

等2軸引張りを受ける金属薄板自由表面プロファイルの
フラクタル特性*黒崎 靖^{*1}, 松井 正 仁^{*1}
高山 智 幸^{*2}, 中西 章^{*3}Fractal Characteristics of Free Surface Profiles of Metal Sheets
under Equi-biaxial TensionYasushi KUROSAKI, Masahito MATSUI,
Tomoyuki TAKAYAMA and Akira NAKANISHI

Free surface profiles of aluminum sheets under equi-biaxial tension are examined by employing three kinds of fractal analyses, i. e., the zeroset, power spectrum and box-counting methods. With an increase in plastic strain, long-wavelength components of the surface profiles become dominant, and their fractal structure tends to be constant beyond a certain strain. It is found that the surface roughness and fractal dimensions depend on the equivalent strain, independent of the stress ratio. A method for simulating the surface roughening behavior is presented by utilizing the power spectrum method.

Key Words: Plastic Forming, Surface Roughness, Fractal, Self-Affinity, Sheet Metal, Free Surface, Equi-Biaxial Tension

1. 緒 言

塑性変形に伴う金属薄板の表面粗化現象は、成形性、塗装性、表面品位、型かじり、摩擦特性などプレス成形にかかわる表面問題と密接な関係がある。このため、以前から表面粗さと塑性ひずみとの関係について多くの研究が行われている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。しかし、表面プロファイルのマイクロ幾何構造にまで立ち入った研究はほとんど行われておらず、その実態はほとんど明らかでない。これは、表面プロファイルがいろいろなランダム性を持ち、表面プロファイルを定量的に特徴化することが困難なことに一因がある。そこで著者らは、前報⁽⁴⁾においてフラクタル解析に着目し、解析手法を提示するとともに、アルミニウム薄板の単軸引張り変形下での試験片自由表面プロファイルに適用し、そのフラクタル特性について明らかにした。

本報では同様のアプローチを採用して、アルミニウム薄板の等2軸引張り変形下における自由表面プロファイルのフラクタル特性について調べ、表面プロファイル

のひずみ量および負荷様式(応力比)依存性について検討する。また、ひずみに伴う表面粗化挙動のコンピュータシミュレーション法を提示する。

2. フラクタル次元の決定法

通常、フラクタル特性はフラクタル次元により表示される。一般に、固体表面のフラクタル次元は、表面を曲面として見たときの幾何学的複雑さ(ランダム性)や表面積の大小を評価できる尺度と考えられる。これまでに、フラクタル次元の測定法として各種方法が試みられてきたが、なお確立されたものがない上、得られる各種フラクタル次元相互の理論的關係も明らかでない。そこで本研究では、前報⁽⁴⁾と同様に、以下の3種類の方法によりフラクタル次元を求めることにした。なお、ここで注意したいのは、一般に固体表面は自己相似フラクタルでなく、自己アフィンフラクタルとして扱わねばならないことである。自己アフィンとは、方向により異なる倍率の拡大変換に対して図形が不変になる性質をいう。自己アフィン表面に対して、以下に述べる零点集合法およびパワースペクトル法は一応妥当な手法と考えられる。しかし、通常法と呼ばれるボックスカウンティング法では自己相似を前提とするため、厳密には問題がある⁽⁵⁾。しかし、ここでは

* 原稿受付 1996年11月13日。

^{*1} 正員, 三重大学工学部(〒514 津市上浜町1515)。^{*2} 正員, 三重大学大学院。^{*3} 神鋼電機(株)(〒103 東京都中央区日本橋3-12-2)。

Table 1 Uniaxial properties of A1100

Direction	Tensile strength MPa	N-value*	F-value* MPa	r-value	Total elongation %
0°	103	0.27	193	0.66	27.1
45°	95	0.27	176	1.18	32.8
90°	99	0.28	187	0.66	33.1
Mean	99	0.27	185	0.92	31.5

*: $\sigma = F \varepsilon^N$

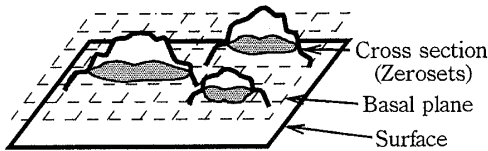


Fig. 1 Schematic explanation of zeroset method

少なくとも定性的な比較に利用できると考え、検討対象とする。

2.1 零点集合法 図1に示すように、表面凸部を板面と平行な基準面で切ったときの切り口の輪郭、すなわち、零点集合要素を直接観察する。表面が自己アフィンであっても面内等方性であれば、得られる零点集合要素は自己相似となり、そのフラクタル次元は表面の次元より1小さくなる⁽⁶⁾。零点集合要素の面積を A_z 、周囲長を L_z とし、 L_z が D_z 次元測度をもつとき、測度の関係⁽⁷⁾ から次式を得る。

$$A_z^{1/2} \propto L_z^{1/D_z} \dots\dots\dots (1)$$

実験により L_z と A_z の関係を求め、両対数グラフ上にプロットしたときの直線のこう配を α_z とすると、フラクタル次元 D_z は $D_z = 2/\alpha_z$ にて定まる。

2.2 パワースペクトル法 表面断面曲線に対してFFTスペクトル解析を行い、得られるパワースペクトル S_p と波長 λ の間にべき乗則 $S_p \propto \lambda^{-\beta}$ を仮定する。両者の関係を両対数グラフ上にプロットしたときの直線のこう配を β とすると、フラクタル次元 D_{ps} は次式より定まる⁽⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} D_{ps} &= 2, & 0 \leq \beta < 1 \\ D_{ps} &= E + (3 - \beta)/2, & 1 \leq \beta \leq 3 \\ D_{ps} &= 1, & 3 < \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 E はユークリッド次元を表し、ここでは1とする。

2.3 ボックスカウンティング法 まず、表面断面曲線を定められた寸法形状のボックスにより無駄なく被覆する⁽⁹⁾。ボックスの形状は相似とし、寸法を変化させる(本研究では52種類)。被覆するボックスの数を N 、ボックスの横幅を r とし、両者の間に次の関係を仮定する。

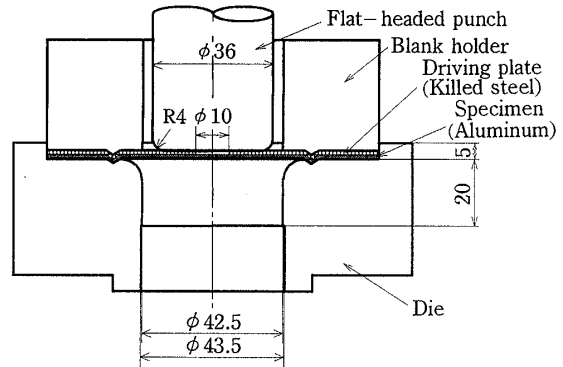


Fig. 2 Equi-biaxial tension test

$$N \propto r^{-D_B} \dots\dots\dots (3)$$

N と r の関係を両対数グラフ上にプロットしたときの直線のこう配を α_B とすると、フラクタル次元 D_B は $D_B = -\alpha_B$ にて定まる。フラクタル次元 D_B はボックスの形状の影響を受けるので、比較のためボックスの縦横比を記録画面上で1:1(正方形)と1:2.36(長方形)の2種類を採用した。

3. 実験方法

3.1 供試材および等2軸引張り試験法 供試材には市販の工業用純アルミニウム板(A 1100-O材、公称板厚0.8 mm、結晶粒径17 μm)を用いた。材料の単軸引張り特性値を表1に示す。材料の初期表面粗さ(最大高さ粗さ R_y)は0.53 μm(圧延方向)および2.13 μm(圧延方向と直角の方向)である。等2軸引張り試験法の概略を図2に示す。アルミニウム試験片は直径100 mmの円板とし、これと同じ外径で中心に直径10 mmの穴をあけたキルド鋼円板(公称板厚0.8 mm)をドライビングプレートとして重ね、ポンチ張出し試験を行った。ポンチには直径36 mm、肩半径4 mmの平頭ポンチを用い、ポンチとドライビングプレートの間にはグラファイトグリースによる潤滑を施し、板材成形試験機により0.2 mm/sのポンチ速度で張出し試験を行った。この方法により、試験片平頭部に局所くびれが生ずるまで変形を与えることができた。

3.2 零点集合カット面の創成法 フラクタル次

元 D_z を求めるために、張出された試験片の平頭中央部から一辺 12 mm の正方形小片を切り出した後、外表面(図 2 では下表面)に対して前報⁽⁴⁾と同様に精密定盤(0.04 $\mu\text{m}R_y$)上で粒径 0.125 μm のダイヤモンド砥粒によるラッピングを行い、零点集合カット面を創成した。この際、谷部がラッピングされないよう十分注意を払った。次に、カット面中央部(直径 10 mm の円内領域)から光学顕微鏡と CCD カメラにより零点集合要素の拡大像を得た後、その信号を画像処理装置(1画素は 2.33 \times 2.33 μm)に取込んだ。そして、二値化処理を行った後、各零点集合要素の面積 A_z と周囲長 L_z を測定した。

3.3 表面断面曲線の測定法 フラクタル次元 D_{PS} および D_B を求めるために、触針式表面粗さ計(Talysurf 10)からの信号をコンピュータに取込むシステムを用いて、表面断面曲線の測定を行った。ただし、カットオフは行わなかった。触針の端面は、一辺の長さ 2.5 μm の正方形(フラット)である。本装置の分解能は試験片の厚さ方向(縦方向)0.0174 μm 、送り方向(横方向)2.054 μm である。この場合の表面粗さ計の公称倍率は縦方向では 1000 倍、横方向では 20 倍で、一定とした。表面断面曲線の測定は、試験片平頭部の自由表面領域(図 2 の下表面)に対して、圧延方向(以下、0°方向と称する)およびこれと直角の方向(以下、90°方向と称する)においてそれぞれ 3 回ずつ行った。

4. 実験結果および考察

4.1 表面粗化の挙動 90°方向において測定した表面断面曲線の例を図 3 に示す。本実験では、相当ひずみ $\varepsilon_{eq}=0.71$ を超えると、0°方向に平行に板厚程度の幅の帯状溝が生ずることが認められた。よって、このひずみ値を局所くびれ発生時のひずみとした。な

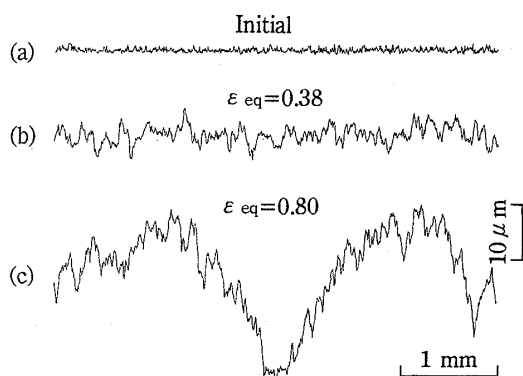
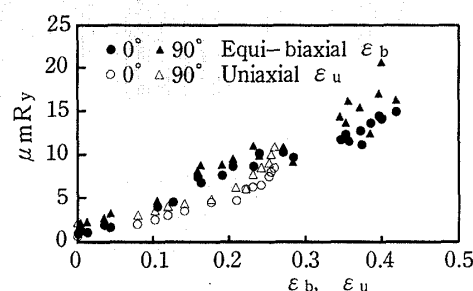


Fig. 3 Examples of recorded surface profiles (90° direction)

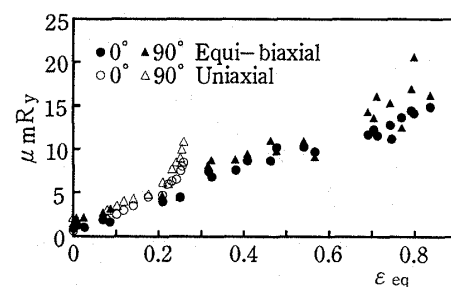
お、相当ひずみ ε_{eq} は Hill の異方性理論によると、等2軸引張りの場合、 $\varepsilon_{eq} = \sqrt{(1+r)/2} |\varepsilon_t|$ と表される。ここに、 r は塑性異方性係数 r 値、 ε_t は板厚ひずみである。表 1 より、 r の板面内平均値 0.92 を採用すると $\varepsilon_{eq} = 0.97 |\varepsilon_t|$ となり、 ε_{eq} と $|\varepsilon_t|$ の差は小さい。また、以前からアルミニウム板に対する Hill の異方性理論の適用性について問題があると指摘されている⁽¹⁰⁾。これらの理由から、本報では等方性を仮定した相当ひずみ $\varepsilon_{eq} = |\varepsilon_t|$ を採用して議論を進めることにした。

単軸および等2軸引張りにおける最大高さ粗さ R_y と伸びひずみ ε_u (単軸)、 ε_b ($=|\varepsilon_t|/2$, 等2軸)との関係を図 4 (a) に示す。ただし、単軸引張りの R_y は圧延方向に引張った場合の結果である。図 4 より、あるひずみレベルまでは、 R_y が伸びひずみに対してほぼ直線的に変化することが認められる。また、 R_y は伸びひずみに対して応力状態別にプロットされている。しかし、図 4 (b) に示すように、 ε_{eq} を用いると、単軸引張りにおける急増部分を除き、負荷様式に関せず方向別に関係線上にプロットできることがわかる。このように、相当ひずみ ε_{eq} を用いると負荷様式にかかわらず統一的に R_y を整理できることは、山口らによって報告されている⁽²⁾。

4.2 零点集合法 等2軸引張り試験における零



(a) R_y vs. ε_b and ε_u



(b) R_y vs. ε_{eq}

Fig. 4 Relationship between surface roughness R_y and various strains

点集合カット面の画像の例を図 5 に示す。図 5 中の白色部分がカットにより生じた零点集合要素である。なお、カット量の相対値 δ は $(R_{y0} - R_{yc})/R_{y0} \times 100(\%)$ により表示する。ここに、 R_{y0}, R_{yc} は、それぞれカット前後の最大高さ粗さである。零点集合要素の周囲長 L_z と面積 A_z の関係を両対数グラフ上にプロットした結果の例を図 6 に示す。図 6 より直線関係が認められ、フラクタル性が存在することがわかる。本実験では、画素の分解能を考慮して、 $A_z \geq 20 \mu\text{m}^2$ の範囲でフラクタル次元 D_z を算定した。 D_z と相対カット量 δ の関係を図 7 に示す。これより、 D_z は δ の値によらずほぼ一定の値をとり、表面の凸部はほぼ一様なフラクタル構造をもつことがわかる。6~8 種類の δ で求めた D_z の平均値 \bar{D}_z と相当ひずみ ϵ_{eq} の関係を図 8 に示す。これより、相当ひずみが $\epsilon_{eq} \approx 0.1$ を超えると、 \bar{D}_z は約 1.35 でほぼ一定の値となっている。また、図 8 中に単軸引張り試験の結果も付記したが、 R_y の場合と同様に、相当ひずみ ϵ_{eq} によって整理すると、 \bar{D}_z も負荷様式にかかわらず、同一関係線上にプロットされることがわかる。

4.3 パワースペクトル法 パワースペクトル S_P と波長 λ の関係を両対数グラフ上にプロットした結

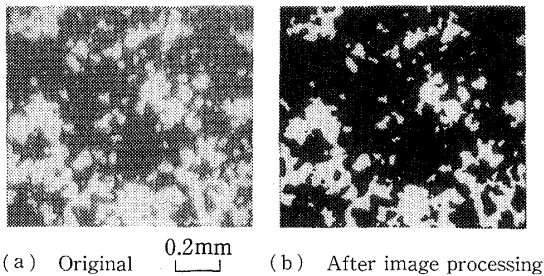


Fig. 5 Example of image of zero-set plane ($\epsilon_{eq}=0.44, \delta=36.8\%$)

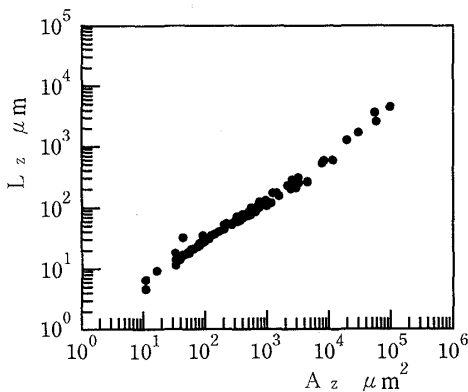


Fig. 6 Relationship between periphery length L_z and area A_z of zero-set elements ($\epsilon_{eq}=0.44, \delta=36.8\%$)

果の例を図 9 に示す。ここに、 S_P は得られたパワースペクトルを測定時間 (53.2 s) で除した値を用いている。図 9 より、 $\lambda=100 \mu\text{m}$ 近傍で折れ曲がりを持つ直線関係が認められ、マルチフラクタルとなっている。このような現象は、測定方向、ひずみを変えても常に起った。また、理由は明確ではないが、折れ曲がり点での波長は常に $\lambda \approx 100 \mu\text{m}$ であった。この値を超える λ の領域 b_{ps} では常に $\beta \leq 1 (D_{ps}=2)$ となり、 D_{ps} に β の違いが反映しなくなる。また、短波長の範囲については、触針の先端形状に起因する誤差を考慮して λ を $10 \mu\text{m}$ 以上とし、よってフラクタル次元 D_{ps} は λ

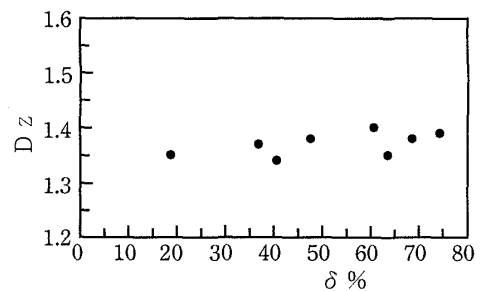


Fig. 7 Relationship between D_z and relative cutting height $\delta (\epsilon_{eq}=0.44)$

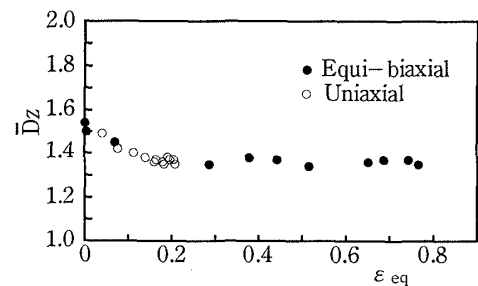


Fig. 8 Relationship between \bar{D}_z and equivalent strain ϵ_{eq}

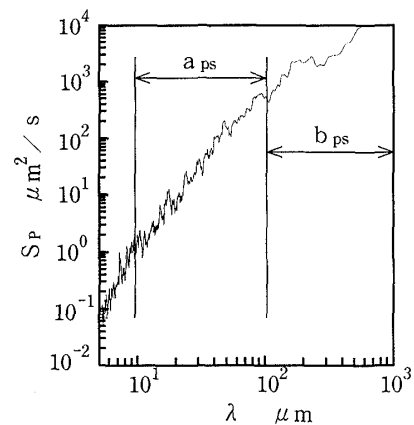


Fig. 9 Relationship between power spectrum S_P and wave length $\lambda (90^\circ, \epsilon_{eq}=0.57)$

が $10\ \mu\text{m}$ 以上、 $100\ \mu\text{m}$ 以下の領域 a_{PS} で測定した。図 10 に D_{PS} と相当ひずみ ε_{eq} の関係を示す。これより、 D_{PS} は 0° 方向では $\varepsilon_{eq}=0.1$ を超えると約 1.1 で一定になっており、 90° 方向では $\varepsilon_{eq}=0.3$ を超えるとやはり約 1.1 で一定となっている。また、 D_{PS} の方向差は ε_{eq} の増加とともに減少し、等方化することがわかる。

4.4 ボックスカウンティング法 表面断面曲線に対して被覆したボックスの数 N とボックスの横幅 r の関係を両対数グラフ上にプロットした結果の例を図 11 に示す。図 11 中に示す B.P. 点より左の r の領域 a_B では、良好な直線関係が認められる。 r が B.P. 点を超える b_B 領域では a_B 領域と異なったこう配の直線関係が得られ、見かけ上マルチフラクタルになる。このような現象は、ボックスの形状、測定方向、ひずみを変えても常に起った。 b_B 領域における直線のこう配は常にほぼ $-1(D_B \approx 1)$ であり、これは r が一定の限界を超えると相対的にプロファイルの複雑さが反映しなくなり、滑らかな曲線ととらえられるためである。なお、触針の先端形状に起因する誤差を考慮し

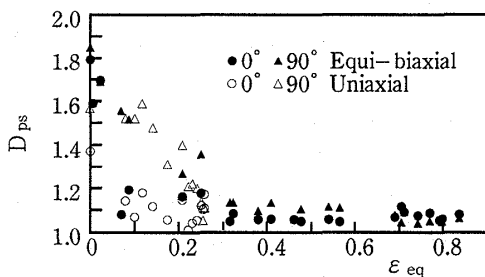


Fig. 10 Relationship between D_{PS} and equivalent strain ε_{eq}

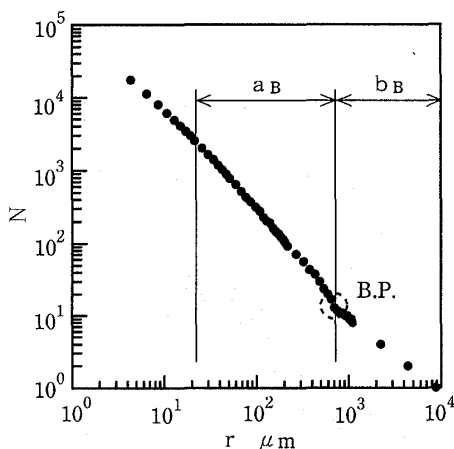


Fig. 11 Relationship between box number N and box width r in box counting method (90° , $\varepsilon_{eq}=0.21$, rectangular box)

て、 a_B の範囲を $10\ \mu\text{m}$ から B.P. 点までとし、この a_B 領域よりフラクタル次元 D_B を定めた。

長方形ボックスの場合の D_B と相当ひずみ ε_{eq} の関係を図 12 に示す。 D_B は 0° 方向では増加傾向を、 90° 方向では減少傾向を示した後、 $\varepsilon_{eq} \approx 0.3$ を超えるとほぼ一定の値となっている。また、 D_B の方向差はひずみの増加とともに減少し、ここでも等方化の傾向が認められる。なお、ここには示さないが、正方形ボックスの D_B は、長方形ボックスの D_B よりも低い値を示したが、 ε_{eq} に対する変化傾向は長方形ボックスの場合と同様であった。

前述の折れ曲がり点 (B.P. 点) における長方形ボックスの横幅を r_{cr} とし、相当ひずみ ε_{eq} に対してプロットした結果を図 13 に示す。これより、 r_{cr} は ε_{eq} の増加に対して直線的に増加した後、急増している。 r_{cr} が急増する相当ひずみは、等 2 軸引張りにおいてほぼ 0.7 で、局所くびれ発生時の相当ひずみとほぼ一致することがわかる。単軸引張りにおいても同様の結果が得られている⁽⁴⁾。この r_{cr} の急変は、局所くびれ発生により表面に大きなうねり (図 3 参照) が生じることに起因している。なお、局所くびれ発生は、図 4 に示す R_y にも反映する場合があるように見えるが、必ずし

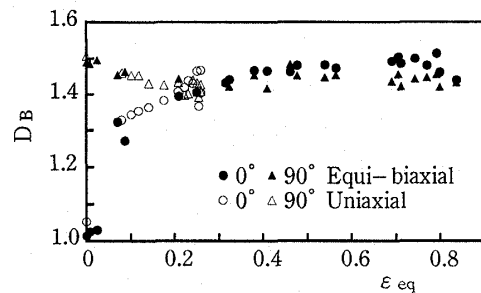


Fig. 12 Variation of D_B with equivalent strain ε_{eq} (rectangular box)

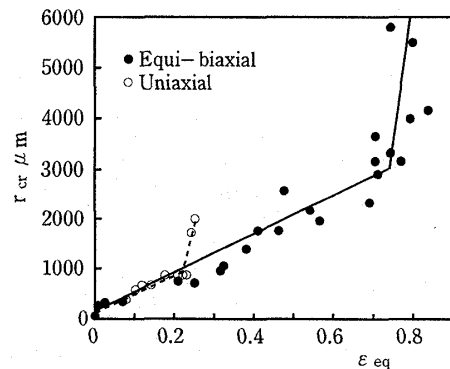


Fig. 13 Variation of critical box width r_{cr} with equivalent strain ε_{eq} (90° , rectangular box)

も再現性はなく、 r_{cr} ほど明りようでもない。

4.5 ひずみに伴う表面粗化の特徴と負荷様式依存特性 本研究で得られた各種フラクタル次元をまとめて図 14 に示す。図 14 には単軸引張り試験の結果も併せて示した。ここに、 \bar{D}_{PS} 、 \bar{D}_B は 0° 方向と 90° 方向の平均値で、これらおよび \bar{D}_Z は表面プロファイルの板面内の平均特性を表すものと考え、以下に比較検討する。

前報でもふれたが、 \bar{D}_Z は表面凹凸の複雑さを直接的に表す尺度であり、 \bar{D}_{PS} は表面をスペクトルとして見たときの波長依存性を表す尺度である。また、 \bar{D}_B は \bar{D}_Z に近い性格をもつ簡易尺度である。このように、物理的意味の違いからそれぞれのフラクタル次元の値は異なっている。しかし、対象としたフラクタル次元に共通していることは、①負荷様式(応力比)が異なっても ϵ_{eq} によりフラクタル次元のひずみ量依存性を統一的に整理できること、②あるひずみレベルに達すると一定値に落ち着くこと、である。

①の現象は図 10 および 12 にも認められる。一方、山口ら⁽²⁾ は各種ひずみ比の引張り試験により表面粗さ R_y を調べ、 R_y について①と同様の結果を得ている。これらの結果は、マクロな塑性仕事と同じならば負荷様式にかかわらず表面構造が同じになることを示唆している。しかし、これが一般則として成り立つか否かについてなお究明を要する。②の結果は、ひずみの増加に伴ってマクロにもミクロにも表面積が増加し、新生面の影響が支配的になるとき、そのフラクタル構造が一定になることを示している。

一定値になったときの \bar{D}_Z は約 1.35 であり、これは零点集合である曲線の次元である。もとの表面(曲面)との関係は、2.1 節で述べたように、表面のほうがユークリッド次元分 1 だけ大きく、複雑さは変わらないので、表面のフラクタル次元は 2.35 と見積られる。また、一定値に達するまでに \bar{D}_{PS} に見られる減少傾向は、表面積の増加に伴って長波長成分の影響が強く反

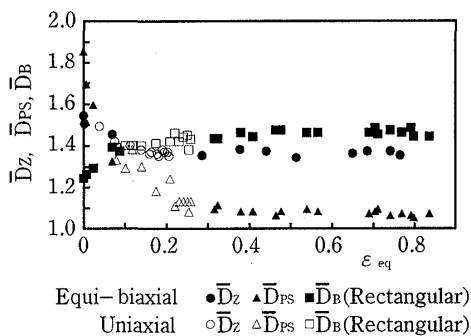


Fig. 14 Comparison among various fractal dimensions

映するようになることを示している。 \bar{D}_{PS} に関する情報は、5 章に示すように、表面プロファイルのシミュレーションに利用できる。

5. 表面粗化のシミュレーション

スペクトル分布をモデル化し、逆 FFT により表面プロファイルを創成するシミュレータの開発を試みた。スペクトルの分布モデルの説明を図 15 に示す。はじめに、図 9 に示したような両対数目盛上でのスペクトル分布を三つの直線から成る折れ線(基準スペクトル S_p') に近似する。 λ_1 は図 9 に示す a_{PS} と b_{PS} の境界での波長であり、 $\lambda \leq \lambda_1$ に対して 1 本の直線を与える。また、 $\lambda > \lambda_1$ (すなわち b_{PS} の領域) に対して種々検討した結果、2 本の直線で近似するのが妥当と考えられた。よって、図 15 では、それぞれの直線の傾きおよび折れ点での波長を $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ および λ_1, λ_2 と表記してある。次に、基準スペクトル S_p' から次式にてランダム性をもつスペクトル S_p に変換し、図 9 に見るようなばらつきを与える。

$$S_p = S_p' G^2 = 10^c \lambda^\beta G^2 \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 G はガウス乱数、 c, β は各直線の縦軸での切片および傾きである。それぞれの S_p に対するフーリエ複素係数の実部 A および虚部 B は次式にて算定する⁽¹¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} A &= S_p'^{1/2} \cos(2\pi\phi) \\ B &= S_p'^{1/2} \sin(2\pi\phi) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 ϕ は 0~1 の値をもつ乱数である。 A および B を求めた後、フーリエ逆変換を行い、表面プロファイルの創成を行った。入力すべき定数について種々検討した結果、実験結果に忠実な折れ線を用いるほどシミュレーション精度が向上することがわかった。しかし、 $\beta_2=1, \beta_3=3$ と固定しても比較的良好な結果が得

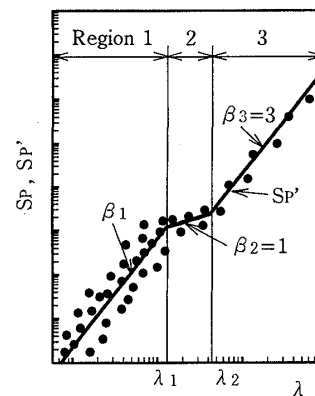


Fig. 15 Three-broken-lines model of power spectra under equi-biaxial tension

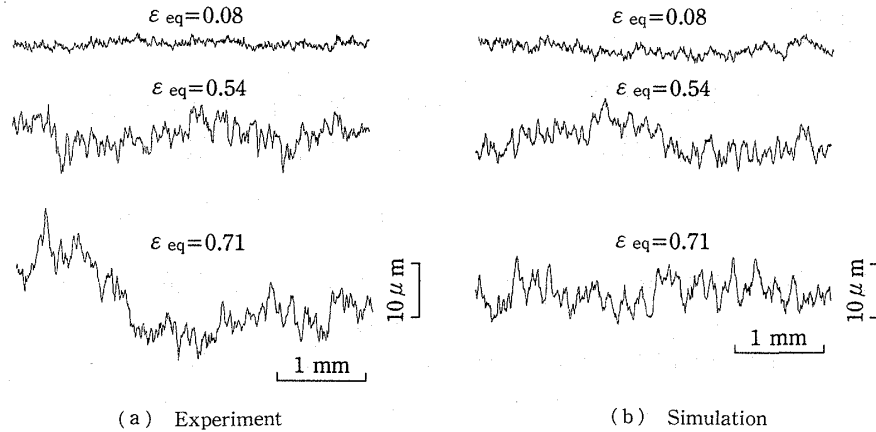


Fig. 16 Comparison of surface profiles between experiment and simulation (90°)

られたので、パラメータは領域1における c , β_1 および λ_1 , λ_2 の四つとし、実験より定めた。図16に測定された表面断面曲線とシミュレーションにより得られた模擬表面の例を示す。図16より、くびれ発生に伴ううねりを除き、もっともらしい表面プロファイルが得られることがわかる。このようにして本シミュレーションが有効であることが確かめられたが、パラメータに実験値を用いているのであるから当然の結果ともいえる。しかし、ここには示さないが、フラクタル次元を定める β_1 およびパラメータ c , λ_1 , λ_2 を相当ひずみ ε_{eq} との関係として式表示しておけば、任意のひずみに対する表面プロファイルの変化を追跡できることがわかった。

6. 結 論

本研究で得られた結果は次のとおりである。

(1) 単軸引張りおよび等2軸引張りにおける表面粗化過程では、表面積が増加するにつれて表面凹凸の長波長成分が成長した後、一定のフラクタル構造に落ち着く。したがって、新生面のフラクタル構造は一定と考えられる。

(2) 表面プロファイルのフラクタル構造は、ひずみの増加とともに方向差が減少し、等方化することがわかった。

(3) 等2軸引張りおよび単軸引張りを通して、ポ

ックスカウンティング法により、局所くびれ発生を感度よくとらえられる可能性が確認された。

(4) 表面粗化過程での粗さおよびフラクタル次元は、マクロな塑性変形による相当ひずみで整理すると、負荷様式(応力比)にかかわらず統一的に整理できる可能性のあることがわかった。

(5) パワースペクトルを用いた表面粗化シミュレーション法を提示し、本法が有効であることを確かめた。

文 献

- (1) 例えば, Kienzle, O. and Mietzner, K., *Atlas Umgeformter Metallischer Obeiflächen*, (1967), 19, Springer-Verlag.
- (2) 例えば, 山口克彦・ほか3名, *塑性と加工*, **21**-237(1980), 909-916.
- (3) 例えば, 小林徳夫・石垣秀生, *塑性と加工*, **15**-158(1974), 197-205.
- (4) 黒崎靖・ほか3名, *機論*, **62**-602, C(1996), 4107-4113.
- (5) Mandelbrot, B. B., *Physica Scripta*, **32**(1985), 257-260.
- (6) Peitgen, H. O. and Saupe, D. (山口昌哉・ほか6名訳), *フラクタルイメージ*, (1990), 40, シュプリンガー東京.
- (7) 高安秀樹, *フラクタル*, (1986), 18, 朝倉書店.
- (8) 文献(6)の57ページ.
- (9) 文献(6)の54ページ.
- (10) Woodthorpe, J. and Pearce, R., *Int. J. Mech. Sci.*, **12**-4(1970), 341-347.
- (11) 文献(6)の82ページ.