電磁界が支配的で、 $\text{Im}[f] \cong 0$ となっており、 f は f_c に一致している。このときの I_{cm} , f_c , f , E_ϕ , J_ϕ の間の位相関係が図中に示されている。(15), (16)式によって、 E_ϕ はいつでも f より $\pi/2$ だけ遅れ位相にあり、また、 J_ϕ は E_ϕ よりさらに $\tan^{-1}(\omega/\nu_{el})$ の位相角だけ遅れ位相になる。一方、図4は $a/\delta = 2$ ($a^2n = 10^{15} \text{ m}^{-1}$) に対するベクトルポテンシャルと I_{cm} , f_c , f , f_p , E_ϕ , J_ϕ の間の位相関係図である。ただし、 $f_p (= f - f_c)$ はプラズマ電流の発生する複素ベクトルポテンシャルである。このとき、放電球中心側では誘導コイルの電磁界がプラズマ電流の電磁界によって、管壁付近と比べてより大きく打ち消される。たとえば、管壁 $\xi = 1$ では $|f|/|f_c| = 83\%$ であるのに対し、内部の $\xi = 0.5$ では $|f|/|f_c| = 58\%$ であって、大きく打ち消される。図示していないが、 a/δ の値がさらに大きくなり、 $a/\delta = 0.1$ のときには、電磁界は $\xi < 0.8$ で完全に消え、コイル近辺だけに存在するようになる。

4.3 インピーダンス

図5は、 $\omega/p = 2\pi \times 10 \text{ MHz}/133 \text{ Pa}$ のときに、(20)式、(27)式、(28)式から計算したインピーダンスのプラズマ密度とコイル電流に対する関係を示す。インピーダンスは、抵抗 R 、誘導コイル-プラズ

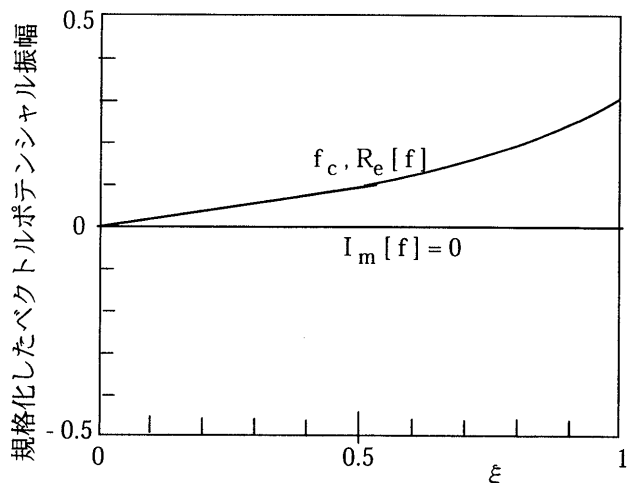


図3 プラズマ中で、コイル面上でのベクトルポテンシャルの振幅と位相関係図

$a/\delta = 0.187$ ($a^2n = 10^{13} \text{ m}^{-1}$), $\omega/p = 2\pi \times 10 \text{ MHz}/133 \text{ Pa}$

Fig. 3 The amplitudes of vector potentials and phase relations on the coil surface in the plasma.

$a/\delta = 0.187$ ($a^2n = 10^{13} \text{ m}^{-1}$), $\omega/p = 2\pi \times 10 \text{ MHz}/133 \text{ Pa}$

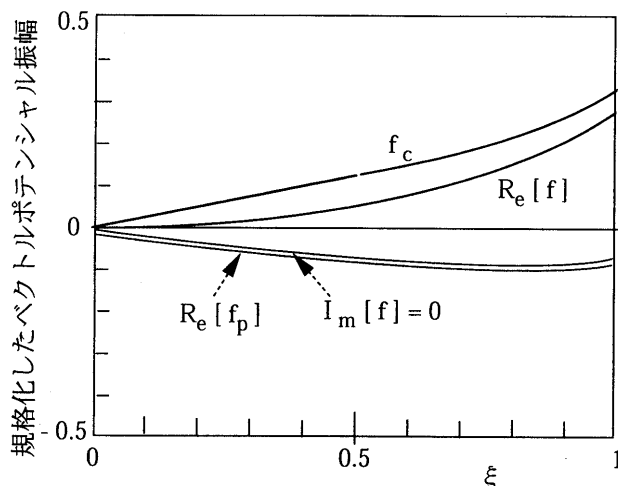


図4 プラズマ中で、コイル面上でのベクトルポテンシャルの振幅と位相関係図

$a/\delta = 2$ ($a^2n = 10^{15} \text{ m}^{-1}$), $\omega/p = 2\pi \times 10 \text{ MHz}/133 \text{ Pa}$

Fig. 4 The amplitudes of vector potentials and phase relations on the coil surface in the plasma.

$a/\delta = 2$ ($a^2n = 10^{15} \text{ m}^{-1}$), $\omega/p = 2\pi \times 10 \text{ MHz}/133 \text{ Pa}$

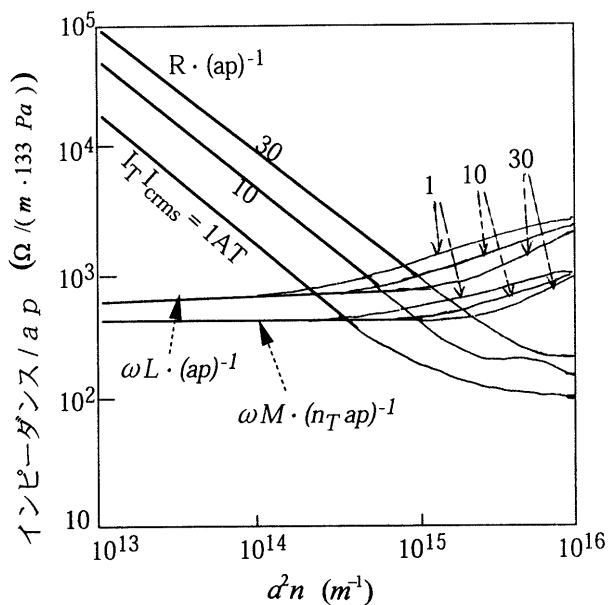


図5 プラズマ抵抗, プラズマのリアクタンス, プラズマと誘導コイルのリアクタンスの $a^2 n$ の値に対する依存性
 $\omega/p = 2\pi \times 10\text{MHz}/133\text{Pa}$

Fig. 5 The dependence of plasma resistance, plasma reactance and reactance between plasma and the coil.
 $\omega/p = 2\pi \times 10\text{MHz}/133\text{Pa}$

マ間の相互インダクタンス M のリアクタンス $X_M = \omega M$ 及びプラズマ電流の自己インダクタンス L のリアクタンス $X = \omega L$ である。プラズマ密度の増加に伴い, $a^2 n < 10^{15} \text{m}^{-1}$ では抵抗は直線的に減少し, リアクタンス X_M と X は大体一定である。プラズマ密度がより大きくなり, $a^2 n > 10^{15} \text{m}^{-1}$ になると, 抵抗は直線的より緩やかに減少し, リアクタンスは増大する。 $a^2 n \cong 10^{15} \text{m}^{-1}$ の領域では $\delta \cong a$ であるので, これよりプラズマ密度の小さなきときにはプラズマ電流路が密度変化に対し固定されているので, リアクタンスはほぼ一定になる。一方, $a^2 n \cong 10^{15} \text{m}^{-1}$ より大きなプラズマ密度に対しては, 表皮効果によって電流路がコイルに接近することにより, コイルとプラズマ電流路の結合が良くなるので, 相互インダクタンスが増大する。また, プラズマ電流路の平均半径が大きくなるので, 自己インダクタンスも増加する。同様に, プラズマ電流路の断面積が縮小するために, プラズマ密度増加に対するプラズマ抵抗の減少の仕方が緩やかになる。

4.4 消費電力

完全に電磁結合している誘導コイループラズマ系では, コイル端子から見た回路は図6で表される。ここで L_c と R_c は, それぞれ, コイルの自己インダクタンスと抵抗である。コイル電流実効値とプラズマ電流実効値を, それぞれ, $I_{c\text{rms}}$ と I_{rms} とすると, プラズマ電流は

$$I_{\text{rms}} = \frac{\omega M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} I_{c\text{rms}} = \frac{X_M}{\sqrt{R^2 + X^2}} I_{c\text{rms}} \quad (31)$$

であるから, プラズマでの消費電力は

$$W_p = \frac{X_M^2 R}{R^2 + X^2} I_{c\text{rms}}^2 \quad (32)$$

で表される。

図7に, $\omega/p = 2\pi \times 10\text{MHz}/133\text{Pa}$ の場合に, 図6に示したインピーダンスを用いて(32)式により計算したコイル電流, プラズマ密度, プラズマでの消費電力の間の関係を示す。図に示されるよ

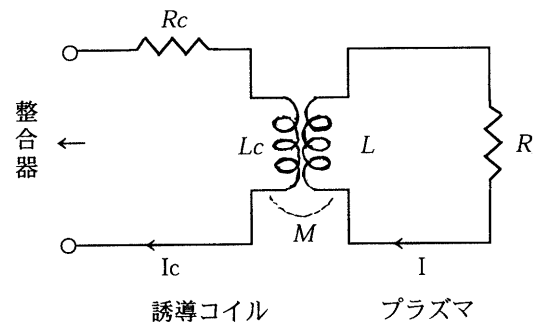


図6 誘導コイループラズマ系の等価回路

Fig. 6 The equivalent circuit of the system of coil and plasma.

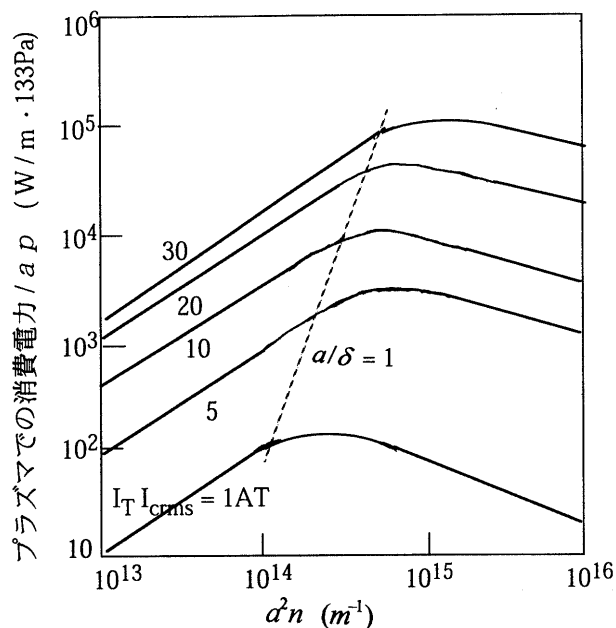


図7 コイル電流, プラズマ密度, プラズマ消費電力の関係
 $\omega/p = 2\pi \times 10\text{MHz}/133\text{Pa}$

Fig. 7 The relation among coil current, plasma density and dissipated power in plasma.
 $\omega/p = 2\pi \times 10\text{MHz}/133\text{Pa}$

うに, コイル電流が一定の条件の下では, プラズマ密度の増加とともにプラズマの電力は最大値をもつ。最大値は大体 $\delta \cong a$ の条件のときのプラズマ密度にほぼ対応している。この理由は次のように考えられる。プラズマ密度の小さいとき ($a/\delta < 1$) には, 電界が管全体に分布するため電子加速も管全体で起るので, 電子密度の増加とともに入力電力も増加する。一方, プラズマ密度が大きくなり $a/\delta > 1$ になると, 電界がコイル付近に局在するために加速を受ける電子数の割合が少なくなる。それによって入力電力の増加が緩和され, ついにはプラズマ密度が増加しても電力の減少に至ると考えられる。

電力消費は誘導コイルでの抵抗損失によっても生ずる。そこでの消費電力は, 勿論,

$$W_c = R_c I_{c\text{rms}}^2 \quad (33)$$

である。ここで, R_c の値はコイル導線の表皮効果を考慮した値であることに注意する。(33)式の W_c の値は, 通常, 数 W 以下であり, W_p と比べて小さい。

4.5 実験との比較

図6の回路で、誘導コイル端子から見たインピーダンスは

$$Z = \left[R_c + \frac{X_M^2 R}{R^2 + X^2} \right] + j \left[X_c - \frac{X_M^2 X}{R^2 + X^2} \right] \quad (34)$$

である。ここで、 X_c はコイルのリアクタンスである。実験的に得られるインピーダンスは、通常、コイル端子で測定されるので、測定値は上式と比較される。

川口らの実験¹²⁾では、気圧133Paのアルゴン気体を封入した内径13cmの球放電管に4回巻いた誘導コイルに13.56MHzの高周波電流を流し、コイル端子からプラズマ側を見たときの抵抗とリアクタンスを測定した。測定はコイル端子前段の整合器の無反射条件を利用して行われた。インピーダンスの測定値は、入力電力が310Wのとき、抵抗が350Ω、リアクタンスが550Ωであった。そのときの実験条件に類似した場合として、本論文に記載した $\omega/p = 2\pi \times 10\text{MHz}/133\text{Pa}$ の場合に対する図5、図7を使って、コイル電流 $I_c = 2.5\text{A}$ 、 $W_p = 310\text{W}$ の場合に計算したインピーダンスの値などは、次の通りである。 $n = 3.0 \times 10^{16}\text{m}^{-3}$ 、 $R = 260\Omega$ 、 $X = 46\Omega$ 、 $X_M = 120\Omega$ 。これらの値と、コイルの形状とコイルの表皮の厚さを考慮して計算により求めた R_c 、 X_c の値を(34)式に代入して得られるコイル端子での抵抗とリアクタンスは、それぞれ、55Ωと580Ωである。前述の測定値と比較すると、それらは、それぞれ、18%と105%となる。上記実験結果のインピーダンスと比較すると抵抗の値が約1/5であり、やや、不一致がある。その原因は、プラズマ密度の一樣性の仮定によって電流路断面積が大きめに見積もられることにあるかもしれない。また、実験の側では、実験精度を確認するために、電圧波形・電流波形の同時測定によってインピーダンス測定のカロスチェックも必要である。

5. 結論

本論文では、周波数10MHz程度の高周波電流による電磁結合形低気圧無電極高周波アルゴン放電球（気圧100Pa程度）について、プラズマ密度と電子温度を一樣と仮定したときに電磁界の厳密解を求める手法について述べ、次に、それらの解を使って、プラズマの抵抗・自己インダクタンス・プラズマ誘導コイル間の相互インダクタンスなどのインピーダンスやプラズマ密度・電子温度を求める方法について述べた。この方法では、電磁界の解析解が厳密に得られるので、有限要素法などで正確にプラズマ状態を計算した上でインピーダンスを求める煩雑な方法と比べ格段に簡便にインピーダンスなどを計算でき、また、様々なパラメータ間の関係の概略を容易に把握できる。数値計算結果によれば、プラズマ内の電磁界とプラズマの性質は誘導コイルの電磁界の浸透に対する表皮効果の有無により大きく影響を受けることが示された。表皮効果によるプラズマ電流路の形状の変化は、直接にインピーダンスの値に影響する。本論文では、周波数対気圧比が10MHz/133Paの場合についてベクトルポテンシャル、プラズマ抵抗、リアクタンスなどの数値計算結果を示し、類似条件での実験結果との比較を行った。プラズマ密度・電子温度の一樣性の仮定により生じ得るインピーダンスの計算値の誤差は本論文の方法の問題点であり、簡便かつより厳密なインピーダンス計算法を探索していくことが、今後の課題である。

付録 (14)式の導出

プラズマ球の外で、プラズマ電流の作る規格化ベクトルポテンシャル振幅を(10)式や(24)式と同様な仕方でも定義し、 f_θ とする。そのと

き、球面上での境界条件 (I) と (II) は、それぞれ、任意の θ に対し、 $\xi = 1$ で

$$f = f_c + f_\theta \quad (付1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial f_c}{\partial \xi} + \frac{\partial f_\theta}{\partial \xi} \quad (付2)$$

と書かれる。ここで、左辺は球面上でプラズマ側の量、右辺は球面上で球外の量である。プラズマ内のベクトルポテンシャル f は(11)式を満たし、 $\xi \rightarrow 0$ で収束する解は

$$f(\xi, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \sum_{l=0}^{\infty} C_l j_{2l+3/2}(x_0 \xi) P_{2l+1}^1(\cos \theta) \quad (付3)$$

の形である。ただし、 C_l は境界条件から定まる定数である。 f_θ は(11)式でプラズマが存在しない場所の真空解 ($n=0$, $a/\delta=0$, $x_0=0$) であり、解のうち $\xi \rightarrow \infty$ で収束するものは

$$f_\theta(\xi, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{D_l}{\xi^{2l+1}} P_{2l+1}^1(\cos \theta) \quad (付4)$$

の形である。ただし、 D_l も境界条件から定まる定数である。(付3)、(付4)と(25)式で $\xi=1$ と置いて(付1)と(付2)に代入すれば C_l と D_l が決定され、(14)式が得られる。

参考文献

- (1) 高本, 向山, 長浜: 高周波アーク状放電の実験的研究, 電学論, 91-4, pp.173-179 (1971).
- (2) M. Monte, M. Matsuoka and M. Kawaguchi: Mode Transition in an Inductively Coupled Discharge, Proc. 7th Int. Symp. on Sci. & Tech. of Light Sources, 22: P, pp.85-86 (1995).
- (3) D. A. Benoy, K. T. A. Burm, J. Jonkers, J. A. M. van der Mullen and D. C. Schram: Modelling of the Philips QL-Lamp, Proc. 7th Int. Symp. on Sci. & Tech. of Light Sources, 66: P, pp.227-228 (1995).
- (4) G. G. Lister and M. Cox: Modelling of inductively coupled discharges with internal and external coils, Plasma Sources Sci. Technol., 1, pp.67-73 (1992).
- (5) Y. Watanabe and H. Miyazaki: Analysis of the inductively coupled electrodeless discharge by the equivalent circuit, Proc. 7th Int. Symp. on Sci. & Tech. of Light Sources, 65: P, pp.225-226 (1995).
- (6) M. Kawaguchi, H. Tanaka, M. Toho and M. Shinomiya: Circuit constants of an electromagnetically excited plasma sphere, Proc. 19th Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, 2, pp.418-419 (1989).
- (7) V. E. Golant, A. P. Zhilinski and I. E. Sakharov: Fundamentals of plasma physics, John Wiley & Sons, p.147 (1980).
- (8) L. D. Landau and E. H. Lifshiz: Electrodynamics of continuous media, Pergamon Press, p.133 (1960).
- (9) J. D. Jackson: Classical electrodynamics, John Wiley & Sons, p.179 (1975).
- (10) S. C. Brown: Basic data of plasma physics, M.I.T. Press, p.22 (1967).
- (11) 四宮雅樹: 電磁誘導結合形無電極放電ランプの整合回路, 照学誌, 78-2, pp.101-106 (1994).
- (12) M. Kawaguchi, M. Matsuoka and M. Yoshida: Observation of mode transition in an HF discharge plasma

sphere, Proc. 1996 Int. Conf. on Plasma Physics, 2, pp. 1082-1085 (1996).

(受付日2000年10月2日／採録日2000年11月2日)



川口 元一 (正会員)

三重大学教育学部技術教育講座

〒514-8507 津市上浜町1515

1940年11月30日生まれ。1963年3月名古屋大学工学部電気学科卒業，1968年3月名古屋大学大学院工学研究科博士課程電子工学専攻修了。同年名古屋大学工学部電子工学科助手，1970年三重大学工学部電気工学科助教授，1987年三重大学教育学部教授。主として，気体電子工学と技術教育の研究に従事。工学博士。電気学会，日本物理学会，プラズマ・核融合学会，日本産業技術教育学会，アメリカ物理学会会員。



東方 真 (専門会員)

松下電工㈱照明 R&D センター

〒571-8686 大阪府門真市門真1048

1942年1月7日生まれ。1964年3月名古屋大学工学部電子工学科卒業，1966年3月名古屋大学大学院工学研究科修士課程電子工学専攻修了。主に，調光制御，放電点灯回路の電子化と新光源の研究開発に従事。1999年照明学会賞受賞。