

(負)×(負)=(正)の教授法の 変遷についての一考察(Ⅱ)

——1899年(明治32年)から1947年(昭和22年)までを対象にして——

中西正治

大阪府南河内郡美原町立西中学校

要約：本稿は、拙稿〔1〕の続きにあたるもので1899年(明治32年)から1947年(昭和22年)までの教授法の変遷について考察を行った。その結果改造運動の影響があつた昭和6年の教授要目を境に、規約的説明に代表されるような数学的な発想によるものから、「量」型の説明に代表されるような教育的な発想によるものへと変化していったことが明らかになった。但し、東京・広島高師附属中の教科書は、それ以前からすでに「量」型の説明を行っている。それは何故か。昭和6年以前は改造運動は一般的ではなく、「数学者、数学の研究者」たちの理解を得られず一部の人達のものであつた。それまでの数学教育界を作り上げてきた藤沢の影響や「改造運動を白眼視」していた「数学者、数学の研究者といわれる人々」の状況を考えると、「量」型ではなく規約的説明が支配的にならざるを得なかったことが理解できる。

〔1〕研究の目的

筆者は拙稿〔1〕において、明治時代には(負)×(負)=(正)の教授方法が現代の教授方法とは違い、代数的説明でいろいろとなされていたことを明らかにした。〔1〕で扱った時代は、日本人の手による代数の教科書は公的には作られていなかった。翻訳・翻案の教科書を使用していた。しかし、藤澤利喜太郎と菊池大麓の二人は、教科書検定条例制定の翌1887年頃、服部一三普通学務局長から数学課程を一定するようにと依頼され、算術、幾何、代数、三角法の教科書を作った⁽²⁾。そして、1899年(明治32年)我が国の学校数学の代数分野のその後に大きく影響を与えた藤澤利喜太郎編纂の『初等代数学』が出版された。それ以後、(負)×(負)=(正)の教授方法はどのように変わっていったのか。本稿は1899年(明治32年)から1947年(昭和22年)までを対象に、(負)×(負)=(正)の教授方法の変遷を概観し考察をおこなうものである。

〔2〕研究の方法

日本における中学校の数学教育が、その内容にわたって厳密に統制されたのが1902年(明治35年)に出された教授要目である。それ以来1911年(明治44年)、1931年(昭和6年)、1942年(昭和17年)、1943年(昭和18年)、1947年(昭和22年)と変遷を遂げてきた。これらの教授要目および学習指導要領のもとで作られた教科書を対象にその変遷を考察する。各教科書の負数の乗法に関する(負)×(負)=(正)の教授方法を年代とともに検討し、その変遷を考察する。

[3] 1902年(明治35年)の教授要目以前の教科書の検討

(1) 藤澤利喜太郎編纂『初等代数学 上巻』(1899年 昭32年)p.97

藤澤の『初等代数学 上巻』は1899年(明治32年)に出版されたとはいえ、1902年(明治35年)の教授要目と深く係わっている教科書であるので、1902年(明治35年)の教授要目のもとでの教科書と考える方が良いかもしれないが、本稿では形式的に年代で分けることとし、1902年(明治35年)の教授要目以前の教科書として扱うこととする。

藤澤は緒言で「負数分數ニ係ル計算ノ意義法則ハ全ク規約ヨリ出ズルモノナルヲ数学者多年ノ研究ニヨリテ既ニ確定シ疑ヲ挟ムノ餘地アルヲナシ」と言っているように、負数の計算規則を規約として考えている。

具体的には「形式不易ノ大原則」を使い説明をおこなっている。

まず、 $(-4) \times 3 = -4 - 4 - 4 = -12$ であることを確認し、一般化する。そして $(-a) \times (+b) = -a b$ に交換法則を利用して、 $(+b) \times (-a) = (-a) \times (+b) = -a b$ と考える。この式を「負数を掛けると被乗数の符号が変わる」と解釈し、この法則を被乗数が負数のときにも適用するのである。すなわち、「負数ヲ掛クルニハ其絶対値ヲ以テ掛ケテ得タル積ノ符號ヲ換フベシ此規約ハ負数ニ負数ヲ掛クル場合ニモ適用スルヲ得」るのである。

本稿では、このような教授法を「交換法則拡張規約」型と呼ぶことにする。

(2) 樺 正董著『代数学教科書 上巻』(1899年 昭32年)p.17

乗数が正数のときは、同数累加で説明をしているが、乗数が負数のときは、「然レドモ負数ヲ乗ズルトハ何ヲ指スカヲ規約セザルベカラズ」といって、天下り的に「或數ニ負数ヲ乗ズルトハ其絶対値を乗ジタル結果ノ記號ヲ變ズルヲナリ」として完全な規約の形で教えている。その例として次のように示している。

$5 \times (-3)$ ハ 5×3 即15ノ記號ヲ變ジタル -15 ニシテ $5 \times (-3)$ ハ -5×3 即 -15 ノ記號ヲ變ジタル $+15$ ナリ故ニ $5 \times (-3) = -15$ 、 $(-5) \times (-3) = +15$

ただ藤澤も規約という立場をとっているが、藤澤は正数の範囲でなりたっていたことを交換法則を用いて負数の範囲でも成り立つと拡張し、規約という形でまとめている。しかし樺の場合は何の説明もなく一方的に規約の形をとっている。本稿では樺の教授法を藤澤の規約と異なると考え、何の説明もなく一方的に規約の形をとっているため、この教授法を「規約」型と呼ぶことにする。

[4] 1902年(明治35年)の教授要目のもとでの教科書の検討

はじめて教科課程が一定されたのが、この1902年(明治35年)に出された教授要目である。ただ残念なことにその方向は当時の世界の数学教育改造運動とは逆行するものであった。この当時は「規約」型がほとんどである。(3)から(5)の教科書が「規約」型である。

(3)寺尾壽・吉田好九郎合編『中學校數學教科書 代數之部 上巻』(1904年 昭和37年)p.15

(4)高木貞治編著『普通教育 代數教科書 上巻』(1906年 昭和39年)p.24

(5)澤田吾一著『増訂 代數學教科書 上巻』(1907年 昭和40年)pp.10~11

(6)藤澤利喜太郎編纂『初等代數學 上巻』(1908年 昭和41年)p.74

『初等代數學 上巻』(1899年 昭和32年)p.97と同じ「交換法則拡張規約」型である。

[5] 1911年(昭和44年)の教授要目のもとでの教科書の検討

東京高等師範学校の黒田稔・西川順之らによって数学教育改造運動の立場にたった附属中学校の数学教授細目が明治42年頃に完成をした。この数学教授細目が影響を与えたのが1911年(明治44年)の教授要目である。

(7)樺 正董著『新訂 代數學教科書 上巻』(1911年 昭和44年)p.26

『代數學教科書 上巻』(1899年 昭和32年)p.17と同じ「規約」型である。

(8)千本福隆編纂『初等代数学 上巻』(1911年 昭和44年)pp.50~51

$A - B > 0$, $C - D > 0$ ならば, $(A - B)(C - D) = AC - BC - AD + BD$ であることは既習内容として, $A - B < 0$, $C - D < 0$ のときの積を考える。

$m > 0$, $n > 0$ とすると, $A - B = -m < 0$, $C - D = -n < 0$

$$(A - B)(C - D) = (-m) \times (-n)$$

$$AC - BC - AD + BD = (AC + BD) - (BC + AD)$$

$$= [AC + (A + m)(C + n)] - [(A + m)C + A(C + n)]$$

$$= [AC + AC + An + mC + mn] - [AC + mC + AC + An]$$

$$= +mn$$

よって, $(-m) \times (-n) = +mn$ となる。

本稿では、このような教授法を「分配法則拡張」型と呼ぶことにする。

(9)林 鶴一編纂『中等教育 代數學教科書 (上巻)』(1912年 昭和1年)pp.25~26

藤澤と同じ「交換法則拡張規約」型である。

(10)文部省『新主義數學 上』森外三郎訳(1915年 昭和4年)pp.246~247

算術で習った分配法則 $u(a + b) = ua + ub$ は、相対数(正負の数)のときでもまったく形式的に成り立つと仮定する。すると, $(-b) + b = 0$,

$(-a) \cdot 0 = 0$ であるから, $(-a) \times [(-b) + b] = 0$ となる。

すなわち, $(-a) \cdot (-b) + (-a) \cdot b = 0$ となる。 $(-a) \cdot b = -ab$ だから

$(-a) \cdot (-b) - ab = 0$ 。よって、零になるためには, $(-a) \cdot (-b)$ は $+ab$

という値にならなければいけない。だから $(-a) \cdot (-b) = +ab$ となる。

本稿では、このような教授法を「ゼロ利用」型と呼ぶことにする。

(11)から(17)の教科書は「規約」型である。

- (11)林 鶴一編纂『中等教育 代数学教科書〔上巻〕』(1916年 大正5年)p.24

大正元年版では、「交換法則拡張規約」型で説明を行っていたが、この大正5年版では「規約」型として教えている。

- (12)寺尾 壽編『實業教育 三訂 代数教科書』(1922年 大正11年)p.19

- (13)園 正造編『女子新代数』(1923年 大正12年 訂正再版)p.16

- (14)園 正造編『中等教育 新代数 上巻』(1925年 大正14年 訂正五版)p. 20

- (15)石井省吾訳『エミル ボレル 代数学』(1926年 大正15年)p.54

定義として教えている。

定義 一ツノ数ノ絶対値ガ、ソノ因数ノ絶対値ノ積ニ等シク、且ツコレ等ノ因数ガ同符號ナルトキ正ニシテ、異符號ナルトキ負ナル所ノ数ヲ正又ハ負ナル二数ノ積ト云フ。

定義ニヨツテ、次ノ結果ガ得ラレル

$$3 \times 5 = 15, 3 \times (-5) = -15, -3 \times 5 = -15, -3 \times (-5) = 15$$

エミル ボレルは定義として扱っているが、本稿では何の説明もなく一方的に教えているということで「規約」型と考える。

- (16)林 鶴一著『中等教育 代数学教科書〔上巻〕』(1927年 昭和2年)p.24

- (17)角 達介『中等教育 新式代数』(1927年 昭和2年)p.9

- (18)広島高等師範学校附属中学校数学研究会著『中等教育 新代数 上巻』(1927年 昭和2年訂正再版 大正15年初版)p.12

利益・損失を利用することによって生徒の身近な事柄で説明をしている。分かり易い。例えば、以下のようである。

或る人が5ヶ月前にはある利得があったが、毎月30円づつ損失をしてきたので今はまったくその利得を失ってしまった。前の利得はどれだけであったか。利得の金高を正数で、損失の金高を負数で表し、また今より後の月数を正数で今より前の月数を負数で表して計算をすれば、 $(-30^m) \times (-5) = +150^m$ となる。本稿では、このような教授法を「量」型と呼ぶことにする。

(19)から(21)の教科書は「規約」型である。

- (19)掛合宗一著『新編 代数学教科書』(1928年 昭和3年)p.29

- (20)津山三郎・玉置哲二共著『改訂 代数教科書 上巻』(1929年 昭和4年 修正発行)pp.15~16

- (21)竹内端三著『修訂 中等代数学新教科書 上巻』(1930年 昭和5年)p.30

- (22)東京高等師範学校附属中学校内数学研究会編『初等数学 算術・代数(上)』(1930年 昭和5年訂正四版 大正15初版)p.200

「量」型である⁽³⁾。寒暖計を例にとり、時間とともに変化する温度で説明をしている。例えば、以下のようである。

「毎時2'づつ下がって現在0'になったとすれば3時間前には何度であったか」2'上がることを+2', 2'下がることを-2'で表し、3時間後を+3時、3時間前を-3時で表すこととする。算術において毎時2'づつで3時間の計算には

掛け算で、 $2 \times 3 = 6$ となる。これによって上の関係を掛け算の式で表すと、
 $(-2) \times (-3) = +6$ となる。

[6] 1931年(昭和6年)の教授要目のもとでの教科書の検討

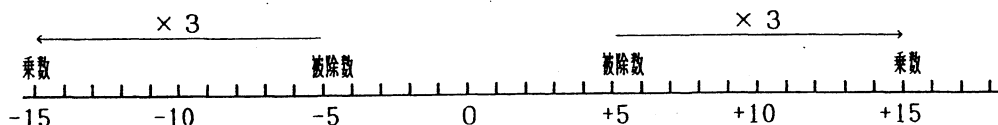
第一次大戦中の1918年(大正7年)ごろと1924年(大正13年)に要目を変えようとしたが、実施をみなかった⁽⁴⁾。しかし、1919年(大正8年)に日本中等教育数学会が組織され、それまでの個人的な運動と異なりその形態もかわってきた。また大正から昭和の初期にかけて改造運動を念頭においた日本人による数学教育の単行本や翻訳書がたくさん出された。ようやく1931年(昭和6年)に教授要目改正が行われたのである。

(23)問谷 力著『新編 代數教科書 上巻』(1931年 昭和6年)p.60

3倍することは、同数累加で考える。

$$(+5) \times 3 = (+5) + (+5) + (+5) = +15, (-5) \times 3 = (-5) + (-5) + (-5) = -15$$

これを数直線で見ると、正数倍すると、被乗数と同じ側にその答えがきている。



正の数と負の数とは反対の性質だから、負数倍すると、被乗数と反対側にその答えがくると考える。 -5 の -3 倍は $+15$ 、 $+5$ の -3 倍は -15 となる。すなわち、 $(-5) \times (-3) = +15$ 、 $(+5) \times (-3) = -15$ である。本稿では、このような教授法を「ベクトル」型と呼ぶことにする。

(24)米山國蔵著『新定算術・代數教科書 上』(1931年 昭和6年)p.94 「規約」型である。

(25)から(29)の教科書は「量」型である。

(25)広島高等師範学校附属中学校数学研究会『中等教育 新制數學教科書 第一學年用』(1931年 昭和6年)p.124

利益・損失を利用することによって生徒の身近な事柄で、説明をしている。分かり易い。例えば、以下のようなものである。

50円の利益を $+50$ 円で表すと、50円の損失は -50 円

今より3日後を $+3$ 日で表すと、今より3日前は -3 日

現在より財産が50円多ければ $+50$ 円で表すと、

現在より財産が50円少なければ -50 円

というように、正負を考える。その後、「毎日 -5 円ずつ儲けると、 -3 日後の財産は現在よりどうなっているか。」を考える。そして $(-5) \times (-3) = (+15)$ を導びく。

(26)広島高等師範学校附属中学校数学研究会著『新制算術代學 上巻』(1932年 昭和7年訂正再版 昭和6年初版)p.96

(25)と同じ教え方である。

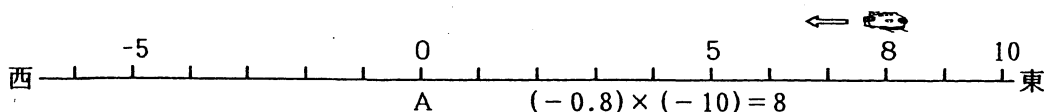
(27)林 鶴一著『中等教育 算術代數學教科書〔上巻〕』(1935年 昭和10年)pp.116~117

速度 \times 時間=距離の関係を利用して教えている。

東西二通ジテイル一直線ノ道路ガアル。ソコヲ自動車ガ毎分 0.8Km ノ速サデ往

復シテイル。

(4)中間ノ地點Aヲ過ギル10分前ノ位置ハAカラ東ヘ8Kmノ所デアル。



(28)竹内端三著『中等算術代數學新教科書 基本課程 上巻』(1937年 昭和12年)p.67

「規約」型である。

[7] 1942年(昭和17年)の教授要目のもとでの教科書の検討

この教授要目で数学科は理数科数学となった。その要旨は「数・量・空間を中心として事物現象を考察処理するの能力を練磨し数理と其の応用の一般とを会得せしめ之を国民生活に活用するの修練を為さしめ数理思想を涵養するものと」なり、数・量・空間の関連の重視、具体的な操作、実測・作図の作業の重視などが強調された。

(29)中等學校教科書株式會社『數學 1 第一類』(1943年 昭和18年)p.80

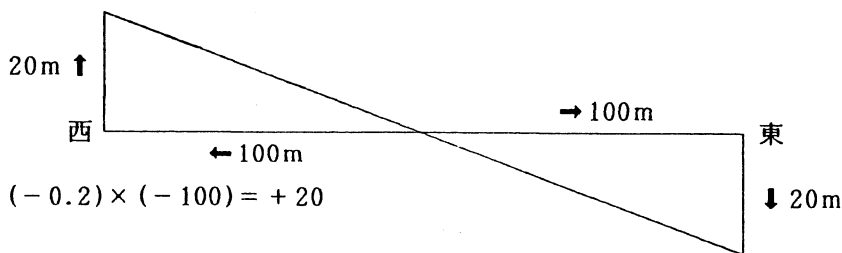
「量」型である。坂道の勾配を利用して教えている。

水平距離1m東へ進むごとに0.2mづつ下がる(−0.2mづつ高くなる)とする。

水平距離100m東へ進むとどれだけ高くなるかを式で表すと

$$(-0.2) \times (+100) = -20$$

となる。水平距離100m西へ進むとどれだけ高くなるかを式で表すとどうなるかを考える。



[8] 1943年(昭和18年)の教授要目のもとでの教科書の検討

1943年(昭和18年)には中学校は4年になった。この教授要目は最後の1年を切り捨てることにした以外は、大きな変化はなかった。

(30)文部省『中等數學 1 第一類』(1944年 昭和19年)pp.70~71

「量」型である。時間とともにかわる水温の変化を利用して教えている。例えば

「温度が1分間に−2度づつ上がれば、今から3分前には今より何度上がっているか」を考えさせる。3分前には今より6度高いから、 $(-2) \times (-3) = (+6)$ となる。

[9] 1947年(昭和22年)の学習指導要領のもとでの教科書の検討

総指令部民間情報教育部の指令下で作られた生活単元学習の学習指導要領である。

(31)文部省『中等数学 第一学年用 (2)』(1947年 昭和22年)p.101

推測をして導き出すやり方である。例えば、被乗数を -2 と固定しておいて乗数を $+3, +2, +1, 0$ と変えてみる。その答えは、 $-6, -4, -2, 0$ となる。2ずつ増加していくから、乗数が -1 のときは、その答えは $+2$ になると推測させる。すなわち、 $(-2) \times (-1) = (+2)$ となる。

本稿では、このような教授法を「推測」型と呼ぶことにする。

ここで、各教科書の検討を終える。

[10] まとめと考察

大きな特徴として、2つ考えられる。1つは、東京高等師範学校附属中学校・広島高等師範学校附属中学校の教科書では、改造運動の影響があった昭和6年の教授要目以前から「量」型の説明を行っていたが、それ以外のほとんどの教科書は「規約」型であり、たとえ説明をおこなっている教科書でも、具体的な量に基づいたものでなく「交換法則拡張規約」型や「分配法則拡張」型や「ゼロ利用」型のような代数的な説明方法であったこと。2つ目は、昭和6年の教授要目以後は「量」型が一般的になっていることである。

しかし、数学教育改造運動の影響があったことを考えると、昭和6年以降に「量」型の説明が一般的になったことは理解できるが、何故昭和6年以前は東京高等師範学校附属中学校・広島高等師範学校附属中学校の教科書くらいしか「量」型を扱っていないのか。逆に、何故ほとんどの教科書は「規約」型や「交換法則拡張規約」型などのように量を使わない規約的説明が中心になっていたのでしょうか。疑問である。

[11] 疑問の検討

大正から昭和初期にかけての数学教育界の様子を見めることから、疑問の答えを探してみたい。

1919年(大正8年)には日本中等教育数学会が組織され、機関誌として『日本中等教育数学会雑誌』が発行され、1930年(昭和5年)には東京高等師範附属中学校を中心とした『数学教育』、広島高等師範附属中学校を中心とした『学校数学』の二つの雑誌が出された。さらに数学教育改造運動を意識した個人的なレベルでの数学教育関係の単行本や沢山の翻訳書などが次々と出版された。また実現には至らなかったが教授要目の改定の動きが、1918年(大正7年)頃と1924年(大正13年)にもあった。

この頃の数学教育界の様子が小倉金之助・黒田孝郎共著『日本数学教育史』には、次のようにかかれている⁽⁵⁾。

一方、数学者、数学の研究家といわれる人々は、どのような態度を取っていたのであろうか。これらの数学の専門家といわれる人達は、教育から遊離していることを特権とし、かような改造運動を白眼視しているのであった。

奇妙なことには、当時の数学教科書の大部分は、かような運動にほとんど協力

をしない大学教授たちの名で出版されていたのであった。

また、塩野直道は、文部省内にあって当時の様子を次のように述べている⁽⁶⁾。

中等学校の数学教育改造運動が世界的に展開されて、その余波が我が国にも及んできたが、国家的に統制せられていたために著しく発展することもなく、大正の末期に文部省にはいった筆者には、ほとんどその動きが感ぜられなかった。

以上のことや〔4〕から当時の数学教育界の様子は、「数学者、数学の研究家」たちの理解を得られず、改造運動は一般的ではなく、一部の人達のものであったと推察できる。だから、昭和6年以前は一部の人達である「心ある教師」のいた東京高師・広島高師の附属中学校くらいしか「量」型で説明していないのである。もう一つは、それまでの数学教育界を作り上げてきた藤沢の思想⁽⁶⁾の影響や改造運動を白眼視していた大学教授の状況を考えると、「量」型ではなく「規約」型や「交換法則拡張規約」型のような規約的説明が支配的であったことが理解できる。

〔参考・引用文献及び注意〕

〔1〕拙稿「(負)×(負)=(正)の教授法の変遷についての一考察——明治期の教科書について——」『近畿数学教育学会誌第11号』pp.17~24

〔2〕田村三郎編著『数学教育概論』p.5

〔3〕東京高等師範学校附属中学校教諭の佐藤良一郎は、『初等数学教育の根本的考察』(1924年大正13年)で融合主義を主張した。その中で「生徒の理解さえ容易であるならば如何なる方法を取り入れても何等の不都合をも見いださない」と言っている。そして同氏は『数学教育各論』(1929年昭和4年)で寒暖計の「毎時昇ル度数×経過時間=所要ノ度数」の公式を一般化し負数の乗法の教授法について詳しく述べている。生徒の認識を大切にしたいという結果、「量」型になったことがよく理解できる。

〔4〕松宮哲夫著「大正13年発表予定の中学校数学教授要目改正中止の事情についての考察——数学教育改良運動挫折の要因——」大阪教育大学数学教室『数学教育研究第11号』(1981年)pp.193~210

昭和6年まで教授要目の改正がなかった理由について、大正から昭和にかけての数学教育界の様子を詳しく述べ分析している。その中で、藤沢は大正から昭和にかけて数学界および数学教育界の大御所的存在であったと述べている。

〔5〕小倉金之助・黒田孝郎共著『日本数学教育史』(1978年 明治図書)p.41

〔6〕塩野直道著『数学教育論』(1947年 河出書房)p.36

〔7〕代数分野では藤澤利喜太郎が大きな影響を与えた。

藤澤の数学に対する考え方は、「數學ハ量ノヲ論スル學門ニアラザルナリ」に代表されるように、数学では量を扱わないということである。負の数に対する考えは「負數分數ニ係ル計算ノ意義法則ハ全ク規約ヨリ出ズルモノナルヲ數學者多年ノ研究ニヨリテ既ニ確定シ疑ヲ挾ムノ餘地アルヲナシ」(『初等代數學上巻』(1899年大正32年)の緒言)というように、(負)×(負)=(正)は、数学者の長年の研究結果であるので、何故(負)×(負)=(正)になるのかというような疑問の余地はないということである。その結果、教授法は「規約」の形をとるというのである。