

# 関数教材の取扱方について

——1872年(明治5年)から1902年(明治35年)頃まで——

なか にし まさ はる  
中西正治

(南河内郡美原町立西中学校)

(1999年10月27日受付)

概要：1872年の学制の頒布以来，我が国の教育は欧米に追い付け追い越せということで欧米の教育内容をどんどん取り入れていった。数学教育の内容もしかりである。本稿は，明治期に，関数や関数のグラフがどのように扱われていたのかを考察したものである。その結果，4つの特徴的なことが分かった。第1点は，定義はすべて「 $y$ は $x$ の関数である」であること。 $f(x)$ ,  $F(x)$ ,  $\phi(x)$ などの記号が使われるが，関数と関数値の区別をしているわけでもない。第2点は，関数は最大最小・極大極小を調べるためということが共通していること。ただ2, 3の代数書では，整式や方程式の性質を教えるために関数を利用していった。第3点は，グラフは関数の連続的変化を視覚化するために使われていること。グラフ自身の説明は省略されてることが殆どである。第4点は，極大極小ということばも「大極小極」や「最大最小」であったり，従属変数も「因変量」や「不羈變數」であったり数学の用語がまだ統一されていないことである。

検索語：関数，関数のグラフ，極大極小，連続性

## [1] 研究の目的

1872年(明治5年)の学制の頒布以来，我が国の教育は欧米に追い付け追い越せということで欧米の教育内容をどんどん取り入れていった。数学教育の内容もしかりである。日本としてまだまだ数学教育について方向を探っている状況の中，外国の教科書の翻訳・翻案が多かった。しかし日本人の手で作られた教科書もなくはなかった。各々がそれぞれの考え方で作っていた。本稿は明治期特に5年の学制頒布から35年の中学校教授要目の出された頃までを対象に，関数や関数のグラフがどのように扱われていたのかを検討・考察するものである<sup>[1]</sup>。

## [2] 研究の方法

関数や関数のグラフを扱っている代数書として，小倉は『数学教育史』の中で，以下のような書物を例にあげている<sup>[2]</sup>。

千本福隆，櫻井房記合譯『中等教育 代數學 下巻』(1891年：明治24年)<sup>[3]</sup>

長澤龜之助譯『新著 代數學 上巻』(1901年：明治34年)<sup>[4]</sup>

井口在屋著『實用数学摘要』(1902年：明治35年)<sup>[5]</sup>

また、松宮氏は、論文「明治の民間数学者松岡文太郎の仕事と功績について」の中で、次の5冊をあげている<sup>[6]</sup>。

千本福隆，櫻井房記合譯『中等教育 代數學 下巻』（1891年：明治24年）

渡辺小三郎編纂・寺尾寿校閲『中等教育 代数学教科書 第一巻』（1889年：明治22年）<sup>[7]</sup>

松岡文太郎編『代數理論的問題集』（1888年：明治21年）<sup>[8]</sup>

松岡文太郎編『方程式解法及吟味 附不等式・極大極小』（1903年：明治36年）<sup>[9]</sup>

藤沢利喜太郎著『續初等代數學教科書』（1900年：明治33年）<sup>[10]</sup>

上記以外に筆者が調べたものとして、次の2冊がある。

野口保興編纂『初等代數學』第三編(1887年：明治20年)<sup>[11]</sup>

チャールス・スミス氏、ホール氏、ナイト氏上野清編纂『新版 大代數學講義』

(10版1904年：明治37年；関数について書かれた八巻は1899年(明治32年)に出版されている)<sup>[12]</sup>

考察の観点は、関数はどのように定義(説明)されているのか、関数はどのように利用されているのか(何のために関数を教えようとしているのか)、関数のグラフはどのように扱われているのか、の3点とする。以下、上述した書物を出版された年代の順に検討・考察する。

### [3] 野口保興編纂『初等代數學』第三編(1887年：明治20年)

この本には緒言がないので、かかれた目的は分からないが、内容から判断すると中学校以上の中等学校用に著されたものではないかと推測される。

関数は、「第三編 二次方程式」の「第八章 最大最小」の「第二百十九條」で定義されている。

第二百十九條 他ノ變量ノ消長スルニ因リ其値ヲ異ニスル變量之ヲ因變量又函數ト云フ故ニ圓周ハ圓ノ半徑ノ函數正三角形ノ面積ハ其邊長ノ函數水ノ比重ハ其温度ノ函數ナリ

現代風にいえば「 $y$ は $x$ の関数である」である。具体例として「円周は円の半径の関数である」「三角形の面積はその辺の関数である」「水の比重はその温度の関数である」をあげている。

「第八章 最大最小」の中で関数が定義されていることからして、関数を最大最小について説明するために利用している。ここでいう最大最小は、極大極小の意味で使っている。実際を見てみよう<sup>[13]</sup>。

第二百二十二條 函數ノ其値漸ヲ以テ消長スルニ當リ前後相接スル諸値ヨリ大ナル値ヲ有スルヲ發見スルアリ是レ函數ノ最大値ナリ之ニ反シテ前後相接スル諸値ヨリ小ナル値ヲ有スルヲ認ムルアリ是レ函數ノ最小値ナリ然リ而シテ函數ノ最大最小値ハ前後相接スル諸値ヨリシテ之ヲ云フモノナレバ函數ニシテ數多ノ最大最小ヲ有スルアリ又最小ニシテ最大ヨリ大ナルノモアリ

最大最小と極大極小の言葉の使い方が、まだ国内で統一されていないことが伺える。

グラフは極大極小を視覚的に説明するために使用している[図1]。ただ $y$ 軸がかかれていないのは、説明に必要でないということであろうか。

#### [4] 松岡文太郎編『代數理論的問題集』(1888年：明治21年)

この本は、数理学館で高等中学校・陸海軍の学校を受験する生徒のために使われたもので、246題の問題とその解答の2部構成になっている。

この本は問題集であり教科書ではないので、関数は定義されていない。既知のものとして出てくる。例えば、最初乗除法餘論の章の第四十一で、次のような形で出てくる<sup>[14]</sup>。

第四十一  $x$ ヲ含ミタル代數式即チ $x$ ノ函數 $f(x)$ ヲ $x - a$ ニテ除シタル殘餘( $x$ ヲ含マザルモノ)ハ $x - a$ ヲ代入シタル値即チ $f(a) =$ 等シ

同様にして変数という言葉も定義されず既知のものとして出てくる。例えば、その前の第三十四で出てきている<sup>[15]</sup>。

第三十四 次ノ同次式ノ各變數ニ $P$ ヲ乗スルハ此式ニ $P'$ ヲ乗スルニ等シ

関数は幅広く利用されている。

例えば、乗除法餘論の章では、因数定理を説明するために<sup>[16]</sup>、

第四十一  $x$ ヲ含ミタル代數式即チ $x$ ノ函數 $f(x)$ ヲ $x - a$ ニテ除シタル殘餘( $x$ ヲ含マザルモノ)ハ $x - a$ ヲ代入シタル値即チ $f(a) =$ 等シ(解答は略す)

因子分解法の章では、因数分解の性質を説明するために<sup>[17]</sup>、

第五十九  $x$ ノ整函數ニ於テ一數ヲ $x$ ニ代入シテ此式消滅スレバ直ニ一次因子ヲ発見シ得ベシトハ何ノ源由ゾ(解答は略す)

第六十  $f(x) - f(a)$ ニハ必ズ $x - a$ 因子ヲ有ツ(解答は略す)

虚量の章では、複素数の共役性を説明するために<sup>[18]</sup>、

第一百六十  $f(x + yi)$ ハ $x + yi$ ノ整函數ニシテ且其係數、實量ナルキ $f(x + yi) = P + Qi$ ナレハ $f(x - yi) = P - Qi$ ナリ(解答は略す)

比、比例及変数の章では、独立変数、従属変数の違いを説明するために<sup>[19]</sup>、

第一百七十七 變數ノ種別ハ如何并 $x$ ハ $y$ ノ如ク變ズトハ何ノ謂ゾ(解答は略す)

不等式附極大極小の章では、極大極小の意味について<sup>[20]</sup>、

第二百九 一函數ノ極大値及極小値トハ如何(解答は略す)

第二百十  $f(x)$ 若シ數件ノ極大値及ヒ極小値ヲ有スルキハ其極大値ト極小値ト交互ニ起ルヘシ(解答は略す)

など。現代の高校では普通になっているが、当時としてはまだまだ抵抗があったのではないだろうか。

関数のグラフは取り扱っていない。

### [5] 渡辺小三郎編纂『中等教育 代数学教科書 第一巻』(1889年:明治22年)

仏のボンターヌ中学校の教育に基づきブリラー氏ベルトラン氏カタラン氏等が中等教育に係わった代数書及びビッケー氏の代数学講義筆記録を参考にして編纂したものである。数学の初歩的なものは略し、中等教育の学生及び数学に志を持つ者のために作られている。関数は「第七綱 對數」で定義されている<sup>[21]</sup>。

#### 関数ノ定義

第九十六章 彼、此二變數互ニ相係屬シアリテ此數變スレハ彼數モ亦隨テ變スル片ハ彼數ヲ名ケテ此數ノ函數ト云ヒ此數ヲ名ケテ不羈變數ト云フ

凡ソ函數ヲ示スニハ不羈變數ヲ括弧内ニ記シ  $f, \varphi, F$  等ノ文字ヲ之ニ冠スルヲ以テ恒トス、而ノ是等ノ文字ハ止タ函數ト云フ意義ヲ示スモノニシテ所謂係數ニハ非サルナリ

又係屬ヲ示セル式中孰レノ變數ヲ撰ンテ不羈變數ト為スモ任意タルモノト知ルヘシ

例ハ  $Y = f(X)$  ト記スル片ハ  $X$  ハ不羈變數ニシテ  $Y$  ハ  $X$  ノ函數ナリ、然レモ若シ  $X = \varphi(Y)$  ト記スル片ハ不羈變數ハ  $Y$  ニシテ函數ハ  $X$  ナリ

現代でいう「 $Y$  は  $X$  の関数である」の定義である。

関数については、いろいろな種類について述べられている。上述の第九十六章の続きに陰関数・陽関数の説明、第九十七章で関数の類別、代数関数・高等関数について説明し、代数関数をさらに分類して説明している。その後、「指冪函数ノ論究」・「對數ノ定義」・「對數ノ性質」と続く。

第九十八章では、連続関数、不連続関数についての説明をしている<sup>[22]</sup>。

第九十八章 變數  $x$  某二値  $\alpha, \beta$  ノ間ニ在テ連綿トシテ間斷ナク變更スルニ方リ函數モ亦間斷ナク變更シ斷エス實數ニシテ且有限ナル値ヲ取ル片之ヲ換言セハ變數ノ増殖極メテ小ナルニ方リ函數ノ増殖モ亦極メテ小ナル片ハ此函數ハ變數ノ此二値ノ間ニ在テ連續函數ナリト云フ而テ變數及函數ノ至微ナル増殖ヲ通稱シテ殖數ト云フ此要件ニ適合セサル者即チ變數ノ諸値ニ配慮セル函數ノ値ニシテハ實數ナリ或ハ虚數ナリ或ハ無限ナル處ノ者ヲ稱シテ不連續函數ト云フ

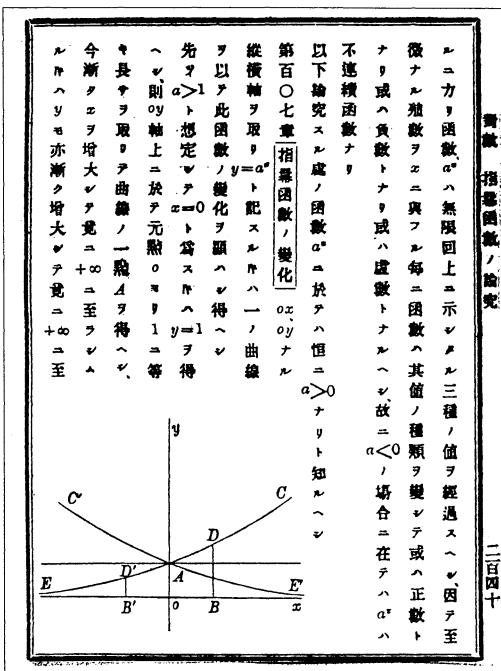
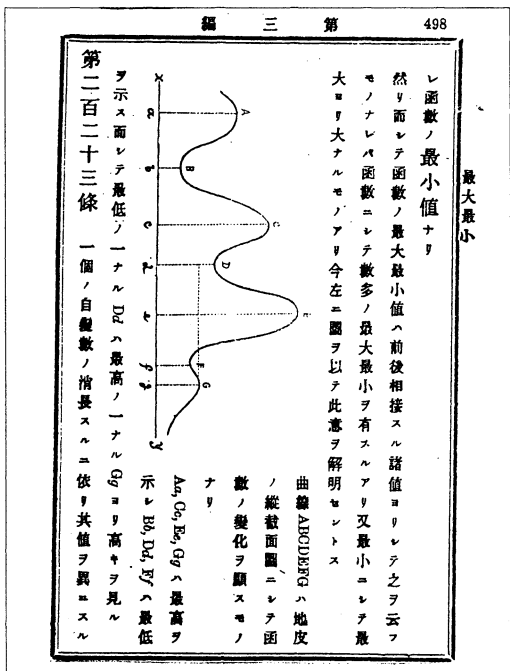
連続について「變數ノ増殖極メテ小ナルニ方リ函數ノ増殖モ亦極メテ小ナル片ハ變數ノ此二値ノ間ニ在テ連續函數ナリト云フ」と説明している。これは  $\varepsilon$ - $\delta$  論法によるような連続の定義とまではいかないにしても連続ということを説明しておかなければ関数の変化については語れないことを意識している。

グラフは「指冪函数ノ變化」の説明で利用している。グラフはこれただ1つである [図2]。

### [6] 千本福隆・櫻井房記合譯『中等教育代数学 下巻』(明治24年初版 明治26年再版)

原書は、仏国の中学科の程度のもので、パリ大学区督学官理学アグレジェーアシュ、ボッサが著した書である。この代数書は元来東京物理学校の教科書のために訳したものである。

関数は、下巻の「第三編 二次方程式」の「第六章 大極及小極ノ問題」の「第二百七十四款」で定義されている<sup>[23]</sup>。



野口保興編纂『初等代数学』第三編(明治20年) p.498

渡辺小三郎編纂『中等教育代数学教科書』(明治22年) p.240

【図1】

【図2】

第二百七十四

**定義** 或ル量アリ今コレニ $-\infty$ ヨリ $+\infty$ マデニ於テ又ハ與ヘラレタル或ル二ツノ界限内ニ於テ随意ノ價ヲ付與シ得レバ此量ヲ稱シテ自變數ト云フ

二ツノ量アリ其一ツニ或ル一定ノ價ヲ付與スル毎ニ他ニ亦アル一定ノ價ヲ取ル様ナル關係ヲ有スルトキハ第二ノ量ヲ第一ノ量ノ函数ト名クシテ第一ノ量ハ即チ自變數ナリトス例ヘバ圓形ノ面積ハ其半径ノ函数ナリ何トナレバ半径ノ長サヲ随意ニ定ムルトキハ圓形ノ面積ハコレニ因テ成ル一定ノ價ヲ取ルベケレバナリ又逆ニ圓形ノ半径ヲ其面積ノ函数ト見做スコトヲ得ベシ何トナレバ面積ニ或ル價ヲ與フルゴトニ半径モコレニ相應スル價ヲ取ルベケレバナリ此他水蒸氣ノ張力ハ温度ノ函数ニシテ又或ル一定ノ温度ニ於ケル氣體ノ立積ハ其受クル所ノ壓力ノ函数ナリ

一ツノ量ガ多クノ自變數ト相關係シテ變更スルコトアリ然ルトキハ之ヲ此各自變數ノ函数ナリト例フ云ヘバ圓錐ノ表面積ハ其半径ト其高サトノ函数ナリ圓錐臺ノ立積ハ其兩底ノ半径ト其高サトノ函数ナリ或ル物體ノ重サハ其體積ト其比重トノ函数ナリ此以下大抵唯一ツノ自變數ノ函数ノミヲ考フベシ而シテ通常 $x$ ヲ以テ自變數ヲ表ハシ $y$ ヲ以テ其函数ヲ表ハスモノトスベシ (波線は筆者)

「 $y$ は $x$ の関数である」の定義である。普通は、独立変数が1つの場合だけを定義するが、この代数学は複数の場合も定義されている。独立変数が一元のときの例として「円の面積は半径の関

数である」「半径は円の面積の関数である」をあげ、二元のときの例として「円柱の表面積は半径とその高さの関数である」「円錐台の体積は両底の半径とその高さとの関数である」をあげている。

関数は、大極・小極の説明のために使われている<sup>[24]</sup>。「第二百七十五款」で明かになる。大極・小極は今でいう極大・極小である。

#### 第二百七十五款

xナル自變數ヲ連續シテ變更セシムルトキハyナル函數モ亦變更スベシ然レドモ函數ハ或ハ自變數ト共ニ増スコトアリ或ハ自變數ノ増ストキニ減スルコトアリ第一ノ場合ニ於テハ遞昇函數ト云ヒ第二ノ場合ニ於テハ遞降函數ト云フ又自變數ガ或ル一定ノ價aヲ過グルトキ始メ遞昇函數ナルモノガ遞降函數トナリ或ハ逆ニ遞降ヨリ遞昇ニ變スルコトアリ然ルトキハ函數ハ一ツノ大極若クハ小極ヲ過グルトナス其大極ヲ過グルハ函數ガ増加シ盡シテ將ニ減少セントスルノトキナリ其小極ヲ過グルハ始メ減少シ來テ後漸ク増加シ始ムルノトキナリ故ニ例ヘバhヲ以テ極メテ小ナル正ノ量ヲ表ス但シ此量ハ如何程小サク見做シテモヨキモノトス倍若シ $x = a$ ナルトキノ函數ノ價ガ $x = a - h$ ナルトキノ價ヨリモ又 $x = a + h$ ノトキノ價ヨリモ大ナレバ函數ハ $x$ ガ $a$ ナル價ヲ取ルトキ一ツノ大極ニ達スルナリ之ニ反シ若シ $x = a$ ナルトキノ函數ガ取ル所ノ價ガ其 $x = a - h$ ナルトキ及 $x = a + h$ ナルトキニ取ル價ヨリモ小ナレバ此函數ハ $x = a$ ノトキ一ツノ小極ニ達スルナリ

右ノ定義ニヨレバ函數ノ大極トハ必ズシモ此函數ガ取り得ベキ價ノ中ノ最モ大ナルモノヲ謂フニラズ又函數ノ小極モ同ジコトニテ必ズシモ其最小ノ價ニアラズ是ノ故ニ時トシテハ前ニ言ヘル如キ意味ノ大極及ビ小極ヲ關係ノモノト云ヒ而シテ函數ガ取り得ベキ價ノ中ノ最モ大ナルモノ或ハ最モ小ナルモノヲ其絶對の大極或ハ絶對の小極ト云フ (波線は筆者)

非常に詳しく説明されている。そしてこの説明の保証となっているのが、「xナル自變數ヲ連續シテ變更セシムルトキハyナル函數モ亦變更スベシ」の関数の連続性の部分である。この関数の連続について説明をするために、関数の考え方が必要となってくる。関数の連続性についての説明は、前々章の「第四章 二次三項式ノ性質」の「第二百五十五款 三項式ハ常ニ連續シテ變更スルコト」「第二百五十六款 二次三項式ノ變更ヲ論ズ」で行われている<sup>[25]</sup> [図3]～[図6]。その説明は、現代数学でいう $\epsilon$ - $\delta$ 論法で説明している。

グラフについては、「第二百六十款 二次三項式ノ圖解」で、縦軸、横軸、原点、座標の取り方の説明をし、次の「第二百六十一款」で、 $ax^2 + bx + c$ の作図方法の説明及び2実根、重根、虚根とグラフとの関係について述べている<sup>[26]</sup> [図7]～[図10]。まさに現代の高校で扱っている内容である。極大・極小の説明のためだけでなく、関数と方程式とグラフの関係までも深く入りこんでいる。当時とすればかなり進んだものであったにちがいない。

二次三項式ノ性質

減モ亦如何ホドニテモ小ナルコトヲ得ベシト謂フニアリ  
今之ヲ證センニ先ヅ左ノ式アリ

$$\sqrt{a} = a\sqrt{a} + 0a + 0$$

$$\sqrt{a+k} = a(\sqrt{a} + \frac{k}{2\sqrt{a}}) + c$$

$$k = 2ac\sqrt{a} + a^2 + b^2 = h(2ac\sqrt{a} + b + ah)$$

兩式ノ各邊ヲ夫々ニ引キ且ツ約スレバ左ノ如シ

然ルニハ甚ダ小ナルヲ以テ常ニ之ヲ零ト或ル與ヘラレタル或ル小ナル數トノ間ニ含マル、モノト假定スルヲ得ヘシ又多項式  $2ac\sqrt{a} + b + ah = 2ac\sqrt{a} + h$  ニ近キ價ヲ有シ且其絕對價格ハ有限ニシテ或數  $m$  ヲ超過スベカラザルモノナルヘシ故ニ  $k$  ノ絕對價格ハ  $hm$  ヨリ小ナルベシ然ルニハ充分ニ小サヲ取レバ  $hm$  ナル積ハ如何様ニモ小サクナシ得ベシ例ヘバ之ヲ隨意ニ小サク與ヘラレタル數、ヨリモ小サクスルニハ

百六十四

二次三項式ノ性質

三項式ハ常ニ連續シテ變更スルコト 若シ三項式  $a_0 + a_1x + a_2x^2$  ニ於テ  $a_0, a_1, a_2$  ヨリ  $0$  ニ至ルマデ連續シテ増加セシムルトキハ三項式ノ價モ亦常ニ連續シテ變更スベシ

但シ本題ヲ證スルニハ先ヅ其意義ヲ正確ニスルコト必要ナリ今ムチ以テ如何様ニモ小サクスルコトヲ得ベキ或ル正數トナシ  $0$  與フルニ順次  $a_0, a_1$  及ビ  $a_2$  十ナルニツノ價ヲ以テスレバ三項式モ亦之ニ應ズルニツノ價ヲ取ルヘシ此ニツノ價ヲ  $a_0$  及ビ  $a_1$  十ニテ表ハスベシ倍テ本題ノ意味ハ則チ若シムチ充分ニ小サクスルトキハ三項式ノ増

百六十三

千本福隆・櫻井房記合譯「中等教育代數學下卷」(明治26年再版)p.164

千本福隆・櫻井房記合譯「中等教育代數學下卷」(明治26年再版)p.163

[圖 4]

[圖 3]

二次三項式ノ性質

ノ和トノ積ニシテ面シテ此ニツノ量ノ中第一ノ量ノミガ變更スベキモノナリ故ニ  $y$  ノ變更ヲ察スルニハ  $(\frac{a}{x} + \frac{b}{2x})^2$  ナル量ガ如何ニ變更スルカヲ知レバ可ナリ

然ルニ  $a$  ガ  $0$  ヨリ  $\frac{b}{2a}$  マデ斷ヘズ増加スル間ハ  $\frac{a}{x} + \frac{b}{2x}$  ハ實ニシテ且ツ増加スルヲ以テ此量ノ絕對價格ハ減少シ從テ其平方モ亦減少ス故ニ  $y$  ハ減少ス尤モ  $a = \frac{b}{2}$  ノトキハ  $a + \frac{b}{2} = \frac{3a}{2}$  ニシテ  $(\frac{a}{x} + \frac{b}{2x})^2 = (\frac{3a}{2x})^2 = \frac{9a^2}{4x^2}$  ナリ因テ  $y$  ノ價ハ正ニシテ且ツ無窮大ナリ又一方ニ於テ  $a = \frac{b}{2}$  ノトキハ  $y = \frac{4a^2}{4x^2} = \frac{a^2}{x^2}$  ナリ故ニ  $a$  ガ  $0$  ヨリ  $\frac{b}{2a}$  マデ増加スルトキハ  $y$  亦  $0$  ヨリ  $\frac{a^2}{4x^2}$  マテ減少ス

今又  $a$  十  $\frac{b}{2}$  ヨリ  $0$  マテ増加セシムレバ  $a + \frac{b}{2}$  ハ正ニシテ且ツ増加ス因テ  $(\frac{a}{x} + \frac{b}{2x})^2$  及ビ  $y$  ハ増加スベシ尤モ  $a = \frac{b}{2}$  ノトキハ  $y = \frac{4a^2}{4x^2} = \frac{a^2}{x^2}$  ニシテ  $a$  十  $\frac{b}{2}$  ノトキハ  $y$  ハ  $\frac{4a^2}{4x^2} = \frac{a^2}{x^2}$  次ノ表ハ前ノ吟味ノ結果ヲ示スモノナリ

百六十六

二次三項式ノ性質

唯  $A, B, C$  トスレバヨシ然ルトキハ  $0$  ノ絕對價格ハ變更、ヨリ小ナルベシ然ルニ  $0$  ハ元ト  $0$  ガ  $0$  ナル價ヨリ  $0$  十ナル價ニ移ルトキ三項式ノ増シ或ハ減リタル量ナリ故ニ  $0$  ガ連續シテ増ストキハ三項式モ亦連續シテ變更ス

第二百五十六款

二次三項式ノ變更ヲ論ズ 今  $y$  十  $0$  以テ三項式  $a_0 + a_1x + a_2x^2$  ノ價ヲ表ハシ  $a_0 = 0$  ヨリ  $0$  十ニテ斷ヘズ増加スルトキ  $y$  ハ如何ナル方向ニ變更スルカヲ論究セントス

先ヅ三項式ヲ左ノ形ニ置ケ

$$y = a\left(\frac{a}{x} + \frac{b}{2x}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4x^2}$$

次ニ  $a$  ガ正ナルト負ナルトニ由テ二ツノ場合ヲ區別ス

第一ノ場合  $a > 0$   $y$  ノ價ハ  $a\left(\frac{a}{x} + \frac{b}{2x}\right)^2$  及ビ  $\frac{4ac - b^2}{4x^2}$  ナル二量

百六十五

千本福隆・櫻井房記合譯「中等教育代數學下卷」(明治26年再版)p.166

千本福隆・櫻井房記合譯「中等教育代數學下卷」(明治26年再版)p.165

[圖 6]

[圖 5]

二次三項式ノ性質 百七十四

二次三項式ノ性質 百七十四

交点ノヲ縦横軸ノ原點ト稱ス

第百六十一款

倍テ今  $ax^2+bx+c$  ナル三項式ノ圖解線ヲ作ラントス而シテ先ヅニテ正ナリト假定スルニ

$OX$  ノ上ニ於テ適當ノ方位ニ  $\frac{b}{2a}$  等ナル  $OA$  ナレバ横線ヲ取リ  $A$  點ヨリ  $AY'$  ニ平行線ヲ引キ而シテ此線ノ上ニ於テ適當ノ方位ニ  $\frac{Ac-b^2}{4a}$  等ナル  $AB$  ナレバ縦線ヲ取ルニ  $B$  點ニシテ定メラレタル  $B$  點ハ曲線ノ諸點ノ中ニ最モ小ナル縦線ヲ有スルモノニシテ即チ曲線ノ最モ低キ點ナリ而シテ此點ヨリ兩方ニツノ正ナル方位ニ

二次三項式ノ性質 百七十五

二次三項式ノ性質 百七十五

向チニツノ無限ナル枝線ヲ發ス其ノ一ツハ  $A$  點ヨリ  $OY$  ニ平行ニ引キタル  $AQ$  線ノ右ニ在リ他ノ一ツハ其左ニアリ尤モ第百五十八款ノ注意ニ據リ  $AQ$  線ガ曲線ヲニツノ相對稱スル部分ニ分ツコトハ明カナリ其故ハ  $X, X'$  ノ上ニ於テ  $A$  點ヨリ兩方ニ  $AP$  及ビ  $AP'$  ナル或ルニツノ相等シキ長サヲ取レバ之ニ應ケル  $PM$  及ビ  $PM'$  ナル縦線ハ相等シカレハ  $M, M'$  因テ  $MP, MP'$  ナル弦ハ  $O$  軸ニ平行シ且ツ  $AQ$  ナル直線ニ由テ二等分セラルベシ是故ニ  $AQ$  線ハコレト直角ヲナス總テノ弦ヲ二等分シ以テ曲線ヲニツノ對稱スル部分ニ分ツナリコレヲ以テ  $AQ$  曲線ノ軸ト名ケ此軸ト曲線ノ交點ヲ曲線ノ頂點ト名ケ

本款ニ掲ケタル三ツノ圖ハ曲線ノ頂點ノ縦線ガ正ナルキト零ナルキト負ナルキト三ツノ場合ニ相當ス此縦線ハ  $\frac{Ac-b^2}{4a}$  等シク且ツ  $O$  正ナルヲ以テ  $b^2-4ac$  ナル量ハ第一圖ニ於テハ負ナルベシ第二圖ニ於テハ零ナルベシ又第三圖ニ於テハ正ナルベシ尤モ第一圖

千本福隆・櫻井房記合譯『中等教育代數學下卷』(明治26年再版)p.174 千本福隆・櫻井房記合譯『中等教育代數學下卷』(明治26年再版)p.172

【圖 8】

【圖 7】

二次三項式ノ性質 百七十六

二次三項式ノ性質 百七十六

ニ於テハ曲線ハ  $O$  軸ヲ截ラズコレ縦線ハ  $O$  如何ナル價ニ就キテモ零トナラズト云フコトナリ即チ  $a^2+ba+c=0$  ナル方程式ハ實根數ヲ有セズト云フコトナリ

第二圖ニ於テハ  $b^2-4ac < 0$  ナルトキ縦線ハ零トナリ而シテ此外ニ零トナルコトナシ

故ニ  $a^2+ba+c=0$  ナル方程式ハ  $\frac{b^2-4ac}{4a}$  ナル唯一ノ根數ヲ有ス或ハ尙ホ正確ニ云ハハ此方程式ハ相等シキニツノ根數ヲ有ス

又第三圖ニ於テハ曲線ハ  $O$  軸ヲ  $H$  及ビ  $H'$  ナル二點ニテ截ル即チ  $a^2+ba+c=0$  ナル方程式ハニツノ實根數ヲ有ス而シテ此根數ハ  $H$  及ビ  $H'$  ナル二點ノ縦線ヲ以テ

二次三項式ノ性質 百七十七

二次三項式ノ性質 百七十七

ニ於テハ曲線ハ  $O$  軸ヲ截ラズコレ縦線ハ  $O$  如何ナル價ニ就キテモ零トナラズト云フコトナリ即チ  $a^2+ba+c=0$  ナル方程式ハ實根數ヲ有セズト云フコトナリ

第二圖ニ於テハ  $b^2-4ac < 0$  ナルトキ縦線ハ零トナリ而シテ此外ニ零トナルコトナシ

故ニ  $a^2+ba+c=0$  ナル方程式ハ  $\frac{b^2-4ac}{4a}$  ナル唯一ノ根數ヲ有ス或ハ尙ホ正確ニ云ハハ此方程式ハ相等シキニツノ根數ヲ有ス

又第三圖ニ於テハ曲線ハ  $O$  軸ヲ  $H$  及ビ  $H'$  ナル二點ニテ截ル即チ  $a^2+ba+c=0$  ナル方程式ハニツノ實根數ヲ有ス而シテ此根數ハ  $H$  及ビ  $H'$  ナル二點ノ縦線ヲ以テ

千本福隆・櫻井房記合譯『中等教育代數學下卷』(明治26年再版)p.176 千本福隆・櫻井房記合譯『中等教育代數學下卷』(明治26年再版)p.175

【圖 10】

【圖 9】



[7] 上野清編纂『新版 大代数学講義』(明治37年5月1日第十版発行)

明治31年6月11日を第一巻とし明治32年5月15日の第八巻まで次々と発行した。それらを合本し明治32年8月にはその序を書いている。巻中所載は、チャールス・スミス氏大代数学書によっている。多少ホール氏、ナイト氏の代数学も挿入している。内容は初等から高等まで幅広い。ただ、関数についてかかっている第八巻は明治32年(1899年)に出版されたが、合本が明治35年以後も出版されていたことは注目したい。中等学校用に作られている。

第八巻の第参拾貳編の項目「論理方程式」で、関数の定義が出てくる<sup>[27]</sup>。

論理方程式

435. 函数〔Function〕  $x$ ヲ有ツ所ノ任意ノ代数式ヲ $x$ ノ函数トイフ而シテ之ヲ簡略ニ $f(x), F(x), \phi(x)$ 或ハ之ト類似ノ記號ニテ示ス

$x$ ヲ有ツ一般ノ有理代数式ヲ次ノ如ク定ム、

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + a_3 x^{n-3} + \dots + a_n$$

但シ  $a_0, a_1, a_2, \dots$ ハ $x$ ヲ有タサルモノトス。

代数式 $f(x)$ を $x$ の関数といっている。

関数や関数の記号を利用し、代数の理論を展開している。

例えば、方程式と根の関係・根と係数の関係について述べるために使われている。具体例を2つほど見てみよう。

[例1]<sup>[28]</sup>

437. 根及係数之關係

$a_1, a_2, a_3, \dots$ ガ方程式 $f(x)=0$ ノ根ナルトキ

$$f(x) \equiv (x - a_1)(x - a_2)(x - a_3) \dots (x - a_n)$$

之ニ由テ260章ヨリ

$$x^n + p_1 x^{n-1} + p_2 x^{n-2} + \dots + p_n$$

$$\equiv x^n - S_1 x^{n-1} + S_2 x^{n-2} - \dots + (-1)^n S_n$$

前ノ恒同式ニ於テ $x$ ノ方乗ノ係数ヲ比較スレハ

$$S_1 = -\sum a_i = -p_1, \quad S_2 = \sum a_i a_j = p_2, \quad \dots$$

$$S_r = (-1)^r p_r, \quad \dots, \quad S_n = (-1)^n p_n$$

[例2]<sup>[29]</sup>

442. 方程式ノ變化

〔第壹〕 已知方程式ノ根ト符號ノ反對ナル有スル方程式ヲ求ム。

已知方程式ヲ $f(x)=0$ トスレバ所求ノ方程式ハ $f(-y)=0$ ナリ

何トナレバ $f(x)=0$ ノ根ヲ $a$ トスレバ $f(a)=0$

然ルトキ $-a$ ハ $f(-y)=0$ ノ根ナリ

他には、「451. 變函數 [Derived Function]」で導関数を導き、「460. Rolle氏之定理」などで根との関係を述べている。これも具体例を2つほど見てみよう。

〔例3〕<sup>[30]</sup>

455. 定理  $f(\alpha)$  及  $f(\beta)$  カ異符號ナル片  $f(x)=0$ ニ於テ少ナクトモ  $\alpha$  ト  $\beta$  トノ間ニ一 $\sqrt{}$ 根ヲ有ス  
何トナレバ  $f(x)$  カ  $f(\alpha)$  ト  $f(\beta)$  ノ間ヲ間斷ナク變スル間ニ少ナクトモ  $f(x)$  ト  $f(\beta)$  ノ間ニ於テ一 $\sqrt{}$ 値ヲ有スヘシ而シテ  $f(\alpha)$  及  $f(\beta)$  カ異符號ナル片ハ此間ニ0ナル値ヲ有ス(何トナレバ正負數量ノ間タニハ必ス0ナル値ヲ有スルカ故ナリ)之ニ由テ  $f(x)=0$ トナスヘキ  $x$ ノ値ハ即チ一 $\sqrt{}$ 根ニシテ必ス  $\alpha$  及  $\beta$  ノ間ニアリ。

〔例4〕<sup>[31]</sup>

460. Rolle氏之定理  $f'(x)=0$ ノ實根ハ  $f(x)=0$ ニ於ケル相隣接セル二實根ノ間ニアリ(証明省略)  
例ヘハ  $f(x)=x^2-8x+12$  トスレバ  $f'(x)=2x-8$   
 $f'(x)$ ノ根ハ4ニシテ  $f(x)=0$ ノ二根2,6ノ間ニアリ

方程式と根の関係や根と係数の関係及び、導関数まで導き、根との関係について触れている。しかし、導関数まで求めているのに関数の連続性は述べられていない。

グラフについては触れられていない。

## [8] 藤沢利喜太郎著『續初等代數學教科書』(1900年 明治33年)

この代数書は中学校において補習科を設けた場合か、高等学校か、中学校の代数学の授業に余裕が生じた場合に使うことを目的としている。

関数の定義は、「第四編方程式」の「85極大極小」で出てくる<sup>[32]</sup>。

85 極大極小 變數  $x$ ヲ含ミタル代數式アリ、今之ヲ  $y$ ト名ヅクレバ、 $x$ ニ或ル値ヲ與フル毎ニ恒ニ之ニ對應スル  $y$ ノ値ヲ得ベク、 $x$ ノ値ノ變化スルニ連レテ  $y$ ノ値モ亦變化スベシ、而シテ  $y$ ノ値ノ變化ガ  $x$ ノ値ノ變化ニ關聯スルニ着目シテイフ場合ニ於テハ、 $y$ ハ  $x$ ノ 函數 ナリトイフ

関数は、極大極小の説明のために使われている。「85極大極小」の一部を下記に紹介する<sup>[32]</sup>。

變數  $x$ ノ値ハ始終次第ニ増シ若シクハ始終次第ニ減ズルモノトシ、函數  $y$ ノ値ガ次第ニ増シ來リテ  $x$ ノ値ガ或ル數  $a$ ヲ過グル途端ニ此レマデ増シ來レル  $y$ ノ値ガ減ジ始ムル片ハ、畧言スレバ  $y$ ノ値ノ變化ガ増ヨリ減ニ移ル片ハ其途端ニ  $y$ ハ極大ヲ過グル或ハ極大トナルトイヒ、 $x = a$ ニ對應スル  $y$ ノ値ヲ其極大値ト稱ス、之ニ反シ  $y$ ノ値ノ變化ガ減ヨリ増ニ移ル片ハ其途端ニ  $y$ ハ極小ヲ過グル或ハ極小トナルトイヒ、此時ノ  $y$ ノ値ヲ極小値ト稱ス

しかし、藤沢は第86節の注意で極大極小は初等代数学の範囲ではないと主張する。極大極小を論ずるには関数の連続について触れておかなければならない。しかしそれは、かなり精密な説明となるので初等代数学は、その程度でないとしている<sup>[34]</sup>。

**注意** 充分ニ極大極小ヲ論ズルニハ、函數ノ値ガ所謂連續ニ變化スルヲ證明シ、併ハセテ函數ノ

値ノ變化ヲ前諸節ニ於テ例示セルヨリモ一層精密ニ之ヲ攻究セザルベカラズ、而シテ斯クノ如キ事柄ハ初等代數學ニ於テ論ズベキ限りニアラズ、故ニ本書ノ程度ニ於テ論ズルヲ得ル極大極小ノ論ハ勢ヒ不十分ナル所アルヲ免レズト知ルベシ

もちろん、関数のグラフは扱われていない。

### [9] 長澤龜之助譯『新著 代數學 上巻』(1901年：明治34年)

数学を修めたいと考えている教員・生徒・受験生のために著された本である。早々と序の14項目で関数について述べている<sup>[35]</sup>。

(14) 函數ノ變化ヲ圖上ニ表示シ如何ニ變數ノ變化ニ伴ヒテ函數ノ變ズルカヲ指示シ益益讀者ヲシテ代數學的計算ニ習熟セシム此ノ方法タル進ムテ高等數學ヲ修ムルノ階梯トモナルベシ

関数のグラフの重要性を述べている。関数の考え方を重視していることが分かる。

関数は、第一編「一般算術」の「運算及び函數の類別」で説明されている<sup>[36]</sup>。

8. 被運算者ト運算ノ符號トノ一連ガ是等ノ被運算者ト運算ノ符號ノ基本ノ定義、或ハ説明ニ從ヒテ意味ヲモットキ之ヲ彼ノ被運算者、或ハ被運算者ノ特ニ選マレタル若干ノ函數ト云フ。例ヘバ  $3 \times 2 + 6$  ハ3, 2, 6ノ函數トモ3, 2ノ函數トモ又ハ6ノ函數、等トモ云フガ如シ。又  $ab^2 + \sqrt{c}$  ハ a, b, cノ函數トモ、又 a 及ビ cノ函數、等トモ便宜ニ唱エ得ルガ如シ。

特ニ選ミタル被運算者ヲ通例變數ト稱ヘ、之ニ反シテ函數ノ中ニ含マレタル他ノ任意ノ被運算者ヲ定數ト云フ。

式ト云フ語ハ屢、函數ト云フ語ト同ジ意味ニ用ヒラレ時トシテハ斯ク云フヲ便利ナリトス

(波線は筆者)

上述の引用例に「式ト云フ語ハ屢、函數ト云フ語ト同ジ意味ニ用ヒラレ時トシテハ斯ク云フヲ便利ナリトス」と書かれているように、関数を一般の式にまで拡張して広い意味に使っている。式も関数と見ている。しかし、 $F(x)$ ,  $f(x)$  のような関数の記号は使用していない。

「項」の説明においても「一項整數函數」の「整數指數ノ指數定則」で「乗除ノミヲ含ミ加減ヲ含マザル任意ノ被運算者ノ一ノ函數、或ハ一ノ函數ノ乗除ノミヲ含ミテ加減ヲ含マザル部分ヲ項ト稱ス」のように関数の立場に立って説明している。多項式の次数の説明においても「整數函數ノ次數トハ其ノ函數ニ於テ彼ノ變數ニ就キ最高次ノ項ノ次數ヲ云フ」のように、多項式を「整數函數」といている。

グラフは、積極的に使っている。関数の変化を説明している。代数的演算だけでは関数の全体を求められず粗になるので、全ての値を表示する方法（関数の値の変化を考究する方法）としてグラフを考えている。第五編の「一變數の函數の圖上表示」で述べている<sup>[37]</sup>。

實ニ函數ノ數値ハ實驗、又ハ觀察ニ由リテノミ求メ得ベク而シテ是迄示サレタル代數學的運算ノミニテハ函數ノ諸値全體ヲ求メ得ズ唯ソノ諸値ヲ粗ニ求メ得ルノミ。故ニ變數ニ種種ノ値ヲ與フルトキ函數ノ取

ル所ノ總テノ種種ノ値ヲ表示スルノ方法ヲ探求セザルベカラズ語ヲ換ヘテ云ヘバ變數ノ値ガ種種ニ變ズルトキ其ノ函數ノ値ノ變化ヲ考究スルノ方法ヲ求ムルヲ要ス。

従って、グラフの説明も丁寧に行われている [図11]。その例として、 $y = x$ 、 $y = x^2$ 、 $y = x^3$ のグラフをかいている [図12]。

### [10] 井口在屋著『實用数学摘要』(1902年：明治35年)

これは文部省実業学務局への報告にかかれたもので、数学書ではない。書名の通り実用的な数学について書かれている。初等から中等までの数学教育について大ざっぱに述べている。そこにおいて関数という言葉は「圓函數」という形でしか出てこない。関数ということばの説明や関数のグラフについては具体的に説明されていない。ただ、関数はどのように利用されるべきかというところで、関数の変化の重要性について強調されている<sup>[38]</sup>。

人為的数量の變化は概して不連続であるが自然的變化、(例えば罐のなかの湯の自然にさめる割合、一年中に日日の數年平均温度、日本人の各年齢に對する數萬人平均體重、ガスの温度と壓力と比重との關係、など)は一般に連続數量であり、なめらかな曲線でその在様を明らかに表はすことができること。直線で表はし得る變化、直線の方程式、基盤紙を使用して直線式中の定數を求めること、有益な實例數件。二次曲線、三次曲線、圓函數曲線、指數曲線、等を畫き最大最小を求めること、變化の割合を求めること。

### [11] 松岡文太郎編『方程式解法及吟味 附不等式・極大極小』(1903年：明治36年)

学生の勉強を助けるために作られたシリーズの1つである。『代數因子分解活法』の後に出版されたもので、方程式法について書かれている。この後には『聯立方程式解法及能不能』が出版されている。

関数ということばは使用されていないが、その考え方は十分に生かされている。

「代數式ノ値ノ變化」の章で、代數式(例えば $x - 2$ )の値を、變化するものと考えて説明している<sup>[39]</sup>。

代數式例バ $x - 2$ ヲ言葉ニ直ホセバ某數(或ハ未知數)ヨリ2少ナキ數、ト云フノ義ナリ、去リ乍ヲ某數トハ其值ヲ確定セザルノ意ニシテ、其值ノ種々動クベキヲ示ス、從テ $x$ ヲ變數ト云ヒ、即チ $x = 1$ ナレバ、此式ノ値ハ $-1$ トナリ、又 $x = 2$ ナレバ其值 $0$ トナリ、又 $x = 3$ ナレバ其值 $1$ トナリト云フ如ク、 $x$ ノ値ガ變ズルニ應テ此式ノ値ハ變化ス

この関数の考え方を利用して極大極小の説明をしている。

この「代數式ノ値ノ變數」の章において、極大極小、分数式の極大極小、二次三項式を扱っている。

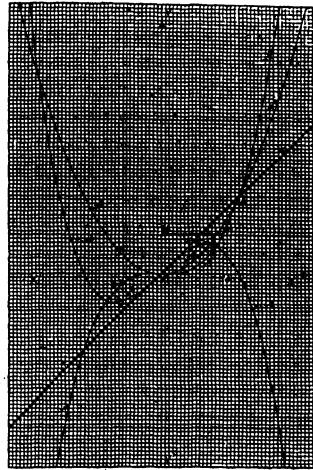
立ラレタレノ。依リテ函数ノ變化ノ主要ナルモノヲ  
一ヨク瞭然カラシメ且、實際ノ入用ノ程度ニ應ジテ精粗ナラ  
シムル如ク函数ヲ表示スルノ一法ヲ設ケルヲ緊要ナラト  
ス。今コレヲ説明セムトスルニ圖上表示ノ法ハ是等ノ要  
件ヲ完全ニ満足セシム而シテ此ノ方法ハ函数ノ重要ナル  
ヲ通俗的カラシムルホド其ノ實用ノ區域ヲ擴張セリ。

52. 平面上ニ點ノ位置ノ定メ方。X'OX, Y'OY [89頁  
第二圖] ハ一ノ平面上ノ二ノ起算定座標トシ其ノ正ノ方  
向ハ横ノ向キニテ表ハケルモノトシ此ノ二ノ直線ヲソ  
レゾレニ及ビヨノ軸ト云フ。及ビヨノ軸ノ間ノ角ハ直  
ニハ直ニ直角ナラト假リ定ム然レドモ、コハ必ず然ラスル  
ヲ要スト云フ。ハアラズ時トシテハ直角以外ノ任意ノ角  
トスルコトアリ唯茲ニ便利ノ爲ニ直角ト假リ定ムルニ過  
ケズ。及ビヨノ軸ノ交點Oヲ原點ト稱シ四ノ部分X'OY,  
Y'OX, X'OY, Y'OXヲソレゾレ第一分面、第二分面、第三分  
面、第四分面ト云フ。平面上任意ノ點Pヲ考フルニPヲ通  
ジテY'OY及ビX'OXニ平行スル直線ヲ引キX'OX及ビ  
Y'OYニソレゾレM及ビNニ於テ交ラシム。M及ビN  
ヲソレゾレ及ビヨノ軸ニ於ケルPノ射影ト稱ス。Pガ  
真ヘラレタルトキハM及ビNハ唯一ニ決定セラレ又  
M及ビNガ真ヘラレタルトキハPハ唯一ニ決定セラレ  
タリ。OヲX'OX及ビY'OYニ於ケル坐標ノ原點ニ取ル  
トキハMノ位置ハ代數的數ニテ表ハレオヨリ右ノ  
歩ハ正左ノ歩ハ負トス又Nノ位置ハ代數的數ニテ

長澤龜之助譯『新著代数学上卷』(明治34年) p.86

[圖11]

(第一二圖)



$$x = +100, +200, +300, \dots, -100, -200, -300, \text{等}$$

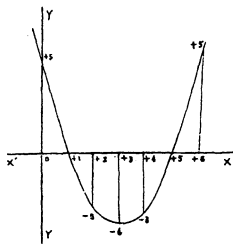
$$y = +.001, +.008, +.027, \dots, -.001, -.008, -.027, \text{等}$$

之ニ對應スル點P畫キ是等ノ點ヲ通レ給テ線ヲ持テテ曲線  
ヲ畫クベシ。此ノ方法ハ函数ノ變化ノ大體ヲ表ハスニ充  
分ナレドモ勿論重ニ近似的圖ナルニ過ケズ。

長澤龜之助譯『新著代数学上卷』(明治34年) p.89

[圖12]

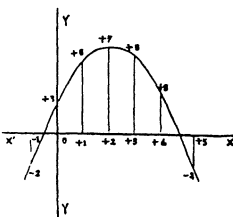
又例1  $x^2 - 6x + 5$  ノ値ノ變化ヲ考フルニ此式ハ下圖ニ示



- $x=0$  ナル時 此式値  $=+5$ ,
- $x=1$  .....  $=0$ ,
- $x=2$  .....  $=-3$ ,
- $x=3$  .....  $=-4$ ,
- $x=4$  .....  $=-3$ ,
- $x=5$  .....  $=0$ ,
- $x=6$  .....  $=+5$ .

即チ  $x < 0$  ナル時  $y$   
 $x > 6$  ナル時 此式  
ノ値ヲ考フルニ  $x$  ガ漸  
次増大スルニ從テ此式ノ値ハ極小ニ至リテ漸次増大スルヲ見ル。斯ル場合ニ於テ  $x=3$  ナル  
時 此式ノ極小値  $-4$  有ラト云フ。(極大極小ノ條ヲ見ル)

又例2  $x^2 + 12x - 15$  ノ値ノ變化ヲ考フルニ此式ハ下圖ニ示



- $x=-1$  ナル時,
- 此式値  $=-2$ ,
- $x=0$  .....  $=+3$ ,
- $x=1$  .....  $=+4$ ,
- $x=2$  .....  $=+7$ ,
- $x=3$  .....  $=+6$ ,
- $x=4$  .....  $=+3$ ,
- $x=5$  .....  $=-2$ ,
- .....  $=-15$

即チ  $x < -6$  ナル時  $y$   $x > 6$  ナル時  $y$  此式ノ値

松岡文太郎『方程式及吟味 附不等式・極大極小』(明治36年) p.57

[圖13]

ヲ考フルニ  $x$  ガ漸次増大スルニ從テ此式ノ値ハ極小ニ至リテ漸次増大シ、  
 $x=2$  ナル時 其増極  $+7$  ニ達スルヲ此式ノ極大値ト云フ。

之ニ由テ觀レバ二次三項式ハ一ノ極大若クハ極小値ヲ有  
スルモノニテ之ガ有ラズキ實値ニ別置アルナリ

即チ  $x$  ガ如何ナル實値ヲ有ラズ

$$x^2 - 12x + 5 = (x - 6)^2 - 31 > -1,$$

$$x^2 + 12x - 15 = (x + 6)^2 - 51 < -1,$$

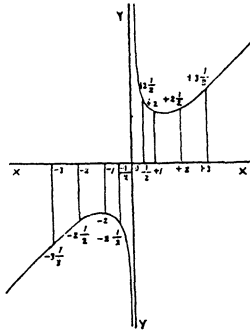
ナルヲ明カナリ。之ヲ二次三項式ノ値ノ制限ト云フ。

又例1  $x + \frac{1}{x}$  ノ値ノ變化ヲ考フルニ下圖ノ如シ

- $x=+0$  ナル時,
- 此式値  $=+\infty$ ,
- $x=+1$  .....  $=+2$ ,
- $x=+2$  .....  $=+1$ ,
- $x=+3$  .....  $=+\frac{2}{3}$ ,
- $x=+4$  .....  $=+\frac{1}{2}$ ,
- $x=+5$  .....  $=+\frac{6}{5}$ ,
- $x=+6$  .....  $=+1$ ,
- $x=+7$  .....  $=+\frac{8}{7}$ ,
- $x=+8$  .....  $=+1$ ,
- $x=+9$  .....  $=+\frac{10}{9}$ ,
- $x=+10$  .....  $=+1$ .

又

- $x=-0$  ナル時,
- 此式値  $=-\infty$ ,
- $x=-1$  .....  $=-2$ ,
- $x=-2$  .....  $=-1$ ,
- $x=-3$  .....  $=-\frac{2}{3}$ ,
- $x=-4$  .....  $=-\frac{1}{2}$ ,
- $x=-5$  .....  $=-\frac{6}{5}$ ,
- $x=-6$  .....  $=-1$ ,
- $x=-7$  .....  $=-\frac{8}{7}$ ,
- $x=-8$  .....  $=-1$ ,
- $x=-9$  .....  $=-\frac{10}{9}$ ,
- $x=-10$  .....  $=-1$ .



此式ハ  $x=1$  ナル時 極小値  $2$  有テ、又  $x=-1$  ナル時 極大値  $2$   
ヲ有トス。(極大極小ノ條ヲ見ル)

之ニ由テ觀レバ分數式ニモ之ヲテテ實値ヲ有ラシムル  
制限アルヲ知ルベシ。(第64頁ヲ見ル)

松岡文太郎『方程式及吟味 附不等式・極大極小』(明治36年) p.58

[圖14]

グラフで極大極小を視覚的に説明しようとしている。最初の3頁にわたって  $x - 2$ ,  $x^2 - 6x + 5$ ,  $3 + 4x - x^2$ ,  $x + \frac{1}{x}$  の変化をグラフにしている [図13] [図14]。

ただ、『方程式解法及吟味 附不等式・極大極小』が、明治35年以後に出版されていることに注目したい。

## [12] 考 察

定義は、すべて「 $Y$ は $x$ の関数である」である。 $f(x)$ ,  $F(x)$ ,  $\phi(x)$  など、戦後の学校数学において現代化で使われた記号が、上野清編纂『新版 大代数学講義』や渡辺小三郎編纂『中等教育代数学教科書 第一巻』で既に使用されている。しかしここでは、関数と関数値の区別をしているわけでもない。もちろん  $f$ ,  $F$ ,  $\phi$  自体の意味は問われていない。 $f(x)$ や $F(x)$ は、単に $x$ の整式の一般形として扱われている程度である。

また、関数は最大最小・極大極小を調べるために教えるということが共通している。しかし、そのために関数の連続性まで説明しているかといえばそうではなく、直観的に分かっているものとして話を進めている。ただし、千本福隆・櫻井房記合譯『中等教育 代数学』や渡辺小三郎編纂『中等教育 代数学教科書 第一巻』は、関数の連続性まで扱っている。

他に、千本福隆・櫻井房記合譯『中等教育 代数学 下巻』や上野清編纂『新版 大代数学講義』のように、整式や方程式の性質を教えるために関数の考え方が利用されていたということも特徴である。長澤龜之助譯『新著 代数学 上巻』のように一般の式までも関数と見ていることからすると、当時の関数に対する見方や考え方の利用は、現代と比べると柔軟性があるとも考えられる。

グラフの使用は、積極的に関数のグラフを使おうとしているのではなく、グラフをかけば連続的に変化していることが目に見えてわかるからである。そのためグラフ自身の説明は、連続的变化を対象にしていなかった場合省略されていることが殆どである。

その他の特徴として、数学の用語がまだ統一されていないこともわかる。例えば、極大極小ということばも「大極小極」や「最大最小」であったり、従属変数も「因変量」や「不羈變數」であったりする。翻訳の時代を象徴している。

しかし、世界の数学教育の流れとは全く逆行した分科主義の中学校教授要目(明治35年)以後、関数や関数のグラフは扱われなくなったといわれているが、なお『新版大代数学講義』(10版1904年:明治37年)や『方程式解法及吟味附不等式・極大極小』(1903年:明治36年)などのように、関数について触れていた代数学が出版されていたことは注目に値する。35年以後と比べると、35年以前の方が点的ではあるが、その扱いはどうであれ、関数を扱っていたのである。この意味で、この時代は個人的受容時代といってもよいのではないか。

### [13] 今後の課題

いわゆる世界の数学教育改造運動が始まっていない時代であるにもかかわらず、関数について書かれている教科書がこれ程あったことは驚きである。

数学教育改造運動の発端者といわれているペリーが、1875年から4年間ほど工部大学校で教授している。その講義を受けているメンバーの一人に井口在屋がいた。その後、井口は『實用数学摘要』（1902年：明治35年）を著した。ペリーのグラスゴーの講演の1年後である。このこと及び本稿で対象とした教科書を考え併せると、ペリーの影響はすでに明治期に出ていると考えてよいのではないか。小倉も同様なことをいっている<sup>(40)</sup>。では、ペリーはこの明治期（1874年から1902年頃まで）に、どのような影響をどの程度与えたと考えたらよいのだろうか。この考察は今後の課題としたい。

付記：本稿は1999年6月26・27日に開かれた第11回全国数学教育学会で発表したものを書き改めたものである。

### [引用文献及び参考文献]

- [1] 拙著『正比例関数を中心に据えた関数教育の理論と実践』（修士論文1995大阪教育大学大学院教育学研究科）
- [2] 小倉金之助著『数学教育史』岩波書店（昭和7年6月25日第一刷発行）pp.343～345  
具体的な内容まで紹介されていない。
- [3] 千本福隆、櫻井房記合譯『中等教育 代數學 下巻』國文社（1891年：明治24年）
- [4] 長澤龜之助譯『新著代數學 上巻』成美堂（1901年：明治34年）国立国会図書館所蔵
- [5] 井口在屋著「實用数学摘要」（1902年：明治35年）『井口集』（大正2年）東京大学工学部機械系専攻図書室所蔵
- [6] 松宮哲夫著「明治の民間数学者松岡文太郎の仕事と功績について」『数学教育研究』大阪教育大学数学教育室編第15号1985年  
[8] [9] について詳しく説明している。本稿をかくにあたって重複する部分があることを許していただきたい。
- [7] 渡辺小三郎編纂『中等教育 代数学教科書 第一巻』敬業社（1889年：明治22年）国立国会図書館所蔵
- [8] 松岡文太郎編『代數理論的問題集』數理學館（1888年：明治21年）国立国会図書館所蔵
- [9] 松岡文太郎編『方程式解法及吟味 附不等式・極大極小』青野文魁堂（1903年：明治36年）国立国会図書館所蔵
- [10] 藤沢利喜太郎著『續初等代數學教科書』大日本圖書株式會社（1900年：明治33年）
- [11] 野口保興編纂『初等代數學 第三編』普及舎（1887年：明治20年）
- [12] チャールズ・スミス氏、ホール氏、ナイト氏上野清編纂『新版 大代數學講義』積善館本店  
（10版1904年：明治37年；関数について書かれた八巻は1899年（明治32年）に出版されている）

- [13] 前掲書 [11] pp.497~499
- [14] 前掲書 [8] p. 6
- [15] 前掲書 [8] p. 5
- [16] 前掲書 [8] p. 6
- [17] 前掲書 [8] p. 9
- [18] 前掲書 [8] p.24
- [19] 前掲書 [8] p.27
- [20] 前掲書 [8] p.31
- [21] 前掲書 [7] pp.227~228
- [22] 前掲書 [7] pp.231~232
- [23] 前掲書 [3] pp.253~254
- [24] 前掲書 [3] pp.254~256
- [25] 前掲書 [3] pp.163~168
- [26] 前掲書 [3] pp.172~178
- [27] 前掲書 [12] p.739
- [28] 前掲書 [12] p.740
- [29] 前掲書 [12] p.745
- [30] 前掲書 [12] p.767
- [31] 前掲書 [12] p.769
- [32] 前掲書 [10] p.178
- [33] 前掲書 [10] p.179
- [34] 前掲書 [10] pp.181~182
- [35] 前掲書 [4] 序p.11
- [36] 前掲書 [4] pp.10~11
- [37] 前掲書 [4] p.85
- [38] 前掲書 [5] p.85
- [39] 前掲書 [9] p.56
- [40] 前掲書 [2] p.344