

カメラパラメータ較正における較正精度と撮像条件*

藤本 貴史^{*1}, 野村 由司彦^{*2}, 張 滌 利^{*3}Relationships between the Camera Calibration Accuracy
and the Imaging ConditionTakashi FUJIMOTO^{*4}, Yoshihiko NOMURA and Dili ZHANG^{*4} Department of Mechanical Engineering, Mie University,
1577 Kurimamachiya-cho, Tsu-shi, Mie, 514-8507 Japan

For the 3D measurements using the images taken with cameras, it is necessary to know the values of the camera's intrinsic parameters, such as the image coordinates of principal point, i.e., the projection of the projection center to the image plane, the principal distance between the principal point and the projection center, and the image distortion coefficients. In the 3D measurements, we need to estimate the calibration accuracy of the camera's intrinsic parameters. Therefore, the authors examined a two-plane calibration method with respect to the calibration accuracy. Paying attention of the fact that the image coordinate measurement errors of the fiducial points propagate to the calibrated intrinsic parameter values, and the magnitude of the error could be formulized according to the setup of the fiducial points, the authors presented many useful relationships between the calibration accuracies and the fiducial point setups.

Key Words: Camera Parameter Calibration, Fiducial Point, Imaging Condition, Accuracy

1. 結 論

カメラで撮影した画像における対象の像の位置は、カメラから対象に向けての視線方向の情報を与える。さらに、観測点が二つの場合における三角測量のように、複数の観測点からの視線方向の情報を融合することにより対象の三次元位置を推定することができる。これを高精度に行うためには、視線方向を精度よく求めなければならない。そのためには、対象の特徴点の画像座標を精度よく計測するばかりでなく、カメラの画像座標を視角に変換するために用いるカメラパラメータを較正する必要がある。なお、本論文で定式化したカメラパラメータ較正誤差の分散は、文献[3]の式(29)を用いることにより、対象点への視線方向の誤差の分散に変換することができる。この視線方向の誤差の分散は、さらに、三次元位置の誤差の分散に変換することができる。この変換は、実用面で重要なものであることから、最もよく利用されている(2台のカメラの撮像面が共平面上にある)平行ステレオで例示する。まず、対象点の視軸方向の位置を Z 、左・右カメラから見て、視軸に垂直な方向の位置をそれぞれ R_{left} 、 R_{right} 基線長(2台の

カメラの離隔)を b とすると、 $Z=b/\{R_{left}/Z-R_{right}/Z\}$ 、 $R_{left}=(R_{left}/Z)Z$ と関係付けられる。ここで、左・右カメラの R_{left}/Z 、 R_{right}/Z は文献[3]で視線方向と定義されているものである。このとき、それらの誤差の分散を $\sigma_{R_{left}/Z}^2$ 、 $\sigma_{R_{right}/Z}^2$ と表すと、 Z 、 R_{left} の誤差の分散 σ_Z^2 、 σ_R^2 は、 $\sigma_Z^2=(Z/b)^2(\sigma_{R_{left}/Z}^2+\sigma_{R_{right}/Z}^2)$ 、 $\sigma_{R_{left}}^2=Z^2\sigma_{R_{left}/Z}^2$ と与えられる。

カメラパラメータには、レンズ中心と撮像面間の距離である画面距離、撮像面上での1画素の長さなどがあり、本論文ではこれらは内部パラメータと呼んでいる。カメラパラメータを較正することは三次元計測の基礎となることから、カメラパラメータ較正方法はさまざまな問題設定の下、多数研究されている[4]。手法の観点では、下記の2つに大別することができる。

手法1参照物体を用いたキャリブレーション

手法2セルフキャリブレーション

手法1も手法2も、カメラを運動させながら対象を撮影し、そのときに対象がどのように撮像されるかの情報に基づいて、カメラ内部・外部パラメータを較正するものであるが、以下のように問題は異なっている。すなわち、手法1は、較正用の基準となる点や線などの形状やカメラのモーションが分かっている参照物体を対象として用いている。したがって、本研究のように、較正精度を高めるための対象の設定方法や構成精度の定式化も重要な研究課題となる。この手法1に関する較正精度の研究としては、最近

* 原稿受付 2005年7月19日。

*¹ 三重大学工学部(☎514-8507 津市上浜町1515)。*² 正員、三重大学大学院工学研究科。*³ Agfa Monotype Corp. (Ballardvale Street, Wilmington, MA 01887-1069, USA)

E-mail: fujimoto@robot.mach.mie-u.ac.jp

では文献[7~9]が挙げられるが、これらはいずれも多数回行った画面距離の較正值のばらつきを求めただけである。次に、手法2は、対象の形状やカメラのモーションに関する事前知識を持たない条件で、カメラが実際に使用されている状況を前提としており、カメラ内部パラメータばかりでなく、外部パラメータ（これにより、対象形状やカメラモーションが得られる）、それ自体が較正の目的となっている。画面距離の誤差解析を行い、どのような対象形状やカメラモーションが較正に適しているかという観点での研究はあるが[5,6]、対象形状やカメラモーションは基本的には与えられるものであり、使用者は較正精度を高めたくとも、対象形状やカメラモーションを自由に設定することができない場合が多い。

本論文が対象としている二平面較正法は、位置が既知の基準点群を配置した二次元平面を、カメラに対して相対的に移動させながら較正を行う手法であり、手法1に属する。（二平面較正法の詳細は2章で述べる）。二平面較正法では、基準点平面を奥行き方向に移動させながら、カメラで較正用基準点平面を撮影する。ここで、移動量は較正精度に大きな影響を及ぼす重要な要因であることから、移動量と較正精度の関係を解析して、最適な奥行き方向の移動量を知っておく必要がある。筆者らは、これまで二平面較正法において、較正用基準点平面の奥行き方向移動量の最適化と較正精度の定量化を行っている[1,2]。さらに、文献[3]においては、カメラパラメータの較正值における誤差から、視線方向の誤差を的確に評価する方法を提案している。これらの研究では、移動前後に撮像する較正用基準点平面、すなわち基準点群が同一のものであることを前提としていた。そして、較正したカメラパラメータのうち、画面距離の定式化を行っている。これに対して、本論文では較正精度の向上という観点から、移動前後で最大限の基準点を撮像するという新しい撮像条件も加えて、画面距離、1画素の長さの縦・横比の較正誤差を定式化している。

2. 二平面較正法

2.1 基準点の配置

先に述べたように、本論文では二平面較正法を対象としている。図1に二平面較正法の概要、および二平面較正法で使用する較正用基準点平面（位置が既知の基準点群を配置した二次元平面）における基準点の配置を示す。なお、本論文では較正用基準点

平面を基準点チャートと呼ぶこととする。基準点チャートは縦・横等間隔 l_c で基準点が配置された平面であり、三次元世界座標系の座標軸 X_w, Y_w は基準点平面の中心に設定し、座標軸 Z_w は基準点平面に垂直にとる。奥行き方向に変化をもたせるため、基準点チャートを Z_w 軸に沿って T_c だけ移動させる。また、 l 番目の基準点の世界座標とカメラ座標、カメラ座標系に対する世界座標系の並進移動ベクトルはいずれも基準点間隔 l_c で除することにより無次元化し、それぞれ $[{}^wX_l {}^wY_l {}^wZ_l]^T$, $[X_l Y_l Z_l]^T$, $[T_x T_y T_z]^T$ と表す。このとき、基準点の3次元世界座標は、

$$[{}^wX_l {}^wY_l {}^wZ_l]^T = [i - I(k)/2 \quad j - J(k)/2 \quad k T_c]^T \quad (1)$$

と定められる。ここで、 i, j, k は、それぞれ基準点の横、縦方向の順位、基準点平面の移動回数を表し、

$$k = 0, 1$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, I(k) - 1. \quad I(0) = I_{near}, \quad I(1) = I_{far}.$$

$$j = 0, 1, 2, \dots, J(k) - 1. \quad J(0) = J_{near}, \quad J(1) = J_{far}.$$

であり、 l は表現の簡単化のため、 i, j, k を統合した順位、

$$l = i + jI(k) + kI_{near}J_{near} \quad (2)$$

である。また、移動前における基準点チャートの位置と移動後における基準点チャートの奥行き方向の比を M と定義しておく。

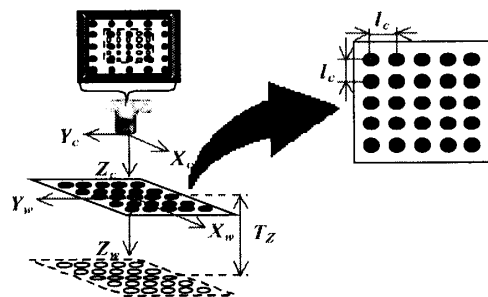


Fig.12-Plane calibration method

2.2 較正方法

較正すべき変数には、内部パラメータと外部パラメータがある。これらを未知パラメータベクトル、

$$\mathbf{x} \equiv [\mathbf{x}^{(in)T} \mathbf{x}^{(ex)T}]^T = [C_u C_v F P] [T_x T_y T_z \phi \theta \phi]^T \quad (3)$$

としてまとめる。ここで、画像座標については、いずれも撮像面の画素数 $[n_u n_v]$ の1/2で除することにより無次元化している。

さて、 l 番目の基準点の画像座標の計算値 $U_{c,l}$ は、透視投影関係により、

$$U_{c,l} = C + F [X_l / Z_l \quad P Y_l / Z_l]^T \quad (4)$$

と表せる。ここで、

$$[X_i Y_i Z_i]^T = \mathbf{R}_w [{}^w X_i {}^w Y_i {}^w Z_i]^T + [T_x T_y T_z]^T \quad (5)$$

であり、 \mathbf{R}_w は世界座標系に対するカメラ座標系の姿勢を表す回転行列であり、 ϕ, θ, ψ により定められる。全基準点の画像座標の観測値を一つのベクトルにまとめ、 $\mathbf{U}_{all} = [U_{c0}^T \cdots U_{cj}^T \cdots U_{cL-1}^T]^T = [[U_{c0} V_{c0}] \cdots [U_{cj} V_{cj}] \cdots [U_{cL-1} V_{cL-1}]]^T$ と表すと、較正用基準点の観測値 \mathbf{U}_{all} に関する誤差 (この誤差はそのばらつきの共分散行列 $\Sigma_{U_{all}}$ によりモデル化する) は内部パラメータ較正值 $\hat{\mathbf{x}}^{(in)}$ に伝播する。その伝播誤差のばらつきの共分散行列、 $\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}^{(in)}}$ は、誤差の伝播側を用い、

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}^{(in)}} = \left(\mathbf{A}^{(in)T} \Sigma_{U_{all}}^{-1} \mathbf{A}^{(in)} \right)^{-1} \quad (6)$$

と与えられる。ここで、

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}^{(in)}} = \begin{bmatrix} \sigma_{Cu}^2 & \tau_{CuCv} & \tau_{CuF} & \tau_{CuP} \\ \tau_{CuCv} & \sigma_{Cv}^2 & \tau_{CvF} & \tau_{CvP} \\ \tau_{CuF} & \tau_{CvF} & \sigma_F^2 & \tau_{FP} \\ \tau_{CuP} & \tau_{CvP} & \tau_{FP} & \sigma_P^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^{(in)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(\hat{\mathbf{x}}; \eta_0)}{\partial \alpha^{(in)}} \\ \vdots \\ \frac{\partial h(\hat{\mathbf{x}}; \eta_i)}{\partial \alpha^{(in)}} \\ \vdots \\ \frac{\partial h(\hat{\mathbf{x}}; \eta_{L-1})}{\partial \alpha^{(in)}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

である。また、 σ_{Cu}^2 , σ_{Cv}^2 は主点座標 C_u と C_v の較正誤差の分散を、 σ_F^2 , σ_P^2 は F , P の較正誤差の分散を、 τ は共分散であり、例えば τ_{CuF} は C_u と F の較正誤差の共分散を表す。シミュレーションでは、すべての基準点について、式(6)により、パラメータ較正誤差を計算する。

3. 推定誤差の計算の条件

本来、誤差解析に際して考慮すべきパラメータは $T_x, T_y, T_z, \phi, \theta, \psi, M = (T_x + T_z)/T_y, I, J, R_{\infty}, C_u, C_v, F, P, \Sigma_U$ のように多数ある。しかし、本論文でも文献[1~3]と同様に前提条件を設定し、誤差解析に際して検討すべきパラメータを F, P, M の3個に削減する。

以下では、その前提条件を述べる。

3.1 形状と設定に関する前提条件

本論文では、形状と設定に関して以下の前提条件を設定しており、(1-c)~(1-e)を図2に示す。なお、(1-a), (1-b)に関しては図1を参照されたい。

(1-a) 基準点は円形、かつ大きさは等しい

なお、(1-a)に関連して、シミュレーションにおける基準点の画像座標観測誤差の共分散行列 Σ_U は単位行列 \mathbf{I} に定数 σ_v^2 を乗じた $\sigma_v^2 \mathbf{I}$ としている。

(1-b) 基準点は縦横等間隔に配置する。

(1-c) 撮像面は正方形とする

(1-d) 基準点の配置方向と撮像面の辺の方向を一致させる ($\phi=0$)。

(1-e) 移動前後において、基準点平面は撮像面に正対、すなわちカメラの光軸に垂直、かつ光軸は一致させる ($\phi, \theta=0$)。

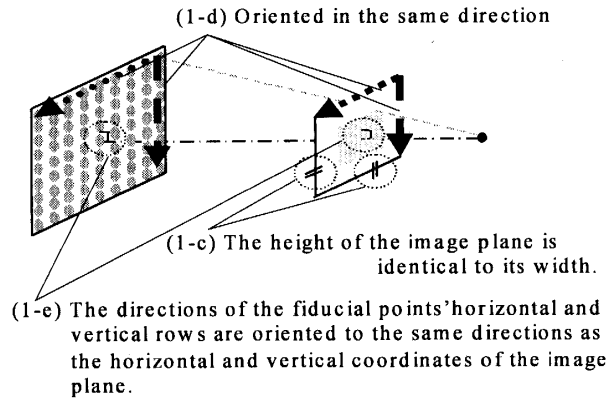


Fig.2 Constraint on the fiducial chart

3.2 撮像に関する前提条件(図3参照)

(2-a) 近位置で基準点チャートを撮影する際、基準点は画面全体で撮影される。

(2-b) 遠位置で基準点チャートを撮影する際、基準点の像の間隔は各基準点を識別できる最小間隔 R_{∞} とする。なお、本論文におけるシミュレーションでは、一例として $R_{\infty}=0.04$ している。

3.3 遠位置における撮影条件(図3参照)

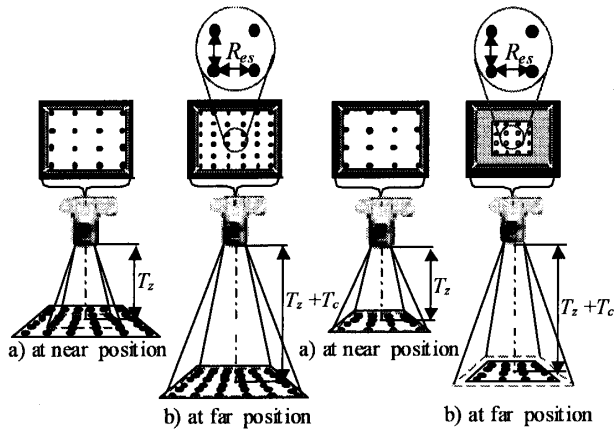
遠位置で基準点チャートを撮影する際、データとして使用する基準点の個数や撮像される範囲によって較正精度は影響を受ける。二平面較正法においては、撮像される基準点数が多いほど、像の範囲が広いほど、較正精度は向上させることができる。そこで本論文では較正精度の向上という観点から(2b)の条件に関連して、遠位置において基準点チャートを撮影する際、二通りの条件を設定している。

(3-a) “遠位置撮影条件1” (図3, Condition 1参照)

: 遠位置でも、近位置と同様に、基準点は全画面で観測される。したがって、まず、遠位置では近位置より多くの基準点が観測されるので、条件2に比べ、較正精度の向上が期待できる。ここで、奥行き比 M が増大したとき、遠位置での基準点の個数は最小間隔 R_{∞} によって定まる一定値であるが、近位置での基準点の個数は減少する。この個数の減少は、精度にとってマイナス要因である。一方、 M が増大したとき、遠・近両位置間の基準点像の変位も増大する。この変位の増大は、精度にとってプラス要因である。

したがって、条件1で奥行き比 M を増大させたとき、相反するプラス要因とマイナス要因が生じることから、誤差特性は容易には推測できない。したがって、条件1を踏まえて定式化して、較正誤差特性を明確化する必要がある。

(3-b) “遠位置撮影条件2” (図3, Condition2参照) : これは従来条件[1~3]と同一である。すなわち、遠位置でも近位置と同一の基準点が観測される。これは、簡潔で、最も一般的な条件であるが、結果として、遠位置では画面の一部にしか撮像されない。



Condition 1 Condition 2

Fig.3 Imaging conditions 1 and 2

上記の条件(1-a-e), (2-a,b), (3-a,b)により,

$$T_z = F / (M R_{cs}), \quad I_{near} = J_{near} = 1 + 2 / (M R_{cs}) \quad (8)$$

$$I_{fr} = J_{fr} = I_{near} = 1 + 2 / (M R_{cs}) \quad (\text{遠位置撮影条件1}) \quad (9)$$

$$I_{fr} = J_{fr} = 1 + 2 / R_{cs} \quad (\text{遠位置撮影条件2}) \quad (10)$$

と関係付けられる。

3・4 シミュレーションの条件

シミュレーションでは、式(4)に示したカメラの位置、姿勢を表す外部パラメータ及び内部パラメータを較正する。つまり、これら10個のパラメータに関するヤコビアンを用いて較正誤差を評価する。なお、 C_u , C_v , P は実際には1とは異なるが、その違いは10%程度であると考えられることから、代表値として、 $C_u = C_v = 1$, $P = 1$ とする。

4. 撮像条件が F , P の推定誤差に与える影響

筆者らは、文献[3]で、 σ^2 にとって F , T_z に関するヤコビアンが重要であることに着目し、 σ^2 に関する理論式を導出している。文献[3], および本論文の条件下では、本来、 σ^2 にとって F , P , T_z に関するヤコビアンのみによって較正誤差は定式化される。しかし、

文献[3]では簡便性の観点から F , T_z のみに関するヤコビアンに着目して理論式を導出しているため、シミュレーションによる計算値と理論値で5%の誤差があった。これに対して、本論文では、 F と T_z 以外に P を加えたことにより、 σ^2 , σ^2 に関する理論式を導出する。さらに、 F , P , T_z に関するヤコビアンのみによって求められた理論値が厳密な値であることを、前章で説明したシミュレーション(10個すべてのパラメータに関するヤコビアン)により求めた計算値により検証する。

実際のカメラパラメータ較正では、式(4)に示した10個ものカメラ内部・外部パラメータを較正しなければならない。しかし、各パラメータに関するヤコビアン間の相関を調べたところ、 ϕ , $\theta = 0$ という条件、つまり基準点チャートが撮像面に平行な条件では、 F , P , T_z は互いに相関があるが、それら以外とは無相関になることがわかった。つまり、 ϕ , $\theta = 0$ という条件では、これら三つの F , P , T_z についてのヤコビアンを用いるだけで、それぞれの較正誤差を評価できる。実際には ϕ , $\theta = 0$ とは限らないが、それでもその影響の割合は $\sin \phi$ のオーダーで、微小である。

この知見に基づいて、 F , P , T_z の較正誤差を定式化する。式(4)より、 F , P , T_z に関する偏微分は、

$$\begin{bmatrix} \frac{dU}{dF} & \frac{dU}{dP} & \frac{dU}{dT_z} \\ \frac{dV}{dF} & \frac{dV}{dP} & \frac{dV}{dT_z} \\ \frac{dF}{dF} & \frac{dP}{dP} & \frac{dT_z}{dT_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & -FX \\ Z & Z & Z^2 \\ PY & FY & -FPY \end{bmatrix} \quad (11)$$

と表される。全ての基準点に関する式(12)を縦に連結してできるヤコビアンを A'' と表すと、 3×3 行列 $A''^T A''$ の各成分は、それぞれ

$$\begin{aligned} A''^T A''_{11} &= (R_{cs}^2 / F^2) \cdot S_{X, far} + (P^2 \cdot R_{cs}^2 / F^2) \cdot S_{Y, far} \\ &+ (M^2 \cdot R_{cs}^2 / F^2) \cdot S_{X, near} + (M^2 \cdot P^2 \cdot R_{cs}^2 / F^2) \cdot S_{Y, near} \\ A''^T A''_{12} &= A''^T A''_{21} \\ &= (P \cdot R_{cs}^2 \cdot F) \cdot S_{Y, far} + (M^2 \cdot P \cdot R_{cs}^2 / F^2) \cdot S_{Y, near} \\ A''^T A''_{13} &= A''^T A''_{31} \\ &= -(R_{cs}^3 / F^2) \cdot S_{X, far} - (P^2 \cdot R_{cs}^3 / F^2) \cdot S_{Y, far} \\ &- (M^3 \cdot R_{cs}^3 / F^2) \cdot S_{X, near} - (M^3 \cdot P^2 \cdot R_{cs}^3 / F^2) \cdot S_{Y, near} \\ A''^T A''_{22} &= (R_{cs}^2 / F^2) \cdot S_{X, far} + (M^2 \cdot R_{cs}^2 / F^2) \cdot S_{Y, far} \\ A''^T A''_{23} &= A''^T A''_{32} \\ &= (P \cdot R_{cs}^3 / F) \cdot S_{Y, far} + (M^3 \cdot P \cdot R_{cs}^3 / F) \cdot S_{Y, near} \\ A''^T A''_{33} &= (R_{cs}^4 / F^2) \cdot S_{X, far} + (P^2 \cdot R_{cs}^4 / F^2) \cdot S_{Y, far} \\ &+ (M^4 \cdot R_{cs}^4 / F^2) \cdot S_{X, near} + (M^4 \cdot P^2 \cdot R_{cs}^4 / F^2) \cdot S_{Y, near} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\phi = 0$ という条件を付すると、遠位置、近位置における奥行きは、 $Z_{near} = F / (M \cdot R_{cs})$,

$Z^r = F/R_{\infty}$ と与えられ、これを用いている。なお、上式中の $S_{X,near}$, $S_{Y,near}$, $S_{X,far}$, $S_{Y,far}$ は撮像条件によって異なり、撮像条件1では、それぞれ

$$S_{X,near} = S_{Y,near} = S_{X,far} = S_{Y,far} = 2(2 + MR_{\infty}) / (M^4 R_{\infty}^4) (1/3 + MR_{\infty}/2 + M^2 R_{\infty}^2/6)$$

これに対して、従来の撮像条件2では、それぞれ

$$S_{X,near} = S_{Y,near} = 2(2 + MR_{\infty}) / (M^4 R_{\infty}^4) (1/3 + MR_{\infty}/2 + M^2 \cdot R_{\infty}^2/6)$$

$$S_{X,far} = S_{Y,far} = 2(2 + R_{\infty}) / (R_{\infty}^4) (1/3 + R_{\infty}/2 + R_{\infty}^2/6)$$

と与えられる。

これらの $A^T A$ の各成分を用い、 σ_P^2 と σ_F^2 は、

$$\sigma_P^2 = [11 - \text{entry of } [A^T A]^{-1}]$$

$$\sigma_F^2 = [22 - \text{entry of } [A^T A]^{-1}]$$

と与えられる。 F を媒介変数として、シミュレーションによる計算値と本論文で導出した理論値との比較を図6, 7に示す。シミュレーションによる計算値は、実際のキャリブレーションを前提として10個のパラメータに関するヤコビアンを用いている。その意味で誤差が入り込むことはない。その中で、筆者らは、3個のパラメータのみを用いて求めた理論値が、代表的なある条件では10個のパラメータを用いた計算値に一致することを見出し、較正誤差を厳密に定式化した。図6, 7はこれを検証している。また各条件下において、次の特性が見出せる。
 特性1: 撮像条件に関わらず σ_P^2 は F^2 に比例する。
 特性2: 撮像条件2(従来の条件)においては、奥行き比 M が約1.6のときに較正誤差は最小となり、その意味で最適値が存在する。それに対して、撮像条件1においては、 σ_P^2 を最小とするような奥行き比 M は見られない。つまり、実際には移動量には制限があるものの、計算上は基準点チャートの移動量を大きいほど較正精度を高めることができることを示している。

特性3: σ_F^2 は F に関係なく一定の値をとる。

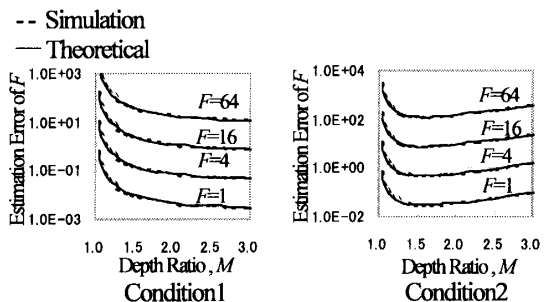


Fig.4 Comparison of the trend of the estimation error of F with the values under the imaging condition 1 and condition 2

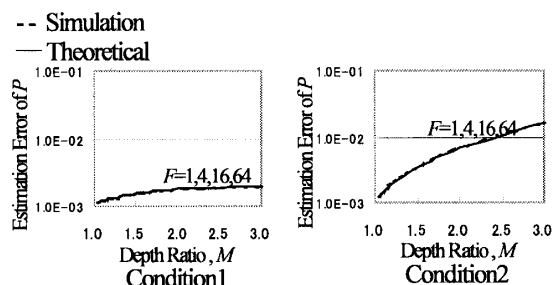


Fig.5 Comparison of the trend of the estimation error of P with the values under the imaging condition.1 and condition.2

5. 結言

基準点の条件 (位置や個数) に関する撮像条件は較正誤差に影響を及ぼす。本論文で取り上げる、2平面テレビカメラパラメータ較正法においては広い範囲で数多く撮像した方が誤差は小さくなる。そこで、本論文では、従来の条件、すなわち、遠・近両位置で同一の基準点しか撮像しない“条件2”以外にも、遠位置において撮像面全面に基準点が撮像される“条件1”についても、較正誤差を検討した。

はじめに、カメラパラメータとして、画面距離以外にも、1画素の縦・横比の較正誤差についても理論値を導出した。

次に、両条件に対してシミュレーション計算を行い、両者が一致することを確かめた。さらに、撮像条件に関わらず σ_P^2 は F^2 に比例すること、“条件1”は“条件2”に比べて誤差が小さく、奥行き比が大きくなるほど誤差が低減することなど、興味深い較正誤差特性を見出した。

文献

- (1) Zhang, D. et al., Optimization on Principal Distance Calibration of TV Camera, *Transactions of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, D-II*, Vol. J79-D-II, No. 9 (1996), pp.1643-1645.
- (2) Zhang, D. et al., Error Analysis and Optimal Fiducial Mark Setup on Camera Calibration Using Direct Nonlinear Minimization, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 61, No. 586 (1995), pp.252-259.
- (3) Nomura, Y. et al., A Formulization of Camera-Parameter Calibration Errors and Resulant Visual-Line Estimation Errors, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 71, No. 706 (2005), pp.147-155.
- (4) Ueshiba, T. et al., A Survey of Camera Calibration Techniques, *Transactions of Information Processing Society of Japan, SIG, CVIM-148* (2005), pp.1-18.
- (5) Hayman, E. and Murray, D.W., The Effects of Translational Misalignment when Self-Calibrating Rotating and Zooming Cameras, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 25, No. 8 (2003) pp.1015-1020.
- (6) Wang, L. et al., Error Analysis of Pure Rotation Based Self-Calibration, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 26, No. 2 (2004), pp.275-280.

- (7) Ricolfe-Viala, C. and Sanchez-Salmeron, A.J., Uncertainty Analysis of camera parameters computed with a 3D pattern, *Proceedings Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 3617 (2005), pp.204-211, Springer-Verlag.
- (8) Sturm, P. et al., Focal length calibration from two views: method and analysis of singular cases, *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 99, No. 1 (2005), pp.58-95.
- (9) Lucchese, L., Geometric Calibration of digital cameras through multi-view rectification, *Image and Vision Computing*, Vol. 23, No. 5 (2005), pp.517-539.

付録 線形近似による影響

本論文では、本来、非線形モデルである透視投影を線形近似したヤコビアンを用いて画像座標の変動をモデル化している。以下では、このヤコビアンの線形近似による影響が微小、すなわち画像座標の変動のモデル化誤差が微小であることを示す。

本論文では、 F, P, T_z のみを用いて理論値を定式化した。その際に用いた条件では、これらのパラメータと基準点の画像座標 U には、次の関係（非線形モデル）

$$U = F \cdot P / T_z + Cu \quad \dots \textcircled{1}$$

が成立する。式①の非線形モデルから、パラメータの変動 $\Delta F, \Delta P, \Delta T_z$ は、それらによる画像座標の変動 ΔU に対して、

$$\begin{aligned} U + \Delta U &= \{(F + \Delta F) \cdot (P + \Delta P) / (T_z + \Delta T_z)\} + Cu \\ &= F \cdot (1 + \Delta F / F) \cdot P \cdot (1 + \Delta P / P) \\ &\quad / \{T_z \cdot (1 + \Delta T_z / T_z)\} + Cu \end{aligned}$$

のように関係付けられる。パラメータの相対変動を、 $\varepsilon_f = \Delta F / F, \varepsilon_p = \Delta P / P, \varepsilon_{t_z} = \Delta T_z / T_z$ と定義して、この式を整理すると、

$$\begin{aligned} U + \Delta U &= (F \cdot P / T_z) (1 + \varepsilon_f) \cdot (1 + \varepsilon_p) / (1 + \varepsilon_{t_z}) + Cu \\ &= (F \cdot P / T_z) (1 + \varepsilon_f + \varepsilon_p - \varepsilon_{t_z} + \varepsilon_f \cdot \varepsilon_p \\ &\quad - \varepsilon_{t_z} \cdot \varepsilon_f - \varepsilon_{t_z} \cdot \varepsilon_p + \varepsilon_f \cdot \varepsilon_{t_z} + O(\varepsilon^3)) + Cu \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $O(\varepsilon^3)$ は $\varepsilon_f, \varepsilon_p, \varepsilon_{t_z}$ の3次以上の項である。 $\varepsilon_f, \varepsilon_p, \varepsilon_{t_z} = O(\Delta U / U) \ll 1$ といえる¹ことから、式②の $O(\varepsilon^3)$ は、 $\varepsilon_f, \varepsilon_p, \varepsilon_{t_z}$ の1次と2次の項に比べて微小である。したがって、 $O(\varepsilon^3)$ を省略して、式②に式①を代入すると、パラメータの変動により生じる、非線形モデルによる画像の変動 ΔU (2次近似値) は、

$$\begin{aligned} \Delta U &= (F \cdot P / T_z) \cdot (\varepsilon_f + \varepsilon_p - \varepsilon_{t_z}) \\ &\quad + (\varepsilon_f \cdot \varepsilon_p - \varepsilon_{t_z} \cdot \varepsilon_f - \varepsilon_{t_z} \cdot \varepsilon_p + \varepsilon_f \cdot \varepsilon_{t_z}^2) \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

と与えられる。

一方、本論文で用いた線形近似ヤコビアン、例えば $\partial U / \partial F = P / T_z$ により定義した、画像座標の変動の近似値 $\Delta \hat{U}$ (1次近似値) は、パラメータの変動との間で、

$$\begin{aligned} \Delta \hat{U} &= (\partial U / \partial F) \Delta F + (\partial U / \partial P) \Delta P + (\partial U / \partial T_z) \Delta T_z \\ &= (F \cdot P / T_z) \cdot (\varepsilon_f + \varepsilon_p - \varepsilon_{t_z}) \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

と関係付けられる。

よって、式③と式④から、線形近似ヤコビアンによる画像座標変動のモデル化誤差、すなわち画像座標変動の2次近似値に対する1次近似値の誤差の相対値は、

$$\begin{aligned} (\Delta U - \Delta \hat{U}) / \Delta \hat{U} \\ = (\varepsilon_f \cdot \varepsilon_p - \varepsilon_{t_z} \cdot \varepsilon_f - \varepsilon_{t_z} \cdot \varepsilon_p + \varepsilon_f \cdot \varepsilon_{t_z}^2) / (\varepsilon_f + \varepsilon_p - \varepsilon_{t_z}) \dots \textcircled{5} \end{aligned}$$

と導かれる。右辺は、 $\varepsilon_f, \varepsilon_p, \varepsilon_{t_z} \ll 1$ の1次のオーダーであり、モデル化誤差が十分に小さいことが確認される。

¹パラメータの相対変動 $\varepsilon_f, \varepsilon_p, \varepsilon_{t_z}$ としては、どの程度の大きさを想定すればよいのであろうか。式②の見方を変えよう。これを、画像座標の観測誤差 $\square U / U$ と、それに起因する、 F, P, T_z の較正值の相対誤差 $\varepsilon_f, \varepsilon_p, \varepsilon_{t_z}$ との関係を示す式、

$$\Delta U / U = \varepsilon_f + \varepsilon_p - \varepsilon_{t_z} + O(\varepsilon^3)$$

と見るのである。これに、 $\Delta U / U$ が通常のカメラでは数%以下、すなわち $\Delta U / U \ll 1$ であることを考え合わせると、 F, P, T_z の較正值の相対誤差 $\varepsilon_f, \varepsilon_p, \varepsilon_{t_z}$ は、 $\varepsilon_f, \varepsilon_p, \varepsilon_{t_z} = O(\Delta U / U) \ll 1$ であることがわかる。実際には、パラメータ数に比して十分に多い較正用基準点を用いることから、較正誤差は一段と小さくなる。