

## 計測データ誤差に基づくベイズ事後確率の伝搬誤差の解析\*

池内 崇<sup>\*1</sup>, 小森 照元<sup>\*1</sup>, 野村 由司彦<sup>\*2</sup>  
松井 博和<sup>\*3</sup>, 加藤 典彦<sup>\*2</sup>

### Error Analysis Bayse' a Posteriori Probability Error Propagated from Data Error

Takashi IKEUCHI, Terumoto KOMORI, Yoshihiko NOMURA<sup>\*4</sup>,  
Hirokazu MATSUI and Norihiko KATO

<sup>\*4</sup> Department of Mechanical Engineering, Mie University,  
1515 Kamihamacho, Tsu-shi, Mie, 514-8507 Japan

Bayesian estimation is often applied in pattern recognition problems. We formulate estimation errors of a posteriori Bayesian probabilities to be propagated from observation. Next, we apply the scheme of the formulation to a practical image recognition problem: based on a posteriori probabilities, sectionalized regions in outdoor scene images are classified into five categories of landform elements, i.e., asphalt, concrete, sand/soil, gravel, and grass. The errors originate from RGB pixel values, and propagate to the a posteriori probabilities via intermediary HIS color measures within a region. We concretely clarify a mechanism of the propagation for all steps, and show an effectiveness of the scheme by adducing changeovers between a posteriori probabilities with two kinds of landform elements.

**Key Words:** Bayes Estimation, Propagation Law of Errors, Estimation Error of a Posteriori Probability, Landform Element Recognition

## 1. 緒 言

認識対象のカテゴリが確定し、モデルが正確な場合においては、ベイズ推定により統計的には最良の解を求めることができる。しかし、実際には、観測データや統計的モデルに誤差が含まれていたり（データ誤差問題・モデル誤差問題と呼ぶ）、予期しないカテゴリのものが出現したりする（未知カテゴリ出現問題と呼ぶ）こともあり、ベイズ推定によるパターン認識の実用性を損ねることが多い。すなわち、観測データや統計的モデルに誤差が含まれている時には、推定される事後確率にも誤差が伝搬する。特に、このようにデータやモデルの誤差が大きい時、あるいは各モデルの観測データに対する生起確率が小さい時には、事後確率には大きな誤差が生じる。モデル誤差問題は、各カテゴリの統計的モデルを生成する際に生じる。これは、有限サンプルにおいて推定された、分布の平均や共分散行列を真値とみなしてモデルを生成するためである。この共分散行列の誤差を低減するために様々な手法も提案されている<sup>(1),(2),(3)</sup>。このようなデータ誤差問題・モデル誤差問題に対処するには、誤差を低減させることが第一であるが、その前に、各モデルの事後確率の不確かさを定量的に測ることを可能とし、もって誤差を踏まえて判断を下すことが必要である。

本論文では、誤差伝搬則を適用して<sup>(4),(5)</sup>、データ誤差に

起因する事後確率の推定誤差を定量化することにより、データ誤差をふまえた識別結果の判断を可能とする。これにより、上記のデータ誤差問題への対処の指針を与えることを目指す。具体的には、図1のように屋外地形を撮影したRGBカラー画像から、アスファルト、コンクリート、草、砂利、土または砂（土&砂と記す）などの地形要素を認識する課題を取り上げて、データ誤差に起因する事後確率の推定誤差を定式化する。さらに、認識結果の逆転などを例証し、事後確率推定誤差を定量化することの有効性を示す<sup>(6)</sup>。

なお、現れると期待していたカテゴリではなく、予期せぬカテゴリのものが出現した場合には、完全な推定誤りとなってしまう。このような未知カテゴリ出現問題に対処するには、不確かさを陽に扱うことができる枠組みが必要となる。すなわち、期待するカテゴリに対する事後確率の他に、例えば、Dempster-Shaferの確率モデルにおける“無知に対する確率”的な、未知カテゴリに対する事後確率とも言うべきものを新たに導入する必要があるだろう<sup>(7),(8),(9)</sup>。

## 2. 事後確率推定誤差の特性

本章では、各認識対象に求められるベイズ事後確率（以下、単に事後確率と呼ぶ）の誤差が、どのようなメカニズムで発生するかについて、分布と特徴量との対応で調べる。特に、典型的な例として、認識対象が最少の2つで、条件付き確率が正規分布でモデル化できる場合を取り上げ、詳細に調べる。認識対象が3つ以上の場合、ま

\* 原稿受付 2000年8月14日。

\*1 三重大学大学院(〒514-8507 津市上浜町1515)。

\*2 正員、三重大学工学部。

\*3 三重大学工学部。

E-mail: nomura@mach.mie-u.ac.jp

た事前確率が異なる場合も、本章で明らかになるメカニズムを応用すれば、結果は類推することができるだろう。

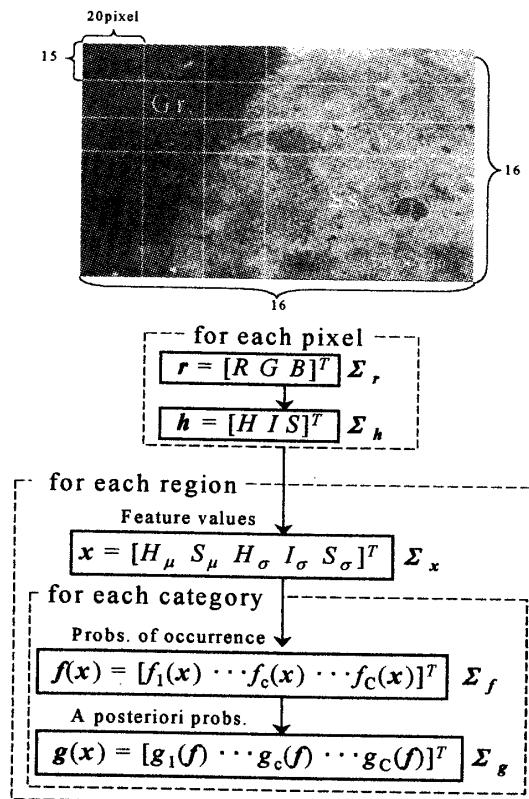


Fig.1 Bayes estimation of sub-region from RGB information

## 2.1 特微量誤差 $\Sigma_x$ と事後確率推定誤差 $\Sigma_g$ の一般的な関係

一般的な場合として認識対象が  $C$  個のときを考える。各カテゴリ  $c$  において、特微量ベクトル  $x$  が生起する確率、すなわち条件付き確率  $f_c(x)$  をまとめてベクトル  $f(x)$ ,

$$f(x) = [f_1(x) \cdots f_c(x) \cdots f_C(x)]^T \quad \dots \dots \dots (1)$$

によって表す。カテゴリ  $c$  の条件付き確率分布は、平均  $\mu_c$  と共分散行列  $\Sigma_c$  なる正規分布でモデル化し、

$$f_c(x) = \{(2\pi)^d |\Sigma_c|^{-1/2} \exp\{-1/2(x - \mu_c)^T \Sigma_c^{-1}(x - \mu_c)\}\} \quad \dots \dots \dots (2)$$

で表す。ただし、 $d$  は特微量の次元数である。さらにカテゴリ  $c$  の事後確率  $g_c(f)$  はベイズの定理より、

$$g_c(f) = p_c f_c(x) / \sum_{c=1}^C p_c f_c(x) \quad \dots \dots \dots (3)$$

で表される。ここで、 $p_c$  はカテゴリ  $c$  の事前確率である。これをまとめて、事後確率ベクトル  $g(f)$  で表す。

$$g(f) = [g_1(f) \cdots g_c(f) \cdots g_C(f)]^T \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここで、本論文ではモデルの誤差、すなわち事前確率  $p_c$ 、平均  $\mu_c$ 、共分散行列  $\Sigma_c$  のばらつきは考えず、図 2 のように、特微量ベクトル  $x$  の誤差、 $x$  が伝搬して生じる条件付き確率ベクトル  $f$  の誤差、さらに  $f$  が伝搬して生じる事後確率ベクトル  $g$  の誤差について考える。 $x, f, g$

の誤差を、それぞれの共分散行列  $\Sigma_x, \Sigma_f, \Sigma_g$  により表すと、 $\Sigma_x$  が十分に微小なとき、

$$\Sigma_f = (\partial f / \partial x) \Sigma_x (\partial f / \partial x)^T \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$\Sigma_g = (\partial g / \partial f) \Sigma_f (\partial g / \partial f)^T \quad \dots \dots \dots (6)$$

のよう近似できる。ただし、

$$\partial f / \partial x = [-(x - \mu_1)^T \Sigma_1^{-1} f_1(x) \cdots -(x - \mu_c)^T \Sigma_c^{-1} f_c(x) \cdots]^T \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\partial g / \partial f = \begin{bmatrix} p_1(\Sigma p_c f_c - p_1 f_1) & -p_1 f_1 & -p_1 f_1 & \cdots \\ -p_2 f_2 & p_2(\Sigma p_c f_c - p_2 f_2) & -p_2 f_2 & \cdots \\ -p_3 f_3 & -p_3 f_3 & p_3(\Sigma p_c f_c - p_3 f_3) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} / (\Sigma p_c f_c(x))^2 \quad \dots \dots \dots (8)$$

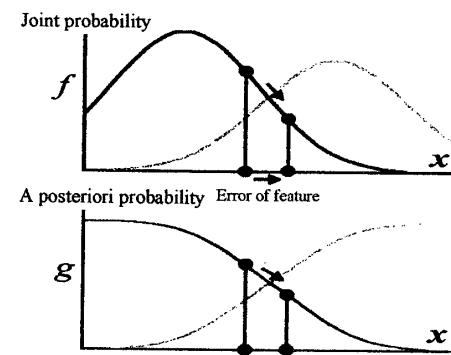


Fig.2 Propagation of error to a posteriori probability

## 2.2 1 次元特徴、2 認識対象問題における誤差

### 2.2.1 定式化

ここで、特に特微量  $x$  が 1 次元であるとし、認識対象が 2 つ ( $c=1, 2$ ) である場合について具体的に考える。このとき条件付き確率ベクトル  $f$  の誤差の共分散行列  $\Sigma_f$ 、事後確率ベクトル  $g$  の誤差の共分散行列  $\Sigma_g$  を、

$$\Sigma_g = \begin{bmatrix} \sigma_{g1}^2 & \tau_{g1g2} \\ \tau_{g1g2} & \sigma_{g2}^2 \end{bmatrix}, \quad \Sigma_f = \begin{bmatrix} \sigma_{f1}^2 & \tau_{f1f2} \\ \tau_{f1f2} & \sigma_{f2}^2 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (9)$$

と表すと、式(6)より、 $c=1$  の事後確率の誤差を表す重要な関係式、

$$\sigma_{g1}^2 = g_1^2 g_2^2 \{(\sigma_{f1}/f_1)^2 - 2\tau_{f1f2}/f_1 f_2 + (\sigma_{f2}/f_2)^2\} \quad \dots \dots \dots (10)$$

が得られる。この式の形式から、 $c=1$  と  $c=2$  のモデルに対する事後確率の誤差  $\sigma_{g1}$ 、 $\sigma_{g2}$  は等しくなることに注意されたい。

式(10)より事後確率の誤差は 2 つの要素、すなわち  $g$  項と  $\sigma_{f1f2}$  項によって定められることがわかる。 $g$  項は各モデルに対する事後確率の大きさ、 $\sigma_{f1f2}$  項は各モデルに対する条件付き確率のばらつきの標準偏差と条件付き確率の大きさとの比の値である。この観点から、条件付き確率の分布において、次の 4 つの領域に分けることが適切

と考えられる。 $\sigma_f$ 項がヤコビアン  $df(x)/dx$  に比例することを考え合わせると、

(1) 分布の中央領域 C (central) : 変曲点  $\sigma$  の  $1/2$  までの範囲。条件付き確率  $f(x)$  は大きいがヤコビアンは小さい。

(2) 分布の中間領域 I (intermediate) :  $\sigma/2$  から最大曲率点  $\sqrt{3}\sigma$  までの範囲。条件付き確率はある程度大きくヤコビアンも大きい。

(3) 分布の外縁領域 R (rim) : 最大曲率点  $\sqrt{3}\sigma$  から  $3\sigma$  までの範囲。条件付き確率は小さくヤコビアンも小さい。

(4) 分布の外れ領域 O (outlier) :  $3\sigma$  以上。条件付き確率、ヤコビアンの何れも 0。

これらの各領域を 1 次元分布に例をとって示すと、図 3 のようになる。

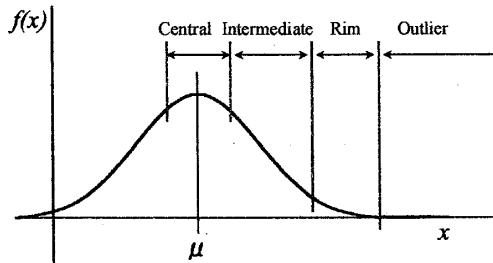


Fig. 3 Four regions in normal distribution curve

### 2.2.2 $\sigma_f/f$ 項の影響

$f_1$  を表す正規分布を線形近似すると、各  $(\sigma_f/f)^2$  項は特徴量  $x$  のばらつきの標準偏差  $\sigma_x$  を用いて、

$$(\sigma_{f1}/f_1)^2 = \sigma_x^2(x - \mu_1)^2/\sigma_1^4$$

$$(\sigma_{f2}/f_2)^2 = \sigma_x^2(x - \mu_2)^2/\sigma_2^4$$

$$-2\tau_{f1f2}/f_1f_2 = -2\sigma_x^2(x - \mu_1)(x - \mu_2)/\sigma_1^2\sigma_2^2 \dots \dots \dots (11)$$

と表せる。ここで、 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  は二つのカテゴリの分布の標準偏差である。ただし、以下では、 $\sigma_x$  が単位量 1 であるとして議論を進める。1 でない場合の分散  $\sigma_{g1}^2$  を求める場合には、 $\sigma_x^2$  を乗ずればよい。

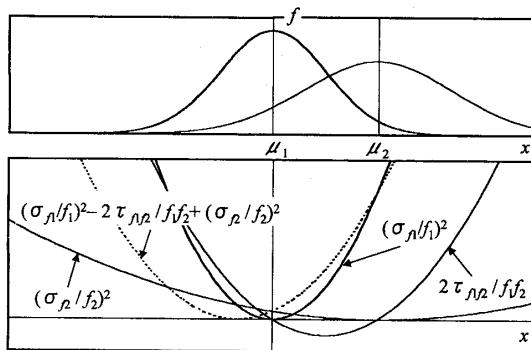


Fig. 4 Distributions of  $(\sigma_f/f)^2$  terms

これより式(10)における  $(\sigma_f/f)^2$  項は  $(x - \mu)$  の 2 乗に比例して増加することが分かる。すなわち、領域は C, I, R,

O の順に平均から外れるほど、大きくなる。また、図 4 のように、二つの分布がずれている条件では、 $(\sigma_f/f)^2$  項の和は、 $x$  の二次関数になり、非線形的に増大する。

### 2.2.3 $g$ 項の影響

式(10)における  $g$  項の影響を考える。図 5 のように  $g$  項は  $g_1$ 、 $g_2$  がともに 0.5 であるとき、すなわち 2 つの分布が重なり合う交点で最大となる。この交点は  $\sigma_1 \neq \sigma_2$  のときには小さい  $\sigma$  をもつ分布の中心の左右に一つずつ、 $\sigma_1 = \sigma_2$  のときには一つだけ現れる。いずれにせよ、これらの交点から離れるに従い、急激に 0 に近づいていく。

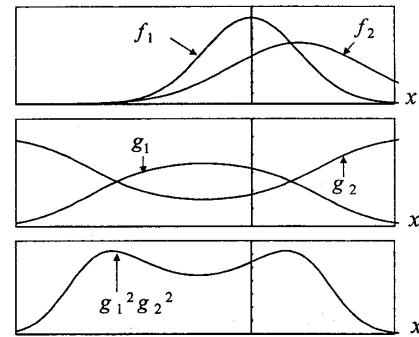


Fig. 5 Distribution of  $g$ -related terms

## 2.3 2 体問題における事後確率推定誤差 $\sigma_g$ の特性

### 2.3.1 条件と結果

式(10)に基づいて、事後確率推定誤差  $\sigma_g$  に対する  $g$  項と  $\sigma_f/f$  項の影響を典型的な例題を取り上げて具体的に調べる。特徴量を 1 次元とし、2 つのモデルを平均 0、標準偏差をそれぞれ、 $\sigma_1=1$ 、 $\sigma_2=2$  の正規分布とする。 $\sigma_1=1$  の分布を固定し、 $\sigma_2=2$  の分布を  $x$  軸方向に 0.2 ずつ平行移動させ、すべての  $x$  において  $\sigma_{g1}^2$  を計算する。ただし、 $\sigma_x=1$  とした。これにより、2 つのモデルがさまざまな位置関係にある時、特徴量  $x$  との対応で、誤差の値の目安  $\sigma_{g1}^2$  を知ることができる。また、 $g$  項と  $\sigma_f/f$  項の影響のメカニズムも具体的に知ることができる。その結果を図 6 に示す。この図では、一方の分布の平行移動距離を  $d$  としている。なお、標準偏差が 1 以外で、ともに  $\sigma_1$  の場合には、 $x$  および  $d$  は  $\sigma_1$  倍し、 $\sigma_{g1}^2$  は  $1/\sigma_1^4$  倍すれば良い。

### 2.3.2 考察

#### (1) 平行移動量 $d$ 対応での事後確率推定誤差 $\sigma_g$ の分布

$d=0$  の段階で、二つの分布の交点に近いところで、二つの極値をもつ曲線になっている。これは、二つの分布の標準偏差が異なっているので、分布の交わりが二つの点で起こり、 $g$  項の影響で極値が現れる。 $d$  が少し大きくなると、すなわち分布がずれると、右側の極値は減衰していくが、左側の極値は急激に増大する。平行移動させる広い分布の頂点が固定側の狭い分布と交わるまでは、 $d$

を増大させるに従い、平行移動方向での交点における確率値  $f_1, f_2$  がともに、徐々に大きくなり、結果として  $(\sigma_f/f)^2$  項が小さくなる。これに対して、左側の極値は確率  $f$  が非常に小さいところでの交わりに対応しており、結果として、 $(\sigma_f/f)^2$  項が大きくなる。 $d = 2.0$  辺りから後は、平行移動させる広い分布の頂点が固定側の狭い分布を通り過ぎた状況に対応している。そこでは、 $d$  が大きくなるに従い、左側の極値は徐々に左側に移動し、値は増大していく。右側の極値は再び増大し始める。

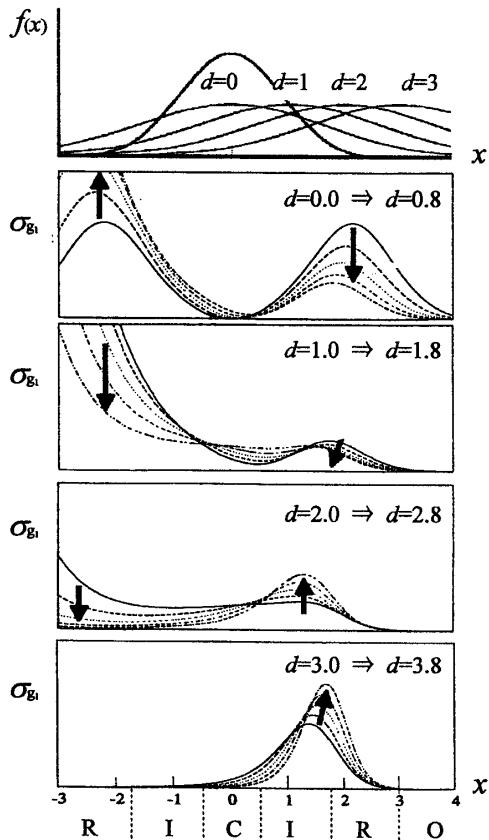


Fig. 6 Estimation errors of a posteriori probabilities  $\sigma_g$   
( $\sigma_1=1, \sigma_2=2$ )

## (2) 固定側の分布の領域 C, I, R, O 対応での事後確率推定誤差 $\sigma_g$ の特性

固定した分布の C, I, R, O の領域で考える。

C の領域：常に誤差は小さい。極大値は 2 つ存在し、それらは違った動きをするので、I, R, O の領域は右と左の領域において考えなければならない。

I と R の領域： $d = 0$  のとき誤差の値は左右等しいが、 $d$  が大きくなるにつれて右の誤差は減衰し、左の誤差は増大していく。 $d = 1.0$  を過ぎた辺りから左の挙動が逆転して、誤差が増大し、 $d = 2.0$  を過ぎると右の誤差も逆転して減衰していく。極値は分布の交わるところに現れるの

で、左右とも曲線の極値は  $d$  が大きくなるにつれ原点から離れていくことになる。

O の領域： $d = 0$  のとき誤差の値はほぼ 0 となるが、左右の領域とも曲線の交点が通過する時に、非常に大きな誤差となる。しかし、特に、曲線の交点とはならない場合、誤差の値は 0 とみなせる。

## 3. 小領域のカラー特徴量 $x$ の誤差 $\Sigma_x$

### 3.1 RGB カラー情報に基づくベイズ推定

本章および次章では、ビデオカメラから入力した屋外地形画像から、ベイズ推定によって、アスファルト、コンクリート、草、砂利、土&砂などの地形要素を認識する問題を例題として取り上げ、2.で明らかにした事後確率の推定誤差特性に関する知見を応用する。それに先立って、本節では処理全体の流れを説明する。事後確率推定誤差は以下の手順で求められる。予めカテゴリ毎に、以下のオフライン処理を行う。

- (1) 多数の学習画像を入力する。
- (2) 画像から画素毎に RGB 値を読み出す。
- (3) 画素毎に RGB 値から HIS 値に変換する。
- (4) 複数の画素からなる小領域（所定の大きさで一定とする）毎に、平均や標準偏差などの特徴量  $x = [x_1, x_2, \dots]^T$  を計算する。
- (5) カテゴリ  $c$  毎に、平均  $\mu_c$  と共に分散行列  $\Sigma_c$  を計算し、正規分布でモデル化する。この正規分布モデルは、次のオンライン処理においては、条件付き確率  $f_c(x)$  として用いられる

オンラインで入力される画像毎に、以下の処理を行う。

（処理(2)～(7)については、図 1 を参照。）

- (1) 認識する画像を入力する。
- (2), (3), (4) 同上。
- (5)  $c$  毎に、オフラインで求めた条件付き確率分布モデルに  $x$  の値を代入して、 $f_c(x)$  を計算する。
- (6)  $c$  毎に、 $f_c(x)$  と事前確率  $p_c$  との積を計算し、生起確率を求める。
- (7)  $c$  毎に求めた生起確率から事後確率  $g_c$  を計算する。
- (8) 同時に、本論文で定式化した関係式に基づいて、 $c$  毎に事後確率推定誤差  $\sigma_{gc}^2$  を求める。

ステップ(3)について：ここで、HIS 値は知覚色と呼ばれ、RGB 値から Hue (色相), Intensity (明度), Saturation (彩度) に変換することにより人が知覚しているような特徴に変換される。本研究では定義域に条件分岐の少ない、Raines の定義に基づく HIS 変換を用いる<sup>(10)</sup>。すなわち、 $\mathbf{h} \equiv [HIS]^T$  は、

$$H = \tan^{-1}\{\sqrt{3(G-B)/(2R-G-B)}\}$$

$$I = R + G + B$$

$$S = \{(R - G)^2 + (G - B)^2 + (B - R)^2\} / 3 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ステップ(4)について：さらに、地形要素の識別を行うための特徴量を定めるために、識別対象画像を縦横 16 分割し  $20 \times 15$  pixel の小領域をつくる。識別はこの小領域を単位として行う。小領域において HIS 値それぞれの平均と標準偏差を算出し、その小領域の特徴量として用いる。それぞれ平均  $H_\mu$ ,  $I_\mu$ ,  $S_\mu$  標準偏差  $H_\sigma$ ,  $I_\sigma$ ,  $S_\sigma$  のように表す。照明条件、影の混入、カメラ自身の輝度補正などが原因で変動し易いことから、 $I$  の平均値  $I_\mu$  は特徴量として用いずに、その他の 5 つによる 5 次元の特徴量とする。第 1 画素から第  $n$  画素までを有する小領域の HIS ベクトル  $\mathbf{H}$  を

$$\mathbf{H} = [A_h^T \ A_i^T \ A_s^T]^T \\ = [H_1 \ H_2 \ \dots \ H_n \ I_1 \ I_2 \ \dots \ I_n \ S_1 \ S_2 \ \dots \ S_n]^T \quad \dots\dots\dots(13)$$

と定義する。この時、特徴量ベクトルは次式で表される。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} H_\mu \\ S_\mu \\ H_\sigma \\ I_\sigma \\ S_\sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (H_1+H_2+\dots+H_n)/n \\ (S_1+S_2+\dots+S_n)/n \\ \sqrt{(H_1-H_\mu)^2+(H_2-H_\mu)^2+\dots+(H_n-H_\mu)^2}/n \\ \sqrt{(I_1-I_\mu)^2+(I_2-I_\mu)^2+\dots+(I_n-I_\mu)^2}/n \\ \sqrt{(S_1-S_\mu)^2+(S_2-S_\mu)^2+\dots+(S_n-S_\mu)^2}/n \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(14)$$

### 3.2 特徴量 $\mathbf{x}$ の誤差 $\Sigma_x$ の定式化

$\mathbf{r} \equiv [R \ G \ B]^T$  の誤差  $\Sigma_r$  が伝搬して生じる、HIS 値  $\mathbf{h}$  の誤差  $\Sigma_h$ 、小領域の HIS ベクトル  $\mathbf{H}$  の誤差  $\Sigma_H$ 、小領域の特徴量ベクトル  $\mathbf{x}$  の誤差  $\Sigma_x$  を、順次、定式化する。

$$\Sigma_h = (\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{r}) \Sigma_r (\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{r})^T \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$\Sigma_H = (\partial \mathbf{H} / \partial \mathbf{h}) \Sigma_h (\partial \mathbf{H} / \partial \mathbf{h})^T \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$\Sigma_x = (\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{H}) \Sigma_H (\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{H})^T \quad \dots\dots\dots(17)$$

ここで、 $\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{r}$  は、画素ごとに、式(12)より、

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}} = \begin{bmatrix} -2(G-B)/D & -2(B-R)/D & -2(R-G)/D \\ 1 & 1 & 1 \\ 2(2R-G-B)/3 & 2(2G-R-B)/3 & 2(2B-R-G)/3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(18)$$

ただし、 $D \equiv (2R-G-B)^2 + (G-B)^2$

また、 $\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{H}$  は、小領域ごとに、式(14)より、

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \partial H_\mu / \partial A_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \partial S_\mu / \partial A_s \\ \partial H_\sigma / \partial A_h & 0 & 0 \\ 0 & \partial I_\sigma / \partial A_i & 0 \\ 0 & 0 & \partial S_\sigma / \partial A_s \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(19)$$

である。この行列の各成分は  $H_\mu$  と  $H_\sigma$  に例をとると、

$$\left. \begin{aligned} \partial H_\mu / \partial A_h &= [1/n \ \dots \ 1/n] \\ \partial H_\sigma / \partial A_\sigma &= [(H_1-H_\mu)/nH_\sigma \ \dots \ (H_n-H_\mu)/nH_\sigma] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(20)$$

なお、誤差の源である  $\Sigma_r$  は、例えば、以下のように求めることができる。同一の対象について複数枚の画像を撮影する。その複数枚の画像の各画素に対して  $r$  のばらつきを調べ、RGB ごとの分散と RGB 間の共分散により 3 行 3 列の共分散行列  $\Sigma_r$  が得られる。この共分散行列の対角成分の平方根、つまり標準偏差  $\sigma$  を誤差の大きさの代表値と見ることができる。

特に、 $\mathbf{A}_h$  が小領域内のあらゆる画素で等しく、

$$\Sigma_h = \begin{bmatrix} \sigma_H^2 & \tau_{HI}^2 & \tau_{HS}^2 \\ \tau_{HI}^2 & \sigma_I^2 & \tau_{IS}^2 \\ \tau_{HS}^2 & \tau_{IS}^2 & \sigma_S^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(21)$$

で与えることができる場合（通常はこのように仮定できる）、これらの成分を用いて、特徴量の共分散行列  $\Sigma_x$  の各成分は、次のように簡潔に表される。（添字  $k$  は、小領域内の画素のインデックス、 $k=1,2,\dots,n$ ）すなわち、

$$\begin{aligned} \sigma_{H_\mu}^2 &= \sum_k (1/n)^2 \sigma_{H_k}^2 = \sigma_H^2 / n \\ \sigma_{H_\sigma}^2 &= \sum_k ((H_k - H_\mu) / H_\sigma n)^2 \sigma_{H_k}^2 = \sigma_H^2 / n \\ \tau_{H_\mu S_\mu} &= \sum_k (1/n)^2 \tau_{H_k S_k} = \tau_{HS} / n \\ \tau_{H_\mu H_\sigma} &= \sum_k (H_k - H_\mu) / H_\sigma n^2 \sigma_{H_k}^2 = 0 \\ \tau_{H_\sigma S_\sigma} &= \sum_k ((H_k - H_\mu) / H_\sigma n) \{(I_k - I_\mu) / I_\sigma n\} \tau_{H_k I_k} \\ &= (\tau_{HI} / H_\sigma I_\sigma n) \sum_k ((H_k - H_\mu)(I_k - I_\mu) / I_\sigma n) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(22)$$

この他の成分についてはすべて 0 となる。特徴量  $\mathbf{x}$  以降、事後確率に至る誤差の伝搬については 2.1 で述べた。

特に、 $R = G = B$  の場合（“白”に相当）には、HIS の共分散行列  $\Sigma_h$  は

$$\Sigma_h = \text{diag} [\infty \ 3\sigma \ 0] \quad \dots\dots\dots(23)$$

となり、 $H$  の誤差は無限大に発散することが示される。これにより、HIS 以降の誤差にも無限大が伝搬され、事後確率の誤差も発散してしまうことに注意されたい。

### 4. 事後確率推定誤差を考えた地形要素認識

本章では屋外地形要素認識実験の結果を述べ、誤差特性に関する知見（2 章）が有用であることを示す。

#### 4.1 条件

実際の地形要素について求めた、 $H_\mu$  から  $S_\sigma$  に至る 5 つの特徴量に対する条件付き確率のモデルを図 7 に示す。

図 7 の各曲線は地形カテゴリ 5 つ、すなわちアスファル

ト(as), コンクリート(cn), 草(gs), 砂利(gr), 土&砂(ss)に対して, 特徴量5つの条件付き確率を示している。

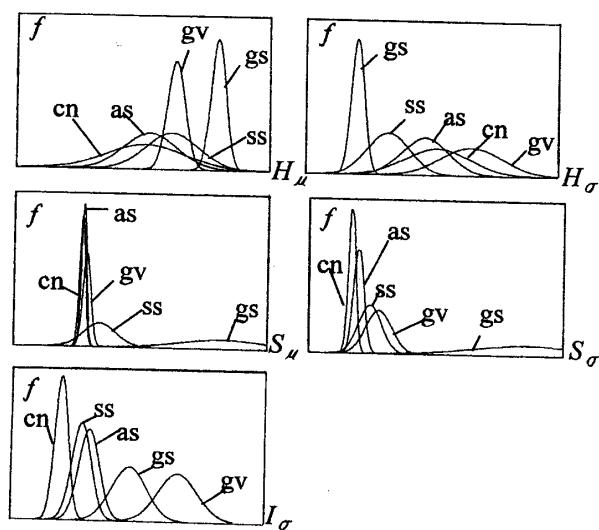


Fig. 7 Feature value distributions for landform elements

#### 4.2 結果

事前確率は何れのカテゴリも等しく, 条件付き確率は正規分布でモデル化され, いずれも誤差がないものと仮定して, 実際の地形要素画像に関する事後確率を推定し, 結果を図8に示す. 図8では地形カテゴリ5つに対して, サンプル画像(正解, アスファルト)について推定を行った時の事後確率 $g$ とその誤差 $\sigma$ (エラーバーの長さ)を示している。左上図は各サンプル画像において, アスファルトと対抗カテゴリとの特徴分布を明確にする軸(両カテゴリの中心を結んだ線)の上の分布を表す概略図である。

図8(a)は, 特徴量が正解カテゴリの中央領域Cに位置し( $x=0$ ), 対抗カテゴリ平行移動距離 $d=0$ の場合に該当する。この場合, 2.2.2項, 図6( $x=0$ ,  $d=0$ )から予想されるように, 本実験でも誤差は他の例に比べて著しく小さくなっている。ただし, 本例のように特徴量が交点近傍にある場合には, 事後確率の誤差は小さいにもかかわらず, 逆転する可能性はある。

図8(b)は, 特徴量が中間領域Iに位置し( $x=1$ ), 対抗カテゴリ平行移動距離 $d=0$ の場合に該当する。本実験でも, 図6( $x=1$ ,  $d=0$ )から予想されるように, アスファルトとコンクリートの誤差の値が約0.1になり, 中央領域Cに比べ誤差の値がやや大き目となっていた。これは, 認識対象としている小領域の特徴量が, アスファルトとコンクリートの分布の交点付近に対応し,  $g$ 項による影響で誤差の値が大きくなっているものと考えられる。この場合には, 事後確率の逆転の可能性は大きい。

図8(c)は, 特徴量が外縁領域Rに位置し( $x=2.5$ ), 対抗カテゴリ平行移動距離 $d=4$ の場合に該当する。本実験でも, 図6( $x=2.5$ ,  $d=4$ )から予想されるように, 誤差は事後確率に対して大きな値をとるようになり, 誤差の逆転が起こる大きな可能性を含んでいる。

図8(d)は, 特徴量が外れ領域Oに位置し( $x=4$ ), 対抗カテゴリ平行移動距離 $d=2$ の場合に該当する。本実験でも, 図6( $x=4$ ,  $d=2$ )から予想されるように, 最大事後確率をとるカテゴリは土&砂であり確定的となっている。しかし, 事後確率は確定的でも, 領域Oでは条件付き確率値が非常に小さいところで推定を行っているので, どの5つのカテゴリにも属さない未知カテゴリである可能性もある。外れ値において事後確率, 及びその誤差が意味を持ち得ないことについては注意すべきである。

以上のように実際の地形要素画像を用いて認識を行うとき, 本研究で明らかにした推定誤差の特性, 図6に関する知見が有効であることが示された。

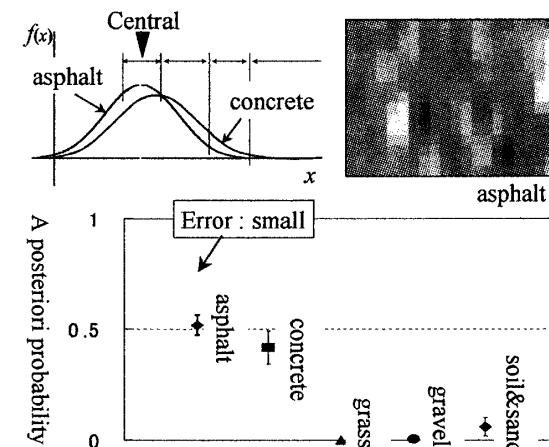


Fig. 8(a) Case that  $x=0$ , and  $d=0$

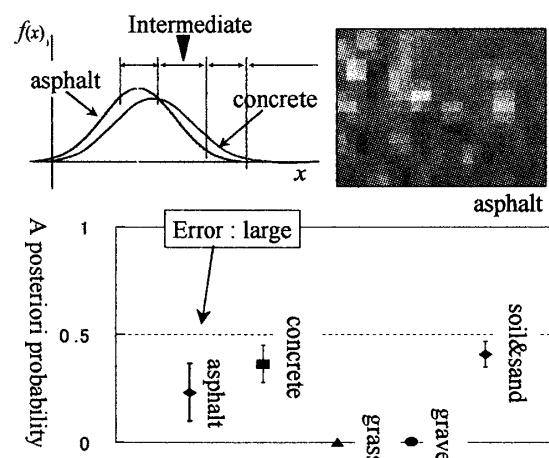
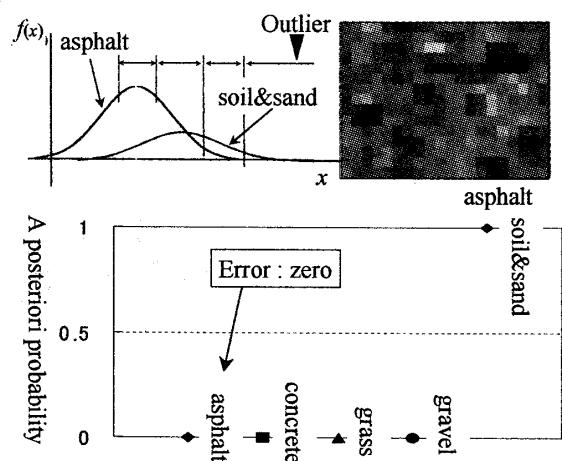
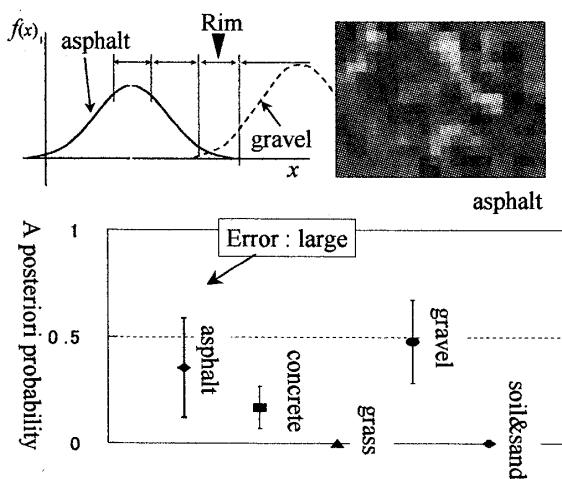


Fig. 8(b) Case that  $x=1$ , and  $d=0$



## 5. 結論

本論文では、誤差伝搬則を適用して、データ誤差に起因する事後確率の推定誤差を量量化することにより、データ誤差をふまえた識別結果の判断を可能とした。これにより、データ・モデル誤差問題の一つであるデータ誤差問題への対処の指針を示した。具体的には、

- ・事後確率推定誤差の定式化と誤差特性の明確化
- ・小領域のカラー特徴量の誤差の定式化
- ・屋外地形を撮影したRGBカラー画像から、アスファルト、コンクリート、草、砂利、土&砂などの地形要素を認識する課題を取り上げて、データ誤差に起因する事後確率の推定誤差を定式化するとともに、その有効性を例証した。

未検討となっているモデル誤差問題は、今回のデータ誤差量化的枠組みを適用して解くことができる。今後、引き続き検討する。また、未知カテゴリ出現問題については、Dempster-Shaferの確率モデルの導入、各モデルの生起確率の評価を併用する方法などが考えられる。これについても検討していく。

## 文 献

- (1) J.P.Hoffbeck and D.A.Landgrebe, "Covariance matrix estimation and classification with limited training data," IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.18, No.7, pp.763-767, 1996.
- (2) J.H.Friedman, "Regularized discriminant analysis," J. of the American Statistical Association, Vol.84, pp.165-175, 1989.
- (3) K.Fukunaga, "Introduction to statistical pattern recognition," Second Edition, Academic Press, 1990.
- (4) 中川徹, 小柳義夫, "最小二乗法による実験データ解析," 東京大学出版会, 1982.
- (5) 張滝利, 野村由司彦, 藤井省三, "逐次近似反復法を用いたカメラ較正における誤差解析と基準点の最適設定," 日本機械学会論文集, 61卷, 586号, C編, 1995-61.
- (6) 池内崇, 小森照元, 野村由司彦, 松井博和, 加藤典彦 "データ誤差に基づくベイズ事後確率の伝搬誤差の解析," 日本機械学会2000年度年次大会
- (7) 松山隆司, "Dempster-Shaferの確率モデルに基づくEvidential Reasoningの論理的意味に関する考察," 人工知能学会誌, vol.4, No.3, pp.340-350, 1989.
- (8) 松山隆司, 栗田充隆, "Dempster-Shaferの確率モデルに基づくパターン分類—観測情報からの信念の形成と仮想信念空間を用いた信念の統合一," 信学論(D-II), vol.J76-D-II, No.4, pp.843-853, April.1993.
- (9) Hasegawa et all, "Environment recognition by integrating visual information based on D-S theory", Proceeding 7<sup>th</sup> International Workshop on Robot and Human Communication, Vol.2, pp.633-638, 1998.
- (10) G.Raines, "Digital Color Analysis pf Color-Ratio Composite Landsat Scenes", in Proc. Of 11<sup>th</sup> Intl. ERIM Symp. On Remote Sensing of Environment, pp.1463-1472, 1977.