数学教育改造運動期の諸外国の模範的な教科書における関数教育と 日本における関数教育との比較

- 『新主義數學』と『初等實用數學』を対象として-

中 西 正 治 広島大学大学院教育学研究科院生

本稿の目的は、数学教育改造運動期の諸外国の模範的な教科書における関数教育と日本における関数教育との比較をすることによって、日本の関数教育の評価を行うことである。考察の結果、クラインからは関数教育は数学教育全体で行われなければならないこと、グラフは事象の理解にとって分かりやすいこと、幾何教育では図形の可変性が大切であることを学び、ペリーからは実験公式が大切であること、グラフは事象の理解にとって分かりやすいことを学んだ。しかし、クラインのように微積分と関連づけた関数教育、ペリーのように数学の実用性を教える教育はなされなかった。また、幾何学においても図形の可変性は徹底されなかった。すなわち、日本の関数教育は、『新主義數學』や『初等實用數學』に比べ、規模の小さい関数教育であることが明らかとなった。

1. 研究の目的

筆者は、これまで明治 35 年から昭和 10 年までを対象として、日本の教科書における関数教育の変容について研究を進めてきた。しかし、それはあくまでも国内での変容である。本稿では、数学教育改造運動期の諸外国の模範的な教科書における関数教育と日本における関数教育との比較をすることによって、日本の関数教育の評価を行うことを目的とする。

クライン、ペリー、ムーアは数学教育改造運動で世界に大きな影響を与えた。特に、ベーレンドゼン、ゲッチングらがクラインの考えを具体化した教科書である『新主義数學』(1908年)、ペリーの『實用力學』(1883年)『技術者のための微積分』(1897年)『應用力學』(1899年)『初等實用數學』(1913年)等は具体的な提案を行っている。日本もそれらの影響を受けている。その中でも特に『新主義數學』(1911年の第二版)、『初等實用數學』(1913年)に焦点化し、その中で扱われている関数教育の指導内容と、日本の教科書における関数教育の指導内容を比較する。そのことによって、日本

の数学教育は世界の数学教育改造運動における関数教育の何を学び何を学び得なかったのかを明らかにし、日本における関数教育とはいかなるものであったのかをより明確にする。そのため、第二節では『新主義數學』との比較、第三節では『初等實用數學』との比較、第四節では、第二節・第三節のまとめおよび日本における関数教育の評価を行う。

2. 『新主義數學』との比較

(1) クラインの数学教育思想

クラインは、ドイツの教育及び数学教育の歴史から「一般教養の原理」(数学や自然科学も、古典語や近代語と同様に、一般教養の教育に寄与するもの)の重要性を確信する。この「一般教養の原理」がクラインの教育に対する根本的思想である。そして数学教育においては、形式陶冶と実質陶冶の2面を正しく融解しなければならないとしている。

一方、数学史から関数概念は近代数学の基本的思想であり、関数概念は学校数学に対しても影響を与えてきたと分析している。関数概念は実用面(職業面)においても日常的に使われていることから「"函數思想"ノ養成ハ吾々ガ前ニ述ベシ如ク實際ニ廣キ範圍ニ於テ大イニ必要ナルモノ」であり、関数概念は「生徒將來ノ全生活ニ永ク附随スル所ノ概念教養」でなければならないとする。その関数概念の養成の有効的方法として「數學的思考ガ吾々ニ接近スル所ノ標本的形式」である幾何学的形式を提唱している。教育課程において、関数概念の養成は代数学だけでなく、幾何学でも変換を考察することによって数学全体を通じて行うとしている。さらに、関数概念の発展としての初等微積分の学習を主張し、微積分に対しても「一般教養の原理」の立場から、微積分は数学教育の一つの本質的部分であると主張する。また初等微積分の学習を行うにあたって、生徒の発達段階を考慮している。生徒には直観能力があり発達段階に応じてその強化の必要性を重要視している。

以上のような数学教育および関数教育の思想に基づいて『新主義數學』は作られている。

(2)『新主義數學』と日本の教科書における関数教育の指導内容の比較検討『新主義數學』に関しては、訳本である以下の2冊を対象とする。

文部省『新主義數學(上卷)』(大正 4 年 11 月 15 日 3 版発行)⁽¹⁾ 文部省『新主義數學(下卷)』(大正 5 年 5 月 20 日再版発行)⁽²⁾

『新主義數學』作成の主旨は上巻の緒言に述べられている。

原書初版緒言(1908年10月)。

之ガ爲ニハ重キヲ凾數觀念ニ置キ、成ルベク早ク之ヲ與ヘテ斯學教授ノ骨子トナシ、且圖式的描寫ニョリテ之ヲ實地ニ表象スル方法ヲ講ジ、又早クョリ坐標ヲ使用シテ幾何學的即直觀的方法ヲ行ハシメ以テ終ニ微分積分ノ階梯ニ入ラシム。

代數學ニ於テハ函數觀念ヲ何時如何ニシテ引入スベキカニ就キテ多ク躊躇スルヲ要セズ、然レドモ幾何學ニ於テハ之ヲ實行スルニ大ナル困難アリ。先ズ幾何學的圖形ノ固定性ヲ放棄シテ之ヲ可變性ノモノトシ、其諸部分ヲシテ位置及大サニ於テ互ニ相從屬スベキモノトセザルベカラズ。然ルニ此ノ如キハ此學科ヲ教フル初期ニ於テ早クモ起リ得ルモノナリ、例へバ考察當面ノ點ヲ動カシ或ハ線ヲ囘轉又ハ移動スレバ從ウテ圖形ノ性質ニ變化ヲ生ズルガ如シ。カヽル圖形ノ可變性ヲ考フル方法ハ作圖ニ關シテ特ニ應用セラルヽモノナレバ作圖ハ函數觀念ヲ幾何學的ニ理解セシムル絶好ノ手段ナリ。

原書第二版緒言(1911年2月)

特二函數觀念ヲ一層深ク中心點ニ進メ、代數學ニ於テハ圖式的描寫ノ數ヲ増加セリ。今ヤー次及二次方程式ノ圖式的解法ハ最顯著トナリ、幾何學的方法ハ代數學ニ於テ最重要ノモノトナレリ。

「凾數觀念」を数学教育の骨子とし、「圖式的描寫」(グラフ)を用いて「凾數觀念」を実行する方法を講じ、早くから座標を使用して幾何学的直観的に教えること、そしてそれは微分積分にまで及ぶこととしている。しかし代数学においては「凾數觀念」を導入しやすいが、幾何学においては困難であるので、幾何学的図形の固定性を放棄し、「諸部分ヲシテ位置及大サニ於テ互ニ相從屬スベキモノ」と考える「圖形ノ可變性」を提唱している。

下巻の緒言においても「<u>くらいんノ改革主義</u>ニ從ウテ<u>函數觀念</u>ヲ第一位ニ置クコト」とし、同様の趣旨を述べている。

上巻ニ於ケルト同一ノ方法ヲ襲踏シ、<u>くらいんノ改革主義</u>ニ從ウテ<u>函數觀念</u>ヲ第一位ニ置クコトトセリ。コノ主義ハ獨リ三角法ニ於テノミナラズ總テノ他ノ部門ニ於テモ之ヲ一貫シ、純幾何學編ニ於テスラ同様ノ主義ニョレリ. <u>圖式的描寫</u>ニモ亦少カラズ重キヲ置キ、適當ナル場所ニ於テハ必ズ之ニ注意セリ.本教程ヲ學習シテ微分學ニ進ムモノハ容易ニ之ヲ理解シ、唯其年來修得セル函數取扱ノ必然ノ結果ニ外ナラズト考フベシ。尤微分學積分學モ亦純經驗的方法ニ基キ、少シモ空理ニ直ルコトナク、幾何學的並ニ同様ノ實際的考察ノ上ニ之ヲ授クルコトトセリ。

以上のような考えのもと、指導内容は実際化される。その指導内容は比較検討の中で述べることにする。

日本の教科書における関数教育の指導内容は、算術・代数学・三角法に関しては昭和 2 年から昭和 10 年の指導内容を、幾何学に関しては明治 35 年から昭和 10 年の間に関数教育として考えられた指導内容すべてを対象とする。算術・代数学・三角法は昭和 2 年から昭和 10 年にかけてその指導内容が一定してきた時期であり、幾何学は明治 35 年から昭和 10 年にかけて個別的な特徴を見せているからである。

では、以下指導内容の比較検討を行う。

『新主義數學』および日本の教科書の両方に扱われている指導内容には〇印、日本の教科書で扱われ『新主義數學』で扱われていない指導内容は無印とし、表にすると [表 1] のようになる。

[表 1]『新主義數學』と日本の教科書ともに扱われている指導内容 第8、44巻

[数1] [初工裁数字] [日7]	
算術・代数学	
グラフの説明(定義)	0
棒・折線・曲線グラフ	0
円(扇形)グラフ	
2 量の比較グラフ	
比例・反比例を倍々・倍逆数倍で定義	0
比例・反比例・複比例を式で説明し比で定義	
y=ax(正比例の中で)のグラフ	0
y=a/x(xy=a)(反比例の中で)のグラフ	0
平方根に比例する式紹介	
2 乗に比例する式紹介	0
3 乗に比例する式紹介	0
2 乗に反比例する式紹介	0
3乗に反比例する式紹介	0
2 乗比例をグラフで説明	0
3 乗比例をグラフで説明	Ō
一次方程式の根の図解	ō
二次方程式の根の図解	0
連立方程式(一次)の図解	0
二元連立一次方程式の不定・不能をグラフで説明	
連立方程式(二次)の図解	0
$2x^2-3x-5=0$ & $2y-3x-5=0$, $y=x^2$ & U.T.	0
一次不等式とグラフ	
二次不等式とグラフ	
一版作号2007/2 分数不等式とグラフ	
連立二元一次不等式とグラフ	
「変数」「常数」の説明	0
関数の定義	0
独立変数・従属変数の定義	0
独立を数・近周を数のた我 座標の用語の説明	0
産標の用語の説明 「一次函數」「二次函數」(「一元函數」「二元函	0
「一次函数」「二次函数」(「一元函数」(二元函 数」)の用語	
ー次式(一次関数)y=ax+b のグラフ	0
勾配・傾斜率	
一次式(一次関数)の直線性の幾何学的証明	0
一次式(一次関数)の直線性の直観的証明	
二元一次方程式 <i>ax</i> + <i>bx</i> = <i>c</i> のグラフ	0
二次式(二次関数) $y=ax^2+bx+c$ のグラフ	
三次式(三次関数) $y=ax^3+bx^2+cx+d$ のグラフ	0
2 実根・重根・虚根を示すグラフ(判別式とグ	
2 天依・単依・歴依を小りグラブ(刊別式とグ ラフの関係)	
極大・極小(最大・最小)	0
公式のグラフ	0
換算のグラフ(摂氏・華氏)	<u> </u>
多元関数(公式)	0

列車運行図表	0
弾丸の水平距離と高さの関係(表と曲線のグラ	
フあり)	
落下問題	0
三角形の面積と高さの関係を式とグラフで	0
正方形の面積を式とグラフで	0
矩形の面積一定で縦と横の関係を式とグラフで	0
双曲線(xy=a)のグラフ(方程式として)	7
円の方程式とグラフ	7
楕円の方程式とグラフ	0
双曲線(一般型)の方程式とグラフ	0
1 つの式では与えられない関数	0
極限(分数式の値の変化のために)	0
無限大	0
分数関数のグラフ	0
霧関数(N=10*)のグラフ	0
	0
対数関数 y=log ₁₀ x のグラフ	
無理関数のグラフ	
実験公式	
単利・複利の式とグラフ	0
等差数列のグラフ	0
等比数列のグラフ	0
二項分布のグラフ	
統計(度数分布図表)	
幾何学	
三角形を関数として捉える	0
補角の関係・余角の関係を式(グラフ)で	0
平行四辺形を一角の関数と捉える	0
三角形の面積と高さの関係を式とグラフで	0
矩形の面積一定で縦と横の関係(グラフ)	0
正方形の面積はその一辺の関数(グラフ)	0
弦の長さは中心からの距離の関数	0
中心角と弧(扇形の面積)の関係(倍倍)	
内分・外分点の比の変化	0
軌跡(図形を点の集合として捉える)	
軌跡(連続変化よって生ずる図形)	0
包線	
垂直二等分線上の点の動きに伴なう変化・	
背中合わせの2つの三角形の周囲(四角形)一	
定での角と辺の変化	
斜線(垂線)の変化(足の位置変化の伴うその	0
交点の変化)	
斜線 (垂線) の変化 (足の位置変化の伴うその 日本の変化)	0
長さの変化) 制線な灯線に近づける	0
割線を切線に近づける 内接する四角形の内角外角の関係から割線の	
移動によって接弦定理を説明する	

幾何学的量の最大・最小	0
正多角形の辺数と一内角・一外角の変化とその	
グラフ	
円に内接・外接する正多角形の周と辺数との関	
係のグラフ	
正多角形の周及び面積は外接円の半径と辺数	
の関数	
グラフについての説明	0
座標の(用語)の説明	0
一次式 (x+2) のグラフ	0
二次式(x²-4)のグラフ	0
y=ax のグラフ	0
円の方程式とグラフ	0
抛物線の方程式とグラフ	0
楕円の方程式とグラフ	0
双曲線(一般型)の方程式とグラフ	0
空間直角座標(球面の方程式とそのグラフ)	
空間直角座標(直円柱面の方程式とそのグラフ)	
空間直角座標(直円錐面の方程式とそのグラフ)	

空間直角座標(楕円回転体の面の方程式とその グラフ)	
複素数の積をグラフ上で説明	0
ノモグラフ	
汽車時間のグラフ	0
定量・変量の定義	
極限の定義	0
円周率(極限で求める)	0
円周(極限で求める)	0
円の面積(極限で求める)	0
直円柱・直円錐の側面積・体積	0
球の表面積・体積(極限で求める)	0
三角法	
比ハZXAYノ函數	0
三角関数の値の増減(表)	0
三角関数のグラフ(0°≦x≦180°)	
三角関数のグラフ(一般角)	0
三角関数の和のグラフ	

([表 1] の見方)(3.(2)の[表 2]も同様である)

指導内容の欄で、一番細かい階層で関数教育の指導内容を取り入れていると考えられる場合には明朝体で、次の上の階層で取り入れていると考えられる場合にはゴシック体で、更に上の階層で取り入れていると考えられる場合にはゴシック体と下線で表した。ただし、教科書によって同じ内容でも階層が異なる場合があるので、1 つの目安に過ぎないことを含意している。

[表 1] から、日本の関数教育で扱われており、『新主義數學』の関数教育では扱われていない指導内容に、以下のものがあることがわかる。

[算術・代数学] 不等式、実験公式、二項分布、統計(度数分布表)

[幾何学] 空間の方程式、包絡線、幾何的関係を式とグラフで表すこと(正多角形の 辺数と一内角・一外角の変化とそのグラフ、円に内接・外接する正多角形の周と辺数 との関係のグラフ)、正多角形の周及び面積は外接円の半径と辺数の関数とみるこ と、ノモグラフ

「三角法」三角関数の和のグラフ

逆に、『新主義數學』で扱っており、日本の教科書で扱っていないまたは取扱っている程度が低いと思われる指導内容(概略)は、以下の通りである。

[算術・代数学]

- $\cdot a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 、 $\sqrt[n]{a}$ $\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ 、 $\log_\beta a + \log_\beta b = \log_\beta ab$ などの公式のグラフ上で詳しい説明
- ・複素数の計算規則のグラフ上での説明
- ・微分積分(関数の和、積、商、対数関数、指数関数、三角関数、曲線の長さ、逆 三角関数、テイラー級数、マクローリン級数、円運動、ケプラーの第一法則・第 二法則、ニュートンの引力の法則、エネルギー保存の法則)
- ・解析幾何 (種々の直線の式表現、点と直線の距離、2直線の交角)

[幾何学]

・「凾數觀念」の育成のため、幾何学では図形の「可變性」すなわち「諸部分ヲシテ位置及大サニ於テ互ニ相從屬スベキモノ」という関数的な見方や考え方の徹底。そのために、例えば上巻の「第二編 平面幾何學」の「第三章 三角形」「第二十五節 演習及作圖問題」の中では「作圖ニ依リテ求メタル部分ノ大サハ所與ノ部分ノ函數ナリト云フ。」、同編「第三章 圓」「第三十節 弧、中心角及弦」では「故ニ弦ノ長サハ中心ヨリノ距離ノ<u>函數</u>ナリ(又逆ニ、中心ヨリ弦ノ距離ハ其弦ノ長サノ函数ナリ)」など、何が何の関数であるかということを明示している。

図形の可変性については、「第二編 平面幾何學」「第三章 三角形」「第二十五節 演習及作圖問題」では「(7) 直角錐ニハ幾個ノ對稱面アリヤ又此等ノ面ノ位置ハ如何。高サガ増シ或ハ減ズルトキハ側稜ハ如何ニ變ズルカ又側面及角錐ノ形ハ如何ニ變ズルカ。」「例題(1)二ツノ所與點 A 及 B アリ、A ヨリ a=5 糎、B ヨリ b=7.3 糎ノ距離ニ在ル點 P ヲ作圖セヨ。此ノ如キ點ハ幾個アリヤ。a 及 b ノ大サヲ變ジテ P ノ位置ガ如何ニ變ズルカヲ吟味セヨ。」、「第三章 圓」「第三十節 弧、中心角及弦」では「例題(4)圓ノ内或ハ外ノ一點 P ヨリ其圓周ニ至ル最大及最小ノ距離ヲ求メヨ。圓周上ノ動ク或點ヨリ點 P ノ距離ハ如何ニ變ズルカ。」などがある。

- ・角柱・角錐・円柱・円錐・角錐台・円錐台・球の体積を積分で算出。
- ・球面三角法

[三角法]

・逆三角関数(グラフ)

以上が指導内容の差異である。

日本の関数教育もその重要性・必要性を認め、関数教育は数学教育全体で行っていかなければならないとし教科書を作成している。その思想は『新主義數學』の主張と同じである。しかしながら、これまで見てきたように指導内容は『新主義數學』で扱っていない不等式、実験公式、二項分布、統計(度数分布表)を扱っているが、日本の教科書で扱っていない指導内容の方がはるかに多い。また、『新主義數學』で扱っている指導内容は質も高い(詳しく扱われている)。特に微積分に力を入れており、その利用度も高い。日本の教科書はそこまで行われていない。幾何学については、図形の可変性が扱われるがその徹底度が違う。『新主義數學』では可能な箇所すべてで可変性が扱われ、そこでは「何が何の関数であるか」を明示する方向で指導されている。しかし、日本の幾何学では可能な箇所すべてで扱っているとはいい難く、「何が何の関数であるか」も明示されることは少ない。三角法でも『新主義數學』は逆三角関数まで扱っている。

以上のことから日本の関数教育は『新主義數學』に比べ、全体としてその質は深く はなくその量は少ないことがわかる。しかしこのことがすぐ日本の関数教育の批判に はつながらない。クラインは当時のドイツの教育に対して「一般教養の原理」や数学 史や実用の面から数学教育の改造を推し進めてきたが、日本は欧米の数学教育改造運 動に学び数学教育の改造を推し進めてきている部分が大きい。改革に向けての背景(国 情や教育の情況)が異なる。確かに日本は『新主義數學』に比べ、その質は深くなく 量は少ないが、『新主義數學』の基本的な思想を受け継いでいることは確かである。

3. 『初等實用數學』との比較(3)

(1) ペリーの数学教育思想

ペリーは自然科学の学習のために、実用のための数学、言い換えれば数学の応用を考えた。そのために、自然のもっとも初歩的な研究で必要な方法として「計算のさい対数を使うこと」「代数の公式を処理する知識と能力」「方眼紙の使用」「微積分の方法」の4つを挙げた。そしてこの4つを柱として『初等實用數學』を構築している。

「計算のさい対数を使うこと」は、実験・実測では小数の計算が迅速に出来ることが必要であるためであり、「代数の公式を処理する知識と能力」は、実際に実験結果や実測の結果に対応して公式(公式を1つの法則と見なし1つの関数といった見方をしている)を使える知識と能力が必要であるからである。また「方眼紙の使用」の理由として、2つの事象の依存関係が容易に出来ること、方眼紙はとても安く買えること、観察の誤差を正すことを可能にすること、見つけたい法則を発見できること、古典的な数学教育を受けてこなかった労働者あがりの生徒たちに有効であることを挙げている。「微積分の方法」は、工学の分野において必要とされている知識としている。そしてこの4つの柱は、『初等實用數學』の指導順序の大筋にもなっている。

また、ペリーが実用数学として一番利用度が高いため重要であると考えていた関数は、指数関数であり(第十二章で詳しく扱っている)、その次が一次関数である(第十三章で詳しく扱っている)。この考えは指導順序にも現れている。比例は第五章で扱われているが、指数関数・一次関数と比べればその位置付けは低く、単に式の形(単比例の形・複比例の形)を教えているにすぎないのである。ひじょうに軽い扱いである。

ペリーにとっては、関数教育を行うことが目的でなく、あくまでも微積分を利用した自然科学の学習が目的であって、その指導の中に、関数教育が包括されているのである。

(2)『初等實用數學』と日本の教科書における関数教育の指導内容の比較検討 日本の教科書における関数教育の指導内容は前節と同様である。ただし、『初等實

用數學』は幾何学について触れていないので幾何学を省略する。前節と同様にして、 『初等實用數學』および日本の教科書の両方で扱われている指導内容には〇印、日本 の教科書で扱われ『初等實用數學』で扱われていない指導内容は無印とし、表にする と[表 2] のようになる。

「表 2]『初等實用數學』と日本の教科書ともに扱われている指導内容

[表 2]『初等實用數學』と日本	K (1)
算術・代数学	
グラフの説明 (定義)	0
棒・折線・曲線グラフ	
円(扇形)グラフ	
2 量の比較グラフ	
比例・反比例を倍々・倍逆数倍で定義	
比例・反比例・複比例を式で説明し比で定義	0
y=ax(正比例の中で)のグラフ	0
y=a/x($xy=a$)(反比例の中で)のグラフ	
平方根に比例する式紹介	0
2 乗に比例する式紹介	0
3 乗に比例する式紹介	0
2 乗に反比例する式紹介	0
3 乗に反比例する式紹介	0
2 乗比例をグラフで説明	0
3 乗比例をグラフで説明	0
一次方程式の根の図解	0
二次方程式の根の図解	0
連立方程式(一次)の図解	
二元連立一次方程式の不定・不能をグラフで説明	
連立方程式(二次)の図解	
$2x^2-3x-5=0$ を $2y-3x-5=0$ 、 $y=x^2$ として	0
一次不等式とグラフ	
二次不等式とグラフ	
分数不等式とグラフ	
連立二元一次不等式とグラフ	
「変数」「常数」の説明	0
関数の定義	0
独立変数・従属変数の定義	
座標の用語の説明	0
「一次函數」「二次函數」(「一元函數」「二元函	
數」)の用語	
一次式(一次関数)y=ax+b のグラフ	0
勾配 · 傾斜率	0
一次式(一次関数)の直線性の幾何学的証明	
一次式(一次関数)の直線性の直観的証明	0
二元一次方程式 ax+bx=c のグラフ	0
二次式(二次関数)y=ax²+bx+c のグラフ	0
三次式(三次関数) $y=ax^3+bx^2+cx+d$ のグラフ	0

件者ともに扱われている指導内谷 	
2 実根・重根・虚根を示すグラフ (判別式とグ	
ラフの関係)	
極大·極小(最大·最小)	0
公式のグラフ	
換算のグラフ(摂氏・華氏)	
多元関数(公式)	0
追い越し算をグラフで説明	
列車運行図表	0
弾丸の水平距離と高さの関係(表と曲線のグラ	0
[フあり] 	
落下問題	0
三角形の面積と高さの関係を式とグラフで	
正方形の面積を式とグラフで	
矩形の面積一定で縦と横の関係を式とグラフで	
双曲線(xy=a)のグラフ(方程式として)	
円の方程式とグラフ	0
楕円の方程式とグラフ	0
双曲線(一般型)の方程式とグラフ	0
1 つの式では与えられない関数	
極限(分数式の値の変化のために)	0
無限大	0
分数関数のグラフ	0
舞関数 (N=10*) のグラフ	0
対数関数 y=log ₁₀ x のグラフ	0
無理関数のグラフ	0
実験公式	0
単利・複利の式とグラフ	0
等差数列のグラフ	
等比数列のグラフ	
二項分布のグラフ	
統計(度数分布図表)	
三角法	
比ハZXAYノ函數	0
三角関数の値の増減(表)	0
三角関数のグラフ(0°≦x≦180°)	
三角関数のグラフ(一般角)	0
三角関数の和のグラフ	0

[表 2] から、日本の関数教育で扱われており、『初等實用數學』の関数教育では扱われていない指導内容に、以下のものがあることがわかる。

[算術・代数学] グラフの紹介 (棒・折線・曲線グラフ、円 (扇形) グラフ、2 量の比較グラフ)、連立方程式 (一次、二次、不定・不能)の図解、不等式 (一次、二次、分

数、連立)とグラフ、用語(「一次函數」「二次函數」(「一元函數」「二元函數」)、判別 式とグラフの関係、公式・換算のグラフ、幾何図形の面積とグラフ、数列(等差・等 比)のグラフ、二項分布のグラフなど。

[三角法] 特になし。

逆に、『初等實用數學』で取扱っている指導内容の中で、日本の関数教育で取り扱っていないまたは取扱っている程度が低いと思われる指導内容(概略)は、以下の通りである。

[算術・代数学]

- ・ひじょうに多くの物理学で扱う公式を与えている。そして物理学の公式を使って 小数の代入計算を数多くさせている。(第四章・第五章)
- $v = e^{bx}$ のグラフを扱っている。(第十二章)
- ・実験結果から実験式を導き出すことを重視している。(第十四章・第十五章)
- ・微分積分(微分・積分の図形的意味、整関数の微積分、速度と加速度、接線と法線、物理学での応用(梁と支柱、流体、熱の問題、電信電話の問題)、複利法則、単振動、自然振動、強制振動、電気振動、周期関数、和・積・商の微分公式、対数関数・指数関数、テーラーの定理、簡単な偏微分、双曲線関数、ドモアブルの定理、三角関数、微分方程式、ベクトル運動)(第十八章~第三十七章)

[三角法] 三角関数の微積分

以上が指導内容の差異である。

日本も関数教育の重要性・必要性を認め、その教育は行われてきた。しかしながら 『初等實用數學』と比べると、随分とその様相が異なる。同じ教科書といっても、物 理と数学が「最大の幸福をつくり出し最大の実力を与える」としたペリーの考えを実 際化した『初等實用數學』の章立てやその指導内容は、必然的に関数教育というより 微積分を利用した自然科学の学習(物理学)を目的とする形になっている。

以上のことから、関数教育において、日本の関数教育は<u>実用的な数学</u>といった面では実験公式など一部に共通する面もあるが、<u>実用的な数学</u>の思想をそれほど受け継いでいない。では具体的にペリーから何を受け継いだのか。それは「グラフの使用」である。日本の関数教育においてグラフが重要視されてきたことはここに大きな一因がある。その他の思想はそれほど影響されていない。

4. 日本における関数教育の評価

2. と 3. において、数学教育改造運動の諸外国の模範的な教科書『新主義數學』(1908年)『初等實用數學』(1913年) における関数教育に関わる指導内容と、日本における関数教育の指導内容の比較考察を行った。本節では日本の数学教育は、世界の数学教育改造運動における関数教育の何を学び何を吸収しなかったのかを明らかにし、日本の関数教育とはいかなるものであったのかを明確にする。

関数概念や関数観念は社会・文化と深く関わっており、社会や自然事象の理解には

必要不可欠である。そのためには実質陶冶面が必要であり重要であること、そしてその具体的な指導内容に関して、クラインからは、関数教育は数学教育全体で行われなければならないこと、グラフは事象の理解にとって分かりやすいこと、幾何教育では図形の可変性が大切であることを学んだ。ペリーからは、実験公式が大切であること、グラフは事象の理解にとって分かりやすいことを学んだ。これらのことが日本の分科主義を変革させる原動力となったのである。

では何を学び得なかったか。それは、日本の関数教育に微積分の学習を取り入れるまでには至らなかったことである。その結果、クラインのように微積分と関連づけた関数教育、ペリーのように数学の実用性を教える教育はなされなかった。また、幾何学においても図形の可変性は徹底されなかった。

確かに日本の関数教育も、円グラフ、2量の比較グラフ、換算のグラフ(攝氏・華氏)、追い越し残をグラフで解くこと、不等式、二項分布、統計(度数分布表)など、独自の指導内容もあるが、全体的な文脈からすると、やはり『新主義數學』や『初等實用數學』に比べ規模の小さい関数教育となっているのである。

[引用文献]

- (1) 文部省『新主義數學(上卷)』(大正4年2月20日発行、同年11月15日3版発行:国定教科書共同販売所)
- (2) 文部省『新主義數學(下卷)』(大正5年3月20日発行、同年5月20日再版発行:国定教科書共同販売所)
- (3) 新宮恒次郎訳『ペリー初等實用數學』(昭和8年2月24日訂正再版発行:山海堂) 本研究にはこの訳本を使用した。

[参考文献]

- (1) ペリー・クライン著丸山哲郎邦訳、『数学教育改革論ペリークライン』(1974年 12月再版:明治図書)
- (2) 林鶴一・武辺松衛共訳『獨逸ニ於ケル數學教育』(大正 10 年 2 月 11 日発行:大日本図書株式会)
- (3) 小林佐平『ペリームーアクライン新數學教育論の根本思想』(昭和9年4月20日発行:モナス)
- (4) 小倉金之助『數學教育の根本問題』(大正13年3月20日発行、大正13年4月3日第8版発行:イデア書院)
- (5) 木村良夫「ジョン・ペリーの数学教育改革論」神戸商科大学『人文論集』第26巻 第1・2号 (平成2年12月) この論文は、「工業物理の教育 (The Teaching of Technical Physics)」の前半部分を中心にペ リーの主張の紹介と分析をしている。
- (6) 公田 藏「John Perry と日本の数学教育」数理解析研究所講究録録 1195『数学史の研究』 京都大学数理解析研究所(2001 年 4 月)の pp.191-206
 - この論文は、井口の申報に基づいて、工部大学校におけるペリーの数学教育についての考察を行い、ペリーの数学教育改造運動について考察している。
- (7) 板倉聖宣「ジョン・ペリーの生涯」『数学のたのしみ』No.20-23 (日本評論社) この論文は、ペリーが勤務していたパブリックスクールの学校の程度を明らかにし、ペリーの数学教育の思想を一層詳しく考察している。