三重県に現存する算額の研究

平成18年度

福 島 完

三重県に現存する算額の研究

教科教育専攻　数学教育専修
福島　完

2007年（平成19年）2月13日

目　次

序章　和算について

第１節　和算と算額奉納

和算とは、室町時代末期から中国より輸入された数学を基礎としつつ、日本人の手によって発達せしめられて成立した日本の伝統的な数学のことである。もっとも、その内容の程度によって、和算という用語の示す範囲は異なってくる。一般的には、関孝和（1642 年？ー1708 年）によって傍書法（点竄術）が発明される以前からの日本数学を総称して「広義の和算」と呼び、関孝和以後の日本数学を「狭義の和算」と呼ぶことが多い。

和算という用語は、幕末期に西洋から日本に輸入された西洋数学を「洋算」と呼んだことに対応して、日本の伝統的な数学に対して作られた言葉である。

一般には、和算（広義）の元祖は毛利重能とされ、その３高弟の１人である吉田光由の『塵劫記』（寛永４年、1627 年初版）は有名である。初期の和算は当時の民衆の日常生活に必要な内容を扱っていたが、次第に高度化し、いわゆる「芸」としての様相を呈していった。そして、関孝和を元祖とする関流をはじめとして、最上流、中西流など種々の流派が形成されていったのである。

和算を発達させた契機として「遺題継承」と「算額奉納」という２つの伝統があった。遺題継承とは、著書に解法・解答を付けない問題（これを遺題という）を掲載して、解法・解答を後代の数学者にゆだねることを繰り返していく風習のことであり、寛永 18 年版の『塵劫記』に 12 個の遺題が掲載されたのが始まりである。

また、算額とは数学の問題とその解法・解答が書かれた絵馬のことであり、数学の難問が解けたことや、今後の数学の上達などを祈願して、算額を神社仏閣に掲げることを算額奉納と言うのである。算額奉納には、代表的問題の周知、流派の自己顕示などの目的もあったと言われている。寛政元年（1789 年）に刊行された藤田貞資の『神壁算法』は、算額に記された問題とその解法・解答を写し集めた最初の数学書として有名である。

第２節　三重県に現存する算額

三重県内に現存する算額および復元された算額は少なくとも 14 面あると考えられ、それらを年代順に整理すると、以下のようになる。なお、※印は復元された算額を意味し、括弧内は当該算額で扱われている問題数を意味している。

寛政２年８月（1790 年）	四日市市・神明神社（３問）
寛政９年３月（1797 年）	菰野町・伎留太神社（２問）
文化９年（1812 年）	菰野町・広幡神社（１問）

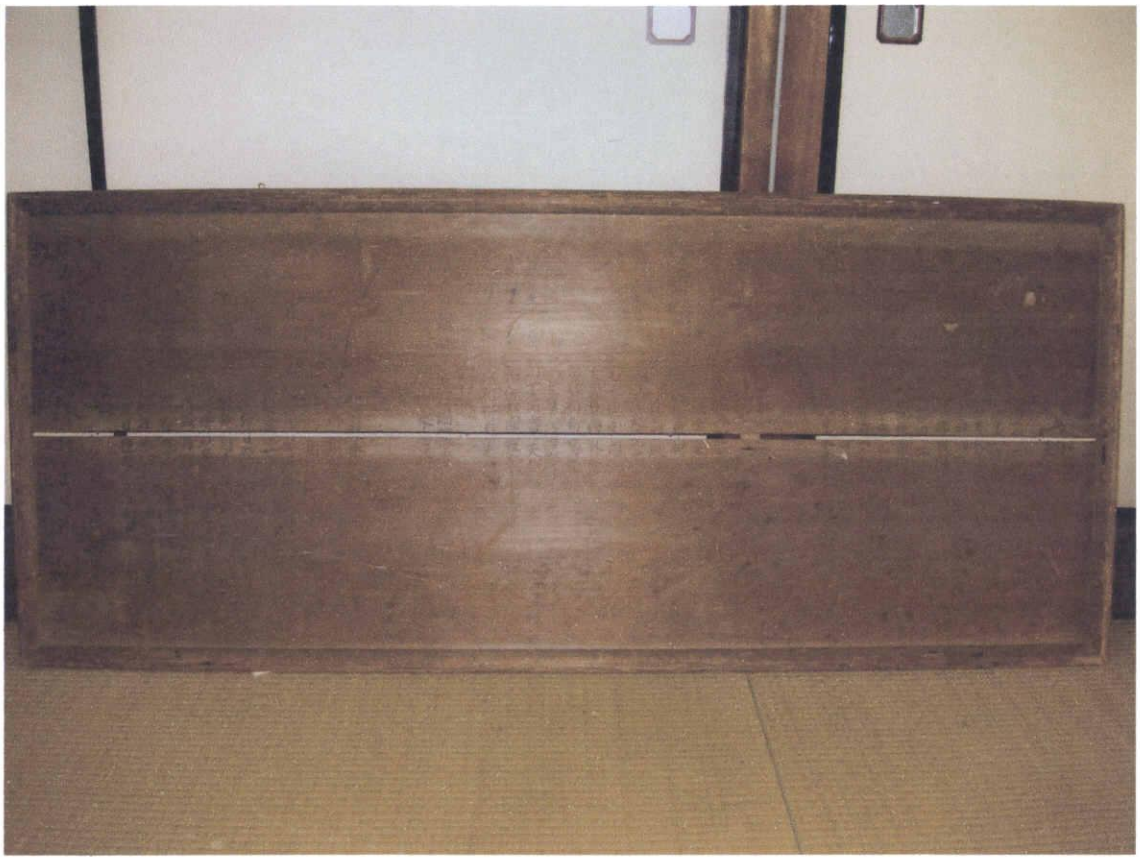
文化 11 年 3 月（1814 年）	松阪市・意非多神社（１問）
文政 4 年 8 月（1821 年）	伊賀市・林晶寺（１問）
※天保 7 年 10 月（1836 年）	鈴鹿市・椿大神社（１問）
天保 13 年（1842 年）	亀山市・地蔵院（２問）
天保 15 年 2 月（1844 年）	伊賀市・永保寺（５問）
天保 15 年孟春（1844 年）	四日市市・神明神社（１問）
弘化 4 年孟秋（1847 年）	伊賀市・永保寺（５問）
嘉永 5 年初夏（1852 年）	菰野町・広幡神社（１問）
嘉永 7 年 3 月（1854 年）	伊賀市・菅原神社（５問）
安政 6 年 10 月（1859 年）	伊賀市・恵比寿神社（算盤のみ）
文久 3 年 8 月（1863 年）	四日市市・神明神社（１問）

以下、神社仏閣ごとに、算額の内容を紹介するとともに、その解法と答を示すことにする。なお、安政 6 年 10 月の伊賀市・恵比寿神社の算額は、問題ではなく算盤が示されているのみであることから、ここでは省略することにする。

第１章　四日市市・神明神社の算額

第１節　寛政２年の算額

この算額は縦 67 ㎝、横 158 ㎝であり、３問が扱われている。



（１）第１問は森川永興によるものであり、問題文と答文は以下の通りである。

[問題文 1]

「闡微算法一十五條第一答

今有二十八種香如図環形初日薫起角二日氐三日尾四日女次第如斯逐日薫之

有客曰ｦ聞箕木為名香他日来而復嗅此香今経幾何日来茲乎

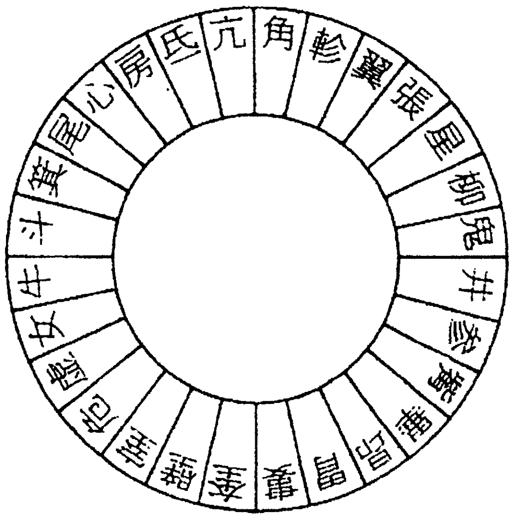
答曰依左術得一十三日」

冒頭に“闡微算法”とあることからもわかるように、この問題は、長崎の和算家・武田濟美が寛延 3 年（1750 年）に著した『闡微算法』に遺題として掲載された 15 問のうちの１つである。問題の現代訳は以下の通りである。

[現代語訳]

「今、28 種の香がある。図のように、環形におき、初日に角を薫し、二日に氐を、三日に尾を、四日に女を、次第にこのように、日を逐って之を薫する。

客が言った。
箕木は名香と聞く。他日来て、この香を嗅ぎたい。幾日を経て茲に来ればよいか。
答えて言う。左に示す術により、13 日を得る」



『闡微算法』では、箕木ではなく、心木が問題となっているのであるが、森川は問題を変更して解答している。この種の問題はいわゆる「継子立て」の類題で、嗅いだ香は取り除いていくのが暗黙の了解事項なのであるが、森川は嗅いだ香を取り除かないで解答している。この問題の現代的解法は以下の通りである。

[現代的解法]
それぞれの香に、次のように番号を付ける。角を１、亢を２、氐を３、・・・とし、最後の軫を 28 とする。そして、a_nを「n日目に嗅ぐ香の番号」とすると、

$$a_1 = 1、\ a_2 = 3、\ a_3 = 6、\ a_4 = 10、\cdots$$

となる。よって、$a_n = \frac{1}{2}n(n+1)$ となる。

ところで、箕に当てられる番号は 7、35、63、・・・であり、一般に、$7 + 28k$と表される。したがって、$\frac{1}{2}n(n+1) = 7 + 28k$ となる整数nを求めればよい。
$n^2 + n - (14 + 56k) = 0$を、解の公式によって解けば、

$$n = \frac{1}{2}\left\{-1 \pm \sqrt{1 + 4(14 + 56k)}\right\} = \frac{1}{2}\left(-1 \pm \sqrt{224k + 57}\right)$$

となるが、ここで、nは整数より、$224k + 57$は平方数でなければならない。

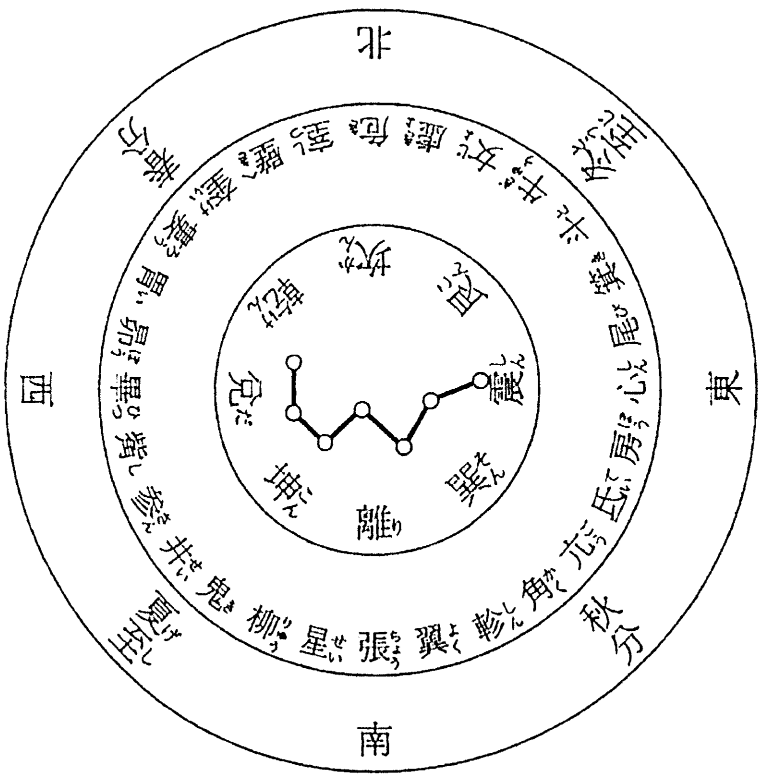
$k=1,2,3,\cdot\cdot\cdot$とすると、$k=3$のとき、$224\times3+57=729=27^2$となる。よって、

$$n=\frac{-1+27}{2}=13$$

となり、13 日目という解が得られる。

[注釈]

この問題の二十八種の香の図は、高松塚古墳の天井に描かれた天文図であり、二十八宿図と呼ばれる。下の図のように、東西南北の四方に分けられ、四つの霊獣に当てられ、それぞれ七つずつの星宿を配当する。



（2）第２問は森川永興の門人・伊藤永信によるものであり、問題文、答文および術文は以下の通りである。

[問題文 2]

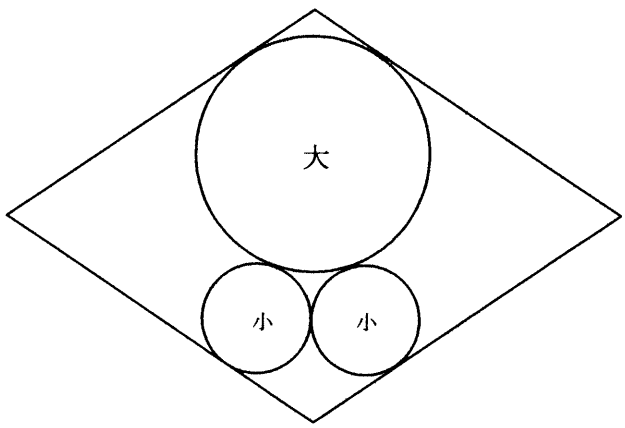
「自問自答

今菱内如図容大円一箇小円二箇外餘積若干〇只云菱長短和若干大小円径差若干問小円径幾何

答曰依左術得小円径

術曰立天元一為小円径如左為大円径自之与小円径冪二段相併以円周率乗之

得数与外餘積四之以円径率乗之得数相併寄角位
　従是文繁故略之却而演段大概演如左
第一立天元一為二箇菱面寄天位〇大小円径相併乗天位小円径乗短二数相併以円径率乗之以減角位内餘自之寄左〇大小円径相併自之減小円径冪餘以円径率冪与長冪乗之相消
第二長短相乗倍之以円径率乗之以角位相消而后依術起本術得開方式幾乗方開之得小円径」



[現代語訳]

今、図のように、菱形の中に大円１個、小円２個が内接していて、外餘積（菱形から大円１個と小円２個を除いた面積）が与えられている。菱形の対角線の長さの和と、大円と小円の直径の差が与えられたとき、小円の直径はいくらか。

答えて言う。左の術（以下の内容）により小円径が得られる。

計算方法として、小円の直径を$2r$とおく。大円の直径を$2R$とおき、これを自乗して、小円の直径を自乗したものの２倍を併せて円周率をかけたものと、外餘積Sの４倍に円径率をかけたものを併せたものを角位と置く。

[注釈]

(1) $\left(4R^2+8r^2\right)\pi_l+4S\pi_r$＝角位、と置くことになる。

(2) $\pi\approx\dfrac{\pi_l}{\pi_r}$と分数で近似したとき、$\pi_l$を周率、$\pi_r$を径率という。当時はこのようにして円周率を近似する方法があった。

建部賢弘の『綴術算経』では次のように書かれている。

「始関氏零約ノ術ヲ用ルニ径一周三ヲ累加シテ径周ノ率トシ、其径率ヲ以テ周率ヲ除シ得ル所ノ数定周ヨリ少キニ到ルトキハ、径一周四ヲ加テ求之」

これを現代訳すると、

「始に、関氏は零約の術（分数を小数に変換する方法）を用いて、径 1 周 3 を累加して、各々径周の率とし、径率を以って周率を除し、得る所の数が定周より少なきに至る時には、径 1 周 4 を加えて之を求める。」

関孝和の業績をまとめた『括要算法』では、円周率の近似分数を次のような値とし、名前を付けている。

	周率	径率	周数
古法	三	一	三整
密率	二十二	七	三一四二八五七一四三弱
智術	二十五	八	三一二五整
桐陵法	六十三	二十	三一五整
和古法	七十九	二十五	三一六整
陸績率	一百四十二	四十五	三一五五五五五五五五五五六弱
徽術	一百五十七	五十	三一四整

関は「定率」として、周率三百五十五、径率一百一十三を得ている。

(3)「角位」を表す式は、$4\pi_r\left\{(R^2+2r^2)\dfrac{\pi_l}{\pi_r}+S\right\}=4\pi_r(\pi R^2+2\pi r^2+S)$ と変形でるから、菱形の面積の $4\pi_r$ 倍を意味していることになる。

[現代語訳の続き]

これより文が繁雑になるため、およそのことを書くことで、これを略する。

第一に、菱形の一辺の２倍を天位とおき、大小円の直径を併せて天位をかけたものと、小円の直径に短軸をかけたものを併せて円径率をかける。こうして得たものを角位から引き、これを自乗したものを左と置く。次に、大小円の直径を併せて自乗し、それから小円の直径の自乗を引いたものに円径率の自乗と長軸の自乗をかけたものを左と等しく置く。

[注釈]

(4) 菱形の短軸を $2a$、長軸を $2b$ と置くと、$2\sqrt{a^2+b^2}$ ＝天位、となる。

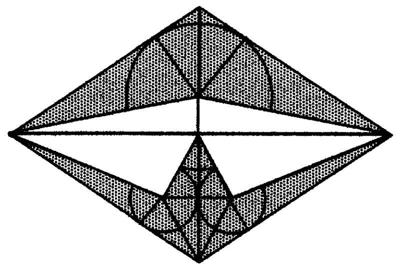
(5) $\left\{2(2R+2r)\sqrt{a^2+b^2}+4ra\right\}\pi_r$ を角位から引き、自乗したものを左と置くのであるから、

$$\left[(4R^2+8r^2)\pi_l+4S\pi_r-\left\{2(2R+2r)\sqrt{a^2+b^2}+4ra\right\}\pi_r\right]^2 = \text{左、となる。}$$

ところで、$\left\{2(2R+2r)\sqrt{a^2+b^2}+4ra\right\}\pi_r=4\pi_r\left(R\sqrt{a^2+b^2}+r\sqrt{a^2+b^2}+ra\right)$である

から、図１の網かけ部分の面積の$4\pi_r$倍を意味していることになる。

図１



そして、角位とは菱形の面積の$4\pi_r$倍を意味していたのであるから、「左」が表す式は、図１の白部分の面積の$4\pi_r$倍を表していることになる。

(6) $\left\{(2R+2r)^2-(2r)^2\right\}\pi_r^2(2b)^2$を「左」と等しく置くとあるが、この式は次のように変形することができる。

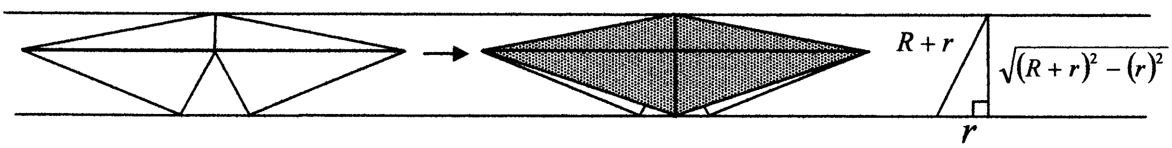
$$\left\{(2R+2r)^2-(2r)^2\right\}\pi_r^2(2b)^2=\left\{2\pi_r b\sqrt{(2R+2r)^2-(2r)^2}\right\}^2$$

そして、中括弧の内の式は、

$$2\pi_r b\sqrt{(2R+2r)^2-(2r)^2}=4\pi_r\cdot\frac{1}{4\pi_r}\cdot 2\pi_r b\sqrt{(2R+2r)^2-(2r)^2}=4\pi_r\cdot b\sqrt{(R+r)^2-r^2}$$

と変形できるから、図１の白部分を下の図２のように等積変形することによって得られる網かけ部分の面積の$4\pi_r$倍を表していることになる。

図２



したがって、$\left\{(2R+2r)^2-(2r)^2\right\}\pi_r^2(2b)^2$は、図１の白部分の面積の$4\pi_r$倍の自乗を表していることになる。よって、

$$4\left\{(2R+2r)^2-(2r)^2\right\}\pi_r^2b^2=\left[(4R^2+8r^2)\pi_l+4S\pi_r-\left\{2(2R+2r)\sqrt{a^2+b^2}+4ra\right\}\pi_r\right]^2$$

が成り立つことになる。

[現代語訳の続き]

第二に長軸と短軸をかけて２倍し、円径率をかけて角位と等しくする。術により本術を立て、それによって何乗かの方程式が得られ、この方程式を解いて小円の直径が得られる。

[注釈]

(7) $8ab\pi_r$を角位と等しくするとあるが、$8ab\pi_r = 4\pi_r \cdot 2ab$ であり、$2ab$は菱形の面積であるから、$8ab\pi_r$は菱形の面積の$4\pi_r$倍を表していることになる。そして、すでに注釈(3)で見たように、角位とは菱形の面積の$4\pi_r$倍なのであった。したがって、

$$8ab\pi_r = \left(4R^2 + 8r^2\right)\pi_l + 4S\pi_r$$

が成り立つことになる。

(8) 上の式と注釈(6)で得られた式、

$$4\left\{(2R+2r)^2 - (2r)^2\right\}\pi_r^2 b^2 = \left[\left(4R^2 + 8r^2\right)\pi_l + 4S\pi_r - \left\{2(2R+2r)\sqrt{a^2+b^2} + 4ra\right\}\pi_r\right]^2$$

を連立させて解けばよいことになる。

[現代的解法]

注釈(7)で得られた式、$8ab\pi_r = \left(4R^2 + 8r^2\right)\pi_l + 4S\pi_r$の両辺を$4\pi_r$で割ると、

$$2ab = \left(R^2 + 2r^2\right)\pi + S \quad ・・・①$$

が得られる。また、

$$4\left\{(2R+2r)^2 - (2r)^2\right\}\pi_r^2 b^2 = \left[\left(4R^2 + 8r^2\right)\pi_l + 4S\pi_r - \left\{2(2R+2r)\sqrt{a^2+b^2} + 4ra\right\}\pi_r\right]^2$$

の両辺の平方根をとり、さらに両辺を$4\pi_r$で割ると、

$$b\sqrt{(R+r)^2 - r^2} = \left(R^2 + 2r^2\right)\pi + S - \left\{(R+r)\sqrt{a^2+b^2} + ra\right\} \quad ・・・②$$

が得られる。

さて、菱形の対角線の長さの和、大円と小円の直径の差が与えられているのであるから、

$2a + 2b = \alpha$、$2R - 2r = \beta$

とおいて、①と②を連立させ、$2r$（小円の直径）をα、β、π、Sを用いて表すことができればよいことになる。①より、

$$a=\frac{1}{4}\left\{\alpha-\sqrt{\alpha^2-\left(24r^2+8\beta r+2\beta^2\right)\pi-8S}\right\}$$

が得られる。また、②より、

$$a=\frac{2\left(12r^2+4\beta r+\beta^2\right)\pi+8S-(4r+\beta)\sqrt{\alpha^2-\left(12r^2+4\beta r+\beta^2\right)\pi-4S}-\alpha\sqrt{12r^2+8\beta r+\beta^2}}{4r-2\sqrt{12r^2+8\beta r+\beta^2}}$$

が得られる。したがって、

$$\left(4r-2\sqrt{12r^2+8\beta r+\beta^2}\right)\left\{\alpha-\sqrt{\alpha^2-\left(24r^2+8\beta r+2\beta^2\right)\pi-8S}\right\}$$

$$=4\left\{2\left(12r^2+4\beta r+\beta^2\right)\pi+8S-(4r+\beta)\sqrt{\alpha^2-\left(12r^2+4\beta r+\beta^2\right)\pi-4S}-\alpha\sqrt{12r^2+8\beta r+\beta^2}\right\}$$

というrについての方程式が得られ、これを解くことによって解が求められる。

(3) 第３問は森川永興の門人・廣田忠興によるものであり、問題文、答文および術文は以下の通りである。

[問題文 3]

「江州日野神社奉納答

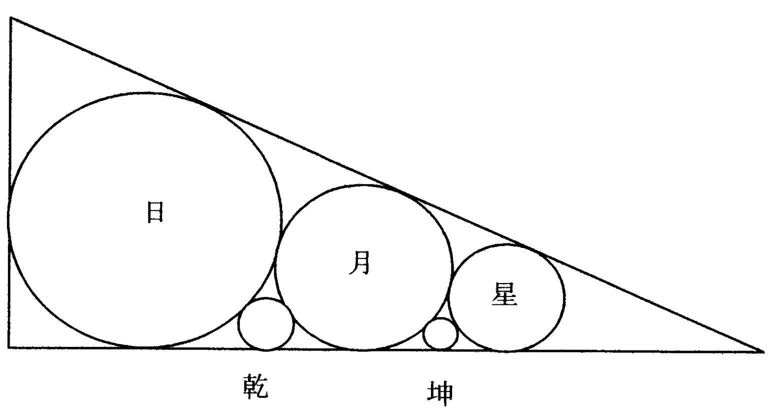
今鈎股内如図容五円乾径若干坤径若干問直得鈎術

答曰依左術得鈎

術曰立天元一為鈎本術略演段如左第一弦日径和内減鈎為股倍之内減日径餘自之加日径冪寄天位〇日月径相併以日径乗之自乗寄左〇日径内減月径自之以天位乗之相消得前式〇鈎冪股冪相併以弦冪相消得後式

第二日月乾径之以矩合為左式〇月星坤径之以矩合為右式

第三依第一第二之図脱日径而后依術求本術得開方式幾乗方開之得鈎合問」



[現代語訳]

江州（現在の滋賀県）にある日野神社に奉納された算額の解答である。

今、図のように、直角三角形の中に５つの円が接してある。乾円の直径と坤円の直径が与えられているとき、鉤（直角三角形の直角を挟む短い方の辺）を得る方法を問う。

答えて言う。左の術（以下の内容）により鉤が得られる。

術（計算方法）曰く、天元の一を立て鉤と為す（鉤をaと置き、方程式を立てる)。解法は以下のように略して示す。

第一として、弦と日円の直径の和から鉤を引いたものを股とし、その股の２倍から日円の直径を引いたものとする。これを自乗し日円の直径の自乗を加えたものを天位とおく。日円と月円の直径を併せて、日円の直径をかけ、これを自乗したものを左とおく。日円の直径から月円の直径を引き、これを自乗して天位をかけたものと左を差し引きし、前式を得る。鉤の自乗と股の自乗を併せて、弦の自乗を差し引きすると、後式が得られる。

[注釈]

（１）弦（斜辺）をc、日円の直径を$2x$、股をbと置くと、$c+2x-a=b$であり、さらに、$(2b-2x)^2+(2x)^2=$天位、と置くことになる。

（２）月円の直径を$2y$と置くと$\{(2x+2y)2x\}^2=$左、と置くことになる。

（３）$(2x-2y)^2\{(2b-2x)^2+2x^2\}-\{(2x+2y)2x\}^2=0$・・・前式と置ける。

（４）$a^2+b^2-c^2=0$・・・後式と置ける。

[現代語訳の続き]

第二に日円、月円、乾円の直径を用いて関係式を作り、左式とする。月円、星円、坤円の直径を用いて関係式を作り、右式とする。

[注釈]

(1) 乾円の直径を$2p$と置き関係式を作ると、

$2\sqrt{xp}+2\sqrt{py}=2\sqrt{xy}$・・・左式となる。

(2) 星円の直径を$2z$、坤円の直径を$2q$と置き関係式を作ると、

$2\sqrt{yq}+2\sqrt{qz}=2\sqrt{yz}$・・・右式となる。

[現代語訳の続き]

第三として、第一、第二により図から日円の直径を脱し、術によって本術を求め、それによって何乗かの方程式が得られ、この方程式を解いて鈎を得る。問いに合う。

[注釈]

(1)「**脱日径**」の意味は不詳である。

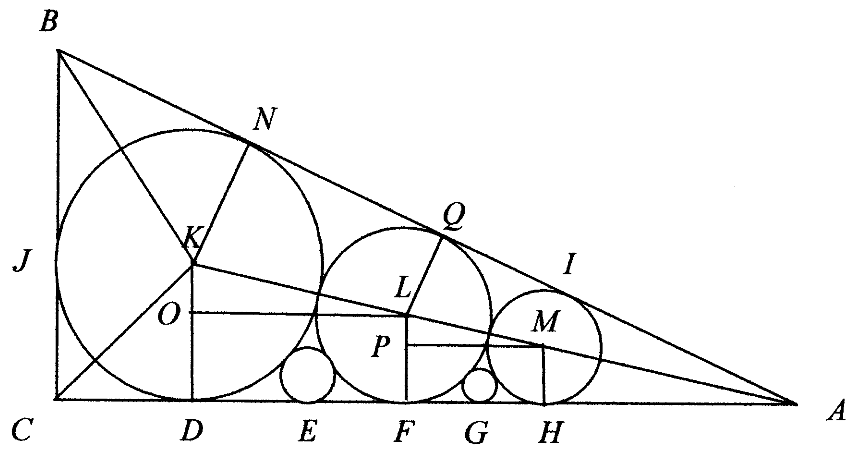
(2) 前式より、b を x,y で表す。

(3) 上記の b を $c+2x-a=b$ に代入し、c を x,y,a で表す。

(4) 上記 (2), (3) を後式に代入して、a についての二次方程式を得て、これを解く。

(5) 次に左式と右式により、x,y を p,q で表し、上記の解に代入して a を p,q で表すことができる。

[現代的解法]



日円、月円、星円、乾円、坤円の半径をそれぞれ x,y,z,p,q とし、鈎、股、弦の長さをそれぞれ a,b,c とする。$DF=DE+EF$, $FH=FG+GH$ より、

$$2\sqrt{xy}=2\sqrt{px}+2\sqrt{py}\ ,\quad 2\sqrt{yz}=2\sqrt{qy}+2\sqrt{qz}$$

となり、

$$\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=\frac{1}{\sqrt{p}}\quad ,\quad \frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{1}{\sqrt{z}}=\frac{1}{\sqrt{q}}$$

が得られる。また、ΔKOL と ΔLPM の相似関係より、

$$(x+y):(y+z)=(x-y):(y-z)$$

となり、

$$y^2=xz$$

が得られる。ここで、$\dfrac{1}{\sqrt{x}}=X$, $\dfrac{1}{\sqrt{y}}=Y$, $\dfrac{1}{\sqrt{z}}=Z$, $\dfrac{1}{\sqrt{p}}=P$, $\dfrac{1}{\sqrt{q}}=Q$と置くと、

$$X+Y=P,\quad Y+Z=Q,\quad Y^2=XZ$$

となるから、これを解いて、

$$X=\frac{P^2}{P+Q},\quad Y=\frac{PQ}{P+Q},\quad Z=\frac{Q^2}{P+Q}$$

となる。よって、

$$x=\frac{p\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}{q},\quad y=\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2,\quad z=\frac{q\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}{p}\quad\cdot\cdot\cdot ①$$

が得られる。

一方、ΔKDAとΔLFAの相似関係より、

$$x:y=(b-x):\left(b-x-2\sqrt{xy}\right)$$

となり、これを変形して、

$$b=\frac{x^2-xy+2x\sqrt{xy}}{x-y}\quad\cdot\cdot\cdot ②$$

が得られる。また、ΔKNAとΔLQAの相似関係より、

$$x:y=(c-a+x):\left(c-a+x-2\sqrt{xy}\right)$$

となり、これを変形して、

$$c=\frac{ax-ay-x^2+xy+2x\sqrt{xy}}{x-y}\quad\cdot\cdot\cdot ③$$

が得られる。

また、直角三角形ABCの面積に関して、

$$\frac{1}{2}x(a+b+c)=\frac{1}{2}ab$$

が成り立つから、$x(a+b+c)=ab$に②と③を代入して、

$$x\left(a+\frac{x^2-xy+2x\sqrt{xy}}{x-y}+\frac{ax-ay-x^2+xy+2x\sqrt{xy}}{x-y}\right)=a\times\frac{x^2-xy+2x\sqrt{xy}}{x-y}$$

となる。これをaについて解くと、

$$a=\frac{4x\sqrt{xy}}{2\sqrt{xy}-x+y}$$

となるから、ここに①を代入し、さらに、$2p=m$，$2q=n$と置くと、

$$a=\frac{4p\sqrt{p}\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}{\sqrt{q}\left(2\sqrt{pq}-p+q\right)}=\frac{2m\sqrt{m}\left(\sqrt{m}+\sqrt{n}\right)^2}{\sqrt{n}\left(2\sqrt{mn}-m+n\right)}$$

となり、鉤の長さ（a）を乾円の直径（m）と坤円の直径（n）によって表すことができた。

第2節　天保15年の算額

この算額は縦62cm、横88cmであり、下の写真が示すように、1問が扱われている。

この問題は武州忍藩（現在の埼玉県あたり）の石垣宇左衛門知義の門人である柳川安左衛門によって掲額されたものである。この算額の裏面には、柳川の門人である清水中治による文久4年（1864年）の解答が記されている。問題文、答文、および術文は以下の通りである。

[問題文]

「今有如図画累円与狭円仮至五円者為末円図之大円径一百二十一寸八分末円径壱分
　問従初円至末円総計
　答日一十六個
　術日置大円径以末円径四段除之開平方不尽棄之減一個得円数合問」

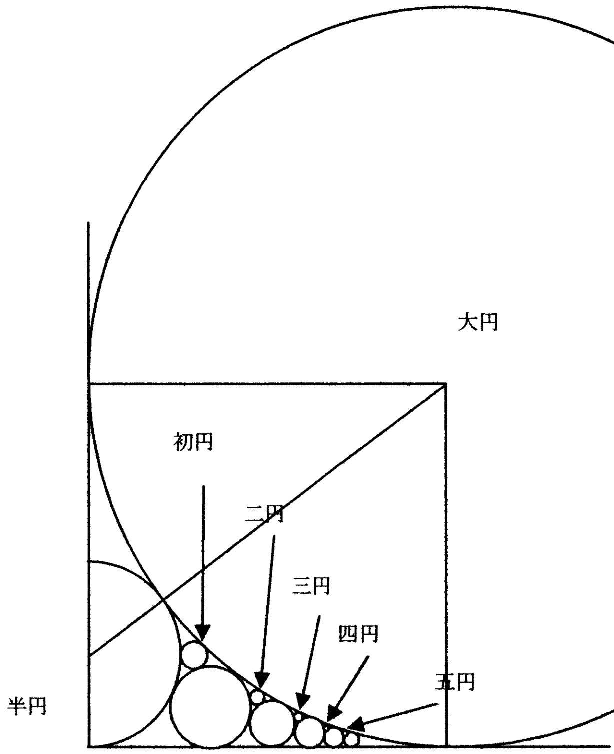
[現代語訳]

今、図のように、大円と大円の接線の間にいくつもの円を描く。この図では五円が末円となっている。大円の直径が **121.8** 寸、末円の直径が **0.1** 寸であるとき、初円から末円までの総数はいくらか。

答えて言う。**16** 個。

計算方法は次の通りである。大円の直径を末円の直径の **4** 倍で割り、これを開平方し、小数点以下を切り捨てる。これから **1** を引いて円の総計が得られる。

[現代的解答]



図において、大円の半径を R、半円の半径を r_1 とし、それに連結して底辺に接する円の半径をそれぞれ $\{r_n : n = 2,3,4,\cdots\}$ とする。そして、これらと大円との間に接する円の半径を $\{t_n : n = 1,2,3,\cdots\}$ とする。

まず、大円の半径と半円と大円の中心を結んだ線、そして外接線から作られる直角三角形において、三平方の定理より、

$$(R + r_1)^2 = (R - r_1)^2 + R^2$$

となり $r_1 = \dfrac{R}{4}$ が得られる。次に、底辺の接点間の距離より、

$$2\sqrt{r_{n-1}r_n} + 2\sqrt{r_n R} = 2\sqrt{r_{n-1}R}$$

が得られ、これを変形すると、

$$\frac{1}{\sqrt{r_n}} = \frac{1}{\sqrt{r_{n-1}}} + \frac{1}{\sqrt{R}}$$

となる。したがって、$\left\{\dfrac{1}{\sqrt{r_n}}\right\}$ は等差数列になるから、

$$\frac{1}{\sqrt{r_n}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{n-1}{\sqrt{R}}$$

となる。よって、

$$r_n = \frac{R}{(n+1)^2} \quad ・・・①$$

が得られる。ここで、デカルトの円定理（三円内容円矩合）より、

$$t_n = \frac{r_n r_{n+1} R}{r_n r_{n+1} + r_{n+1}R + r_n R + 2\sqrt{r_n r_{n+1} R(r_n + r_{n+1} + R)}}$$

であるから、この式に①を代入して整理すると、

$$t_n = \frac{R}{1 + (n+2)^2 + (n+1)^2 + 2\sqrt{(n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+1)^2(n+2)^2}}$$

$$= \frac{R}{2(n^2 + 3n + 3) + 2\sqrt{n^4 + 6n^3 + 15n^2 + 18n + 9}}$$

$$= \frac{R}{4(n^2 + 3n + 3)}$$

となり、

$$n^2 + 3n + 3 = \frac{R}{4t_n}$$

が得られる。よって、$n = \sqrt{\dfrac{R}{4t_n} - \dfrac{3}{4}} - \dfrac{3}{2}$ となる。

ここで、t_n と R に条件として与えられた $2R = 121.8$、$2t_n = 0.1$ を代入すると、

$$n=\sqrt{\frac{60.9}{4\times 0.05}-\frac{3}{4}}-\frac{3}{2}$$

$$n=15.92842506\cdots$$

となり、四捨五入し$n=16$が得られる。

なお、算額の術文には、nを求める方法として、

$$n=\sqrt{\frac{R}{4t_n}}-1\quad\left(\sqrt{\frac{R}{4t_n}}\text{の小数点以下を切り捨てて、1を引く}\right)$$

が示されている。これに与えられた条件を代入してみると、

$$n=\sqrt{\frac{60.9}{4\times 0.05}}-1=17.449928\cdots-1$$
$$=16.449928\cdots$$

となり、確かに$n=16$が得られる。

[注釈]

デカルトの円定理

図 1

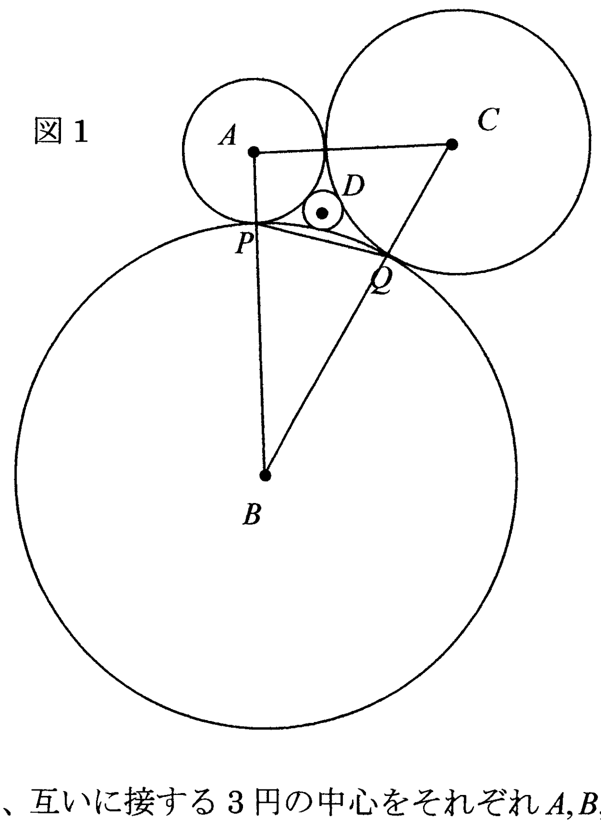


図 1 において、互いに接する 3 円の中心をそれぞれA,B,C、半径をa,b,cとする。これらの 3 円に外接する円の中心をDとし、半径をdとする。また、円Aと円Bの接点をP、円Cと円Bの接点をQとする。まずΔPBQにおいて余弦定理より、

$$\cos B=\frac{b^2+b^2-PQ^2}{2\cdot b\cdot b}=\frac{2b^2-PQ^2}{2b^2} \quad \cdots①$$

となる。また、ΔABC において同様に、

$$\cos B=\frac{(a+b)^2+(b+c)^2+(a+c)^2}{2(a+b)(b+c)}=\frac{b^2+ab+bc-ac}{(a+b)(b+c)} \quad \cdots②$$

となる。①②より、

$$\frac{2b^2-PQ^2}{2b^2}=\frac{b^2+ab+bc-ac}{(a+b)(b+c)}$$

となり、これを整理すると PQ^2 の値は、

$$PQ^2=\frac{4acb^2}{(a+b)(b+c)}$$

と得られる。同様に、

$$PE^2=\frac{4adb^2}{(a+b)(b+d)} \quad , \quad QE^2=\frac{4cdb^2}{(b+c)(b+d)}$$

となる。次に、円 D と円 B の接点を E とし、直線 PE に Q から下した垂線の足を F とする。また、EG を円 B の直径とする。

図 2

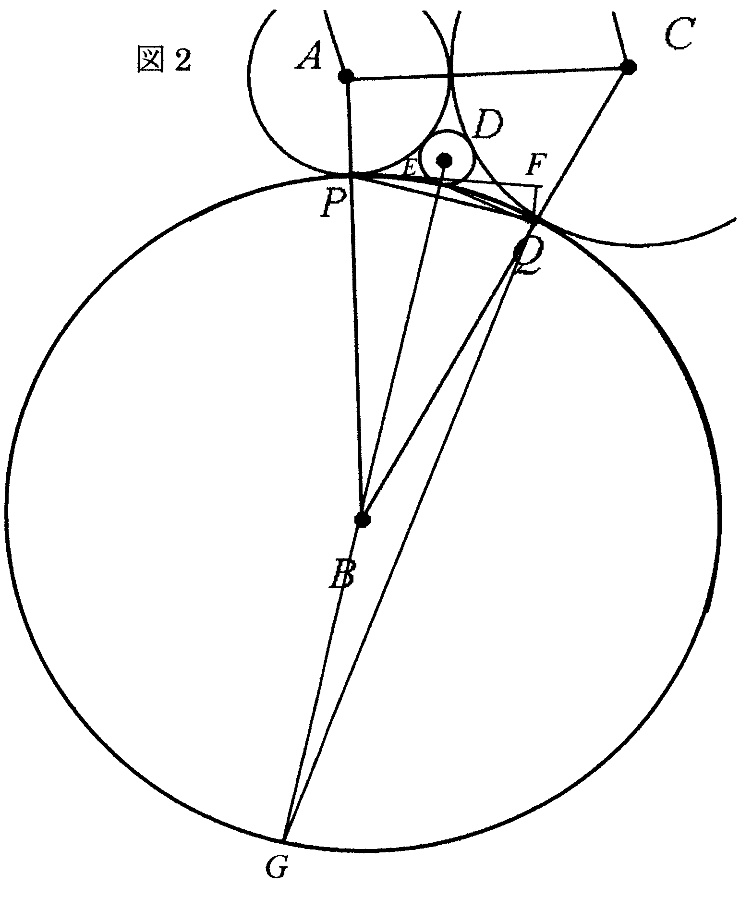


図2より、二つの直角三角形ΔPQFとΔGFQにおいて相似関係が成り立つ。

よって、$FQ:QE=PQ:EG$となり、$FQ=\dfrac{QE\cdot PQ}{EG}$と表せる。ゆえに、

$$FQ^2=\frac{QE^2\cdot PQ^2}{EG^2}=\frac{\dfrac{4cdb^2}{(d+b)(b+c)}\times\dfrac{4acb^2}{(a+b)(b+c)}}{(2b)^2}$$
$$=\frac{4ab^2c^2d}{(a+b)(d+b)(b+c)^2}$$

を得る。また、ΔEQFにおいて三平方の定理より、

$$EF^2=QE^2-FQ^2$$
$$=\frac{4cdb^2}{(d+b)(b+c)}-\frac{4ab^2c^2d}{(a+b)(d+b)(b+c)^2}$$
$$=\frac{4cdb^3(a+b+c)}{(a+b)(d+b)(b+c)^2}$$

となる。ΔPQFにおいて三平方の定理より、

$$PQ^2=PF^2+FQ^2=(PE+EF)^2+FQ^2$$
$$=PE^2+2PE\cdot EF+EF^2+FQ^2$$

ここで、$QE^2=EF^2+FQ^2$となるので、

$$PQ^2=PE^2+2PE\cdot EF+QE^2$$

よって、以上の値を代入すると、

$$\frac{4acb^2}{(a+b)(b+c)}=\frac{4adb^2}{(a+b)(b+d)}+2\sqrt{\frac{4adb^2}{(a+b)(b+d)}}\sqrt{\frac{4cdb^3(a+b+c)}{(a+b)(d+b)(b+c)^2}}+\frac{4cdb^2}{(b+c)(b+d)}$$

となり、この式を整理すると、

$$\frac{4acb^2}{(a+b)(b+c)}=\frac{4adb^2}{(a+b)(b+d)}+\frac{8bd\sqrt{abc(a+b+c)}}{(a+b)(b+c)(b+d)}+\frac{4cdb^2}{(b+c)(b+d)}$$

$$abc(b+d)=abd(b+c)+2d\sqrt{abc(a+b+c)}+bcd(a+b)$$

$$d=\frac{abc}{ab+bc+ca+2\sqrt{abc(a+b+c)}}$$

よって、デカルトの円定理が得られる。

第３節　文久３年の算額

この算額は縦 56cm、横 121.5cm であり、下の写真が示すように１問が扱われている。

この問題は加藤知義の門人である清水貞信によって掲額されたものである。問題文、答文および術文は以下の通りである。

[問題文]

「今有如図円内隔弦隠容大等累不知其円箇数仮画累円五箇大円径若干等円径若干尾円径若干従首円至尾円問総計術如何

答曰如左

術曰置大円径二段以等円径除之加一個極数以大円径四段除等円径名前加一個四之名后以尾円径除等円径減一個以后除之開平方之減前較乗極数不尽棄之得円数合問」

[現代語訳]

今、図のように、円の中に大円、等円、累円がそれぞれ接している。累円の個数は不明であるが、図では 5 個が描かれている。大円の直径、等円の直径、尾円の直径が与えられているとき、首円から尾円までの円の個数を求める方法

を問う。

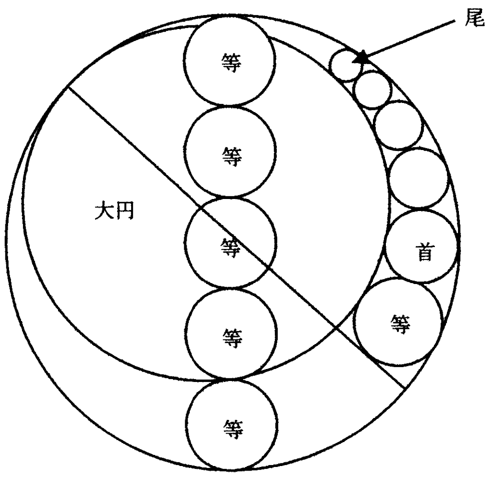
[注釈]

この問題文における「隔」は接する状態にあることを意味するが、続く「弦隠」の意味は必ずしも明確ではない。ここでは、大円や等円などを含む大きな円を外円とし、首円に外接する等円が、大円と外円の中心を結ぶ線分（外円の直径）に接していると解釈する。すなわち「弦（外円の直径）が隠されている」と解釈して解答する。

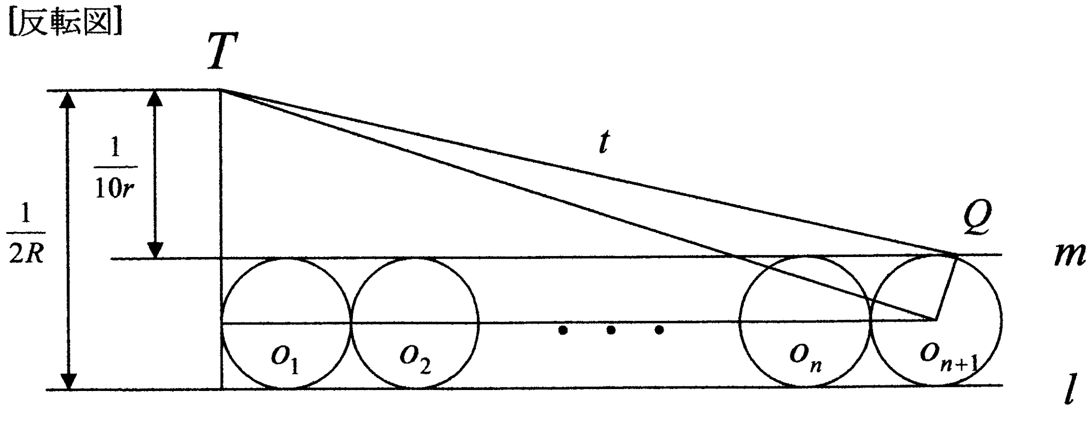
[現代的解法]

外円と大円の内接点をTと置き、Tを中心とする半径1の円によって外円、大円、累円を反転させる。等円の半径をrとすると、外円の直径は$10r$であるから、外円は点Tから$\dfrac{1}{10r}$の距離にある直線lに反転させられる。また、大円の直径を$2R$とすると、大円は点Tから$\dfrac{1}{2R}$の距離にあって、直線lに平行な直線mに反転させられる。一方、等円、首円、・・・、尾円は平行な2直線lとmに接し、さらに互いに接して反転させられる。

[原図]



[反転図]



首円の半径をr_2、それに外接する等円の半径を$r_1(=r)$とし、尾円の半径をr_{n+1}とすると、首円から尾円までの円の個数はnとなる。よって、nをR、r、r_{n+1}を用いて表すことが課題となる。

反転図において、反転円O_{n+1}の半径を$r_{n+1}{}'$とおき、点Tから反転円O_{n+1}への接線を$TQ=t$と置くと、

$$r_{n+1}{}' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2R}-\frac{1}{10r}\right)$$

となる。また、

$$TO_{n+1}{}^2 = \left(\frac{1}{10r}+\frac{1}{4R}-\frac{1}{20r}\right)^2 + (2n+1)^2\left(\frac{1}{4R}-\frac{1}{20r}\right)^2$$

が成り立つ。

ところで、一般に、$\dfrac{r_{n+1}}{r_{n+1}{}'}=\dfrac{1}{t^2}$が成り立つから、$t^2=\dfrac{1}{r_{n+1}}\left(\dfrac{1}{4R}-\dfrac{1}{20r}\right)$となる。したがって、直角三角形$TO_{n+1}Q$において、

$$\left(\frac{1}{20r}+\frac{1}{4R}\right)^2 + (2n+1)^2\left(\frac{1}{4R}-\frac{1}{20r}\right)^2 = \left(\frac{1}{4R}-\frac{1}{20r}\right)^2 + \frac{1}{r_{n+1}}\left(\frac{1}{4R}-\frac{1}{20r}\right)$$

が成り立つ。これをnについて解くと、

$$n=\sqrt{\frac{5rR(5r-R-r_{n+1})}{r_{n+1}(5r-R)^2}}-\frac{1}{2}$$

となり、nをR，r，r_{n+1}を用いて表すことができた。

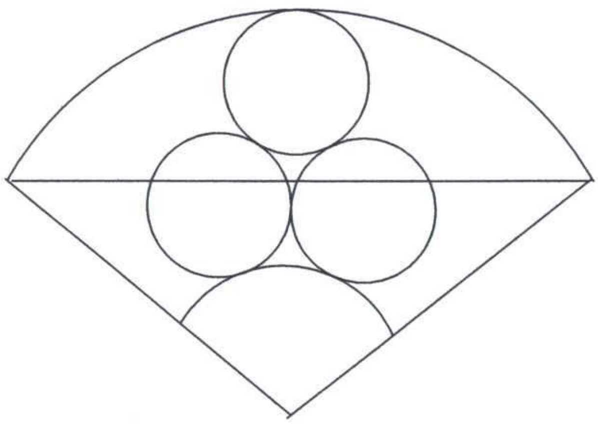
第２章　菰野町・佚留太神社の算額

第１節　寛政９年の算額

この算額は縦 54 ㎝，横 82 ㎝であり、２問が扱われている。

この算額は、寛政９年２月 25 日に三重郡河嶋村の森河永興の門人である、朝明郡切畑村の大橋政五郎によって書かれ、同年３月に奉納された。

[問題文 1]



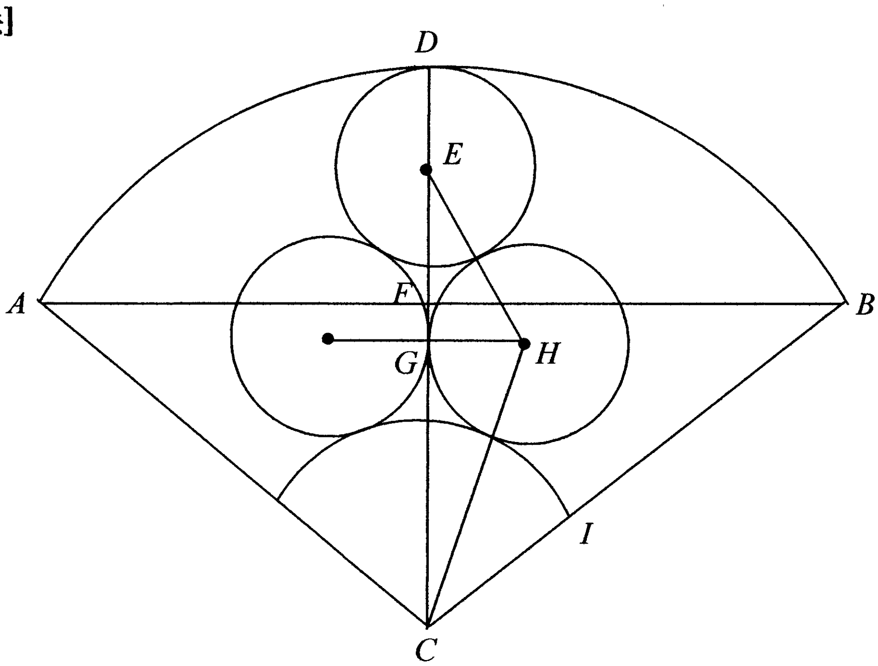
「一今有扇形只云扇面弦若干同矢若干左右斜若干如図以等円径容之問各幾何」

[現代語訳]

一つ、今、扇形が有る。条件として、弦（扇形を形成する左右の辺の端を結んだ線分）、矢（円弧の中点から弦に下した垂線）、左右斜（扇形の半径から扇形と中心が一致する内部の円の半径を引いた線分）が与えられているとき、図のように等しい直径の円を容れる。それぞれいくらか問う。

答え曰く。左の術（算額では左に記されている）に依り等円の直径を得る。

[現代的解法]



弦 AB を a、矢 DF を b、扇形（大円）の半径を R、3個の小円の半径を r、扇形の中心と中心が一致する中円の半径を t とする。図から $EC=R-r$, $EG=\sqrt{3}r$, $GC=\sqrt{2rt+t^2}$, $BI=R-t$（斜）である。

また、$EC=EG+GC$ なので、

$$R-r=\sqrt{3}r+\sqrt{2rt+t^2}$$

となる。この式を r について整理していくと、

$$4r^4+8(R+t)r^3+8(t^2+tR-3t)r^2-4(t^3-R^3+t^2R-3t^2)r+R^4+t^4-2R^2t^2=0$$

となる r についての四次方程式が得られる。実際に弦、矢、斜の値を与えることにより、四次方程式が決定し、小円の直径を求めることができる。

[和算家の解法]

「術日立天元一為小円径依径矢弦術得大円径中円径」

術曰く、天元の一を立て小円径と為す（小円の直径を文字で置き方程式を立

てる)。径矢弦の術(方べきの定理)に依り大円径(大円の直径)と中円径(中円の直径)を得る。

方べきの定理より、$b(2R-b)=\left(\frac{a}{2}\right)^2$となる。これを整理すると、大円の直径は$2R=\frac{a^2+4b^2}{4b}$と表される。また中円の直径は$2t=2(R-$(斜)$)$となる。

「**列大円径内減小円径止餘自之寄甲位**」
大円径の内から小円径を減じ、その余りを自乗し甲位と置く。

$$(2R-2r)^2=\text{甲位}$$

「**小円径冪三段寄乙位**」
小円径の自乗の3倍を乙位と置く。

$$3(2r)^2=\text{乙位}$$

「**中円径小円径相併自之減小円径冪餘寄丙位**」
中円径と小円径を足し併せて自乗し、小円径の自乗を減じた余りを丙位と置く。

$$(2t+2r)^2-(2r)^2=\text{丙位}$$

「**列甲位減乙丙位餘自之寄左**」
甲位から乙位と丙位を減じ、余りを自乗したものを左と置く。

$$(\text{甲位}-\text{乙位}-\text{丙位})^2=\text{左}$$

$$\left[(2R-2r)^2-3(2r)^2-\left\{(2t+2r)^2-(2r)^2\right\}\right]^2=\text{左}$$

「**乙丙位相乗四之与寄左相消開方式三乗法開之得小円**」
乙位と丙位を乗じてこれを4倍し、左と消しあうことにより三乗法の方程式(四次方程式)を得る。

$$4\times(\text{乙位})\times(\text{丙位})-(\text{左})=0$$

$$4\cdot3(2r)^2\left((2t+2r)^2-(2r)^2\right)-\left[(2R-2r)^2-3(2r)^2-\left\{(2t+2r)^2-(2r)^2\right\}\right]^2=0$$

となる。したがって、これを整理すると、現代的解法と同様にrについての四次方程式を得ることができた。

[注釈]

図より和算家の解法を示すと、$EC = EG + GC$ の両辺を二乗し、

$$EC^2 = (EG + GC)^2$$

$$= EG^2 + 2EG \cdot GC + GC^2$$

となる。そして式を整理し、もう一度両辺を二乗する。

$$EC^2 - EG^2 - GC^2 = 2EG \cdot GC$$

$$\left(EC^2 - EG^2 - GC^2\right)^2 = 4EG^2 \cdot GC^2$$

この式の左辺が左となる。それぞれの値を代入すると、

$$\left\{(R-r)^2 - \left(\sqrt{3}r\right)^2 - \left(\sqrt{2rt+t^2}\right)^2\right\}^2 = 4\left(\sqrt{3}r\right)^2 \cdot \left(\sqrt{2rt+t^2}\right)^2$$

となり、これを整理することにより求める四次方程式が得られる。

[問題文 2]

虫蝕　二十三匁　虫蝕
三十七人=割
壱人=付
虫蝕　二分三厘

「一今如上図有陣紙虫蝕銀高上下及人割賦銀上不祥問各幾何
答曰
銀高　　三貫五百二十三匁五分一厘
割府　　九十五匁二分三厘」

[現代語訳]

一つ、今、上の図のように、虫に食われた紙がある。銀高（銀の金額）は上下（上の位と下の位）に及び、銀の割り振りは上（上の位）が不明である。それぞれいくらか。

[現代的解法]

匁を基準とし、銀高の上の虫蝕を $100x$、下の虫蝕を y、割府の上の虫蝕を z とおく。すると、銀高は $100x + 23 + 0.y$、割府は $z + 0.23$ となる。ここで、

$$(z + 0.23) \times 37 = 100x + 23 + 0.y$$

$$37z+8.51=100x+23+0.y$$

となり、"匁"以下の値が決まり、

$$y=51$$

となる。次に、小数点以下を考えない式$37z+8=100x+23$より、二元一次方程式ができる。

$$37z-100x=15$$

xとzは共に正の整数なので、これを満たす二つの値は

$$x=35,\quad z=95$$

よって、銀高は三貫五百二十三匁五分一厘、割府は九十五匁二分三厘となる。

[和算家の解法]

術文は以下の通りである。

「術曰列未銀乗人数八匁五分一厘**」**

術（計算方法）曰く、未知の銀に分け合う人数を乗じる。

$$\square 23.\bigcirc=\triangle\times37+0.23\times37$$
$$=\triangle\times37+8.51$$

以上の式より、$\bigcirc=51$となり未銀の下の虫蝕の値、五分一厘を得る。

「列中元銀減得首八匁**餘**一十五匁**寄子位例人数化銀為左別設一百目為右依剰一術得左段数**七十三**乗子位**一千零九十五**満右一百回去之餘割府銀首**九十五匁**依之得銀高上各合問」**

元銀の虫蝕に挟まれた中間の二十三匁より八匁を減じ、一十五匁を得る。

$$100\times\square+15=\triangle\times37$$
$$\triangle\times37-100\times\square=15$$

剰一術により、

$$(左)\times37-(右)\times100=1$$
$$73\times37-27\times100=1$$

よって、左と右の値が得られる。この式の両辺に15を掛けると、

$$1095\times37-405\times100=15$$

となり、$\triangle=1095$，$\square=405$が得られる。しかし、剰一術は式を満たす最も小さい数を採用するので、

$$95\times37-35\times100=15$$

よって、上の虫蝕は三貫五百、割府の虫蝕は九十五匁となる。

[注釈]

この問題の類題が、中根彦循により元文3年（1738年）に著された『竿頭算

法』の「附問目二十五條　第一　友人　松永良弼」にある。おそらくこの本の問題を書き写したものと思われる。

第３章　菰野町・広幡神社の算額

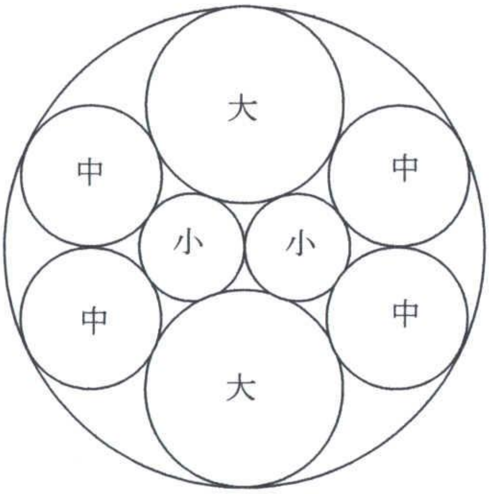
第１節　文化９年の算額

この算額は、縦 66 ㎝，横 95 ㎝であり、１問が扱われている。

78　広幡神社　三重（広幡神社所蔵）文化9（1812）年　66×95

この算額は、藤原長彰により掲額された。長彰は、その子長央と共に関流の和算家である藤田貞資の門人となり、数学を学んだ。また、家に和算の寺子屋を開き、領下の子弟を教育したという。そして、共に菰野藩の勘定奉行を務めた。この算額の問題の類題は、山形県鶴岡市椙男神社（1818 年）と岩手県常膳寺（1842 年)、埼玉県さいたま市氷川神社（1898 年)、岩手県大門神社（1900 年)、埼玉県騎西町玉敷神社（1915 年）にそれぞれ掲額されている。これは算額の問題を和算書から引用していることによる。この算額は 2004 年 4 月 3 日に発見された。

[問題文]



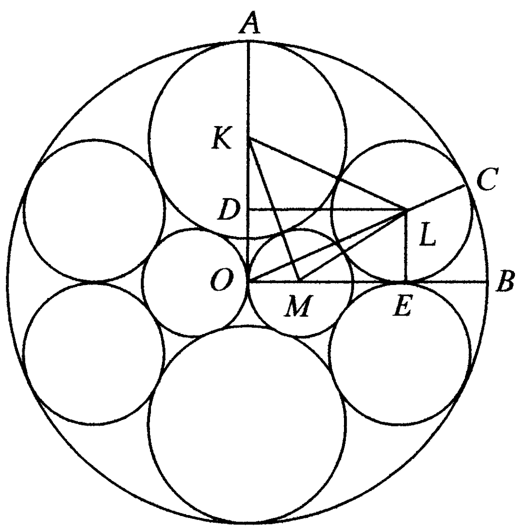
「今有如図円内容大円二箇中円四箇小円二箇只云外円径三十一寸七分問大円
径幾何
答曰大円径一十三寸〇〇〇〇有奇」

[現代語訳]

今、図のように、外円の中に対称的に 2 個の大円と 4 個の中円と 2 個の小円を内接させる。外円の直径が 31.7 寸のとき、大円の直径を求めよ。

[現代的解法]

外円、大円、中円、小円の中心をO,K,L,Mとし、半径をそれぞれx,k,l,mとする。そして、外円と大円の接点をA、外円と中円の接点をC、OからMを通る直線と中円との接点をE、その直線と外円との交点をBとする。また、LからAOに下した垂線の足をDとする。



$DL=a$と置き、ΔODLにおいて三平方の定理より、

$$a^2=(x-l)^2-l^2$$

$$=x^2-2lx \quad ・・・①$$

となる。次に、ΔKDLにおいて三平方の定理より、

$$a^2=(k+l)^2-(x-k-l)^2$$

$$=-x^2+2kx+2lx \quad ・・・②$$

となる。また、ΔLMEにおいて三平方の定理より、

$$ME^2=(l+m)^2-l^2$$

$$ME = \sqrt{m^2 + 2lm}$$

$a = OE = OM + ME$ となるので

$$a = m + \sqrt{m^2 + 2lm}$$

となる。両辺を二乗して

$$a^2 = \left(m + \sqrt{m^2 + 2lm}\right)^2$$

$$= 2m^2 + 2lm + 2m\sqrt{m^2 + 2lm} \quad ・・・③$$

次に、ΔKOM において三平方の定理より、

$$(k + m)^2 = (x - k)^2 + m^2$$

となり、これを変形すると、

$$2km = x^2 - 2kx \quad ・・・④$$

ここで、①－②より、

$$2x^2 - 4lx - 2kx = 0$$

$$k = x - 2l \quad ・・・⑤$$

$2l = x - k$ より $KO = 2l$ 、すなわち KO と中円の直径が同じ長さであることがわかる。次に①，③式より

$$x^2 - 2lx = 2m^2 + 2lm + 2m\sqrt{m^2 + 2lm}$$

となり、この左辺に⑤式を代入すると、

$$kx = 2m^2 + 2lm + 2m\sqrt{m^2 + 2lm}$$

この式を変形して両辺を二乗する。

$$\left(2m\sqrt{m^2 + 2lm}\right)^2 = \left(kx - 2m^2 - 2lm\right)^2$$

これを整理すると、

$$k^2x^2 + 4l^2m^2 - 4klmx - 4km^2x = 0$$

を得る。この式に④，⑤式を代入し整理すると、

$$16k^3 - 25xk^2 + 10x^2k - x^3 = 0$$

$$(k - x)\left(16k^2 - 9kx + x^2\right) = 0$$

よって、$\begin{cases} k = x \\ k = \dfrac{9 \pm \sqrt{17}}{32} x \end{cases}$

が得られ、題意より $k = \dfrac{9+\sqrt{17}}{32} x$ となる。

これに条件の値 $2x = 31.7$ を代入すると、$2k = 13.00007651\cdots$ となり、一尺三寸が得られる。

[和算家の解法]

術文は以下の通りである。

「術日置一十七箇平方開之加九箇得数以三十二箇除之得数乗外円径得大円径合問」

術（計算方法）曰く、17 を平方に開きこれに 9 を加える。これを 32 で除し、外円径（外円の直径）を乗じることにより、大円径（大円の直径）を得る。

第２節　嘉永５年の算額

この算額は縦 67 ㎝，横 88 ㎝であり、1 問が扱われている。

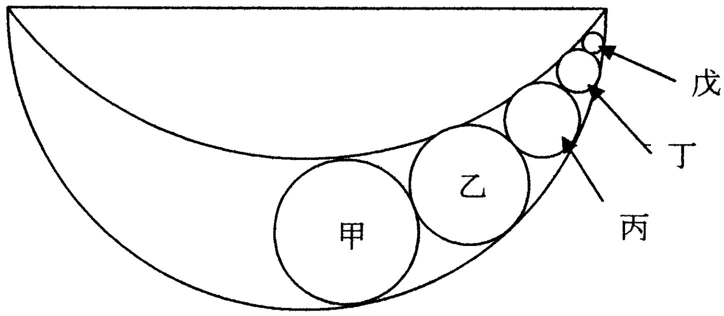
この算額は、五角形をした算額であり、全国的にも大変珍しい。掲額者は桑

名隠士であり、関流の和算家である中川泰職の門人、伊藤小兵衛重業である。なお、この算額は重業が 21 歳のとき奉納したものである。伊藤小兵衛重業は広幡神社の近くに住む宮大工であった。仕事を終え、桑名まで数学を勉強するために通っていたようである。

[問題文]

「今有半円内以弧協挟諸円半円周与弧相交処如図只言外円径丙円径丁円径各若干問得戊円径術如何

答曰　得戊円径術如左」



[現代語訳]

今、半円の内に弧があり、その弧と半円の円周にいくつかの円が挟まれてある。半円周と弧は図のような位置でお互いに交わる。条件として外円径（半円の直径）、丙円径（丙円の直径）、丁円径（丁円の直径）がそれぞれ与えられている。このとき、戊円径（戊円の直径）はいくらか問う。

答えて曰く。左の計算方法により、戊円径（戊円の直径）を得る。

[現代的解法]

図 1

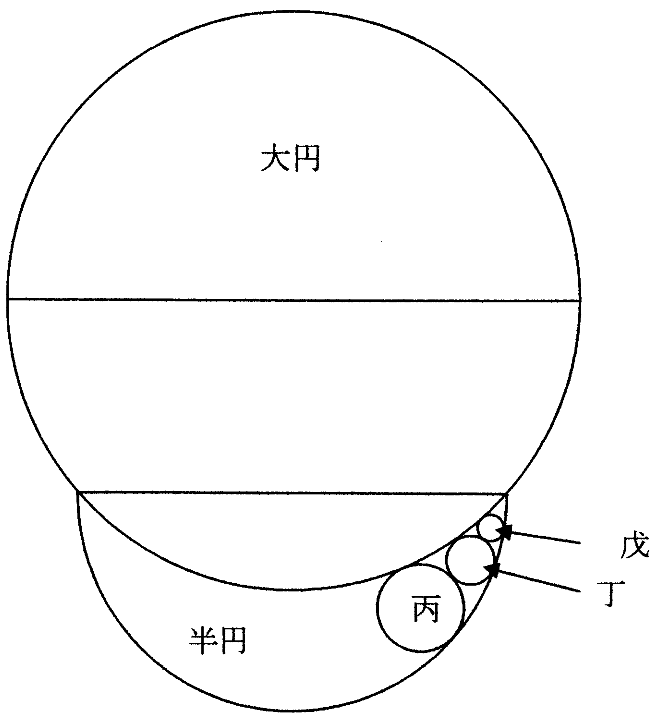


図 1 において、半円と二点で交わる円を大円とする。大円の中心をO、半径をR、半円の中心をO'、半径をr、丙円、丁円、戊円の中心をそれぞれA，B，C、半径をそれぞれa，b，cとする。また、O'から直線BCに下した垂線の足をD、Oから直線BCに下した垂線の足をEとし、O'からOを通り直線BCと平行な直線に下した垂線の足をFとする。

図 2

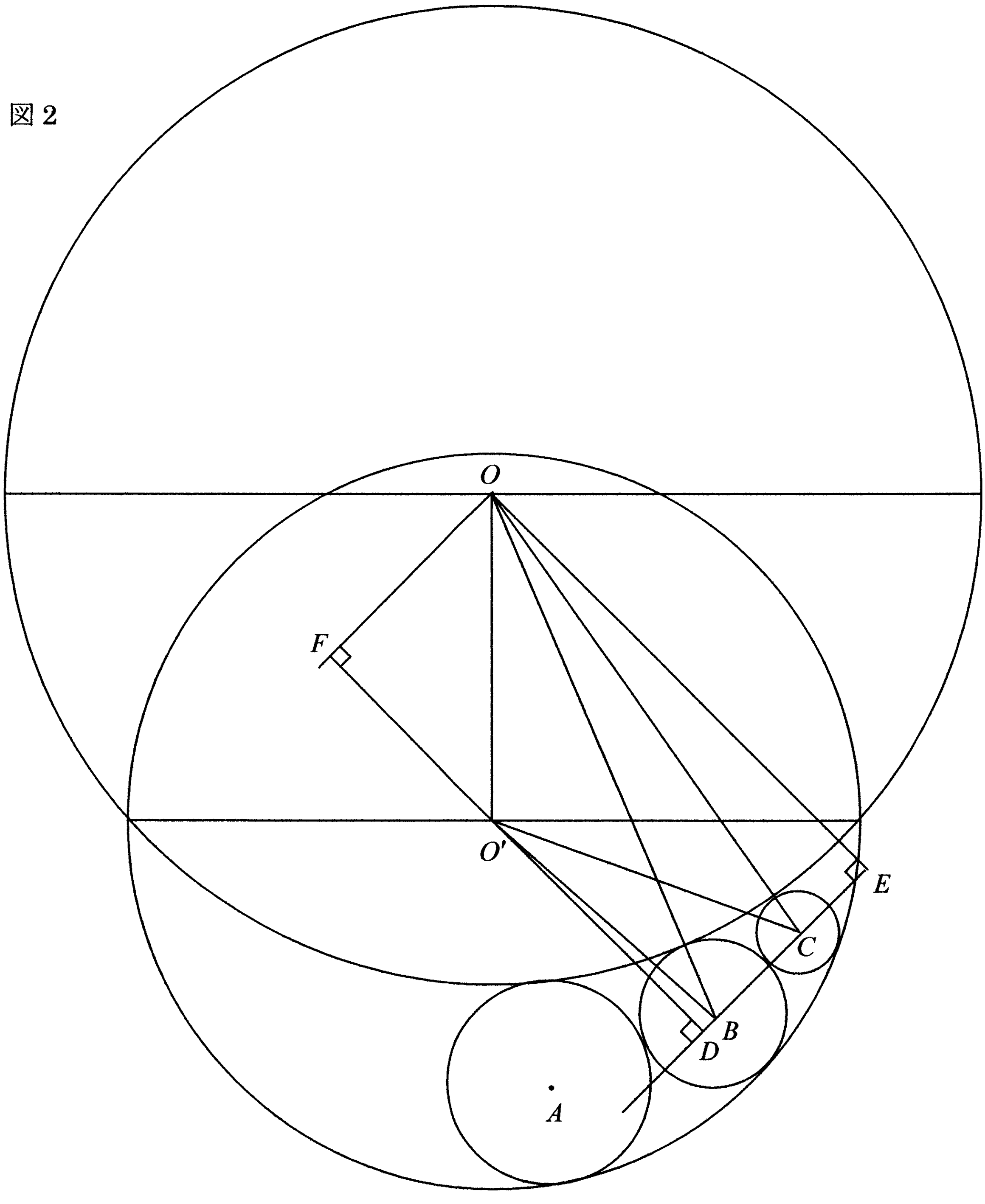
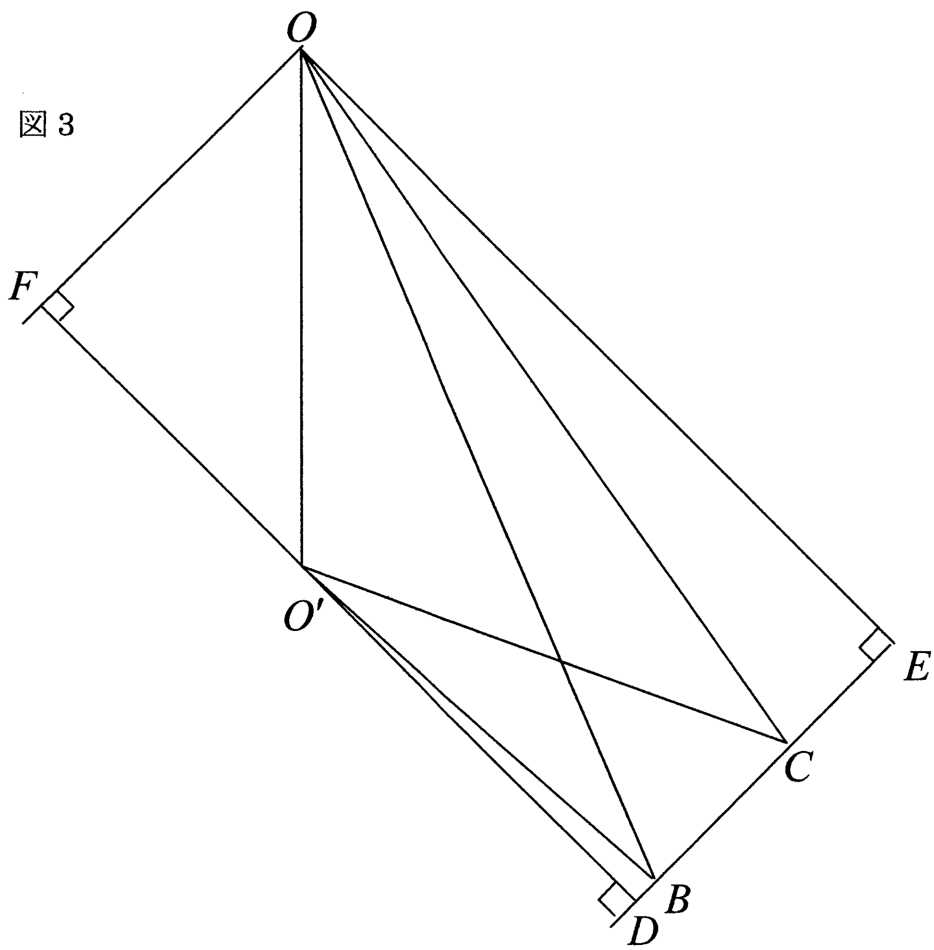


図 2 より、長方形$OFDE$に注目しb，R，rよりcを求める計算式を立てる。

図 3



長方形$OFDE$について、図 3 より$BC=b+c$， $O'B=r-b$， $O'C=r-c$，
$OB=R+b$，$OC=R+c$である。また、半円の直径は大円の弦となっているので、

$OO'=\sqrt{R^2-r^2}$ となる。次に、ΔOBEとΔOCEにおいて三平方の定理より、

$$\begin{cases} OE^2=OC^2-CE^2=(R+c)^2-CE^2 \\ OE^2=OB^2-(BC+CE)^2=(R+b)^2-(b+c+CE)^2 \end{cases}$$

となる連立方程式が得られる。これよりCEについて解くと、

$$(R+c)^2-CE^2=(R+b)^2-(b+c+CE)^2$$

$$CE=\frac{R(b-c)-c(b+c)}{b+c}$$

となる。$OE=\sqrt{OC^2-CE^2}$ より、

$$OE=\sqrt{(R+c)^2-\left\{\frac{R(b-c)-c(b+c)}{b+c}\right\}^2}$$

$$=\sqrt{\frac{(b+c)^2(R+c)^2-\left\{R^2(b-c)^2-2cR(b+c)(b-c)+c^2(b+c)^2\right\}}{(b+c)^2}}$$

$$=\frac{2\sqrt{bcR(b+c+R)}}{b+c} \quad ・・・①$$

となる。同様に、$\Delta O'CD$ と $\Delta O'BD$ において三平方の定理より、

$$\begin{cases} O'D^2=O'B^2-BD^2=(r-b)^2-BD^2 \\ O'D^2=O'C^2-(BD+BC)^2=(r-c)^2-(BD+r-b)^2 \end{cases}$$

となる連立方程式が得られる。これより BD について解くと、

$$(r-b)^2-BD^2=(r-c)^2-(BD+r-b)^2$$

$$BD=\frac{r(b-c)-b(b+c)}{b+c}$$

となる。$O'D=\sqrt{O'B^2-BD^2}$ より、

$$O'D=\sqrt{(r-b)^2-\left\{\frac{r(b-c)-b(b+c)}{b+c}\right\}^2}$$

$$=\sqrt{\frac{(b+c)^2(r-b)^2-\left\{r^2(b-c)^2-2br(b+c)(b-c)+b^2(b+c)^2\right\}}{(b+c)^2}}$$

$$=\frac{2\sqrt{bcr(r-b-c)}}{b+c} \quad ・・・②$$

となる。ここで、$\Delta OFO'$ において、$OO'=\sqrt{R^2-r^2}$,

$$\begin{aligned} OF&=ED=CE+BC+BD \\ &=\frac{R(b-c)-c(b+c)}{b+c}+(b+c)+\frac{r(b-c)-b(b+c)}{b+c} \\ &=\frac{(r+R)(b-c)}{b+c} \end{aligned}$$

$$FO' = OE - O'D = \frac{2\sqrt{bcR(b+c+R)} - 2\sqrt{bcr(r-b-c)}}{b+c}$$

となる三辺から三平方の定理より、

$$OO'^2 = OF^2 + FO'^2$$

$$\sqrt{R^2 - r^2}^2 = \left\{\frac{(r+R)(b-c)}{b+c}\right\}^2 + \left\{\frac{2\sqrt{bcR(b+c+R)} - 2\sqrt{bcr(r-b-c)}}{b+c}\right\}^2$$

$$R^2 - r^2 = \frac{(r+R)^2(b-c)^2 + \left\{2\sqrt{bcR(b+c+R)} - 2\sqrt{bcr(r-b-c)}\right\}^2}{(b+c)^2}$$

となる。両辺に$(b+c)^2$をかけ、式を整理し両辺を二乗する。

$$\begin{aligned}(R^2 - r^2)(b+c)^2 &= (r+R)^2(b-c)^2 + 4bcR(b+c+R) + 4bcr(r-b-c)\\ &- 8bc\sqrt{rR(b+c+R)(r-b-c)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8bc\sqrt{rR(b+c+R)(r-b-c)} &= -(R^2 - r^2)(b+c)^2 + (r+R)^2(b-c)^2\\ &+ 4bcR(b+c+R) + 4bcr(r-b-c)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}64b^2c^2rR(b+c+R)(r-b-c) &= (R^2 - r^2)^2(b+c)^4 + (r+R)^4(b-c)^4\\ &+ 16b^2c^2\{R(b+c+R) + r(r-b-c)\}^2 - 2(R^2 - r^2)(b+c)^2(r+R)^2(b-c)^2\\ &- 8bc(R^2 - r^2)(b+c)^2\{R(b+c+R) + r(r-b-c)\}\\ &+ 8bc(r+R)^2(b-c)^2\{R(b+c+R) + r(r-b-c)\}\end{aligned}$$

この式をcについて降巾の順に整理すると、

$$\begin{aligned}&(16b^2r^2 - 16br^3 + 4r^4 + 32b^2rR + 8r^3R + 16b^2R^2 + 16brR^2 + 4r^2R^2)c^4\\ &+ (32b^3r^2 - 48b^2r^3 + 16br^4 + 64b^3rR + 32b^3R^2 + 48b^2rR^2 - 16br^2R^2)c^3\\ &+ (16b^4r^2 - 48b^3r^3 + 24b^2r^4 + 32b^4rR - 16b^2r^3R + 16b^4R^2 + 48b^3rR^2 - 40b^2r^2R^2)c^2\\ &+ (-16b^4r^3 + 16b^3r^4 + 16b^4rR^2 - 16b^3r^2R^2)c\\ &+ 4b^4r^4 + 8b^4r^3R + 4b^4r^2R^2 = 0\end{aligned}$$

となる。この四次方程式をcについて解くことにより、大円に外接し、半円に内接かつ丁円に接する二つの円の半径a,cを求めることができる。まず、四次方程式の解は、

$$c=\frac{-br^2(r-3R)+2b^2r(r-R)\pm 2\sqrt{2}\sqrt{b^2r^3R(2br-2b^2-r^2-2bR+rR)}}{-4br(r-R)+4b^2(r+R)+r^2(r+R)},-b\ （重根）$$

となる。ここで、$a>0$，$c>0$，$a>c$ なので、

$$a=\frac{-br^2(r-3R)+2b^2r(r-R)+2\sqrt{2}\sqrt{b^2r^3R(2br-2b^2-r^2-2bR+rR)}}{-4br(r-R)+4b^2(r+R)+r^2(r+R)}$$

$$c=\frac{-br^2(r-3R)+2b^2r(r-R)-2\sqrt{2}\sqrt{b^2r^3R(2br-2b^2-r^2-2bR+rR)}}{-4br(r-R)+4b^2(r+R)+r^2(r+R)}$$

となる。条件より、外円径（半円の直径）r、丙円径（丙円の直径）a、丁円径（丁円の直径）b を使い戊円径（戊円の直径）c を表さなければならない。そこで、これら二式から R を消去し c を求めると、

$$c=\frac{r^2b^2(r-b)-r^2b^2a}{b^2r^2+4(r-b)b^2a+(r-3b)ar^2}$$

となり c を r，a，b で表すことができた。

[注釈]

（1）問題文に「術如左」とあるが、算額の問題文の左側に和算家が計算式を記しているため、ここでも「左の計算式」と訳すことにする。

（2）この算額は、問題文の左側に和算家が以下のような計算式を記している。

図 4

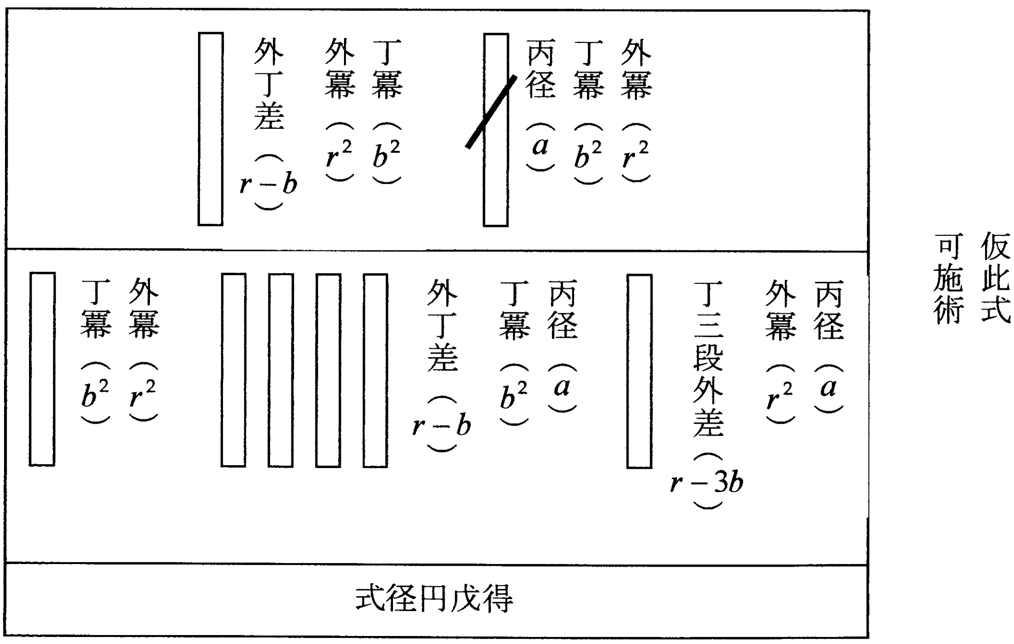


図 4 は数式になっていて、上の段が分子、下の段が分母となっている。また、

それぞれの語句は下の括弧内の数式になっている。この式を現代の数式に訳すと、先程の解と一致する。

第４章　松阪市・意非多神社の算額

第１節　文化 11 年の算額

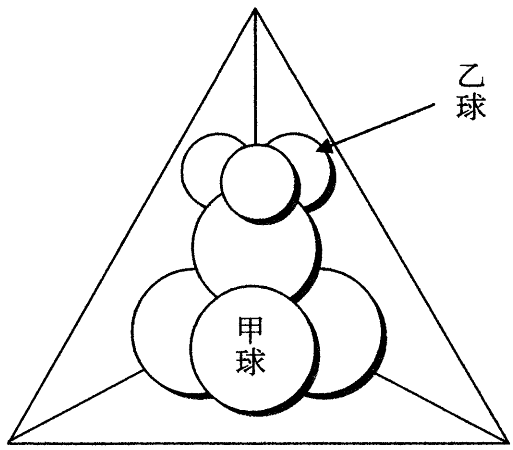
この算額は縦 36.2 ㎝，横 68.2 ㎝であり、下の写真が示すように、1 問が扱われている。

この算額は、最上流小濱尭知の門人である小林利助によって文化十一年三月に掲額された。

［問題文］

「今有如図麦蓄形内容甲球四箇乙球三箇及甲球三箇者各切面ニ□□隣球及甲球一箇乙球三箇者各切面一□□隣球及甲球其乙球径一百五十五寸問甲球径幾何

答曰　甲球径二百九十九寸九分有奇」



[現代語訳]

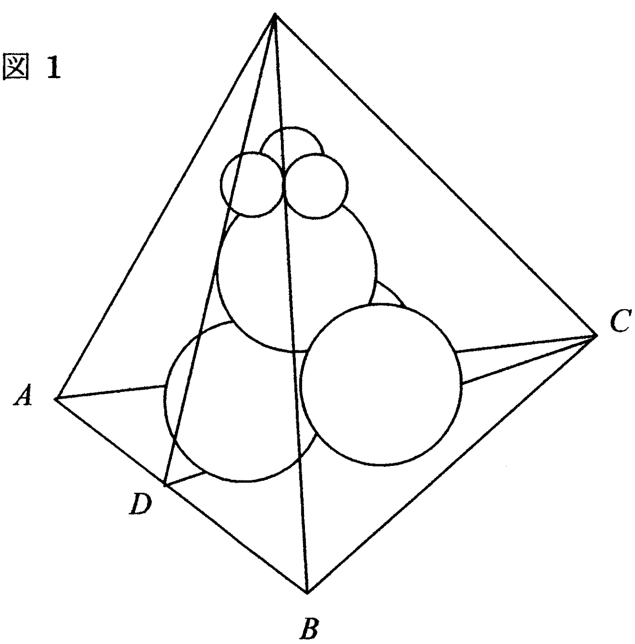
今、図のように、麦蕎形（正四面体）内に4個の甲球と3個の乙球を容れる。甲球3個は互いに接し、かつ各面に接するように容れ、その3個の甲球に接するように1個の甲球を載せる。そして、その載せた1個の甲球と側面に接し、互いに接するように3個の乙球を容れる。その乙球の直径が155寸であるとき、甲球の直径はいくつか問う。

答えて曰く　甲球の直径は299.9…寸となる。

[現代的解法]

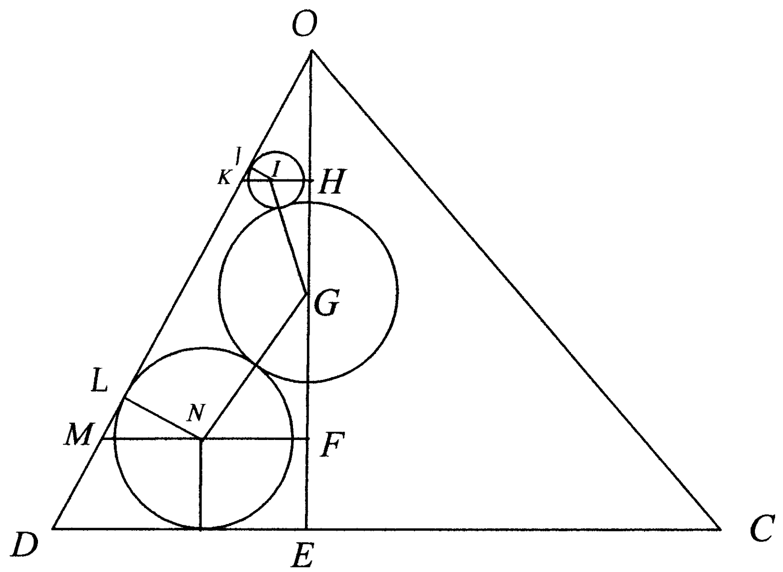
図1のように、麦蕎形（正四面体）の底面上に半径がRである球（甲球）が、3個互いに接してある。また、これらは側面の各中線上で側面に接している。これら3個の球に半径が同じRである球を載せる。（4個の球が互いに接する）この上に載せた球に外接し、互いに接しあう半径rである3個の球（乙球）を、やはり側面の中線上で接するように載せる。乙球の直径が155寸のとき、甲球の直径を求めよ、という問題である。

図 1



甲球の半径をR、乙球の半径をrとして、rを用いてRを表す。図１の正四面体$OABC$を面ODCで切断する。その断面の図を図２とする。

図 2



正四面体$OABC$の一辺を$2a$とする。すると、$OD = DC = \sqrt{3}a$となる。また、Oから面ABCへ下した垂線（正四面体の高さ）をOEとすると、点Eは三角形ABCの重心となるから、$DE = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$となる。よって三平方の定理より、$OE = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}a$となる。

また、GFは４個の甲球の中心が作る正四面体の高さ、NFは３個の甲球の中心が作る正三角形の重心から頂点までの長さとなるので、$GF = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}R$, $NF = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}R$となる。$IH$も同様に、３個の乙球の中心が作る正三角形の重心から頂点までの長さとなるので、$IH = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}r$となる。

次に$\Delta ODE, \Delta OMF, \Delta NML$の相似関係より、

$$OD : NM = OE : NL$$

$$\sqrt{3}a : NM = \frac{2\sqrt{6}}{3}a : R$$

$$NM = \frac{3\sqrt{2}}{4}R$$

となる。これを用い、

$$OE : OF = DE : MF$$
$$OE : OF = DE : (MN + NF)$$
$$\frac{2\sqrt{6}}{3}a : OF = \frac{\sqrt{3}}{3}a : \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}R + \frac{2\sqrt{3}}{3}R\right)$$
$$OF = \frac{4\sqrt{6}+9}{3}R$$

となる。また、互いに接しあう３個の乙球と、底面に接し互いに接しあう３個の甲球の関係は同様なので、$\Delta ODE, \Delta OKH, \Delta IKJ$ の相似関係より、

$$OD : IK = OE : IJ$$
$$\sqrt{3}a : IK = \frac{2\sqrt{6}}{3}a : r$$
$$IK = \frac{3\sqrt{2}}{4}r$$

となる。$OE : OH = DE : KH$

$$OE : OH = DE : (KI + IH)$$
$$\frac{2\sqrt{6}}{3}a : OH = \frac{\sqrt{3}}{3}a : \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}r + \frac{2\sqrt{3}}{3}r\right)$$
$$OH = \frac{4\sqrt{6}+9}{3}r$$

となる。次に、ΔHIG において $IH = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}r$， $IG = R + r$ であるから、三平方の定理より、

$$HG = \sqrt{IG^2 - IH^2}$$
$$= \sqrt{(R+r)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}r\right)^2}$$
$$= \sqrt{R^2 + 2rR - \frac{r^2}{3}}$$

となる。ここで、$OF = OH + HG + GF$ より、

$$\frac{4\sqrt{6}+9}{3}R = \frac{4\sqrt{6}+9}{3}r + \sqrt{R^2 + 2rR - \frac{r^2}{3}} + \frac{2\sqrt{6}}{3}R$$

という関係式が得られる。これを R について解くことにより、r を用いて R を表す関係式を得ることができる。

$$\sqrt{R^2+2rR-\frac{r^2}{3}}=\frac{2\sqrt{6}+9}{3}R-\frac{4\sqrt{6}+9}{3}r$$

$$R^2+2rR-\frac{r^2}{3}=\left(\frac{2\sqrt{6}+9}{3}R-\frac{4\sqrt{6}+9}{3}r\right)^2$$

$$R^2+2rR-\frac{r^2}{3}=\frac{1}{9}\left\{\left(105+36\sqrt{6}\right)R^2-2\left(129+54\sqrt{6}\right)rR+\left(177+72\sqrt{6}\right)r^2\right\}$$

$$9R^2+18rR-3r^2=\left(105+36\sqrt{6}\right)R^2-\left(258+108\sqrt{6}\right)rR+\left(177+72\sqrt{6}\right)r^2$$

$$\left(96+36\sqrt{6}\right)R^2-\left(276+108\sqrt{6}\right)rR+\left(180+72\sqrt{6}\right)r^2=0$$

$$\left(8+3\sqrt{6}\right)R^2-\left(23+9\sqrt{6}\right)rR+\left(15+6\sqrt{6}\right)r^2=0$$

ここで、解の公式より、

$$R=\frac{\left(23+9\sqrt{6}\right)r\pm\sqrt{\left(23+9\sqrt{6}\right)^2r^2-4\left(8+3\sqrt{6}\right)\left(15+6\sqrt{6}\right)r^2}}{2\left(8+3\sqrt{6}\right)}$$

$$=\frac{\left(23+9\sqrt{6}\right)r\pm\sqrt{103+42\sqrt{6}}r}{2\left(8+3\sqrt{6}\right)}$$

$$=\frac{\left(23+9\sqrt{6}\right)r\pm\left(7+3\sqrt{6}\right)r}{2\left(8+3\sqrt{6}\right)}$$

$R>r$ より、

$$R=\frac{\left(23+9\sqrt{6}\right)r+\left(7+3\sqrt{6}\right)r}{2\left(8+3\sqrt{6}\right)}=\frac{15+6\sqrt{6}}{8+3\sqrt{6}}r=\frac{3}{10}\left(4+\sqrt{6}\right)r$$

となる。$2r=155$ の時 $R=299.901273\cdots$ となり、問いに合う。

[和算家の解法]

術文は以下の通りである。

「術曰置五分四厘開平方加一箇二分乗乙球径得甲球径合問」

術（計算方法）曰く、五分四厘を平方根に開き、一箇二分を加え、乙球の直径を掛けることにより甲球の直径を得る。

式に表すと、

$$2R = \left(\sqrt{0.54} + 1.2\right) \times 2r$$

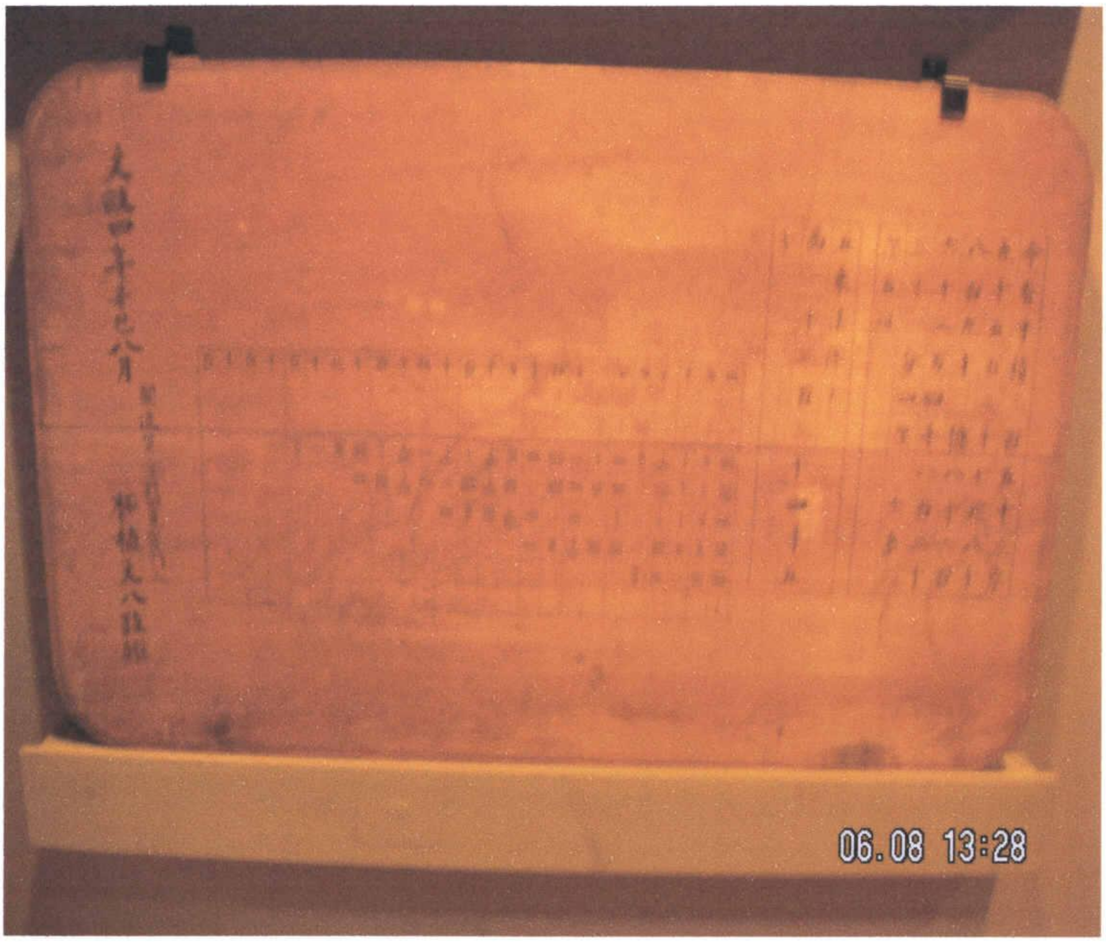
$$R = \left(\sqrt{0.54} + 1.2\right)r = 1.9348469228349534 29 \cdots \times r = \frac{3}{10}\left(4 + \sqrt{6}\right)r$$

となり、現代的解法と一致する。

第５章　伊賀市・林晶寺の算額

第１節　文政４年の算額

この算額は縦 52 ㎝，横 87 ㎝であり、下の写真が示すように、1 問が扱われている。



この算額は、村田光隆（1747～1831）の門人によって奉納されたものである。村田光隆は『楕円詳解』（1834）を出版した有力な数学者である村田恒光の父である。伊勢津藩士として江戸染井に住み、天保 2 年（1831）85 歳で没し、江戸浅草誓願寺に葬られた。問題文と答文は以下の通りである。

[問題文]

「今有寸積三百五十三京九千五百三十七兆八千八百九十億八千六百六十二万
四千八百二十三寸一分四厘六糸二惣五微
五乗法除テ
商一千二百三十四寸五分」

[現代語訳]

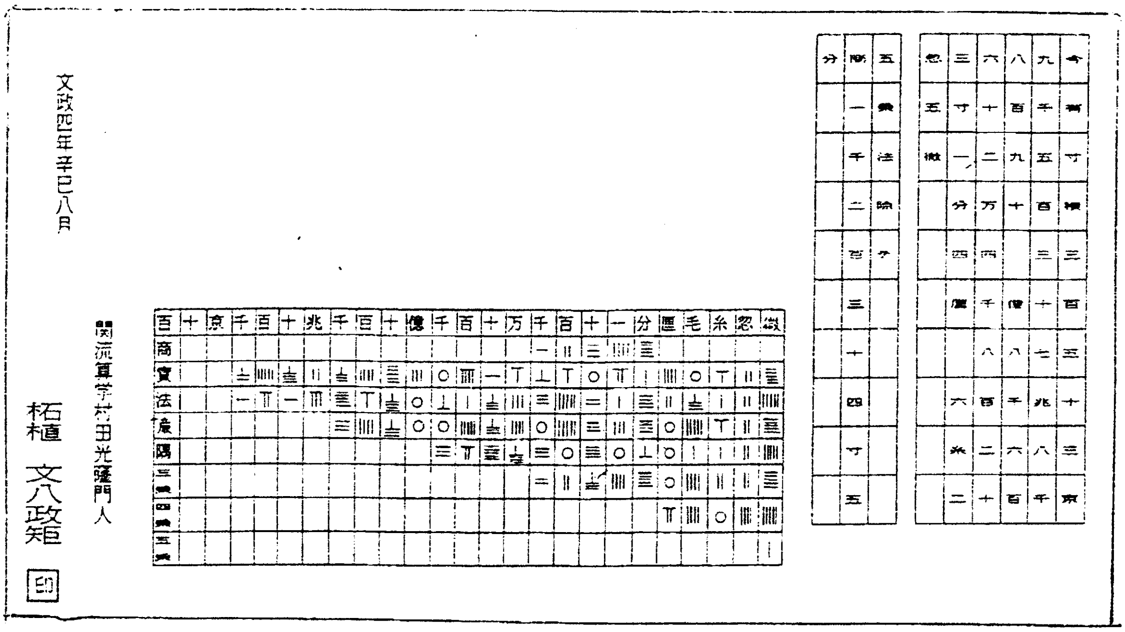
今、寸積 353 京 9537 兆 8890 億 8662 万 4823 寸 1 分 4 厘 06 糸 2 惣 5 微が有る。この数を 6 乗に開け（即ち、六次方程式を解いて、六乗根を求めよ）。

商は 1234.5 寸である。

[解法]

$$x^6 = 353{,}9537{,}8890{,}8662{,}4823.140625$$

これを求めるには、算木と算盤を用いる。



上の算盤が示すように、求める六次方程式は次の通りである。

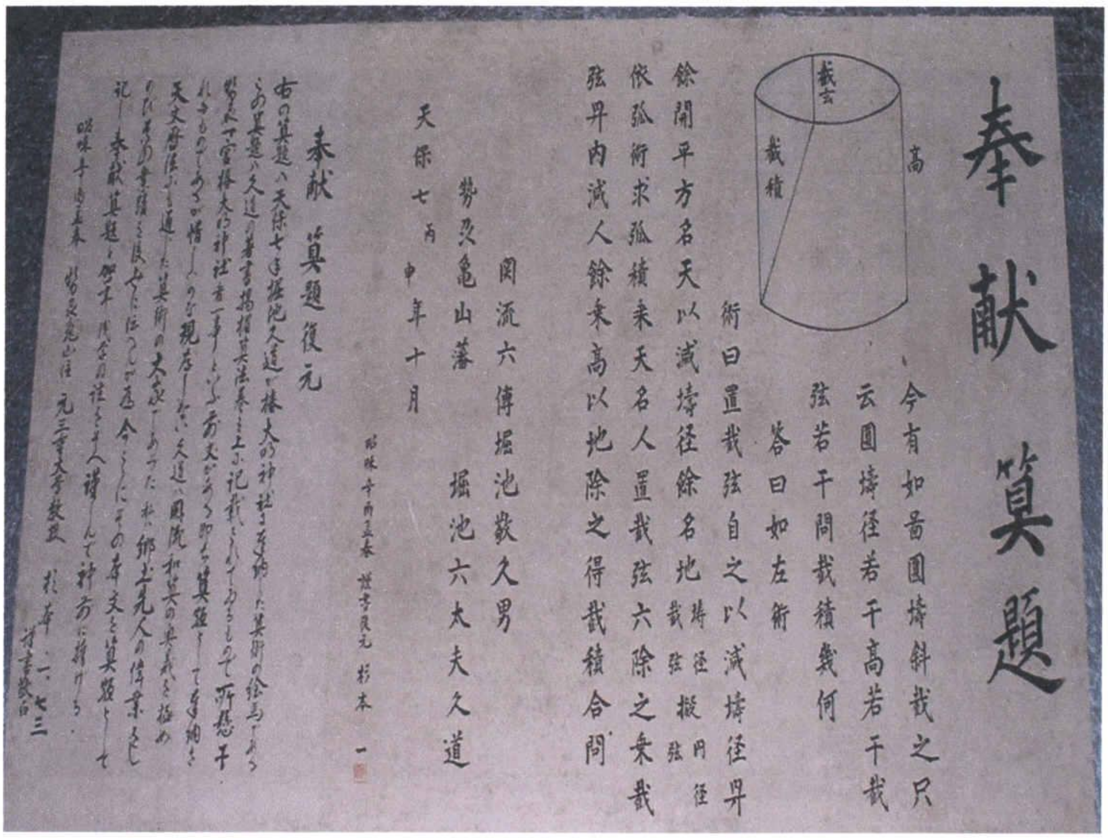
$$x = 1234.5$$

$$\begin{aligned}0 = {} & 7592845309166607140625 \\ & -1718569061833521428125x \\ & -348005840533405625x^2 \\ & -37593040601125x^3 \\ & -2284504225x^4 \\ & -75045x^5 \\ & -1x^6\end{aligned}$$

第6章　鈴鹿市・椿大神社の算額

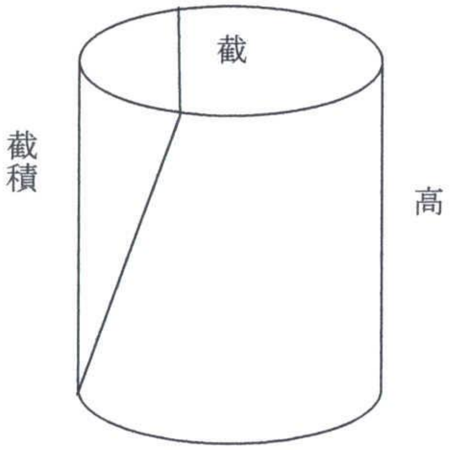
第1節　天保7年の算額

この算額の原物は縦 77 ㎝，横 130 ㎝であり、下の写真が示すような問題が、1問が扱われていた。尚、下の写真は復元されたものである。



この算額は、堀池久道により天保 7 年に奉納され、昭和五十年孟春に元三重大学教授杉本一によって復元された。

[問題文]



「今有如図円壔斜截之只云円壔径若干高若干截弦若干問截積幾何」

[現代語訳]

今、図のように、円柱（円壔）がある。これを一つの平面で切る（斜截）。円柱の直径、高さ、弦（截弦）が与えられているとき、切り取った小さいほうの立体の体積（截積）を求めよ。

[現代的解法]

円柱の底面の半径を r 、弦 AB の長さを k 、円柱の高さを h 、弦 AB と円弧が作る弓形の面積を S 、切り取った小さいほうの立体の体積を V とする。

図 1

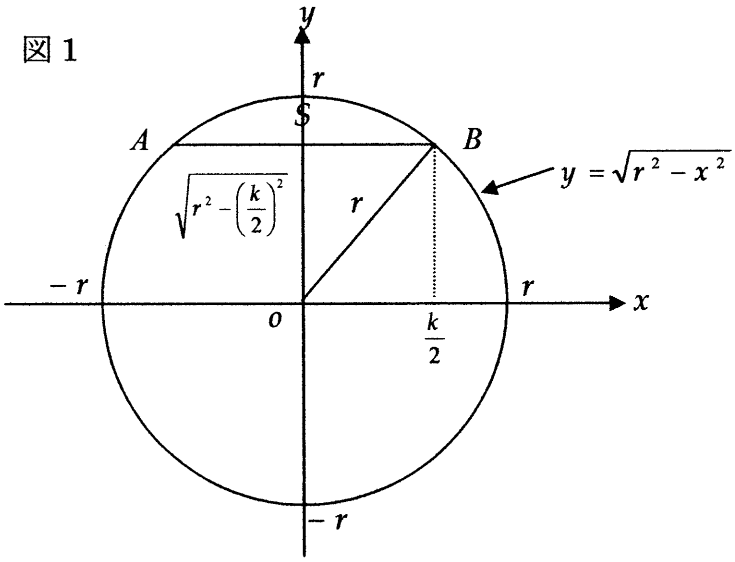


図 1 より、弓形の面積を求める式は、

$$S=2\int_0^{\frac{k}{2}}\left\{\sqrt{r^2-x^2}-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right\}dx$$

となる。この式を次のように変形し、①と置く。

$$\frac{S}{2}=\int_0^{\frac{k}{2}}\sqrt{r^2-x^2}\,dx-\frac{k}{2}\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}$$

$$\int_0^{\frac{k}{2}}\sqrt{r^2-x^2}\,dx=\frac{1}{2}\left\{S+k\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right\} \qquad \cdots ①$$

次に、切り取った小さいほうの立体を y 軸に平行な任意の平面で切ると、その断面が図 2 のような直角三角形 PQR となる。

図 2

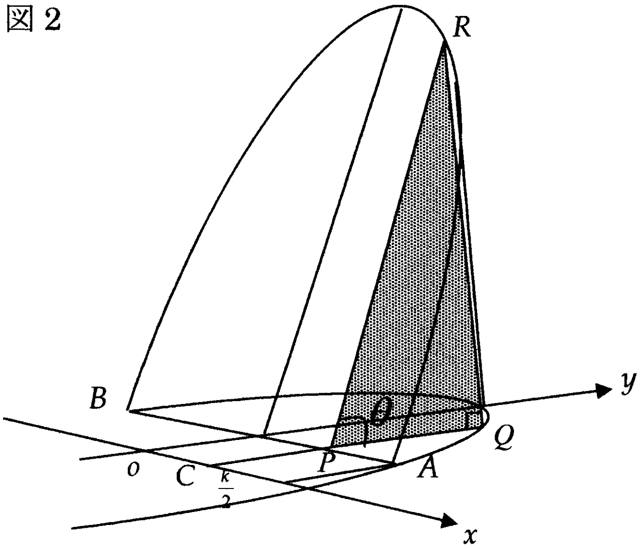


図 3

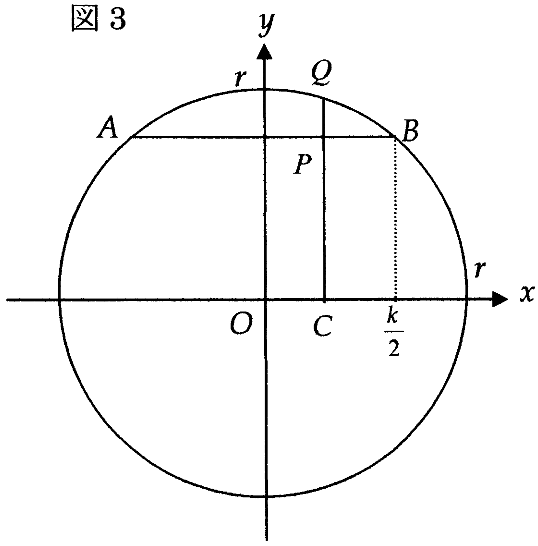
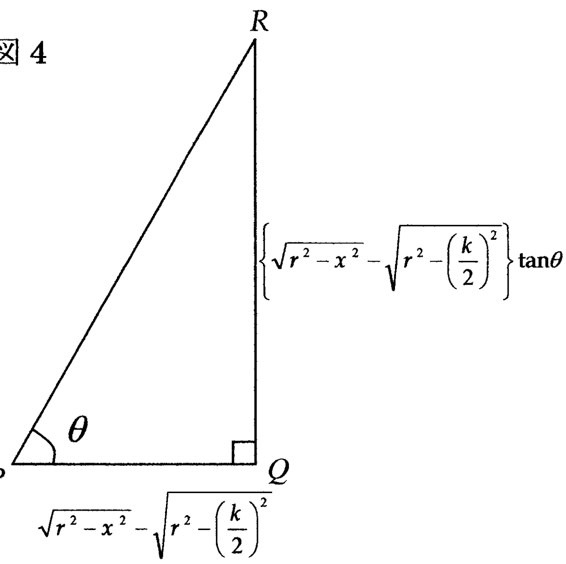


図 4



ここで$\angle RPQ=\theta$と置き、直角三角形PQRの面積を求める。図３より、

$$PQ=CQ-CP$$

$$=\sqrt{r^2-x^2}-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}$$

$$RQ=\left\{\sqrt{r^2-x^2}-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right\}\tan\theta$$

y軸上に作られる直角三角形より、$\tan\theta=\dfrac{h}{r-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}}$となるので、図４よ

り、ΔPQR の面積T は、

$$T=\frac{1}{2}\left\{\sqrt{r^2-x^2}-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right\}^2\frac{h}{r-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}}$$

となる。以上より、体積V を求める。

$$V=2\int_0^{\frac{k}{2}}Tdx=2\int_0^{\frac{k}{2}}\frac{1}{2}\left\{\sqrt{r^2-x^2}-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right\}^2\frac{h}{r-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}}dx$$

$$=\frac{h}{r-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}}\int_0^{\frac{k}{2}}\left\{2r^2-x^2-\frac{k^2}{4}-2\sqrt{r^2-x^2}\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right\}dx$$

$$=\frac{h}{r-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}}\left(\left[2r^2x-\frac{x^3}{3}-\frac{k^2x}{4}\right]_0^{\frac{k}{2}}-2\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\int_0^{\frac{k}{2}}\sqrt{r^2-x^2}dx\right)$$

ここで、①式を代入すると、

$$V=\frac{h}{r-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}}\left(\left(kr^2-\frac{1}{6}k^3\right)-2\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\times\frac{1}{2}\left\{S+k\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right\}\right)$$

$$=\frac{h}{r-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}}\left\{\left(kr^2-\frac{1}{6}k^3\right)-\mathrm{S}\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}-kr^2+\frac{k^3}{4}\right\}$$

$$=\frac{\left\{\frac{1}{12}k^3-\mathrm{S}\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right\}h}{r-\sqrt{r^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2}}=\frac{\left(\frac{1}{6}k^3-\mathrm{S}\sqrt{(2r)^2-k^2}\right)h}{2r-\sqrt{(2r)^2-k^2}}$$

となり、解答を得る。

[和算家の解法]

術文は以下の通りである。

「術曰置截弦自之以減壔径羃餘開平方名天以減壔径餘名地壔径截弦擬円径弦依弧術求弧積乗天名人置截弦六除之乗截弦羃内減人餘乗高以地除之得截積合問」

[現代語訳]

術（計算方法）曰く、截弦（k）の自乗を直径（$2r$）の自乗より減じ、余りを平方に開き、これを天と置く。

$$\sqrt{(2r)^2 - k^2} = 天$$

直径より天を減じ、余りを地と置く。

$$(2r) - 天 = 地$$

弧術により弧積（S）を求めておき、これに天を乗じて人と置く。

$$S \times 天 = 人$$

截弦の六分の一に截弦の自乗をかける。そのうちから人を減じ、余りに高さを乗じて、地で割る。こうして截積（V）が得られ、問いと合う。

$$V = \left(\frac{k}{6} \times k^2 - 人\right) \times （高さ） \div （地）$$

以上の内容をまとめると、

$$V = \frac{\left(\frac{1}{6}k^3 - S\sqrt{(2r)^2 - k^2}\right)h}{2r - \sqrt{(2r)^2 - k^2}}$$

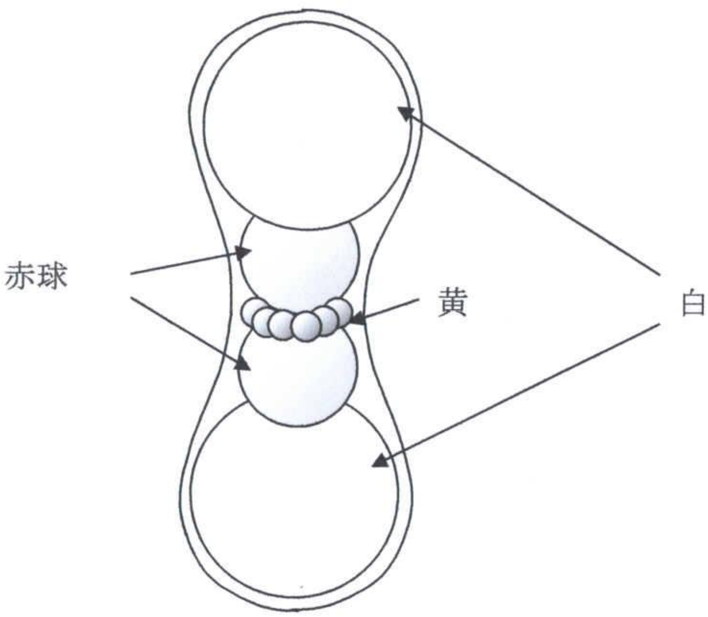
となり、現代的解法とも一致する。

第７章　亀山市・地蔵院の算額

第１節　天保 13 年の算額

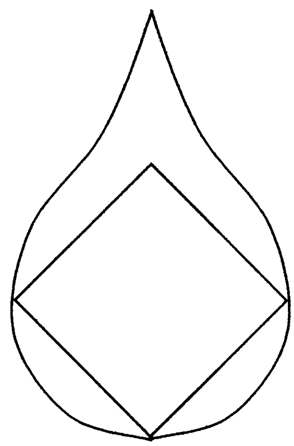
この算額は縦 49 ㎝，横 150 ㎝であり、２問が扱われている。

[問題文 1]



「奉納　算術二事
今有如図環楕檎形赤球黄球□□伏而形為巾球長同形行立形右□謂環楕檎形内容黄赤球□□個黄球者切長径端最大而赤球相切□中央而□得黄球其球環列白等球十八個容内無動□□□球径若干問白球径如何
答曰如左術
術曰立天元一為白球径□加十八個平方開之加七個名天□八之乗白球径加白球径十九段及赤球径十□段乗白球径内減黄球径□餘乗大内減黄球径乗□自除乗白球径□九□寄黄球径加自球径自之□□加相消得開方式立方開之得白球径合問」

[問題文２]



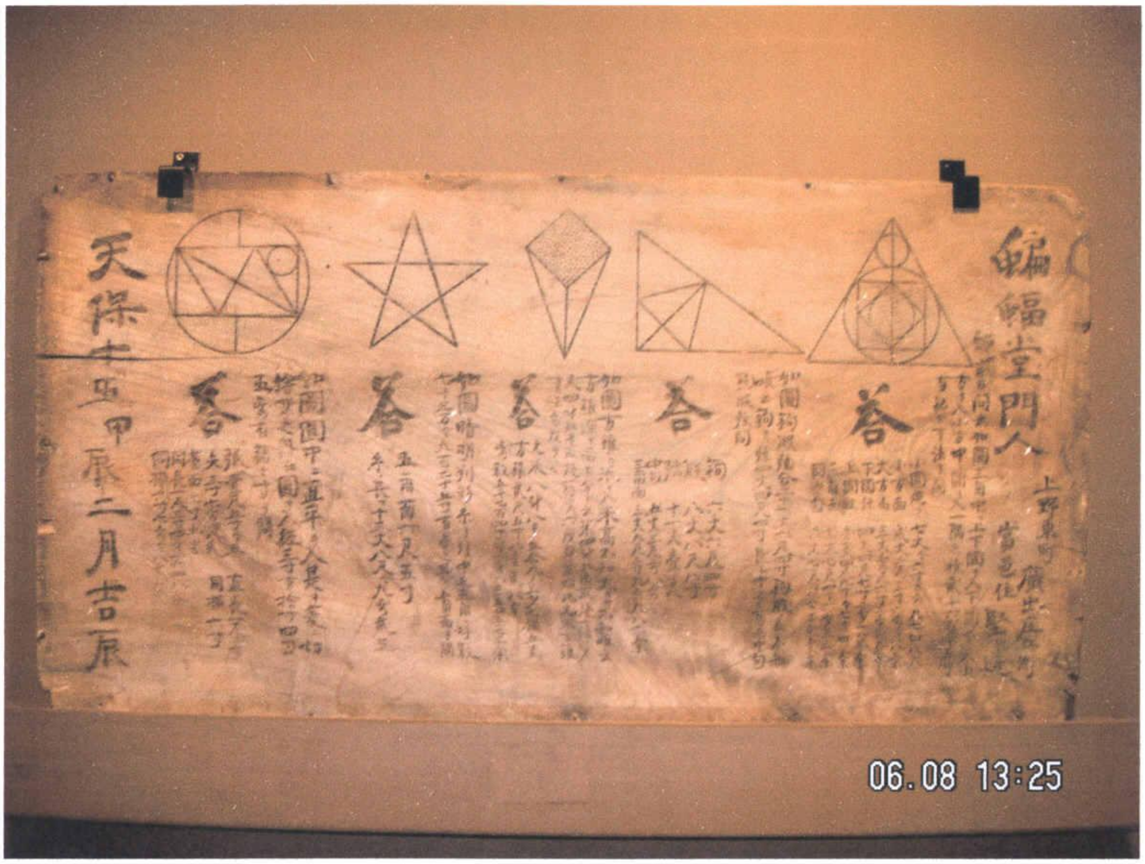
「今有如図容□平形円□自径□糸刃□□□之□得之□而名之謂実□平形内□方□其角切□長径端□□□所□□大□長径□平方而若干□黒積如何
答曰如左術
術曰置方面以長径除□名□以減方斜率餘再自乗之乗□□之加而開平方而名□□□径冪□□□率内減□而冪餘得黒積合問」

[注釈]
この算額は保存状態が悪く、判読が不可能なため問題文のみの紹介とする。また、問題文中の判読不可能な文字を□で表しておく。

第8章　伊賀市・永保寺の算額

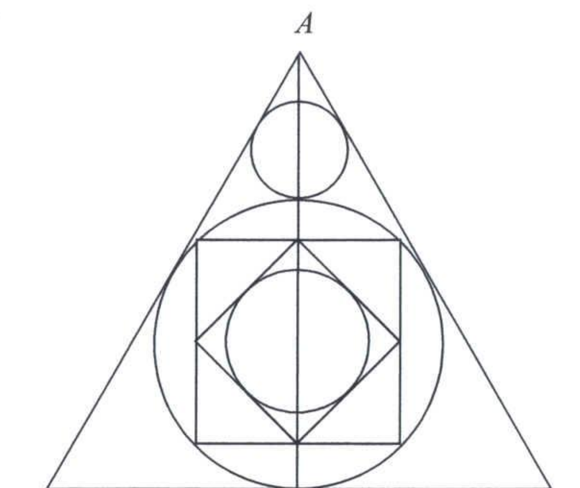
第1節　天保15年の算額

この算額は縦 42cm，横 82cm であり、下の写真が示すように、5 問が扱われている。



この算額は1998年に喰代区集議所の倉庫にて見つかった。算額には問題と答えだけが記載され、当時の術文は記載されていない。問題文と現代的解法は以下の通りである。

[問題文 1]



「師或日問云

如図三角中ニ上下円ヲ入下ノ円ノ中ニ大小方ヲ入小方中ニ円ヲ入一隅之積貳千六百二十五寸有銘々寸法ヲ問

答

小円廻リ	七丈令六寸五歩九七四八八
小方面	貳丈二尺三寸六歩令六八余
大方面	三丈壱尺六寸二歩二六九七余
下円径	四丈四尺七寸二歩一一三余
上円径	壱丈四尺九寸令七令四余
三角面	七丈七尺四寸六歩三三余
同中句	六丈七尺令八歩三貳壱余」

[現代語訳]

師匠は或る日問いを出した。図のように、正三角形の中に上下円を入れ、下の円の中に大小の正方形を入れ、小さい正方形の中に円を入れる。一隅の面積が 2625 寸のとき、それぞれの寸法を求めよ。

[現代的解法]

三角面

問題文の条件である「一隅之積」とは、この問題では正三角形の面積Sを意味し、三角面とはこの正三角形の一辺を意味する。正三角形の一辺をaとおくと、

$$S=\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=2625$$

となり、これよりaを求めると$a=77.85998861\cdots$が得られ、三角面は、七丈七尺八寸五歩九九余となる。

同中句

中句は三角形の高さを意味するので、

$$AD=a\times\frac{\sqrt{3}}{2}=67.42872807\cdots$$

よって同中句は、六丈七尺四寸二歩八七二余となる。

下円径

下の円の直径をRとおくと、外接する正三角形の面積から、

$$S=\frac{1}{2}R(AB+BC+CA)=\frac{1}{2}R\times 3a=2625$$

よって $R=44.95248539\cdots$ となり、下円径は、四丈四尺九寸五歩二四八余となる。

上円径

上の円の直径を r とおくと、

$$r=\frac{2}{3}(AD-R)=\frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a-R\right)=14.98416179\cdots$$

となり、上円径は、壱丈四尺九寸八歩四一六余となる。

大方面

大正方形は対角線が下円径になっているので、大正方形の一辺を b とおくと、

$$b=\frac{R}{\sqrt{2}}=31.78620725\cdots$$

となり、大方面は、三丈壱尺七寸八歩六二令七余となる。

小方面

小正方形の対角線は大正方形の一辺となっているので、小正方形の一辺を c とおくと、

$$c=\frac{b}{\sqrt{2}}=22.4762427\cdots$$

となり、小方面は、貳丈二尺四寸七歩六二四余となる。

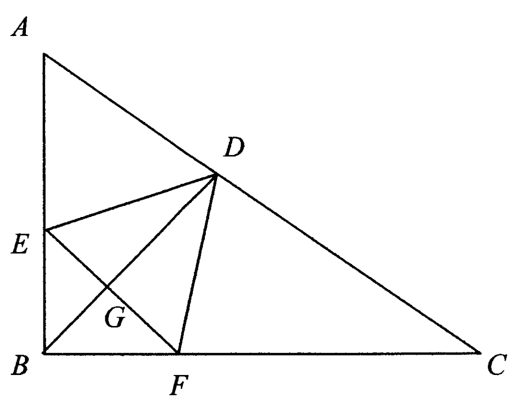
小円廻リ

小円の直径が小正方形の一辺なので、

$$c\times 3.14=70.57540206\cdots$$

となり、小円廻りは、七丈令五寸七歩五四令二余となる。

[問題文 2]



「如図鉤股弦合二十六丈一尺四寸鉤股差不知唯云鉤ヨリ弦四丈四尺四寸長中之三角面中句鉤股弦問

答

鉤	六丈六尺四寸
股	八丈八尺八寸
弦	十一丈壱尺
中句	五丈三尺二寸八歩
三角面	三丈九尺三寸九歩九八六余」

[現代語訳]

図のように、各辺を足し合わせると **26.14** 丈となる直角三角形がある。鉤（直角を挟む短いほうの辺）と股（直角を挟む長いほうの辺）の差はわからないが、鉤より弦のほうが **4.44** 丈長いという。この直角三角形に内接するように正三角形を入れるとき、正三角形の一辺、中句、鉤、股、弦を求めよ。

[現代的解法]

鉤、股、弦

鉤をa、股をb、弦をcとおくと、問題文の条件より、

$$\begin{cases} a+b+c=26.14 \\ c-a=4.44 \\ a^2+b^2=c^2 \end{cases}$$

これを解くと、$a=6.460227278\cdots$、$b=8.779545445\cdots$、$c=10.90022728\cdots$となる。よって、開平方時に多少の誤差が生じるが、鉤は六丈四尺六寸令二二七余、股は八丈七尺七寸九歩五四五余、弦は十丈九尺令令二二七余となる。

中句

中句とは、BからACに下した垂線を意味する。この図においては、BDを指す。

ΔABCとΔBDCの相似関係より、

$$AB:BD=AC:BC$$

$$a:BD=c:b$$

$$BD=\frac{ab}{c}=5.203328921\cdots$$

となり、中句は五丈二尺令三歩三二八余となる。

三角面

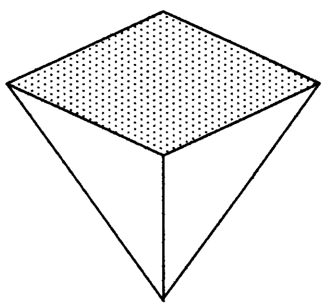
三角面とは、正三角形の一辺のことを意味する。

$$BD = DG + GB = \frac{\sqrt{3}}{2}DF + \frac{1}{2}DF$$

$$DF = \frac{2}{\sqrt{3}+1}BD = 3.809101139\cdots$$

となり、三角面は三丈八尺令九歩一令一余となる。

[問題文 3]



「如図方錐ニ米ヲ入米高不知大キサ不知唯云方錐深サ面等分ト云米四斗五升取残一倍ニシテ又四斗五升取残一倍ニシテ六度目取切此元米方錐寸法歩数ヲ問

答

元米　八斗八升五合九勺三才七撮五圭

方錐　貳尺五寸八歩貳八余

歩数　五千七百四十三寸歩六二一五四五七三余」

[現代語訳]

図のように、方錐（正四角錐）に米を入れる。米の量と方錐の大きさはわからない。ただ、方錐の深さ（高さ）と面（正方形の一辺）は等しいという。米を 45 升を取り、残りを一倍（2倍のこと）にして、また 45 升取り、残りを一倍にして、という方法で6度目に取り切る。元米（元々の米の量）、方錐の寸法、歩数（方錐の体積）を問う。

[現代的解法]

元米

元米とは元々の米の量を意味する。元米をa升と置き、問題文の方法から関係式を作ると、6度目に取り切るので、

$$2(2(2(2(2(a-45)-45)-45)-45)-45)-45 = 0$$

$$32a = 2835$$

$$a = 88.59375$$

となる。よって、元米は八斗八升五合九勺三才七撮五圭となる。

歩数

歩数とは方錐の体積を意味する。元米の単位を升から立法寸に置き換える。

$$88.59375 \times 64.827 = 5743.26703125$$

よって、歩数は五千七百四十三寸歩二六七〇三一余となる。

方錐

方錐とは四角錐の口の一辺を意味する。方錐の高さと一辺は等しいので、一辺を x 寸と置くと体積は、$\frac{1}{3}x^3$ 立方寸となる。よって、

$$\frac{1}{3}x^3 = 5743.267031$$

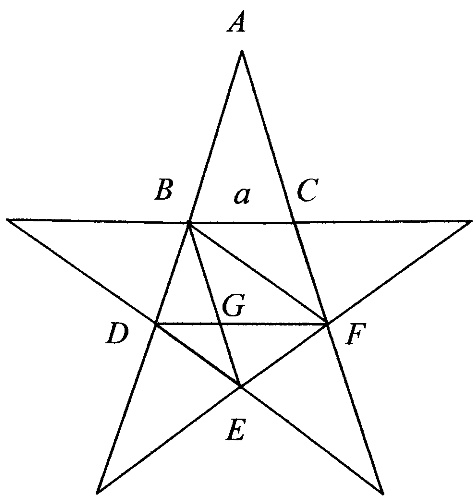
$$x = 25.82815721\cdots$$

となる。よって、方錐は貳尺五寸八分二八一余となる。

[注釈]

1升枡のサイズは口が4寸9分四方、深さが2寸7分で、64.827立方寸である。

[問題文4]



「如図晴明判形糸ヲ引中之五角坪数七十三万令九百二十五寸有糸之長サ五角面ヲ問

答

五角面　　六尺五寸

糸之長サ　　十三丈八尺令九分貳三」

[現代語訳]

図のように、一本の糸を用い星形を作るとき、中にできた正五角形の面積が730925平方寸であった。正五角形の一辺の長さと糸の長さを求めよ。

[現代的解法]

五角面

五角面とは正五角形の一辺を意味する。正五角形の面積は坪数730925寸なので、7309.25平方寸となる。正五角形 $BDEFC$ の一辺を a 、面積を S とおくと、

$$S=\frac{a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}=7309.25$$

となる。

これを a について解くと、$a=65.17963468\cdots$ となり、正五角形の一辺は六尺五寸一歩七九六三余となる。

糸之長サ

ΔABC と ΔADE の相似関係より、

$$AB:AD=BC:DE$$

$$AB:(AB+a)=a:\frac{1+\sqrt{5}}{2}a$$

$$AB=\frac{1+\sqrt{5}}{2}a$$

となる。よって、糸全体の長さ L は $10AB+5a$ なので、

$$L=10\times\frac{1+\sqrt{5}}{2}a+5a$$
$$=1380.526816\cdots$$

となり、糸之長サは、十三丈八寸令五二六八一余となる。

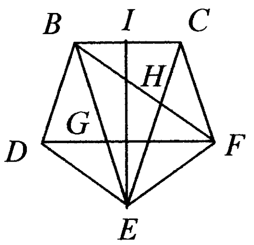
[注釈]

(1)

晴明判形について

陰陽道とは陰陽五行説に基づいている。五行の配置は基本的には、木・火・土・金・水を円周上に配置する。五行相剋の関係をその図に線で書き込むと、ちょうど向かいになる五行同士が相剋の関係になっていることがわかり、全体として星形を描く。安倍晴明の名前をとって「セーマン」と呼ばれる晴明桔梗（五芒星とも言われる）はこの五行相剋図から作られたものだとする説もある。

(2)



正五角形$BDEFC$において、一辺の長さをa、面積をS、BE,DFの交点をG、BF,CEの交点をHとおく。ここで、

$BE=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}a$、$BI=\dfrac{a}{2}$より、

$$IE=\sqrt{BE^2+BI^2}=\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}a$$

となり、

$$\Delta BEC=\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}a=\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{4}a^2$$

となる。そして、$\Delta BDE\equiv\Delta BHE$から$\Delta BEC=\Delta BHE+\Delta BHC$となる。よって、$\Delta BEC$

とΔBHEの面積比は$EC:EH=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}:1$となる。

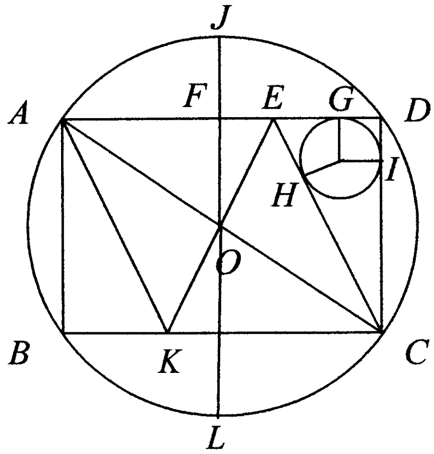
$$\Delta BDE=\Delta CEF=\frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\times\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{4}a^2=\left(\sqrt{5}-1\right)\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{8}a^2$$

よって、$S=\Delta BEC+\Delta BDE+\Delta CEF$なので、

$$S=2\times\left(\sqrt{5}-1\right)\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{8}a^2+\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{4}a^2$$
$$=\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{4}a^2$$

となる。

[問題文 5]



「如図円中ニ直平ヲ入是ヲ菱ニ切捨寸之内江円ヲ入径三寸有捨寸四寸五歩有

銘々寸ヲ問
答

弧	壱尺五寸令五
矢	三寸七歩令八貳余
菱面	七寸五歩
同長	一尺三寸四歩一六四余
同横	六寸七歩令八貳余
直長	一尺二寸
同横	六寸」

[現代語訳]

図のように、円内の長方形から菱形を切り取った残りの内に円を描く。円の直径が 3 寸、長方形の残りの長さが 4.5 寸である。このとき、それぞれ長さを求めよ。

[現代的解法]

菱面

菱面とは、菱形の一辺を意味する。
小円の直径 3，捨寸が 4.5 より、$ED=4.5, GD=DI=1.5, EG=EH=3$ となり、$CH=CI=x$ とすると三平方の定理より

$$(3+x)^2=4.5^2+(1.5+x)^2$$

となる。これを整理すると $x=4.5$ となり、$CE=7.5$ が得られる。
よって菱面は、七寸五歩となる。

同長

同長とは菱形 $AKCE$ の対角線の長い方（長軸）の意味である。三平方の定理より、

$$AC^2=AD^2+CD^2$$

$AD=12, CD=6$ より、$AC=6\sqrt{5}=13.41640786\cdots$

よって同立は、一尺三寸四歩一六四余となる。

同横

同横とは菱形 $AKCE$ の対角線の短い方（短軸）の意味である。三平方の定理より、

$$EO^2 = CE^2 - CO^2$$

$CE = 7.5, CO = 3\sqrt{5}$ より、$EO = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ となる。よって、$EK = 3\sqrt{5} = 6.708203932\cdots$

同横は、六寸七歩令八貳余となる。

直長

直長とは長方形 $ABCD$ の長辺を意味する。

よって、一尺二寸となる。

同横

同横とは長方形 $ABCD$ の短辺を意味する。

よって、六寸となる。

矢

矢とは、弓形の弧の中点から下した垂線のことを意味する。この図では JF である。

JF は外大円の半径 JO から FO を引いたものであるから、

$$\begin{aligned} JF &= JO - FO \\ &= 3\sqrt{5} - 3 \\ &= 3.708203932\cdots \end{aligned}$$

よって矢は、三寸七歩令八貳余となる。

弧

この問題の弧とは、矢に対しての弧であり、この図において弧 AD のことである。$\angle AOD(= 2\angle AOF)$ を得ることができれば、弧 AD の長さがわかる。ΔAOF において、

$$\tan\angle AOF = \frac{AF}{FO} = \frac{6}{3} = 2$$

となるので、$\angle AOF \approx 64°$ となる。よって、$\angle AOD \approx 128°$ となるので、

$$弧\, AD = 2\pi r \times \frac{128°}{360°} = 14.97867403\cdots$$

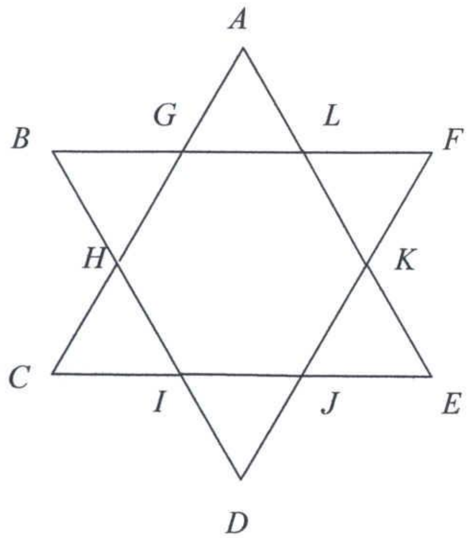
となり、弧は壱尺四寸九歩七八六余となる。

第2節　弘化4年の算額

この算額は縦 80 cm, 横 188.5 cmであり、5問が扱われている。以前は外にあったため風雨に曝され、表面は擦り切れ、墨も薄く判読は難しい。

この算額は「師或日問云」から始まり、問題と答えだけが記載され、当時の術文は記載されていない。問題文と現代的解法は以下の通りである。

[問題文 1]



「師或日問云

如図今三角ノ打敷有重隅積千四百五拾六寸六分壱厘貳毛有奇三角ノ面ト六角ノ面ト此坪数ト又六角ノ角径ト三角ノ角之径ト銘々寸分ヲ問

答

三角ノ面	壱丈七尺四寸
六角ノ面	五尺八寸
六角角径	壱丈壱尺六寸
角之径	貳丈令令九分一二
六角坪数	八千七百三十九坪六七二」

[現代語訳]

師は或る日問いを出した。

今図のように、正三角形が重ねて打ち敷かれてある。正三角形の重なっていない部分の一つ分の面積は **1456.612** あるという。このとき、正三角形の一辺と、正六角形の一辺、正六角形の面積、正六角形の角径（外接円の直径のこと）、正三角形の角之径（外接円の半径のこと）をそれぞれ求めよ。

[現代的解法]

三角ノ面

問題に与えられている、重なっていない隅の正三角形の面積が1456.612であるから、$\Delta AGL = \Delta BHG = \Delta CIH = \Delta DJI = \Delta EKJ = \Delta FLK = 1456.612$ ということになる。

ΔAGL の面積を求めることより、

$$2 \times \frac{1}{2} \times \frac{AC}{6} \times \frac{AC}{6}\sqrt{3} = 1456.612$$

$$AC = 173.9974479\cdots$$

となり、よって、一丈七尺四寸となる。

六角ノ面

正六角形の一辺は大きな正三角形の一辺の３分の１なので、

$$174 \div 3 = 58$$

よって、五尺八寸が得られる。

六角角径

これは正六角形 $GHIJKL$ の外接円の直径のことを意味するので、

$$58 \times 2 = 116$$

となり、よって、一丈一尺六寸となる。

角之径

これは正三角形 ACE（または正三角形 BDF）の外接円の半径のことを意味するので、

$$58\sqrt{3}\times 2=200.9178937\cdots$$

となり、よって、二丈〇〇九分一二となる。

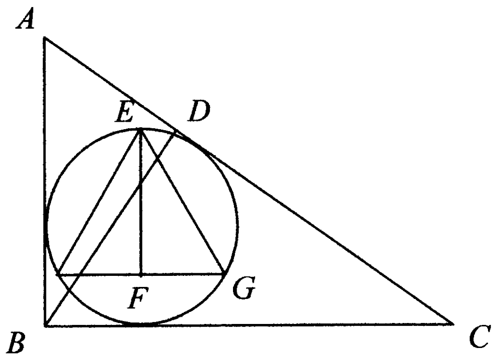
六角坪数

正六角形 $GHIJKL$ の面積は、図において重なっていない隅の正三角形の面積の6倍となっているので、

$$1456.612\times 6=8739.672$$

となり、よって、八千七百三十九坪六七二となる。

[問題文2]



「如図鈎三丈ニ股四丈ノ鈎股絃有其中円ヲ入其中ニ三角ヲ入□鈎股絃ノ絃ト此中股ト三角ノ面ト此中径ト銘々寸分ヲ問

答

絃	五丈
中股	貳丈四尺
円径	貳丈
三角面	壱丈七尺二寸七六余
中径	一丈五尺三寸九四余」

[現代語訳]

図のように、鈎（直角三角形の短いほうの辺）３丈に股（直角三角形の長いほうの辺）４丈の直角三角形があり、その中に円を入れ、その円の中に正三角形を入れた。直角三角形の絃（弦）と直角から絃に引いた垂線、正三角形の一辺、正三角形の高さをそれぞれ求めよ。

[現代的解法]

絃

鈎が３、股が４より三平方の定理

$$AB^2+BC^2=AC^2$$

$$3^2+4^2=5^2$$

が成り立つので、絃は五丈となる。

中股

中股とはBDのことである。ΔABCとΔBDCの相似関係より、

$$BD : AB = BC : AC$$
$$BD : 3 = 4 : 5$$
$$BD = 2.4$$

となる。よって中股は、二丈四尺となる。

円径

ΔABCの面積をS半径をrとすると、

$$S = \frac{1}{2}r(AB + BC + CA)$$

よって$r = 1$となり円径は、二丈となる。

中径

中径とはEFのことである。ΔABCの内接円の直径が２であるから、それに内接する正三角形の重心を通るEFは直径の$\frac{3}{4}$となり$EF = 1.5$となる。

よって中径は一丈五尺となる。

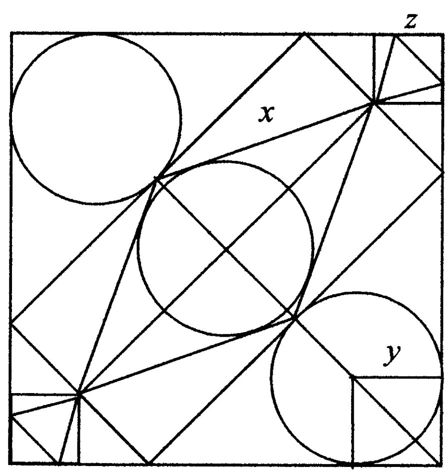
三角面

三角面とは正三角形の一辺のことである。$EF = 1.5$より、

$$EG = \frac{3}{\sqrt{3}} = 1.732050808 \cdots$$

となり、一丈七尺三寸二分〇五毛余となる。

[問題文 3]



「如図方平有其中直平ヲ入其中ニ菱ヲ入其中ニ円ヲ入直平ノ堅ノ外ニ円ヲ入

直平ノ横ノ方ニ方平ヲ入其中ニ三角ヲ入右直平ノ坪数六千貳百八拾壱尺八千六百坪有又直平ノ横中径三丈二尺六寸五分ニシテ銘々問

答

直平縦	九丈六尺貳寸
同横	六丈五尺三寸
菱面	五丈八尺壱寸三分四厘六毛余
円□	拾七丈三尺八寸六分六厘七八余
外円径	三丈貳尺令令六分六厘六毛六絲余
方平面	貳丈三尺四寸六分貳厘三毛三余
三角面	貳丈三尺六寸三分四厘八毛六糸
上ノ中径	四丈八尺□寸
外方面	拾丈四尺壱寸九分八厘余」

[現代語訳]

図のように、正方形がある。その中に長方形を入れ、その中に菱形を入れ、その中に円を入れる。長方形の縦（長いほうの辺）の外に円を入れ、長方形の横（短いほうの辺）の外に正方形を入れ、その中に正三角形を入れる。長方形の面積が 6281.8600 坪あり、長方形の横中径（横を直径とした外接円の半径）が 32.65 尺のとき、それぞれ求めよ。

[現代的解法]

直平横

直平横とは長方形の短辺のことを意味するので、

$$32.65 \times 2 = 65.3$$

よって、六丈五尺三寸となる。

直平縦

直平縦とは長方形の長辺のことである。長方形の面積と横（短辺）がわかっているので、

$$6281.8600 \div 65.3 = 96.2$$

よって、九丈六尺貳寸となる。

菱面

菱形の一辺を x とおくと、横と縦より三平方の定理にて、

$$x^2 = 32.65^2 + 48.1^2$$

$$x = 58.13460673 \cdots$$

となり、よって、五丈八尺壱寸三分四厘六毛余となる。

外円径

外正方形に内接し、長方形に外接する円の半径をyとおく。

$$y+y\sqrt{2}=48.1$$

$$2y=39.84734471\cdots$$

となり、よって、三丈九尺八寸四分七厘三毛余となる。

方平面

正方形の一辺をzとおく。横と外正方形とでできる三角形より、

$$1:\sqrt{2}=z:65.3$$

$$z=\frac{65.3}{\sqrt{2}}$$

この半分が正方形の一辺となるので、

$$z=\frac{65.3}{2\sqrt{2}}=23.08703641\cdots$$

となり、よって、貳丈三尺〇八分七厘余となる。

三角面

正三角形の一辺をaとおき、正方形と正三角形とでできる直角三角形より、

$$a\cos 15^\circ=23.08703641$$

$$a=23.90145887\cdots$$

となり、貳丈三尺九寸〇一厘四毛余

上ノ中径

上ノ中径とは縦を直径とした外接円の半径を意味する。

$$96.2\div 2=48.1$$

よって、四丈八尺壱寸となる。

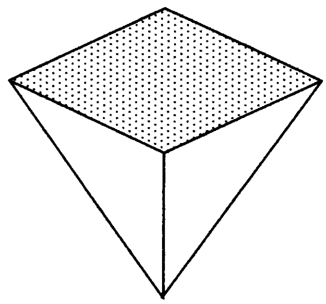
外方面

縦と外正方形から作られる直角三角形、横と外正方形より作られる直角三角形から、求める外正方形の一辺は、

$$\frac{65.3}{\sqrt{2}}+\frac{96.2}{\sqrt{2}}=114.1977452\cdots$$

となり、よって、拾壱丈四尺壱寸九分七厘七毛余となる。

[問題文 4]



「如図方錐ニ芥子有四横ノ中ノ平坪□坪貳厘令九糸六惣九七六有方錐ノ尺坪四拾四坪令九分□厘令令四毛六糸但シ方四寸竪□九尺三寸五有奇ニシテ□芥子坪□ノ粒数ト銘々面問

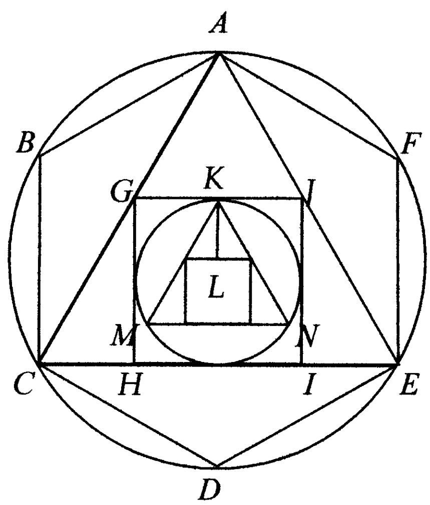
答

方錐方	□尺貳寸五分
同竪	□丈貳尺五寸
芥子□	三十八兆千五百四拾三億八千七百三十七万令□□三分三厘□□余」

[注釈]

判読不可能な文字を□で表しておく。この問題は、数値不詳のため、解答不可能である。

[問題文 5]



「如図円中ニ六角ヲ入其隅ニ当ル三角ヲ入其中ニ方平ヲ入其中ニ平円ヲ入其中ニ三角ヲ入其中ニ方平有隅中径一尺三寸九分八厘八毛三糸壱惣三微五七令二余有銘々ヲ問

答

中方平面	壱尺六寸二分五厘三二□二余
小三角面	三尺四寸八分令五四五七九余
小円ノ廻	一丈貳尺七寸令令三七四九余
大方平面	四尺令令七分五厘六七令令六余

大三角面	八尺六寸六分
同外径	六尺四寸六分七厘九毛九糸余
六角ノ面	五尺
方口ノ矢	六寸七分
外円ノ廻	五丈三尺四寸壱分六厘余」

[現代語訳]

図のように、円の中に正六角形（六角）を入れ、その中に内接する正三角形（三角）を入れ、その中に正方形（方平）を入れ、その中に正三角形を入れ、その中に正方形が有る。

隅中径（図では線分 KL である）の長さが 1.39883135702…であるとき、それぞれの長さを問う。

[現代的解法]

中方平面

中方平面とは、小さい正方形の一辺を意味する。隅中径を a 、中方平面を b と置く。

$$b=\frac{2a}{\sqrt{3}}=1.615231321052773\cdots$$

となり、中方平面は、壱尺六寸一分五厘二三一三余となる。

小三角面

小三角面とは、正三角形 KMN の一辺を意味する。正三角形 KMN の高さは $a+b$ で表すことができるので、一辺は

$$\frac{2(a+b)}{\sqrt{3}}=3.480339797079439\cdots$$

となり、小三角面は、三尺四寸八分令三三九七九余となる。

小円ノ廻

小円ノ廻とは小円の直径を意味する。小円の直径は正三角形 KMN の高さの $\frac{4}{3}$ 倍なので、

$$(a+b)\times\frac{4}{3}\times\pi=12.6252762225234\cdots$$

となり、小円ノ廻は、一丈二尺六寸二分五厘二七六二二余となる。

大方平面

大方平面とは正方形$GHIJ$ の一辺を意味する。これは小円の直径と一致するので、これをc と置くと、

$$c = (a+b)\times\frac{3}{4} = 4.0187502374303640\cdots$$

となり、大方平面は、四尺令一分八厘七五令二余となる。

大三角面

大三角面とは正三角形ACE の一辺を意味する。これをd と置くと、

$$d = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{c\sqrt{3}}{2}+c\right) = 8.65920330020295023\cdots$$

となり、大三角面は、八尺六寸五分九厘二令三三余となる。

六角ノ面

六角ノ面とは正六角形$ABCDEF$ の一辺を意味する。これをe と置くと、

$$e = \frac{d}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{d}{\sqrt{3}} = 4.99939335633986911\cdots$$

となり、六角ノ面は、四尺九寸九分九厘三九三三五余となる。

方口ノ矢

文字は判読できないが、外円の弧と正六角形の一辺とが作る矢（弧の中点から正六角形の一辺へ下した垂線）だと思われる。外円の半径と正六角形の一辺は一致するので、

$$e - \frac{\sqrt{3}}{2}e = \frac{2-\sqrt{3}}{2}e = 0.6697917062383939999\cdots$$

となり、方口ノ矢は、六寸六分九厘七九一七余となる。

同外径（大三角面外径）

同外径とは三角形ACE の外接円の直径を意味する。これは正六角形の一辺の 2 倍なので、

$$2e = 9.998786712679738\cdots$$

となり、九尺九寸九分八厘七八六七余となる。

外円ノ廻

外円ノ廻とは外接円の円周を意味する。よって、

$$2e\pi = 31.41211488136590\cdots$$

となり、三丈一尺四寸一厘二一一四余となる。

[注釈]

同外径（大三角面外径）と外円ノ廻においては、共に算額の解答とは異なる。掲額者の計算間違いと思われる。

第9章　伊賀市・菅原神社の算額

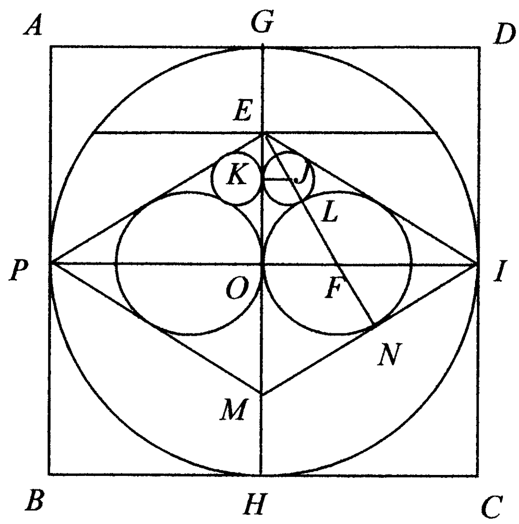
第1節　嘉永7年の算額

この算額は縦 82 ㎝、横 173 ㎝であり、下の写真が示すように、5 問が扱われている。

この算額は、蝙蝠堂門人である、喰代屋庄右衛門という油商人によって掲げられたものである。たいへん裕福であり、道楽で楽しんでいた様である。文字や図は彫刻を施してあり、額面はしっかりと縁取られている。

[問題文1]

「師或日問云如図方面中ニ円ヲ入円中ニ菱ヲ入菱中ニ大小円ヲ四ツ入菱横面等分ト云銘々不知只云小円径三尺五寸五分有方面円廻リ菱面中大円径矢問
答
方面　三丈一尺九寸五分〇七余
円廻リ　十丈〇〇九寸六分四厘二八余
菱面　一丈八尺四寸四分七厘三毛余
中円　一丈〇六寸五分
矢　六尺七寸五分一厘七毛二糸余」



[現代語訳]

師匠は、或る日問いを出した。図のように正方形の中に円を描き、円の中に菱形を入れ、その菱形の中に大小の円を 4 つ入れた。菱形の一辺と短軸は等しいという。小円の直径は 3.55 尺である。このとき、正方形の一辺、正方形に内接する円の円周、菱形の一辺、菱形内の大円の直径、矢をそれぞれ求めよ。

[現代的解法]

中円

ΔEMI は正三角形であるから、中円の中心 F は EN を $2:1$ に内分する。これより、$EL = LF$ となる。また、小円の中心 J も同様に EL を $2:1$ に内分する。小円径が 3.55 より、

$$EL = \frac{3}{2} \times 3.55 = 5.325$$

$LN = 10.65$ となる。
よって中円の直径は、一丈〇六寸五分となる。

菱面

$EN = 15.325$ から三平方の定理より、$EI = 18.4463411\cdots$ となる。
よって菱面は、一丈八尺四寸四分六厘三毛四糸余となる。

方面

$EN = IO$ より、$PI = 2IO = 31.95$ となる。
よって方面は、三丈一尺九寸五分となる。

円廻リ

PI は正方形に接する円の直径であるから、その円周は

$$PI \times \pi = 100.3738853\cdots$$

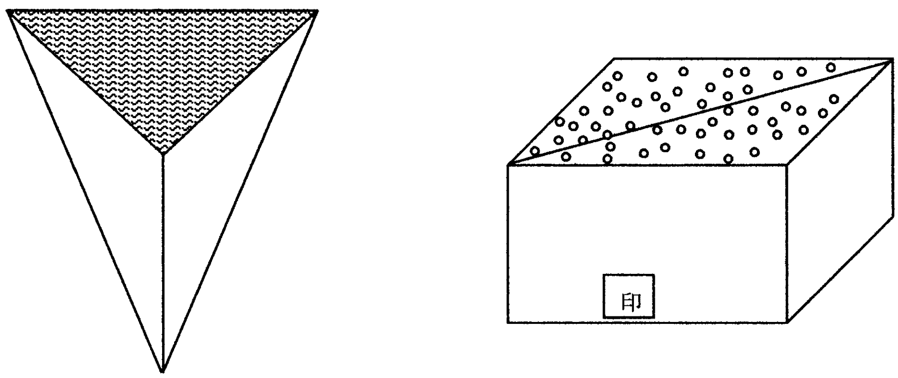
となる。よって円廻りは、十丈〇〇三寸七分三厘八毛八糸余となる。

矢

$EO = \dfrac{EM}{2} = 9.22317055$ より、$GE = GO - EO = 6.75182945\cdots$ となり、

矢は、六尺七寸五分一厘八毛二糸余となる。

[問題文 2]



「如図三方錐ニ酒ヲ入升数升寸法不知一石二斗五升取残倍ニシテ又一石二斗五升取残一倍シテ右ノ如十度目取切此錐ノ深サ面等分ト云酒一升ニ付代米四升八合替シテ代米一升当渡ス時升法方錐元酒代米問

答

元酒　　二石四斗九升七合五勺五才八五九三余

代米　　十一石九斗八升八合二勺八才一二五

錐面　　四尺八寸二分二厘八毛余

升方　　五尺二寸〇五厘三毛余

深サ　　二尺八寸六分八厘二二六余」

[現代語訳]

図のように、三方錐（正三角錐）に酒を入れる。升数（量）と升の寸法はわからない。125 升取り、残りを倍（2 倍）にして、又 125 升取り、残りを一倍（2 倍）して、という方法で 10 度目に取り切る。そして、三方錐の深さと面（口の一辺）が等しいという。酒 1 升に付き、代わりに米 4.8 升で替え、代わりの米

１升渡すとき升法（升の寸法）、方錐（三方錐の寸法）、元酒（元々の酒の量）、代米（酒と交換した米の量）を問う。

[現代的解法]

元酒

元酒とは元々の酒の量を意味する。元酒をaと置き、問題文の方法から関係式を作ると、10度目に取り切るので、

$$2(2(2(2(2(2(2(2(2(a-125)-125)-125)-125)-125)-125)-125)-125)-125)-125=0$$

となり、元酒aを求めると、

$$a=249.7558594\cdots$$

となる。よって、元酒は二石四斗九升七合五勺五才八五九四余となる。

代米

代米とは酒１升に付き米4.8升で交換した米の量を意味するので、

$$4.8\times a=1198.828125\cdots$$

となり、代米は十一石九斗八升八合二勺八才一二五余となる。

錐面

錐面とは三方錐の口の一辺を意味する。三方錐の深さと一辺は等しいので、錐面をx寸と置くと体積は、$\dfrac{\sqrt{3}}{12}x^3$立方寸となる。また、元酒の単位を升から立方寸に置き換えると、

$$249.7558594\times 64.827=16190.9231$$

となり、体積は16190.9231立方寸となる。よって、

$$\frac{\sqrt{3}}{12}x^3=16190.9231$$

$$x=48.22779538\cdots$$

となり、錐面は四尺八寸二分二厘七毛七九余となる。

升方・深サ

升方、深サとは代米がちょうど入るための容器（枡）の一辺、深さを意味する。代米の単位を升から立方寸に置き換えると、

$$1198.828125\times 64.827=77550.72$$

となり、77550.72立方寸となる。

また、升の口の一辺をy寸、深さをz寸と置くと、体積はy^2z立方寸となり、

$$y^2z=77550.72 \qquad \cdot\cdot\cdot ①$$

を得る。次に、注釈より一升枡のサイズは口が4寸9分四方、深さが2寸7分であるので、この一升枡と相似形であるとすると、

$$y : 4.9 = z : 2.7$$

$$4.9z = 2.7y \qquad \cdot\cdot\cdot ②$$

を得る。これら①，②式より、

$$y = 52.01629119\cdots$$

$$z = 28.662038$$

となる。よって、升方は五尺二寸〇一厘六毛余となり、深サは二尺八寸六分六厘二〇三余となる。

[注釈]

1升枡のサイズは口が4寸9分四方、深さが2寸7分で、64.827立方寸である。

[問題文3]

「如図三角中ニ方ヲ三ツ入下方中ニ円ヲ入円中ニ三角ヲ入其中円入銘々寸法不知只云小方七寸八分一七九余ト云銘々寸法問

答

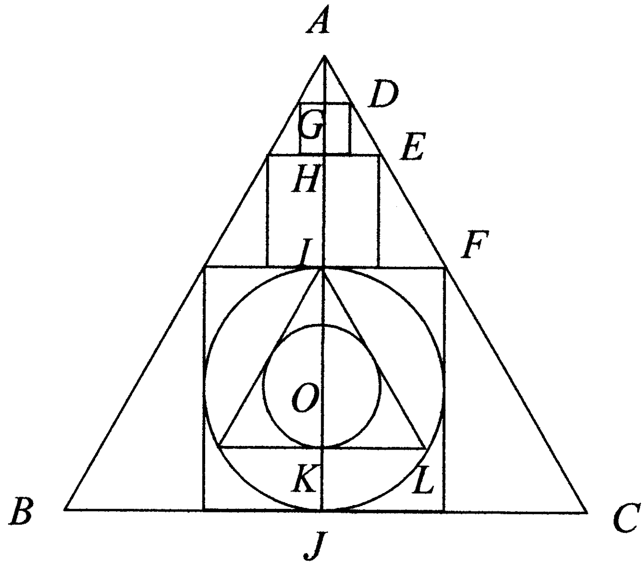
外三角　七尺八寸一分六厘四毛余

二方　　一尺六寸八分三厘九毛八糸余

一方　　三尺六寸二分七厘二毛九糸二

三角面　三尺一寸四分一厘二毛一糸余

小円径　一尺八寸一分二厘八毛余」



[現代語訳]

図のように、正三角形の中に正方形を3つ入れ、一番下の正方形に内接円を、その内接円の中に正三角形を入れ、その中に内接円を入れた。一番小さい正方形の一辺は7.8179寸であるという。それぞれの長さを求めよ。

[現代的解法]

二方

二方とは2番目に大きな正方形のことである。ΔADGとΔAHEが相似関係より、

$$GD : HE = AG : AH$$

$$\frac{7.8179}{2} : HE = \frac{7.8179}{2}\sqrt{3} : \frac{7.8179}{2}\sqrt{3} + 7.8179$$

となり、$HE = 8.42261667\cdots$となる。求める正方形の一辺は$16.84523334\cdots$となる。よって二方は、一尺六寸八分四厘五毛二糸余となる。

一方

一方とは1番大きな正方形のことである。二方と同様に、ΔAHEとΔAIFが相似関係より、

$$HE : IF = AH : AI$$

$IF = 18.14821667\cdots$となり、求める正方形の一辺は$36.29643333\cdots$となる。よって一方は、三尺六寸二分九厘六毛四糸余

外三角

一方、二方と同様にΔAIFとΔAJCの相似関係から、

$$IF : JC = AI : AJ$$

$JC = 39.10397222\cdots$となり、求める正三角形の一辺は$78.20794445\cdots$となる。よって外三角は、七尺八寸二分〇七毛九糸余となる。

三角面

三角面とは正三角形の一辺の意味である。

$$IL = \frac{3}{4} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times 36.29643333\cdots$$
$$= 31.43363333\cdots$$

となり、よって三角面は、三尺一寸四分三厘三毛六糸余となる。

小円径

小円Oの直径は一方の半分なので、

$$\frac{1}{2}\times 36.29643333\cdots = 18.14821667\cdots$$

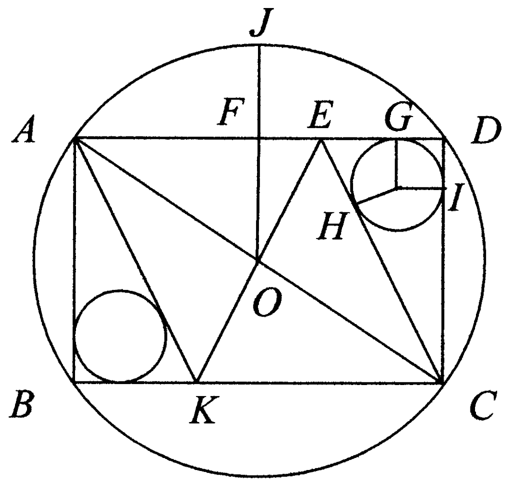
となる。よって小円径は、一尺八寸一分四厘八毛二糸余となる。

[問題文 4]

「如図円中ニ直平ヲ入是ヲ菱切時捨寸之内円ヲ入径三尺有捨寸四尺五寸有菱面立横外大円廻リ矢間

答

菱面	七尺五寸
同立	一丈三尺四寸一分六厘四毛二糸余
同横	六尺七寸〇八厘二毛余
外大円	四丈二尺三寸九分六厘〇七糸余
矢	三尺七寸〇八厘二毛」



[現代語訳]

図のように、円内の長方形から菱形を切り取った残りの内に円を描く。円の直径が 3 尺、長方形の残りの長さが 4.5 尺である。このとき、菱形の一辺、長軸、短軸、外大円の円周、矢のそれぞれの長さを求めよ。

[現代的解法]

菱面

小円の直径 3，捨寸が 4.5 より、$ED=4.5, GD=DI=1.5, EG=EH=3$ となり、$CH=CI=x$ とすると三平方の定理より

$$(3+x)^2 = 4.5^2 + (1.5+x)^2$$

となる。これを整理すると $x=4.5$ となり、$CE=7.5$ が得られる。

よって菱面は、七尺五寸となる。

同立

同立とは菱形 $AKCE$ の対角線の長い方（長軸）の意味である。三平方の定理より、

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$AD = 12, CD = 6$ より、

$$AC = 6\sqrt{5} = 13.41640786\cdots$$

よって同立は、一丈三尺四寸一分六厘四毛余となる。

同横

同横とは菱形 $AKCE$ の対角線の短い方（短軸）の意味である。三平方の定理より、

$$EO^2 = CE^2 - CO^2$$

$CE = 7.5, CO = 3\sqrt{5}$ より、$EO = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ となる。よって、

$$EK = 3\sqrt{5} = 6.708203932\cdots$$

同横は、六尺七寸〇八厘二毛余となる。

外大円

外大円の円周は $AC \times \pi$ より、

$$6\sqrt{5} \times \pi = 42.14888839\cdots$$

よって外大円は、四丈二尺一寸四分八厘八毛八糸余となる。

矢

矢とは、弓形の弧の中点から下した垂線のことを意味する。この図では JF でる。JF は外大円の半径 JO から FO を引いたものであるから、

$$\begin{aligned} JF &= JO - FO \\ &= 3\sqrt{5} - 3 \\ &= 3.708203932\cdots \end{aligned}$$

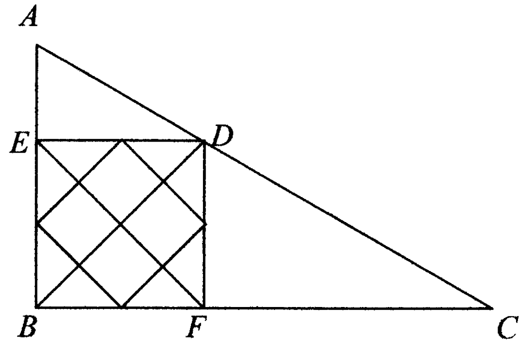
よって矢は、三尺七寸〇八厘二毛余となる。

[問題文 5]

「如図鈎股弦歩数十六万三千三百五十坪有鈎股弦差不知只云弦八丈二尺五寸ト云如図銘々問

答

鉤　　四丈九尺五寸
股　　六丈六尺
中勾　三丈九尺六寸
方面　二丈八尺二寸八分五厘七毛一糸
小面　二丈〇〇〇〇九毛六六九六九五」



[現代語訳]

図のように、面積が 163350 歩平方の鉤股弦（直角三角形）がある。鉤（直角を挟む短いほうの辺）、股（直角を挟む長いほうの辺）、弦（斜辺）の長さの差はわからない。弦が 82.5 尺であるとき、それぞれ求めよ。

[現代的解法]

鉤、股

鉤（直角を挟む短いほうの辺）を a、股（直角を挟む長いほうの辺）を b と置く（$a<b$）。三平方の定理、三角形の面積の関係から連立方程式が立つ。

$$\begin{cases} a^2+b^2=(82.5)^2 & \cdots ① \\ \dfrac{1}{2}ab=1633.5 & \cdots ② \end{cases}$$

①②式より、

$$a^2+\left(\frac{3267}{a}\right)^2=6806.25$$

$$a^4-6806.25a^2+10673289=0$$

となり、これを解けば鉤、股が得られる。

$$a^2=\frac{6806.25\pm1905.749}{2}$$

$a<b$ より

$$a^2=\frac{6806.25-1905.749}{2}=\frac{4900.501}{2}=2450.2505$$

$$a=49.500005050\cdots$$

となり、aを代入しbを求めると、

$$b=65.999993266\cdots$$

となる。よって、鉤は四丈九尺五寸、股は六丈六尺となる。

中勾・方面

中勾とは三角形の高さを意味し、図では正方形$EBFD$の対角線BDである。方面とは、正方形$EBFD$の一辺を意味する。

正方形$EBFD$の一辺（方面）をxと置く。ΔABCとΔAEDの相似関係より、

$$AB:AE=ED:BC$$

$$49.5:49.5-x=x:66$$

$$x=28.28571429\cdots$$

となり、方面は二丈八尺二寸八分五厘七毛一糸余となる。

$$BD=x\sqrt{2}=40.00204076\cdots$$

となり、中勾は四丈〇〇〇二厘余となる。

小面

小面とは正方形$EBFD$の中点を結んだ小さな正方形の一辺を意味するので、

$$\frac{x}{\sqrt{2}}=20.00102038\cdots$$

よって、小面は二丈〇〇〇一厘余となる。

[注釈]

1尺を10歩とし、163350歩平方を単位変換すると、1633.5尺平方となる。

終章

第1節　三重県における算額奉納の伝統について

三重県内の神社仏閣に掲げられた算額の数は、文献に記録されているもの、及び紛失したものを含めると、現在わかっている限り44面である。以下にその一覧を年代順に示した。尚、太字は現存もしくは復元された算額を意味する。

年号	西暦	神社・寺院名	文献
宝永3年5月	1706	伊勢市・虚空蔵	
寛延4年3月	1751	伊勢市・虚空蔵	
天明6年立春	1786	伊勢市・正法寺観音堂	道中日記
寛政2年8月	**1790**	**四日市市・神明神社**	
寛政9年2月	**1797**	**菰野町・伎留太神社**	
寛政12年正月	1800	鳥羽市・観世音	神廟仏閣算額集
享和元年4月	1801	鈴鹿市・鈴鹿明神社	賽祠神算
文化元年9月	1804	松阪市・松阪天神社	神廟仏閣算額集下
文化5年6月	1808	津市・観音寺	賽祠神算
文化5年	1808	津市・観音寺	賽祠神算
文化8年3月	1811	鈴鹿市・鈴鹿権現社	掲盾算法
文化9年8月	**1812**	**菰野町・広幡神社**	
文化11年3月	**1814**	**松阪市・意非多神社**	
文政4年2月	1821	伊勢市・正法寺観音堂	道中日記
文政4年8月	1821	鈴鹿市・関地蔵院	道中日記
文政4年8月	1821	鈴鹿市・関地蔵院	社寺奉納算額集
文政4年8月	**1821**	**伊賀市・林昌寺**	
文政5年5月	1822	鈴鹿市・日本武社	掲盾算法
文政7年4月	1824	鈴鹿市・椿大神社	掲盾算法
天保2年8月	1831	鈴鹿市・椿大神社	掲盾算法
天保5年3月	1834	鈴鹿市・地蔵堂	掲盾算法
天保6年正月	1835	鈴鹿市・椿大神社	掲盾算法
天保6年11月	1835	鳥羽市？・伊雑？宮	割機算法
天保7年9月	1836	鈴鹿市・石薬師堂	掲盾算法
天保7年10月	**1836**	**鈴鹿市・椿大神社**	**掲盾算法**
天保7年10月	1836	？・閻魔堂	掲盾算法
天保7年11月	1836	鈴鹿市・日本武社	掲盾算法
天保7年12月	1836	鈴鹿市・椿大神社	掲盾算法

天保 9 年正月	1838	桑名市・春日明神社	探賾算法
天保 13 年 2 月	1842	鳥羽市・青峰観音堂	掲額算題解
天保 13 年	**1842**	**鈴鹿市・地蔵院**	
天保 15 年 2 月	**1844**	**伊賀市・永保寺**	
天保 15 年孟春	**1844**	**四日市市・神明神社**	
天保年間	1844	鈴鹿市・白子地蔵堂	諸国算額集
弘化 4 年孟秋	**1847**	**伊賀市・永保寺**	
嘉永 5 年初夏	**1852**	**菰野町・広幡神社**	
嘉永 7 年 3 月	**1854**	**伊賀市・菅原神社**	
安政 4 年 8 月	1857	津市・天満宮	算法諸国奉額集全
安政 6 年 10 月	**1859**	**伊賀市・恵比寿神社**	
文久 3 年 8 月	**1863**	**四日市市・神明神社**	
不明		桑名市・多度両社	続賽祠神算
不明		桑名市・多度両社	諸国神社算題
明治 10 年 5 月	1821	鈴鹿市・関地蔵院	社寺奉納算額集
明治 18 年 9 月	1829	四日市市・海山道神社？	

現在判明している限り、三重県における算額奉納の伝統は宝永 3 年 5 月（1706 年）に伊勢市・虚空蔵に掲額されたのが始まりだといえる。この背景には、前年の宝永 2 年（1705 年）に、伊勢神宮への「お陰参り」が流行したことが一つに考えられる。「お陰参り」は慶安 3 年（1650 年）に始まり、宝永 2 年（1706 年），明和 8 年（1771 年），天保元年（1830 年）と全国各地から数百万人規模の参詣運動が約 60 年周期で 3 回にわたり流行している。そのため、東海道から四日市市で分岐し、伊勢へと下る伊勢街道の周辺に点在する都市では、和算が大いに発展し、掲額された算額の数も多い。

また、三重県の和算の発展において、もう一つ大きな影響を与えたと考えられるのは「遊歴算家」による諸国巡りである。「遊歴算家」とは数学を職業とし、全国を歩き回る数学専門家である。この「遊歴算家」の一人であった山口和（生没年不詳）は、文化 13 年（1816 年）から文政 11 年（1828 年）までの 12 年間、ほとんど全国の和算家を尋ね回っている。実際、文政 5 年 2 月（1822 年）に鈴鹿，津，松阪，伊勢を訪れている事が確認されている。上の表において、天明 6 年立春（1786 年），文政 4 年 2 月（1821 年）の伊勢市・正法寺観音堂、文政 4 年 8 月（1821 年）鈴鹿市・関地蔵院の合計 3 面の算額が存在した事実は、山口和が著した『道中日記』に記載されている。山口和は元々、関流直系の和算家である日下誠（1764 年～1839 年）の門人望月藤右衛門に学び、後に長谷川寛（1782 年～1838 年）の門下で学んでいたため、高度な和算の知識を持ってい

たと考えられる。

また、当時三重県は伊勢，伊賀，志摩の 3 つの国で形成され、20 の藩が存在していた。武士の子弟は藩の教育機関である藩校に通い、武芸や勉学等に励んだ。その藩校による算術の教育は、和算の発展や算額奉納へと影響していたと考えられる。まず県下において、最初に数学の業績を挙げたのは桑名藩であった。宝永 7 年（1710 年）桑名へ移封となった藩主松平下総守忠雅は、早くから和算を好んだ。特に桑名藩の中でも有能であった和算家を以下に記す。

(1) 不破直温（梅仙）は主に京都・江戸に勤務し、関流・最上流を極め、『円理新法』を著して全国に普及させた。文政 9 年（1826 年）に江戸で出された『古今名人算者鑑』によれば、不破は前頭五枚目にランクされ、「上手」の称号を与えられる程であったという。

(2) 忠雅より 3 代後に藩主となった松平忠和は、宝暦年間から享和年間にかけ関流の和算を学んだ。

(3) 庭山政勝は『円理測量』,『九章算法』などの書を著した。その功績は桑名の大福田寺の墓碑銘に明らかにされている。

(4) 遠藤利貞は幕末より明治にかけて活躍し、明治 26 年に『大日本数学史』を著し、日本数学史上に光彩を添えた。また、明治以降は算盤の復興も遠藤に負うところが大きい。

以上のように、桑名藩は三重県における和算の一大中心地であったといえる。次に津藩に属した有能な和算家を紹介する。

(1) 津藩士であった村田如拙（光隆）（1747 年～1831 年）は、本多利明（1744 年～1820 年）に学んで関流を極めた。さらに、規矩術（測量術）は溝口流の系統に属した。文政年間より天保年間に至る和算の最盛期に、江戸を中心に活躍した。寛政 6 年（1794 年）本多利明と共に関孝和の墓を修復し、別に一基の碑を江戸・牛込の浄輪寺に建てた。文政 4 年 8 月（1821 年）、伊賀市・林昌寺に算額を掲げた。その算額は現存する。

(2) 村田如拙の孫である恒光は『算法地方指南』,『算法側円詳解』,『算法楕円解』等を著し、祖父に劣らず有能であった。

亀山藩については、文政 8 年（1825 年）に由良時諶と堀池衡山（久道）が亀山藩校・明倫舎を南崎より西丸に移した際、九思舎を特設して算数専修の道場を開き、そこで藩士の指導に当たった。堀池衡山（久道）は、現在は復元されて存在する、天保 7 年 10 月（1836 年）に掲げられた鈴鹿市・椿大神社の算額の掲額者であり、他にも現在判明している限り、三重県内に 11 面もの算額を掲額している。

菰野藩は桑名藩の影響を受けることが多かったという。菰野藩勘定奉行であった村井長央は、関流の和算を学び、文化 9 年 8 月（1812 年）に菰野町・広幡

神社に算額を掲げている。また、伊藤小兵衛は最上流の和算を学び、嘉永 5 年初夏（1852 年）に同じく広幡神社に算額を掲げた。次の第 2 節にて紹介する算額の原文も伊藤小兵衛の功績の一つである。両者とも、和算を学ぶため桑名藩へ通っていたと言われる。

さらに、民衆の教育機関である寺子屋は 18 世紀から増加の度を強めていき、三重県内でも津，桑名，伊賀上野などの藩政の中心地から、農山漁村に至るまで、その数は数百にも及んでいたと言われ、各地の寺院等で教育が行われていた。農工商の身分である多くの子供たちは寺子屋へ通い、掲げてある算額を見て、和算への影響を受ける者もいたであろう。

上の表を見ると、藩校、及び寺子屋等の民衆教育機関の発達後である 1800 年代から算額の掲額は急増していることがわかる。

以上のことから、伊勢神宮を抱え、日本の大動脈である東海道の通り道となる三重県にとって、和算の発展は、とても自然なことであったと考えられる。そして、各藩の和算に対する研究熱心さにより、他の都道府県の算額に見られる問題にも引けをとらないほどの難問が存在しているのだ。今後も神社仏閣の片隅から、ひょっこりと算額が発見され、より一層、江戸時代の風景を明確に映し出すことを期待したい。

第 2 節　明治 18 年 9 月（1829 年）　伊藤小兵衛藤原重業による算額

嘉永 5 年初夏（1852）広幡神社に算額を掲げている伊藤小兵衛藤原重業が、四日市市塩浜の海山道神社に奉納したと思われる算額の原文がある。この問題の類題が東京都小平市・観世音堂の算額に存在したことが『賽祠神算』に記載されている。その算額の前文には、次のように記されている。

「夫数有貴哉無用而有用也欲達其用予短戈而未得其旨若疑惑数年而後漸考円中一理於是不憚達算猥奉納於宝前然予官見恐為後人之笑具而已」

これを現代語訳すると、

「長年この問題を考え、ある解法に達したので、後の人の笑い者になるかもしれないが奉納する。」

とある。したがって、この問題はかなりの難問であり、伊藤小兵衛藤原重業もこの類題にヒントを得て熟考し、自分なりの結論を得て、算額を作成したと考えられる。以下にその算額の原文を紹介する。

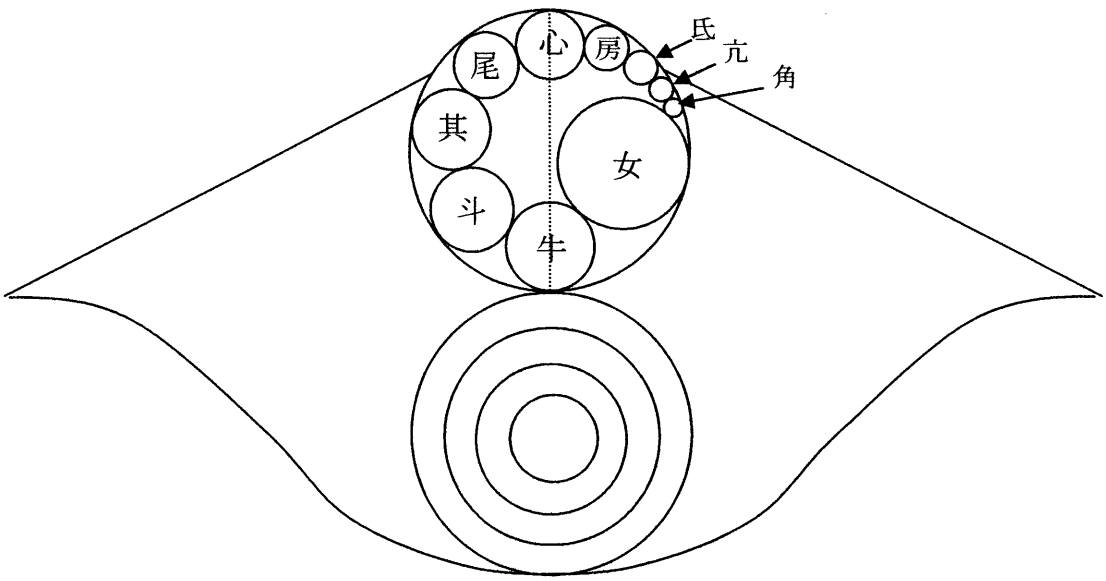
[問題文]

「算法　関流　最上流

弓長定寸弦六尺八寸探上下定寸矢東弐尺八寸引所図而有玄外従等的間隙容数的問得其逐的径術如何

答曰依左得累円総計

術日置弦乗四分以除矢束自之以減四箇開平方以減二箇乗矢束八約之得亢円径倍之以矢束除之以減一箇乗亢円径得角円径以除亢巾得氐円径自之以亢円径除之得房円径自之以氐円径除之得心円径如此〆而得逐円径合問」



第3節　今後の課題

本研究では三重県内に現存する算額のみを扱い、調査してきた。今後は他の都道府県の算額にも触れてみたい。そして数学の教師として、算額を教材に取り入れ、今後の数学教育の発展に貢献していきたいと考える。

参考文献

(1)　近畿数学史学会編著『近畿の算額』大阪教育図書　平成4年5月16日発行

(2)　深川英俊　ダン・ペドー共著『日本の幾何　何題解けますか？』森北出版　1991年11月30日発行

(3)　深川英俊　ダン・ソコロフスキー共著『日本の数学　何題解けますか？[上]』森北出版　1994年3月25日発行

(4)　深川英俊　ダン・ソコロフスキー共著『日本の数学　何題解けますか？[下]』森北出版　1994年12月20日発行

(5)　深川英俊著『例題で知る　日本の数学と算額』森北出版　1998年2月20日発行

(6)　加藤平左ェ門著『和算の研究　補遺Ⅱ』名城大学理工学部数学教室　昭和44年2月1日発行

(7)　佐藤健一　安富有恒　疋田伸汎　松本登志雄共著『和算用語集』研成社　2005年10月20日発行

(8)　大原茂著『算額を解く』さきたま出版会　平成10年9月30日発行

(9)　『庶民の算術展資料』朝日新聞社事業本部名古屋企画事業チーム　2005年4月29日発行

(10)　長谷川善左衛門弘閲　山本安之進賀前著『算法助術』　天保12年（1841年）発行

(11)　『神明のやしろ』三重県四日市市川島神明神社　平成12年1月1日

(12)　三重県三重郡菰野町郷土資料館よりの算額資料

(13)　下平和夫監修　西田知己校注『江戸初期和算選書　第3巻　算法勿憚改答術』研成社　1993年5月25日発行

(14)　前原潤著『入門　有限・離散の数学5　円と球面の幾何学』朝倉書店　1998年9月1日発行

(15)　斉藤英喜　武田比呂男共著『＜安倍清明＞の文化学　～陰陽道をめぐる冒険～』新紀元社　2002年12月4日発行

(16)　東北大学和算ポータルHPより、関孝和著『括要算法』1712年発行

(17)　東北大学和算ポータルHPより、建部賢弘『綴術算経』1722年発行

(18)　佐藤健一著『要説　数学史読本』東洋書店　1996年10月31日発行

(19)　岡田芳朗　阿久根末忠編著『現代こよみ読み解き事典』柏書房　1993年3月10日発行

(20)　平山諦著『和算の歴史』至文堂　1961年4月20日発行

(21)　仲田紀夫著『東海道五十三次で数学しよう』黎明書房　1989年1月10日発行

(22)　『三重県史』不二出版　1964年3月31日発行

(23)　木村礎　藤野保　村上直編『藩史大事典　第4巻　中部編Ⅱ－東海』雄山閣出版　1989年1月20日発行

謝辞

私は東邦大学理学部を卒業後、本大学大学院に入学しました。大学時から、数学の教師になることを目指し、卒業論文では数学教育を題材としました。数学の教師になる上で、数学の歴史を知り、教材として活用することは、授業をより深く、楽しくできるのではと考え、上垣先生の下で研究させて頂くことにしました。

しかし、学部生の頃は数学の歴史にほとんど触れたことが無く、研究方法や論文の書き方などを全く知らない私にとっては困難の連続でした。そのため、今このように完成した論文を手にし、いかに多くの方々の御指導があったのだと、深く思い知らされます。

上垣先生の御指導のもと、和算に興味を持った私は、算額の研究をすることを決意しました。研究を始めた当初は、三重県内の神社仏閣を訪ね、算額の問題文を写し、解読することから始めました。全て漢文であり、和算の専門用語が多く使われている原文を、なかなか解読できず苦労していましたが、上垣先生の御指導のもと、少しずつ解読し問題を解いていくことで、何とか研究を進められることができました。

また、上垣先生には論文の御指導だけではなく、慣れない地に来た私に、様々な御心遣いをして頂きました。そして、数学教室の先生方には、中間発表の際に御助言を頂いただけでなく、講義や普段の生活の中で温かい御指導を頂き、また鈴木さんには事務上の事だけでなく、院生生活を送る上で大変御心遣いを頂きました。

さらに、各寺院の御住職の皆様方、各神社の宮司の皆様方には、研究の際、快く算額を拝見させて頂きました。また、郷土資料館の方々にも様々な資料を頂きました。

本論文を完成するにあたり、多くの御指導を頂いた方々に、この場を借りて御礼申し上げます。本当にありがとうございました。